第 32 卷 第 1 期
2017 年 1 月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol. 32 No. 1
Jan. 2017

文章编号: 1001-0920 (2017) 01-0105-06 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2015.1365

双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集及其应用

张 超, 李德玉[†], 翟岩慧

(山西大学 计算机与信息技术学院，太原 030006)

摘 要: 犹豫模糊语言术语集结合了模糊语言方法与犹豫模糊集的优势, 常应用于定性环境下的群决策中. 基于犹豫模糊语言关系, 提出双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集. 在该粗糙集中, 定义了双论域上的乐观和悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙集, 并讨论了其相关性质. 在此基础上提出以人岗匹配为背景的决策模型, 并用算例阐述了所提出模型的有效性. 结果表明, 该模型不仅可以处理定性环境下的语言信息, 而且可以结合不同专家的意见给出最终决策结果, 为人岗匹配提供一种新思路.

关键词: 犹豫模糊语言术语集；犹豫模糊语言关系；多粒度粗糙集

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Hesitant fuzzy linguistic multigranulation rough set over two universes and its application

ZHANG Chao, *LI De-yu*[†], *ZHAI Yan-hui*

(School of Computer and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006，China)

Abstract: The hesitant fuzzy linguistic term set takes advantages of both the fuzzy linguistic approach and the hesitant fuzzy set. It is often applied to group decision making problems under the qualitative environment. Based on the hesitant fuzzy linguistic relation, the hesitant fuzzy linguistic multigranulation rough set over two universes is given. In the framework of the proposed rough set, the concepts of optimistic and pessimistic hesitant fuzzy linguistic multigranulation rough sets over two universes are presented, and the related properties are discussed. Based on that, a decision making model under the background of person-job fit is presented, and an example is given to illustrate its effectiveness. The results show that the model can not only deal with linguistic information under the qualitative environment, but also provide the final decision results through considering different expert's opinion, providing a new perspective for person-job fit.

Keywords: hesitant fuzzy linguistic term set；hesitant fuzzy linguistic relation；multigranulation rough set

0 引 言

粗糙集理论[1]是一种广泛应用于不确定性数据分析中的数学工具. 发展至今, 该理论已成功应用于人工智能、决策分析、不确定性推理等领域[2-3]. 经典的粗糙集模型是建立在等价关系的基础上, 但是等价关系要求过于苛刻, 在很大程度上限制了粗糙集的应用. 因此, 学者们从关系和论域等角度对粗糙集进行了扩展. 在关系方面, 经典的粗糙集模型是基于单个不可分辨的二元关系, 结合粒计算的观点[4], Qian 等通过考虑多个二元关系, 提出了基于“求同存异”思想的乐观多粒度粗糙集[5]和基于“ 求同排异”思想的悲观多粒度粗糙集[6]. 多粒度粗糙集作为一种新的多源信息的融合方法, 增强了多源信息系统处理不确定性问题的能力[7]. 此外, Dubois 等将粗糙集与模糊集[8]相结合, 提出了模糊粗糙集和粗糙模糊集的概念[9]. 在论域方面, 考虑到基于单论域的粗糙集在实际应用中存在一定的局限性, 而在双论域上, 决策者可以更为高效地表达决策信息. 所以, 基于双论域的粗糙集理论与实践的研究取得了长足的发展[10-13]. 其中, Pei 等[10]研究了双论域上基于一般关系的粗糙集及相关性质; Sun 等[11]构建了基于双论域模糊粗糙集的应急决策模型; 郭智莲等[12]提出双论域上的直觉模糊概率粗糙集模型, 并应用于临床诊断系统中; Sun 等[13]研究了基于双论域的多粒度粗糙集.

收稿日期: 2015-11-05；**修回日期:** 2016-03-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(U1435212, 61272095, 61303107, 61432011, 61573231).

作者简介: 张超 (1989−), 男, 博士生, 从事模糊集、粗糙集与粒计算的研究；李德玉 (1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事粒计算、机器学习等研究.

