

文章编号: 1001-0920(2017)01-0079-07

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.1531

基于干扰观测器的二阶多智能体系统模型参考一致性

刘秀华, 高宪文[†], 韩建

(东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘要: 针对受到外部干扰影响的二阶多智能系统, 提出一种新型干扰观测器的设计方案. 在只有部分智能体能接收到参考模型信号的情况下, 研究受到不同外系统生成干扰信号影响的二阶多智能体系统模型参考一致性问题. 针对干扰信号由线性外系统和非线性外系统生成的情况, 分别设计干扰观测器. 进一步提出分布式控制协议, 所提出的一致性协议可以有效地抑制干扰, 最终实现多智能体系统的模型参考一致性. 仿真算例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 模型参考一致性; 外部干扰系统; 干扰观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Disturbance observers based model-reference consensus of second-order multi-agent systems

LIU Xiu-hua, GAO Xian-wen[†], HAN Jian

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: For second-order multi-agent systems with exogenous disturbances, a new type of disturbance observers is presented. Under the condition that only a part of agents have access to the information of the reference model, the problems of model-reference consensus for second-order multi-agent systems with exogenous disturbances generated by different exogenous systems are studied. For the cases that the exogenous systems are linear and nonlinear, linear disturbance observers and nonlinear disturbance observers are designed, respectively. Furthermore, the distributed consensus protocol is presented, which can inhibit the disturbance effectively. As a result, the multi-agent systems can achieve consensus with any given reference model. Two examples are provided to illustrate the effectiveness of the proposed methods.

Keywords: multi-agent systems; model-reference consensus; exogenous disturbances systems; disturbance observers

0 引言

随着科学技术的发展, 人们面临的问题开始不断朝大型化、复杂化方向发展. 多智能体系统是解决一类大型复杂问题的有力工具. 多智能体系统是由多个单智能体组成的集合, 可以通过协调一组智能体的行为(知识、目标、方法等), 协同地完成一个任务或求解一个问题. 多智能体系统的一致性是指在智能体之间信息交互的基础上, 设计一定的分布式控制协议, 使所有智能体的状态趋于一致. 近年来, 多智能体系统的一致性受到大量学者的广泛关注^[1-7], 并应用于飞行器编队^[8]、无人机多任务分配^[9]、传感器网络估计^[10]等领域.

在多智能体系统运转过程中, 不可避免地要受到

外部环境影响. 已有结果表明, 外系统生成的干扰信号对多智能体系统的一致性会产生较大的影响^[11-12], 所以在处理多智能体系统一致性问题时, 必须考虑外部干扰的影响. 文献^[13-15]通过内模方法研究了对外系统信号的渐近跟踪问题; 文献^[16]考虑了多智能体系统中每个智能体状态具有不确定性的情况, 通过分布式输出调节实现了多智能体系统的轨迹跟踪和干扰抑制的目标; 文献^[17]研究了具有测量噪声的二阶多智能体系统的平均一致性问题. 对于系统存在扰动情况, 设计干扰观测器是解决外部干扰的有力工具^[18-20]. 文献^[21]针对一阶多智能体系统, 基于干扰观测器, 研究了具有外系统干扰的多智能体系统的一致性; 文献^[12, 22]分别考虑了多智能体系统的

收稿日期: 2015-12-12; 修回日期: 2016-03-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573088, 61573087, 61433004).

作者简介: 刘秀华(1988—), 女, 博士生, 从事多智能体协同控制的研究; 高宪文(1955—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模、控制与优化等研究.

[†]通信作者. E-mail: gaioxianwen@mail.neu.edu.cn

状态方程和外系统状态方程具有不确定性的情况, 研究了一阶多智能体系统的鲁棒一致性问题; 文献 [23] 用模糊干扰观测器逼近外部扰动, 给出了一阶非线性多智能体系统的一致性控制协议; 对于二阶多智能体系统, 文献 [11] 针对线性外系统, 利用干扰观测器估计由外系统生成的干扰信号, 采用牵引控制策略实现了多智能体系统的一致性; 文献 [24] 分别考虑了线性和非线性外系统, 给出了与文献 [11] 类似的干扰观测器, 进一步给出了分布式一致性协议.

注意到在已有文献中^[11-12, 21-22, 24], 与每个智能体对应的外系统都是相同的. 事实上, 不同智能体接收到的干扰信号可能源于不同的外系统. 另外, 针对二阶多智能体系统受到线性外系统生成干扰信号影响的情况, 文献 [11] 在设计一致性协议时, 需要求解较高维数的 LMI.

特别值得注意的是, 针对二阶多智能体系统受到非线性外系统生成干扰信号影响的情况, 在文献 [24] 设计的非线性干扰观测器中, 其观测器状态引入了观测误差信号. 然而, 由于待观测信号是未知的, 一般情况下很难得到观测误差信号.

为了解决这些问题, 本文提出一种新型的干扰观测器. 该新型干扰观测器可以任意配置误差系统的极点, 从而渐近地估计干扰信号. 另外, 本文针对非线性外系统设计的干扰观测器, 并不需要知道观测误差信号, 仅仅需要求解一个 LMI 以及一组线性矩阵代数方程. 在本文中, 不同智能体接收到的干扰信号可能源于不同的外系统.