[†]通信作者. E-mail: lidysxu@163.com

考虑到实际决策过程中, 决策者常在多个决策信息间犹豫而不愿妥协, Torra 提出了犹豫模糊集[14]. 然而, 当决策问题过于复杂或很难给出定量决策信息时, 用定性信息决策显得更加有效. 因此, Rodriguez 等结合模糊语言方法[15]与犹豫模糊集的优势, 提出了犹豫模糊语言术语集的概念[16]. 文献 [17] 定义了基于犹豫模糊语言术语集的基本算子和聚合不同犹豫模糊语言术语集的方法. 文献 [18] 研究了基于成对比较的不同犹豫模糊语言术语集之间的比较方法.

本文从关系和论域方面对粗糙集进行扩展, 提出双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集, 并且进一步提出基于该粗糙集的决策模型. 该模型充分利用犹豫模糊语言术语集与多粒度粗糙集的优势, 更加符合实际决策的情形. 该模型不但可以处理定性环境下多个决策信息, 而且可以结合乐观与悲观两个标准的多粒度粗糙集来给出决策结果. 最后, 通过实例给出该模型在人岗匹配中的应用, 并与其他方法进行了比较分析.

1 基本概念和理论

1.1 犹豫模糊语言术语集

定义 1 设 $S=\{s_0,s_1,\cdots,s_g\}$ 是由奇数个语言术语组成的有限全序语言术语集, S 满足以下性质: 1) 可逆性, $\mathrm{Neg}(s_i)=s_j$, 其中 $i+j=g$; 2) 有序性, $s_i\leqslant s_j\Leftrightarrow i\leqslant j$, 其中中间的语言术语表示评估值 "近似 0.5", 其他语言术语与其呈对称分布, 术语的个数 $g+1$ 称为该语言术语集的粒度[15].

结合文献 [14] 和文献 [15] 的优势, Rodriguez 等[16]提出了犹豫模糊语言术语集模型. 该模型既可以表达出某一评价的语言隶属度, 又可以体现出决策时的犹豫程度.

定义 2 设 S 为给定的语言术语集. 若 H_S 为 S 中有限个有序的连续语言术语的子集, 则称 H_S 为论域 V 上的一个犹豫模糊语言术语集. 论域 V 上所有的犹豫模糊语言术语集记作 $\mathrm{HFL}(V)$[16].

基于文献 [14], Wei 等[17]定义了犹豫模糊语言术语集上的负算子, 取大算子和取小算子.

定义 3 设 S 为语言术语集, H_S,H_S^1,H_S^2 是 3 个基于 S 的犹豫模糊语言术语集, 则定义:

1) H_S 的负算子 ${H_S}^c=\{s_{g-i}|i\in\mathrm{Ind}(H_S)\}$, 其中 $\mathrm{Ind}(H_S)$ 为 H_S 中语言术语下标构成的集合.

2) H_S^1 和 H_S^2 之间的取大算子

$$H_S^1\bigvee H_S^2=\{\max\{s_i,s_j\}|s_i\in H_S^1, s_j\in H_S^2\}.$$

3) H_S^1 和 H_S^2 之间的取小算子

$$H_S^1\bigwedge H_S^2=\{\min\{s_i,s_j\}|s_i\in H_S^1, s_j\in H_S^2\}.$$

基于成对比较方法, 文献 [18] 给出了一种比较犹豫模糊语言术语集的方法.

定义 4 设 S 为语言术语集, H_S^1,H_S^2 是两个基于 S 的犹豫模糊语言术语集. H_S^1 和 H_S^2 之间的成对比较矩阵定义为

$$C(H_S^1,H_S^2)=[s_i-s_j]_{|H_S^1|\times|H_S^2|}=[i-j]_{|H_S^1|\times|H_S^2|},$$
$$s_i\in H_S^1, s_j\in H_S^2.$$

基于此, H_S^1 与 H_S^2 之间的偏好关系定义为

$$P(H_S^1>H_S^2)=\frac{\Big|\sum\limits_{C_{mn}>0}C_{mn}\Big|}{\#\{C_{mn}=0\}+\sum|C_{mn}|};$$
$$P(H_S^1=H_S^2)=\frac{\#\{C_{mn}=0\}}{\#\{C_{mn}=0\}+\sum|C_{mn}|};$$
$$P(H_S^1<H_S^2)=\frac{\Big|\sum\limits_{C_{mn}<0}C_{mn}\Big|}{\#\{C_{mn}=0\}+\sum|C_{mn}|}.$$

为了比较多个犹豫模糊语言术语集的大小, 对决策对象集 X 建立偏好矩阵 $P_D=[P_{ij}]$. 进一步定义非优势度 $\mathrm{NDD}_i=\min\{1-P_{ji}^S,\ j=1,2,\cdots,n, j\neq i\}$, 其中 $P_{ji}^S=\max\{P_{ji}-P_{ij},0\}$ 表示决策对象 x_j 严格优于 x_i 的程度. 最后, 决策的最优对象为 $X^{\mathrm{ND}}=\{x_i|x_i\in X, \mathrm{NDD}_i=\max_{x_j\in X}\{\mathrm{NDD}_j\}\}$.

1.2 双论域上的多粒度粗糙集

定义 5 设 U 和 V 为两个非空有限论域, 且假设 R 是 U 和 V 上的二元关系集. 定义映射 $F_i:U\rightarrow 2^V$, $u\mapsto\{v\in V|(u,v)\in R_i\}$, $R_i\in R$, $i=1,2,\cdots,m$, (U,V,R) 为双论域上的多粒度近似空间, A 和 B 表示两个 R 上的子集. 对于任意 $Y\subseteq V$, 双论域上的乐观与悲观多粒度粗糙集的上下近似分别定义为[13]

$$\underline{\mathrm{apr}}^O_{A+B}(Y)=\{x\in U|A(x)\subseteq Y\bigvee B(x)\subseteq Y\},$$
$$\overline{\mathrm{apr}}^O_{A+B}(Y)=\underline{\mathrm{apr}}^O_{A+B}(Y^c)^c,$$
$$\underline{\mathrm{apr}}^P_{A+B}(Y)=\{x\in U|A(x)\subseteq Y\bigwedge B(x)\subseteq Y\},$$
$$\overline{\mathrm{apr}}^P_{A+B}(Y)=\underline{\mathrm{apr}}^P_{A+B}(Y^c)^c.$$

基于以上定义, 称序偶 $(\underline{\mathrm{apr}}^O_{A+B}(Y),\overline{\mathrm{apr}}^O_{A+B}(Y))$ 为集合 Y 关于集合 A 和 B 在双论域上的乐观多粒度粗糙集; 同样的, 称序偶 $(\underline{\mathrm{apr}}^P_{A+B}(Y),\overline{\mathrm{apr}}^P_{A+B}(Y))$ 为集合 Y 关于集合 A 和 B 在双论域上的悲观多粒度粗糙集.

2 双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集

为了研究双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集, 首先提出双论域上的犹豫模糊语言关系.

定义 6 设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, 犹豫模糊语言关系 $\mathcal{R}$ 定义如下:

$$\mathcal{R}=\{\langle(x,y),h_{\mathcal{R}}(x,y)\rangle:(x,y)\in U\times V\}.$$

对于任意 $(x,y)\in U\times V$, $h_{\mathcal{R}}(x,y)$ 取值为 S 上的一个非空子集, 表示 x 与 y 关系的可能隶属度集合. 所有犹豫模糊语言关系记作 $\mathrm{HFLR}(U\times V)$.