1 预备知识与问题描述

设一个无向图 $\mathcal{G} = \{V, E, A\}$ 的节点与边的集合分别为

$$V = \{v_i, i = 1, 2, \dots, n\},$$

$$E = \{e_{ij} = (v_i, v_j), i, j = 1, 2, \dots, n\}.$$

其中: \mathcal{G} 的加权邻接矩阵记为 $A = \{a_{ij}\} \in R^{n \times n}$, 并且当且仅当 $e_{ij} = (v_i, v_j) \in E$ 时, $a_{ij} = a_{ji} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 定义 $a_{ii} = 0$, 无向图 \mathcal{G} 的 Laplacian 矩阵记为

$$L = D - A.$$

其中: $D = \text{diag}\{d_i\}$, $d_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, n$. 显然, 这里 L 是对称的.

对于一个具有 n 个节点的二阶多智能体系统, 第 i 个智能体的动态如下:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t), \quad \dot{v}_i(t) = u_i(t). \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in R^m$, $v_i(t) \in R^m$, $u_i(t) \in R^m$ 分别为第 i 个智能体的位置、速度和控制输入. 若存在 $u_i(t)$, 使得对于任意的 $i, j = 1, 2, \dots, n$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$\|x_i(t) - x_j(t)\| \rightarrow 0, \|v_i(t) - v_j(t)\| \rightarrow 0$, 则称多智能体系统能实现一致.

注意到, 这里每个智能体最终一致的状态可能与智能体的初值相关, 而事实上, 很多时候希望每个智能体一致到特定的状态. 如果存在协议 $u_i(t)$, 使得二阶多智能体系统 (1) 的状态一致到指定的状态 $x_0(t)$, $v_0(t)$, 即对于任意的 $i = 1, 2, \dots, n$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\|x_i(t) - x_0(t)\| \rightarrow 0, \|v_i(t) - v_0(t)\| \rightarrow 0$, 则称多智能体系统实现了模型参考一致性 (model-reference consensus)^[25], 这里 $\dot{x}_0(t) = v_0(t)$ 称为参考模型.

本文主要考虑受到外部扰动的具有 n 个智能体的二阶多智能体系统, 第 i 个智能体的动态如下:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t), \quad \dot{v}_i(t) = u_i(t) + G_{0i}d_i(t). \quad (2)$$

其中: $G_{0i} \in R^{m \times q_i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为已知的常数矩阵, 表示智能体 i 的干扰增益矩阵; $d_i(t) \in R^{q_i}$ 是由如下外系统生成的干扰信号:

$$\dot{z}_i(t) = h_i(z_i, t), \quad d_i(t) = g_i(z_i, t). \quad (3)$$

其中: $z_i(t)$ 为外系统的状态, $h_i(z_i, t)$, $g_i(z_i, t)$ 为已知的线性或非线性的函数.

本文的主要目标是针对每个智能体设计干扰观测器, 渐近地估计由外系统 (3) 生成的干扰信号 $d_i(t)$, 并设计具有抑制扰动效果的一致性协议, 使多智能体系统一致于以下参考模型:

$$\dot{x}_0(t) = v_0(t), \quad (4)$$

其中 $v_0(t)$ 为常数. 令

$$s_i(t) = [x_i^T(t), v_i^T(t)]^T,$$

$$s(t) = [x_1^T(t), \dots, x_n^T(t), v_1^T(t), \dots, v_n^T(t)]^T,$$

$$u(t) = [u_1^T(t), u_2^T(t), \dots, u_n^T(t)]^T,$$

$$d(t) = [d_1^T(t), d_2^T(t), \dots, d_n^T(t)]^T,$$

则多智能体系统可以记为

$$\dot{s}(t) = Es(t) + Hu(t) + Gd(t). \quad (5)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 0_{mn \times mn} & I_n \otimes I_m \\ 0_{mn \times mn} & 0_{mn \times mn} \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0_{mn \times mn} \\ I_n \otimes I_m \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0_{mn \times \sum_{i=1}^n q_i} \\ \text{diag}(G_{0i}) \end{bmatrix}.$$

对于第 i 个智能体, 有

$$\dot{s}_i(t) = E_i s_i(t) + H_i u_i(t) + G_i d_i(t). \quad (6)$$

其中

$$s_i(t) = [x_i^T(t), v_i^T(t)]^T, \quad E_i = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} & I_m \\ 0_{m \times m} & 0_{m \times m} \end{bmatrix},$$

$$H_i = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} \\ I_m \end{bmatrix}, \quad G_i = \begin{bmatrix} 0_{m \times q_i} \\ G_{0i} \end{bmatrix}.$$

2 具有线性外系统的多智能体系统模型参考一致性

本小节假设第 i 个智能体接收的干扰信号 $d_i(t) \in R^{q_i}$ 是由如下线性外系统生成的:

$$\dot{z}_i(t) = A_i z_i(t), \quad d_i(t) = C_i z_i(t). \quad (7)$$

其中: $A_i \in R^{p_i \times p_i}$, $C_i \in R^{q_i \times p_i}$ 为已知的常数矩阵, 分别为第 i 个外系统的状态矩阵和输出矩阵.