定义 7 设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in \mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}\in \mathrm{HFL}(V)$, $\mathcal{A}$ 关于 $(U,V,\mathcal{R}_i)$ 在双论域上的乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙集的上下近似定义为

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x)=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}}(y)\},$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x)=\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i}(x,y)\bigwedge h_{\mathcal{A}}(y)\}.$$

其中: 称 $\left(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}),\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\right)$ 为 $\mathcal{A}$ 关于 $(U,V,\mathcal{R}_i)$ 在双论域上的乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙集, $h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)=(h_{\mathcal{R}_i}(x,y))^c$. 若 $m=1$, 则该定义退化为双论域上的犹豫模糊语言粗糙集; 若犹豫模糊语言关系退化为一般二元关系, 则该定义退化为定义 5 中给出的双论域上的乐观多粒度粗糙集.

定理 1 设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in \mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}'\in \mathrm{HFL}(V)$, 双论域上的乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙集满足如下性质:

$$\mathcal{A}\subseteq\mathcal{A}'\Rightarrow\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}'),$$

$$\mathcal{A}\subseteq\mathcal{A}'\Rightarrow\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}');\tag{1}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}\bigcap\mathcal{A}')=\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\bigcap\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}'),$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}\bigcup\mathcal{A}')=\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\bigcup\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}');\tag{2}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}\bigcup\mathcal{A}')\supseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\bigcup\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}'),$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}\bigcap\mathcal{A}')\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\bigcap\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}');\tag{3}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})=\bigcup_{i=1}^{m}\underline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A}),\ \overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})=\bigcap_{i=1}^{m}\overline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A});\tag{4}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}^c)=\left(\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\right)^c,$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}^c)=\left(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\right)^c.\tag{5}$$

证明 根据定义7, 有

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x)=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}}(y)\}\leqslant\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}'}(y)\}=\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}')(x).$$

同理可证

$$\mathcal{A}\subseteq\mathcal{A}'\Rightarrow\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}').$$

式 (2) 和 (3) 可根据定义 7 得到. 另外, 可证

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x)=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}}(y)\}=\bigvee_{i=1}^{m}\underline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A})(x).$$

同理可证

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})=\bigcap_{i=1}^{m}\overline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A}).$$

文献[17]中验证了犹豫模糊语言术语集上的德・摩根定律, 根据定义 7 有

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}^c)(x)=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}^c}(y)\}=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{(h_{\mathcal{R}_i}(x,y))^c\bigvee(h_{\mathcal{A}}(y))^c\}=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{(h_{\mathcal{R}_i}(x,y)\bigwedge h_{\mathcal{A}}(y))^c\}=(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i}(x,y)\bigwedge h_{\mathcal{A}}(y)\})^c=\left(\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\right)^c(x).$$

同理可证

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}^c)=\left(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\right)^c.\qquad\square$$

定理 2 设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in \mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 若 $\mathcal{R}_i\subseteq\mathcal{R}_i'$, 则对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}\in \mathrm{HFL}(V)$, 下列结论成立:

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i'}^{O}(\mathcal{A})\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}),\tag{6}$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i'}^{O}(\mathcal{A})\supseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}).\tag{7}$$

根据定义 7 易证定理 2 成立, 此略.

定理 2 说明了乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙近似与犹豫模糊语言粗糙近似是单调相关的.

定义 8 设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in \mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}\in \mathrm{HFL}(V)$, $\mathcal{A}$ 关于 $(U,V,\mathcal{R}_i)$ 在双论域上的悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙集的上下近似定义为

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x)=\bigwedge_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}}(y)\},$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x)=\bigvee_{i=1}^{m}\bigvee_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i}(x,y)\bigwedge h_{\mathcal{A}}(y)\}.$$

其中: 称 $\Big(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}),\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\Big)$ 为 $\mathcal{A}$ 关于 $(U,V,\mathcal{R}_i)$ 在双论域上的悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙集, $h_{\mathcal{R}_i{}^c}(x,y)=(h_{\mathcal{R}_i}(x,y))^c$. 若 $m=1$, 则该定义退化为双论域上的犹豫模糊语言粗糙集; 若犹豫模糊语言关系退化为一般二元关系, 则该定义退化为定义 5 中给出的双论域上的悲观多粒度粗糙集.

定理 3　设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in\mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A},\mathcal{A}'\in\mathrm{HFL}(V)$, 双论域上的悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙集有如下性质:

$$\mathcal{A}\subseteq\mathcal{A}'\Rightarrow\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}'),$$
$$\mathcal{A}\subseteq\mathcal{A}'\Rightarrow\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}');\tag{8}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}\bigcap\mathcal{A}')=\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\bigcap\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}'),$$
$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}\bigcup\mathcal{A}')=\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\bigcup\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}');\tag{9}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}\bigcup\mathcal{A}')\supseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\bigcup\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}'),$$
$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}\bigcap\mathcal{A}')\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\bigcap\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}');\tag{10}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})=\bigcap_{i=1}^{m}\overline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A}),\ \overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})=\bigcup_{i=1}^{m}\underline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A});\tag{11}$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}^c)=\Big(\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\Big)^c,$$
$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}^c)=\Big(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\Big)^c.\tag{12}$$

定理 4　设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in\mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 若 $\mathcal{R}_i\subseteq\mathcal{R}_i'$, 则对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}\in\mathrm{HFL}(V)$, 下列的结论成立:

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i'}^{P}(\mathcal{A})\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}),\tag{13}$$
$$\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i'}^{P}(\mathcal{A})\supseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}).\tag{14}$$

定理 4 说明了悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙近似与犹豫模糊语言粗糙近似是单调相关的.

定理 5　设 S 为语言术语集, U 和 V 为两个非空有限论域, $\mathcal{R}_i\in\mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 为 m 个犹豫模糊语言关系, 对于任意犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}\in\mathrm{HFL}(V)$, 下列的结论成立:

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}),\ \overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\supseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A});\tag{15}$$

$$\underline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A})\subseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}),\ \underline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A})\supseteq\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A});\tag{16}$$

$$\overline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A})\supseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A}),\ \overline{\mathcal{R}_i}(\mathcal{A})\subseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}).\tag{17}$$

证明　根据定义 7 和定义 8, 有

$$\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x)=\bigwedge_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i{}^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}}(y)\}\leqslant$$
$$\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in V}\{h_{\mathcal{R}_i{}^c}(x,y)\bigvee h_{\mathcal{A}}(y)\}=\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x).$$

同理可证 $\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\supseteq\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})$.

式 (16) 和 (17) 可根据定理 1 的式 (4) 和定理 3 的式 (11) 得到. □

定理 5 中式 (15) 表达了乐观与悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙近似之间的关系, 而式 (16) 和 (17) 给出了单粒度下的犹豫模糊语言粗糙近似与多粒度下的犹豫模糊语言粗糙近似之间的关系.

3　基于双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集的决策方法

设 U 和 V 分别代表企业内招聘部门与要求员工所具备能力的集合, $\mathcal{R}_i\in\mathrm{HFLR}(U\times V)(1\leqslant i\leqslant m)$ 代表由 m 位人力资源专家根据经验给出的人岗匹配矩阵, 犹豫模糊语言术语集 $\mathcal{A}\in\mathrm{HFL}(V)$ 代表根据应聘者笔试和面试情况给出的综合能力评价集合. 根据文献 [19] 中给出的语言术语集合公式 $s_\alpha\oplus s_\beta=s_{\alpha+\beta}$, 可分别求出双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙上下近似的合成集, 进一步表示为 $\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\oplus\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})$ 和 $\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\oplus\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})$. 这两个合成集中的语言术语为虚拟语言术语, 并无实际意义, 仅进行相关运算. 根据文献 [11], 给出以人岗匹配为背景的一般性决策方法. 首先, 记

$$T_1=\Big\{j\,|\max_{x_j\in U}\Big\{\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x_j)\oplus\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x_j)\Big\}\Big\},$$

$$T_2=\Big\{k|\max_{x_k\in U}\Big\{\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x_k)\oplus\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x_k)\Big\}\Big\},$$

$$T_3=\Big\{l|\max_{x_l\in U}\Big\{\Big(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x_l)\oplus\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})(x_l)\Big)\oplus \Big(\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x_l)\oplus\overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})(x_l)\Big)\Big\}\Big\}.$$