2.1 线性干扰观测器设计

对第 i 个智能体设计如下的线性干扰观测器:

$$\dot{w}_i(t) = N_i w_i(t) + F_i u_i(t) + M_i s_i(t), \quad (8)$$

$$\hat{z}_i(t) = w_i(t) + K_i s_i(t), \quad (9)$$

$$\hat{d}_i(t) = C_i \hat{z}_i(t). \quad (10)$$

其中: N_i, F_i, M_i, K_i 为待设计的增益矩阵; $\hat{z}_i(t), \hat{d}_i(t)$ 分别为 $z_i(t), d_i(t)$ 的估计值.

首先给出下面的引理.

引理 1 如果满足如下条件: 1) N_i 是 Hurwitz 的, 即 N_i 的特征根均在复平面的左半平面; 2) N_i, F_i, M_i, K_i 满足如下的矩阵方程:

$$N_i + K_i G_i C_i - A_i = 0, \quad (11)$$

$$-N_i K_i + M_i + K_i E_i = 0, \quad (12)$$

$$F_i + K_i H_i = 0. \quad (13)$$

则对于任意的 $z_i(t), s_i(t), u_i(t)$, 由线性干扰观测器 (8) ~ (10) 得到的 $\hat{z}_i(t)$ 和 $\hat{d}_i(t)$ 分别是系统 (7) 中 $z_i(t)$ 和 $d_i(t)$ 的渐近估计.

证明 设 $\tilde{z}_i = \hat{z}_i - z_i$, 由式 (9) 可得

$$\tilde{z}_i = w_i + K_i s_i - z_i.$$

由式 (6) ~ (9) 可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}}_i = & N_i(\hat{z}_i - K_i s_i) + F_i u_i + M_i s_i + \\ & K_i(E_i s_i + H_i u_i + G_i C_i z_i) - A_i z_i = \\ & N_i \hat{z}_i - N_i z_i + N_i z_i - N_i K_i s_i + F_i u_i + \\ & M_i s_i + K_i E_i s_i + K_i H_i u_i + K_i G_i C_i z_i - A_i z_i = \\ & N_i \tilde{z}_i + (N_i + K_i G_i C_i - A_i) z_i + (-N_i K_i + \\ & M_i + K_i E_i) s_i + (F_i + K_i H_i) u_i. \end{aligned} \quad (14)$$

将式 (11) ~ (13) 代入 (14), 可以得到

$$\dot{\tilde{z}}_i = N_i \tilde{z}_i.$$

由于 N_i 是 Hurwitz 的, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\tilde{z}_i \rightarrow 0$, 即 $\hat{z}_i(t) \rightarrow z_i(t)$. 由式 (7) 和 (10) 可得, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{d}_i(t) \rightarrow d_i(t)$. \square

算法 1 在引理 1 中, 线性干扰观测器 (8) ~ (10) 中的增益矩阵 N_i, F_i, M_i, K_i 可以通过如下两个步骤

得到:

1) 方程 (11) 可以改写成

$$N_i = A_i - K_i G_i C_i, \quad (15)$$

则可以利用极点配置的方法, 获得能够使得矩阵 N_i 稳定的矩阵 K_i , 即将干扰观测器误差系统的极点配置到指定的位置, 使误差以期望的速度收敛到 0.

2) 由于 K_i 和 N_i 已经求得, 由式 (12) 和 (13) 可得

$$M_i = N_i K_i - K_i E_i, \quad (16)$$

$$F_i = -K_i H_i. \quad (17)$$

针对二阶多智能体系统, 这里提出了一种不同于文献 [11, 24] 的新型干扰观测器, 该观测器可以处理不同智能体受到不同外系统生成干扰信号影响的问题. 不同于文献 [11] 中选择观测器增益矩阵的方法, 本文通过极点配置选择不同的观测器增益矩阵 K_i , 并不要求解任何的 LMI. 以极点配置方法求解观测器增益可以实现观测器以期望的收敛速度估计干扰信号.

2.2 模型参考一致性

以下给出基于干扰观测器的一致性控制协议. 这里的控制协议由 3 部分构成, 即

$$u_i = u_{1i} + u_{2i} + u_{3i}, \quad (18)$$

且有

$$u_{1i} = -\sum_{j=1}^n a_{ij} [(x_i - x_j) + \gamma(v_i - v_j)],$$

$$u_{2i} = -B_i [(x_i - x_0) + \gamma(v_i - v_0)], \quad u_{3i} = -G_{0i} \hat{d}_i.$$

其中: 标量 $\gamma > 0$; 控制增益为 $B_i = \text{diag}(b_{ik})$ ($k = 1, 2, \dots, m$), 且对于任意的 k , 若第 i 个智能体能接收到参考模型中的智能体信息, 则 $b_{ik} > 0$, 否则 $b_{ik} = 0$.