根据定义 4, 可以得到决策指标集 T_1, T_2 和 T_3. 根据乐观与悲观多粒度粗糙集的实际意义, 基于“求同存异”思想的乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙集, 保留了不同专家给出意见的相同部分和相异部分, 可看作是追求风险的决策策略; 而基于“求同排异”思想的悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙集保留了不同专家给出意见的相同部分, 去除了相异部分, 可看作是规避风险的决策策略. 因此, $x_i(i\in T_1)$ 可看作是乐观决策结果, $x_i(i\in T_2)$ 可看作是悲观决策结果, $x_i(i\in T_3)$ 可看作是加权决策结果, 其中 T_3 是基于 T_1 和 T_2 且各自权重为 0.5 的加权决策指标集. 基于以上结果, 给出决策准则如下:

1) 若 $T_1\bigcap T_2\bigcap T_3\neq\varnothing$ 成立, 说明专家意见之间无分歧, 则 $x_i(i\in T_1\bigcap T_2\bigcap T_3)$ 为求职者最佳的岗位.

2) 若 $T_1\bigcap T_2\bigcap T_3=\varnothing$ 和 $T_1\bigcap T_2\neq\varnothing$ 成立, 说明专家意见之间存在较小分歧, 则 $x_i(i\in T_1\bigcap T_2)$ 为求职者最佳的岗位. 若 $T_1\bigcap T_2\bigcap T_3=\varnothing$ 和 $T_1\bigcap T_2=\varnothing$ 成立, 说明专家意见之间存在较大分歧, 则 $x_i(i\in T_3)$ 为求职者最佳的岗位.

4　算例分析

假设某通信科技企业要求 3 位人力资源专家构建人岗匹配矩阵. $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$ 代表进行招聘的岗位集, 其中元素分别为营销类、研发类、财务类和综合类; $V=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6\}$ 代表通过专业与学历筛选后要求进一步考察求职者的能力集, 其中元素分别为数学能力、软件应用能力、英语应用能力、写作能力、社交能力和组织管理能力. 本例基于语言集 $S=\{s_0,s_1,\cdots,s_6\}$, 其中语言术语分别代表求职者对于某项能力完全未掌握、未掌握、掌握不深入、基本掌握、掌握、熟练掌握和精通掌握. 专家构建人岗匹配矩阵如表 1～表 3 所示.

表 1　专家 1 给出的匹配矩阵

$\mathcal{R}_1$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_3\}$	$\{s_6\}$	$\{s_3\}$
x_2	$\{s_5\}$	$\{s_6\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$
x_3	$\{s_5\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$
x_4	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$

表 2　专家 2 给出的匹配矩阵

$\mathcal{R}_2$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$
x_2	$\{s_5\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$
x_3	$\{s_6\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$
x_4	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$

表 3　专家 3 给出的匹配矩阵

$\mathcal{R}_3$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_5\}$	$\{s_5\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$
x_2	$\{s_6\}$	$\{s_6\}$	$\{s_3\}$	$\{s_5\}$	$\{s_3\}$	$\{s_3\}$
x_3	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$
x_4	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$

设专家对某求职者的评价如下:

$$\mathcal{A}=\{\langle y_1,\{s_4,s_5\}\rangle,\langle y_2,\{s_5,s_6\}\rangle,\langle y_3,\{s_3\}\rangle,\langle y_4,\{s_4,s_5\}\rangle,\langle y_5,\{s_5\}\rangle,\langle y_6,\{s_2\}\rangle\}.$$

根据定义 7 和定义 8, 容易求得

$$\underline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})=\{\langle x_1,\{s_3\}\rangle,\langle x_2,\{s_3\}\rangle,\langle x_3,\{s_2\}\rangle,\langle x_4,\{s_2\}\rangle\},$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})=\{\langle x_1,\{s_5\}\rangle,\langle x_2,\{s_5,s_6\}\rangle,\langle x_3,\{s_5\}\rangle,\langle x_4,\{s_4\}\rangle\},$$

$$\underline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})=\{\langle x_1,\{s_2\}\rangle,\langle x_2,\{s_2\}\rangle,\langle x_3,\{s_2\}\rangle,\langle x_4,\{s_2\}\rangle\},$$

$$\overline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})=\{\langle x_1,\{s_5\}\rangle,\langle x_2,\{s_5,s_6\}\rangle,\langle x_3,\{s_5\}\rangle,\langle x_4,\{s_4,s_5\}\rangle\}.$$

根据第 3 章给出的决策规则, 结合基于语言术语集的合成公式, 可得到乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙上下近似的合成集为

$$\underline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})\oplus\overline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{O}(\mathcal{A})=\{\langle x_1,\{s_8\}\rangle,\langle x_2,\{s_8,s_9\}\rangle,\langle x_3,\{s_7\}\rangle,\langle x_4,\{s_6\}\rangle\}.$$

类似地, 同样可以得到悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙上下近似的合成集为

$$\underline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})\oplus\overline{\sum_{i=1}^{3}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})=\{\langle x_1,\{s_7\}\rangle,\langle x_2,\{s_7,s_8\}\rangle,\langle x_3,\{s_7\}\rangle,\langle x_4,\{s_6,s_7\}\rangle\}.$$

乐观犹豫模糊语言多粒度粗糙上下近似的合成集中语言术语排序为 $\{s_8,s_9\}>\{s_8\}>\{s_7\}>\{s_6\}$; 而悲观犹豫模糊语言多粒度粗糙上下近似的合成集中语言术语排序为 $\{s_7,s_8\}>\{s_7\}>\{s_6,s_7\}$. 根据定义 4, 不难得到乐观与悲观多粒度粗糙集中岗位排序分别为 $x_2>x_1>x_3>x_4$ 和 $x_2>x_1=x_3>x_4$. 因为 $T_1\bigcap T_2\bigcap T_3=\{2\}\neq\varnothing$, 岗位 x_2 (研发类) 是最适合该求职者发展的岗位.

将本文提出的模型与文献 [17] 中提出的犹豫模糊语言有序加权平均算子作比较, 该算子是基于两个犹豫模糊语言术语集的凸组合. 将表 1～表 3 合成统一的匹配矩阵, 如表 4 所示.

表 4 合成后的统一匹配矩阵

$\mathcal{R}$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_6\}$	$\{s_4\}$	$\{s_6\}$	$\{s_3\}$
x_2	$\{s_6\}$	$\{s_6\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$	$\{s_3\}$	$\{s_4\}$
x_3	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$
x_4	$\{s_4\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$	$\{s_5\}$	$\{s_4\}$	$\{s_5\}$

本文中假设3位专家的意见是等权重的, 可得单粒度下的犹豫模糊语言粗糙上下近似

$$\underline{\mathcal{R}}(\mathcal{A}) = \{\langle x_1, \{s_2\}\rangle, \langle x_2, \{s_2\}\rangle, \langle x_3, \{s_2\}\rangle, \langle x_4, \{s_2\}\rangle\},$$
$$\overline{\mathcal{R}}(\mathcal{A}) = \{\langle x_1, \{s_5\}\rangle, \langle x_2, \{s_5, s_6\}\rangle, \langle x_3, \{s_5\}\rangle, \langle x_4, \{s_4, s_5\}\rangle\}.$$