不难发现, u_{1i} 的作用是使每个智能体的位置、速度趋于一致, u_{2i} 的作用是使每个智能体一致于参考模型, u_{3i} 的作用是抑制外部干扰.

引理 2 如果多智能体系统 (2) 是连通的, 则

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0_{mn \times mn} & I_n \otimes I_m \\ -(\bar{L} + B) & -\gamma(\bar{L} + B) \end{bmatrix}$$

是 Hurwitz 的. 其中: $\bar{L} = L \otimes I_m$, $B = \text{diag}(B_1, B_2, \dots, B_n)$.

该引理的证明可以参见文献 [11], 这里不再赘述.

定理 1 假设多智能体系统 (2) 是连通的, 则控制协议 (18) 可以使多智能体系统 (2) 实现模型参考一致性, 即 $x_i(t) \rightarrow x_0(t), v_i(t) \rightarrow v_0(t), t \rightarrow \infty$.

证明 令 $\tilde{s} = s - s_0$, 只要证明在控制协议 (18) 的作用下, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\tilde{s} \rightarrow 0$ 即可. 其中 $s_0 = [x_0^T, \dots, x_0^T, v_0^T, \dots, v_0^T]^T \in R^{2mn \times 1}$.

由式(5)、(18)以及引理1不难得到

$$\dot{\tilde{s}} = A\tilde{s} + GC\tilde{z}, \quad \dot{\tilde{z}} = N\tilde{z}. \quad (19)$$

其中: $\tilde{z} = [\tilde{z}_1^T, \tilde{z}_2^T, \dots, \tilde{z}_n^T]^T$, $\tilde{z}_i = \hat{z}_i(t) - z_i$; $C = \text{diag}(C_1, C_2, \dots, C_n)$; $N = \text{diag}(N_1, N_2, \dots, N_n)$.

令 $e = [\tilde{s}^T, \tilde{z}^T]^T$, 则多智能体系统和干扰观测误差系统构成的闭环系统(19)可记为

$$\dot{e} = \Xi e, \quad (20)$$

$$\text{其中 } \Xi = \begin{bmatrix} A & GC \\ 0 & N \end{bmatrix}.$$

假设 I 为具有适当维数的单位矩阵. 矩阵 Ξ 的特征方程为

$$|\lambda I - \Xi| = 0,$$

又因为

$$|\lambda I - \Xi| = \begin{vmatrix} \lambda I - A & -GC \\ O & \lambda I - N \end{vmatrix} = |\lambda I - A| |\lambda I - N|,$$

则矩阵 Ξ 的特征值由矩阵 A 与 N 的特征值构成.

由引理1和引理2可知, 矩阵 N 和矩阵 A 均是 Hurwitz 的. 考虑到矩阵 Ξ 的特征值是由矩阵 A 与矩阵 N 的特征值构成, 不难得到矩阵 Ξ 是 Hurwitz 的, 进而有 $e(t) \rightarrow 0$, 从而有 $\tilde{s} \rightarrow 0$. \square

注意到, 不同于文献[11-12, 21-22, 24]中所有智能体受到相同的外系统的影响, 本节中不同智能体可能受到不同外系统生成的干扰信号的影响.

3 具有非线性外系统的多智能体系统模型参考一致性

本小节假设第 i 个智能体接收的干扰信号 $d_i(t) \in R^{q_i}$ 是由如下非线性系统生成的:

$$\dot{z}_i(t) = f_i(z_i), \quad d_i(t) = C_i z_i(t). \quad (21)$$

其中: $C_i \in R^{q_i \times p_i}$ 为已知的常数矩阵; $f_i(z_i) \in R^{p_i}$ 关于 z_i 是 Lipschitz 的, 即对于任意的 z_{i1}, z_{i2} , 存在常数 h_i 满足

$$\|f_i(z_{i1}) - f_i(z_{i2})\| \leq h_i \|z_{i1} - z_{i2}\|,$$

其中 h_i 为 Lipschitz 常数.

3.1 非线性干扰观测器设计

在这一节, 首先给出如下引理.

引理3 如果对于 $\forall i = 1, 2, \dots, n$, $f_i(z_i)$ 均是 Lipschitz 的, 则 $f(z) = [f_1^T(z_1), f_2^T(z_2), \dots, f_n^T(z_n)]^T$ 是 Lipschitz 的, 并且其 Lipschitz 常数为 $h = \max\{h_i\}$, 这里 h_i 为 $f_i(z_i)$ 的 Lipschitz 常数. 即对于任意的 $z^1 = [z_{11}^T, z_{12}^T, \dots, z_{1n}^T]^T$, $z^2 = [z_{21}^T, z_{22}^T, \dots, z_{2n}^T]^T$, 均有下式成立:

$$\|f(z^1) - f(z^2)\| \leq h \|z^1 - z^2\|. \quad (22)$$

证明 令

$$f_i(z_{1i}) - f_i(z_{2i}) = \delta f_i, \quad z_{1i} - z_{2i} = \delta z_i, \quad z^1 - z^2 = \delta z.$$