结合语言术语集的合成公式, 可以得到 $\underline{\mathcal{R}}(\mathcal{A}) \oplus \overline{\mathcal{R}}(\mathcal{A})$ 中岗位排序与 $\underline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A}) \oplus \overline{\sum_{i=1}^{m}\mathcal{R}_i}^{P}(\mathcal{A})$ 中排序结果一致, 所以单粒度下的犹豫模糊语言粗糙上下近似的合成集中岗位排序为 $x_2 > x_1 = x_3 > x_4$. 该结果同样表明最适合该求职者发展的岗位是研发类, 与本文提出的决策准则所得结果一致. 两种方法的区别在于, 聚合专家意见的方式不同, 文献 [17] 的方法只提供了单一的聚合策略, 而本文提出的方法通过结合乐观与悲观两种信息融合策略, 考虑了专家意见出现分歧的不同情况, 所提出的决策准则可看作是一个多重的求职策略, 相比于其他方法可为求职者提供更加准确和合理的决策结果, 充分体现了所提出模型在解决人岗匹配招聘问题时的优越性.

5 结 论

本文将犹豫模糊语言关系引入多粒度粗糙集中, 提出了双论域上的犹豫模糊语言多粒度粗糙集, 讨论了该粗糙集的概念和一些基本性质; 并结合该粗糙集提出了基于人岗匹配问题的决策模型; 最后通过实例给出其在人岗匹配中的应用, 并阐述了该模型的有效性和优越性.

参考文献(**References**)

[1] Pawlak Z. Rough sets[J]. Int J of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356.

[2] Kang X P, Li D Y, Wang S G, et al. Rough set model based on formal concept analysis[J]. Information Sciences, 2013, 222(3): 611-625.

[3] Wang F, Liang J Y, Qian Y H. Attribute reduction: A dimension incremental strategy[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 39(2): 95-108.

[4] Yao J T, Vasilakos A V, Pedrycz W. Granular computing: Perspectives and challenges[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2013, 43(6): 1977-1989.

[5] Qian Y H, Liang J Y, Yao Y Y, et al. MGRS: A multi-granulation rough set[J]. Information Sciences, 2010, 180(6): 949-970.

[6] Qian Y H, Li S Y, Liang J Y, et al. Pessimistic rough set based decisions: A multigranulation fusion strategy[J]. Information Sciences, 2014, 264(6): 196-210.

[7] 林国平, 梁吉业, 钱宇华. 基于多粒度视角下的D-S证据理论融合策略[J]. 计算机科学, 2014, 41(2): 45-48.
(Lin G P, Liang J Y, Qian Y H. Multigranulation view based fusing strategy of D-S evidence[J]. Computer Science, 2014, 41(2): 45-48.)

[8] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.

[9] Dubois D, Prade H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets[J]. Int J of General Systems, 1990, 17(2): 191-209.

[10] Pei D W, Xu Z B. Rough set models on two universes[J]. Int J of General Systems, 2004, 33(5): 569-581.

[11] Sun B Z, Ma W M, Zhao H Y. A fuzzy rough set approach to emergency material demand prediction over two universes[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(10/11): 7062-7070.

[12] 郭智莲, 杨海龙, 王珏. 双论域上的直觉模糊概率粗糙集模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(7): 1828-1834.
(Guo Z L, Yang H L, Wang J. Intuitionistic fuzzy probabilistic rough set model on two universes and its applications[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(7): 1828-1834.)

[13] Sun B Z, Ma W M. Multigranulation rough set theory over two universes[J]. J of Intelligent & Fuzzy Systems, 2015, 28(3): 1251-1269.

[14] Torra V. Hesitant fuzzy sets[J]. Int J of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529-539.

[15] Delgado M, Verdegay J L, Vila M A. Linguistic decision-making models[J]. Int J of Intelligent Systems, 1992, 7(5): 479-492.

[16] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109-119.

[17] Wei C P, Zhao N, Tang X J. Operators and comparisons of hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2014, 22(3): 575-585.

[18] Huang H C, Yang X J. Pairwise comparison and distance measure of hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 21(3): 166-183.

[19] Xu Z S. Group decision making based on multiple types of linguistic preference relations[J]. Information Sciences, 2008, 178(2): 452-467.

(责任编辑：孙艺红)