由于 $f_i(z_i)$ 是 Lipschitz 的, 故 $\|\delta f_i\| \leq h_i \|\delta z_i\|$, 即有 $\sqrt{\delta f_i^T \delta f_i} \leq h_i \sqrt{\delta z_i^T \delta z_i}$, 进而可以得到 $\delta f_i^T \delta f_i \leq h_i^2 \delta z_i^T \delta z_i$. 而

$$\begin{aligned} \|f(z^1) - f(z^2)\| &= \\ &\sqrt{\delta f_1^T \delta f_1 + \delta f_2^T \delta f_2 + \dots + \delta f_n^T \delta f_n} \leq \\ &\sqrt{h_1^2 \delta z_1^T \delta z_1 + h_2^2 \delta z_2^T \delta z_2 + \dots + h_n^2 \delta z_n^T \delta z_n} \leq \\ &h \sqrt{\delta z_1^T \delta z_1 + \delta z_2^T \delta z_2 + \dots + \delta z_n^T \delta z_n} = \\ &h \sqrt{\delta z^T \delta z} = h \|z^1 - z^2\|, \end{aligned}$$

即 $\|f(z^1) - f(z^2)\| \leq h \|z^1 - z^2\|$, 其中 $h = \max\{h_1, h_2, \dots, h_n\}$. \square

对第 i 个智能体设计如下的非线性干扰观测器:

$$\dot{w}_i(t) = N_i w_i(t) + F_i u_i(t) + M_i s_i(t) + f_i(\hat{z}_i(t)), \quad (23)$$

$$\hat{z}_i(t) = w_i(t) + K_i s_i(t), \quad (24)$$

$$\hat{d}_i(t) = C_i \hat{z}_i(t). \quad (25)$$

其中: N_i, F_i, M_i, K_i 为待设计的矩阵; $\hat{z}_i(t), \hat{d}_i(t)$ 分别为 $z_i(t), d_i(t)$ 的估计值.

引理4 如果矩阵 N_i, F_i, M_i, K_i 满足

$$N_i + K_i G_i C_i = 0, \quad (26)$$

$$-N_i K_i + M_i + K_i E_i = 0, \quad (27)$$

$$F_i + K_i H_i = 0, \quad (28)$$

$$P_i K_i = Q_i, \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & P_i \\ P_i & -I_{p_i} \end{bmatrix} < 0. \quad (30)$$

其中: 对称正定矩阵 P_i 、矩阵 Q_i 为 LMI(30) 的解; $\Phi_i = h_i^2 I_{p_i} - (G_i C_i)^T Q_i^T - Q_i (G_i C_i)$, 且 h_i 为 $f_i(z_i(t))$ 关于 $z_i(t)$ 的 Lipschitz 常数. 则 $\hat{z}_i(t)$ 和 $\hat{d}_i(t)$ 分别是 $z_i(t), d_i(t)$ 的渐近估计.

证明 设 $\tilde{z}_i = \hat{z}_i - z_i$, $\tilde{f}_i = f_i(\hat{z}_i(t)) - f_i(z_i(t))$, 由式(6)、(21)、(23)和(24)可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}}_i &= N_i \tilde{z}_i + (N_i + K_i G_i C_i) z_i + (-N_i K_i + \\ &M_i + K_i E_i) s_i + (F_i + K_i H_i) u_i + \tilde{f}_i. \end{aligned} \quad (31)$$

显然, 当条件(26)~(28)成立时, 有

$$\dot{\tilde{z}}_i = N_i \tilde{z}_i + \tilde{f}_i. \quad (32)$$

考虑下面的 Lyapunov 函数

$$V(t) = \tilde{z}_i^T P_i \tilde{z}_i,$$

其中 $P_i^T = P_i$ 是一个正定矩阵.

对 $V(t)$ 求导, 由式(32)可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = & \tilde{z}_i^T (N_i^T P_i + P_i N_i) \tilde{z}_i + 2\tilde{f}_i^T P_i \tilde{z}_i \leq \\
& \tilde{z}_i^T (N_i^T P_i + P_i N_i) \tilde{z}_i + 2\|\tilde{f}_i^T\| \|P_i \tilde{z}_i\| \leq \\
& \tilde{z}_i^T (N_i^T P_i + P_i N_i) \tilde{z}_i + \|\tilde{f}_i^T\|^2 + \|P_i \tilde{z}_i\|^2 \leq \\
& \tilde{z}_i^T (N_i^T P_i + P_i N_i) \tilde{z}_i + h_i^2 \|\tilde{z}_i^T\|^2 + \|P_i \tilde{z}_i\|^2 = \\
& \tilde{z}_i^T (N_i^T P_i + P_i N_i) \tilde{z}_i + h_i^2 \tilde{z}_i^T \tilde{z}_i + \tilde{z}_i^T P_i P_i \tilde{z}_i = \\
& \tilde{z}_i^T (N_i^T P_i + P_i N_i + h_i^2 I_{p_i} + P_i P_i) \tilde{z}_i. \quad (33)
\end{aligned}$$

由方程(26)可得

$$N_i = -K_i G_i C_i,$$

将其代入式(33), 则有

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = & \tilde{z}_i^T ((-K_i G_i C_i)^T P_i + P_i (-K_i G_i C_i) + \\
& h_i^2 I_{p_i} + P_i P_i) \tilde{z}_i.
\end{aligned}$$

根据 Schur 补引理和式(29), 若存在对称正定矩阵 P_i 和矩阵 Q_i 满足式(30), 则 $\dot{V}(t) < 0$, 从而误差系统(32)是渐近稳定的, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{z}_i(t) \rightarrow z_i(t)$, 根据式(21)和(25)不难得到 $\hat{d}_i(t) \rightarrow d_i(t)$. \square

算法 2 在引理 4 中, 非线性干扰观测器(23)~(25)的增益矩阵 N_i, F_i, M_i, K_i 可以通过下面的步骤得到:

- 1) 求解 LMI (30), 得到矩阵 P_i, Q_i ;
- 2) 将 P_i, Q_i 代入式(29), 可以得到矩阵 K_i , 将 K_i 分别代入式(26)和(28), 可以得到矩阵 N_i 和 F_i , 将 N_i 和 K_i 代入式(27), 不难得到矩阵 M_i .

针对二阶多智能体系统受到由非线性外系统生成的干扰信号影响的情况, 本小节给出一种与文献[24]不同的干扰观测器, 该观测器可以处理不同的智能体受到不同外系统生成的干扰信号影响的问题. 另外, 注意到文献[24]设计的观测器状态中引入了观测误差信号, 事实上由于待观测信号是未知的, 一般情况下很难得到观测误差信号. 而本节设计的非线性干扰观测器不需要观测误差信号的任何信息, 只需要求解一个 LMI 和一组线性矩阵代数方程.

3.2 模型参考一致性

在这一部分中, 考虑与 2.2 节相同类型的一致性控制协议, 即控制协议为 $u_i = u_{1i} + u_{2i} + u_{3i}$, 其中 u_{1i}, u_{2i}, u_{3i} 的定义如式(18)所示.

定理 2 如果存在对称正定矩阵 P , 满足如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Xi^T P + P \Xi + h^2 I & P \\ P & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (34)$$

则分布式控制协议(18)能使具有非线性外系统(21)的多智能体系统(2)实现模型参考一致性, 即当 $t \rightarrow$

∞ 时, 有

$$x_i(t) \rightarrow x_0(t), \quad v_i(t) \rightarrow v_0(t).$$

其中: $\Xi = \begin{bmatrix} A & GC \\ 0 & N \end{bmatrix}$; A, G, C, N 的定义同式(5)与定理 1 中的定义一致.

证明 令 $\tilde{s} = s - s_0$, 只要证明在分布式控制协议(18)的作用下, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\tilde{s} \rightarrow 0$ 即可. 其中 $s_0 = [x_0^T, \dots, x_0^T, v_0^T, \dots, v_0^T]^T \in R^{2mn \times 1}$.

由式(5)、(18)以及引理 4 不难得到

$$\dot{\tilde{s}} = A\tilde{s} + GC\tilde{z}, \quad \dot{\tilde{z}} = N\tilde{z} + \tilde{f}. \quad (35)$$

其中: $\tilde{z} = [\tilde{z}_1^T, \tilde{z}_2^T, \dots, \tilde{z}_n^T]^T$, $\tilde{z}_i = \hat{z}_i(t) - z_i$; $C = \text{diag}(C_1, C_2, \dots, C_n)$, $N = \text{diag}(N_1, N_2, \dots, N_n)$, $i = 1, 2, \dots, n$; $\tilde{f} = [\tilde{f}_1^T, \tilde{f}_2^T, \dots, \tilde{f}_n^T]^T$.

令 $e = [\tilde{s}^T, \tilde{z}^T]^T$, 则闭环系统(35)可记为

$$\dot{e} = \Xi e + \Gamma \tilde{f}, \quad (36)$$

$$\text{其中 } \Gamma = \begin{bmatrix} 0_{2mn \times \sum p_i} \\ I_{\sum p_i \times \sum p_i} \end{bmatrix}.$$

因为对于 $\forall i = 1, 2, \dots, n$, f_i 是 Lipschitz 的, 由引理 3 可得

$$\|\tilde{f}\| \leq h \|\tilde{z}\|.$$

其中: $h = \max\{h_1, h_2, \dots, h_n\}$, h_i 为 f_i 的 Lipschitz 常数, 所以有

$$\|\Gamma \tilde{f}\| \leq \|\Gamma\| \|\tilde{f}\| \leq h \|\Gamma\| \|\tilde{z}\| \leq h \|\Gamma\| \|e\|.$$

根据 Γ 的定义不难发现 $\|\Gamma\| = 1$, 所以上式可以化简为

$$\|\Gamma \tilde{f}\| \leq h \|e\|. \quad (37)$$

令闭环系统(36)的李雅普诺夫函数为

$$V(t) = e(t)^T P e(t),$$

其中 $P^T = P$ 是一个正定矩阵. 与引理 4 的证明过程类似, $V(t)$ 沿闭环系统(36)的状态的导数满足

$$\dot{V}(t) \leq e^T (\Xi^T P + P \Xi + h^2 I + PP) e. \quad (38)$$

根据 Schur 补引理, 如果式(34)成立, 则有 $\dot{V}(t) < 0$, 即 $e(t) \rightarrow 0$, 从而有 $\tilde{s} \rightarrow 0$. \square

与前一节外系统是线性系统的情况类似, 与文献[11-12, 21-22, 24]相比, 这里不同智能体可能受到不同的非线性外系统生成的干扰信号的影响, 从而结论更具一般性.

4 仿真算例

考虑由 4 个智能体按照如图 1 所示的无向拓连接构成的多智能体系统. 无向图的加权邻接矩阵中每个非零元素为选自 $(0, 1)$ 上的随机数. 不失一般性, 令控制协议(18)中的 $\gamma = 1$.

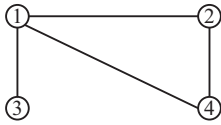


图 1 多智能体系统连接结构

假设干扰信号由如下非线性外系统生成:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= A_1 z_1(t) + [\cos(z_{11}(t), 0)]^T, \\ d_1(t) &= C_1 z_1(t); \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2(t) &= A_2 z_2(t) + [\sin(z_{21}(t), 0)]^T, \\ d_2(t) &= C_2 z_2(t). \end{aligned} \quad (40)$$

其中

$$\begin{aligned} z_i &= [z_{i1}, z_{i2}]^T, \quad i = 1, 2; \\ A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}; \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C_2 = [1 \ 0]. \end{aligned}$$

智能体 1 受到外系统 (39) 的影响, 其余智能体受到外系统 (40) 的影响, 并且干扰增益矩阵为

$$G_{01} = [1 \ 2], \quad G_{0i} = 1, \quad i = 2, 3, 4.$$

只有智能体 1 能接收到参考模型 $\dot{x}_0(t) = 0.03$ 的信息, 即

$$B_i = 0, \quad i = 2, 3, 4.$$

不失一般性, 设 $B_1 = 1$, 每个智能体、参考模型以及误差系统的初值均为 (0, 5) 之间的随机数, 非线性干扰观测器 (23)~(25) 的初值选为 0.

根据引理 4 和定理 2 不难得到相应的非线性干扰观测器的增益矩阵和分布式控制协议. 具体仿真结果如图 2~图 5 所示.

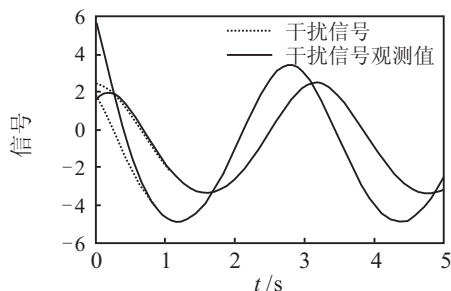


图 2 对智能体 1 的干扰外系统 (39) 的估计

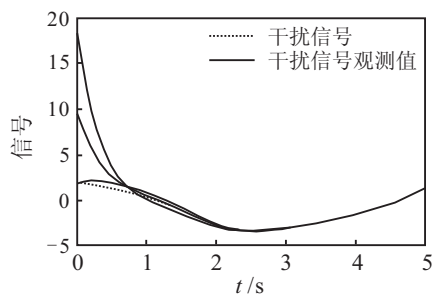


图 3 对智能体 2~4 的干扰外系统 (40) 的估计

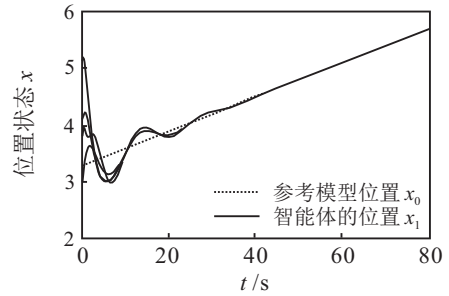


图 4 多智能体系统的位置状态一致性

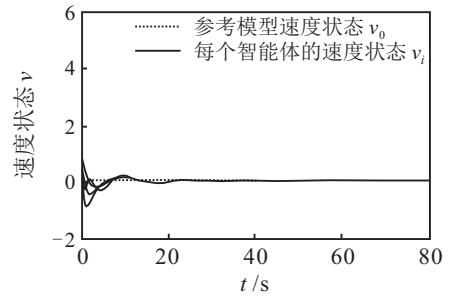


图 5 多智能体系统的速度状态一致性

图 2 表示对智能体 1 的外系统 (39) 输出干扰信号的估计, 图 3 表示对智能体 2~4 的外系统 (40) 的输出干扰信号的估计. 其中: 虚线为外系统输出的干扰信号, 实线为相应的估计值.

图 4 和图 5 分别表示二阶多智能系统的位置、速度一致于参考模型. 其中: 虚线为参考模型的位置和速度状态, 实线为 4 个智能体的位置、速度状态. 从图中不难发现, 本文提出的一致性协议能够有效地抑制干扰, 实现二阶多智能体系统的模型参考一致性.

5 结 论

本文针对具有线性外系统和非线性外系统的二阶多智能体系统, 分别提出了新型干扰观测器的设计方案, 这里不同智能体可能受到由不同外系统生成的干扰信号的影响. 以此为基础, 研究了具有线性和非线性外系统的二阶多智能体系统的模型参考一致性问题. 最后, 通过仿真验证了本文方法的有效性和优越性. 值得指出的是, 长期的外部干扰可能会加剧系统老化, 使系统参数发生摄动, 从而导致多智能体系统受到内外两种不同性质的扰动. 如何能在这样情况下确保系统具有满意的性能, 值得进一步深入研究.

参考文献(References)

- [1] Olfati Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [2] 孙一杰, 张国良, 张胜修, 等. 一类离散时间异构多智能体系统的一致平衡点分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1479-1484.

- (Sun Y J, Zhang G L, Zhang S X, et al. Consensus equilibrium point analysis for a class of discrete-time heterogeneous multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1479-1484.)
- [3] Fang H T, Chen H F, Wen L. On control of strong consensus for networked agents with noisy observations[J]. J of Systems Science and Complexity, 2012, 25(1): 1-12.
- [4] Zhang H G, Zhang J L, Yang G H, et al. Leader-based optimal coordination control for the consensus problem of multi-agent differential games via fuzzy adaptive dynamic programming[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2015, 23(1): 152-163.
- [5] 王玉振, 杜英雪, 王强. 多智能体时滞和无时滞网络的加权分组一致性分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 1993-1998.
(Wang Y Z, Du Y X, Wang Q. Weighted group-consensus analysis of multi-agent systems with and without time-delay network[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 1993-1998.)
- [6] Li T, Xie L H. Distributed coordination of multi-agent systems with quantized-observer based encoding-decoding[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(12): 3023-3037.
- [7] Zhu L J, Chen Z Y. Robust homogenization and consensus of nonlinear multi-agent systems[J]. Systems & Control Letters, 2014, 65(1): 50-55.
- [8] Zhao D Y, Zhu Q M, Li N, et al. Synchronized control with neuro-agents for leader-follower based multiple robotic manipulators[J]. Neurocomputing, 2014, 124(2): 149-161.
- [9] 颜骥, 李相民, 刘波. 考虑时序约束的多智能体协同任务分配[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 1999-2003.
(Yan J, Li X M, Liu B. Multi-agents cooperative task allocation with precedence constrains[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 1999-2003.)
- [10] Gupta V, Spanos D, Hassibi B, et al. On LQG control across a stochastic packet-dropping link[C]. Proc of the 2005 American Control Conf. Portland: IEEE, 2005: 360-365.
- [11] Yang H Y, Zhang Z X, Zhang S Y. Consensus of second-order multi-agent systems with exogenous disturbances[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(9): 945-956.
- [12] Yang H Y, Gou L, Zou H L. Robust consensus of multi-agent systems with time-delays and exogenous disturbances[J]. Int J of Control, Automation, and Systems, 2012, 10(4): 797-805.
- [13] Hong Y G, Wang X L, Jiang Z P. Distributed output regulation of leader - follower multi-agent systems[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2013, 23(1): 48-66.
- [14] Liang H J, Zhang H G, Wang Z S, et al. Output regulation for linear multi-agent systems with unmeasurable nodes[J]. Chinese Physics B, 2014, 23(1): 543-549.
- [15] Liang H J, Zhang H G, Wang Z S, et al. Output regulation of state-coupled linear multi-agent systems with globally reachable topologies[J]. Neurocomputing, 2014, 123(1): 337-343.
- [16] Wang X L, Hong Y G, Huang J, et al. A distributed control approach to a robust output regulation problem for multi-agent linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(12): 2891-2895.
- [17] Cheng L, Hou Z G, Tan M, et al. Necessary and sufficient conditions for consensus of double-integrator multi-agent systems with measurement noises[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(8): 1958-1963.
- [18] Xiong Y, Saif M. Unknown disturbance inputs estimation based on a state functional observer design[J]. Automatica, 2003, 39(8): 1389-1398.
- [19] Kim K, Rew K, Kim S. Disturbance observer for estimating higher order disturbances in time series expansion[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(8): 1905-1911.
- [20] Kim K, Rew K. Reduced order disturbance observer for discrete-time linear systems[J]. Automatica, 2013, 49(4): 968-975.
- [21] Yang H Y, Zhang Z X, Zhang S. Consensus of mobile multiple agent systems with disturbance-observer-based control[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(12): 1787-1792.
- [22] Yang H Y, Guo L, Han C. Robust consensus of multi-agent systems with uncertain exogenous disturbances[J]. Communications in Theoretical Physics, 2011, 56(6): 1161-1166.
- [23] Lee T, Park J, Ji D, et al. Leader-following consensus problem of heterogeneous multi-agent systems with nonlinear dynamics using fuzzy disturbance observer[J]. Complexity, 2014, 19(4): 20-31.
- [24] Zhang X X, Liu X P. Further results on consensus of second-order multi-agent systems with exogenous disturbance[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems—I, 2013, 60(12): 3215-3226.
- [25] Ren W. Multi-vehicle consensus with a time-varying reference state[J]. Systems & Control Letters, 2007, 56(7): 474-483.