

## 基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法

刘 静<sup>1†</sup>, 盛明星<sup>1</sup>, 宋大伟<sup>2</sup>, 白彩娟<sup>1</sup>, 韩崇昭<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049; 2. 空间微波技术国家重点实验室, 西安 710000)

**摘要:** 多基雷达系统对隐身目标的检测与跟踪具有良好的效果,但是在集中式融合框架下应用于多基雷达的检测与跟踪算法具有计算复杂、计算量大的缺点.对此,提出一种应用于多基雷达系统的基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法.首先,应用分布式紧凑感知矩阵追踪算法直接重构出表征目标状态空间信息的稀疏网格反射向量;然后,应用检测前跟踪算法得到精确的目标运动状态和轨迹.仿真实验表明了所提出算法的有效性.

**关键词:** 多基雷达系统; 分布式压缩感知; 分布式紧凑感知矩阵追踪算法; 联合检测跟踪

中图分类号: TN911.72

文献标志码: A

### Algorithm for joint detection and tracking based on distributed compressed sensing

LIU Jing<sup>1†</sup>, SHENG Ming-xing<sup>1</sup>, SONG Da-wei<sup>2</sup>, BAI Cai-juan<sup>1</sup>, HAN Chong-zhao<sup>1</sup>

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. National Key Laboratory of Science and Technology on Space Microwave, Xi'an 710000, China)

**Abstract:** Multi-static radar systems are capable of detecting and tracking stealthy targets. However, the state-of-the-art detection and tracking algorithms in a centralized fusion framework suffers from high computational complexity. Therefore, an approach, namely distributed compressed sensing based joint detection and tracking, is proposed for the multi-static radar system, which reduces the computational load largely, in a centralized fusion framework. In the proposed approach, a distributed compact sensing matrix pursuit(DCSMP) algorithm is firstly adopted to reconstruct the sparse grid reflection vector by using distributed compressed sensing matrix pursuit algorithm. The outputs of the DCSMP algorithm are directly fed as instantaneous measurements to the track-before-detect(TBD) tracker, which removes the false measurements and correctly associates the target-generated measurements to the respective targets. Numerical experiments are given to illustrate the correctness of the proposed algorithm.

**Keywords:** multi-static radar system; distributed compressed sensing; distributed compact sensing matrix pursuit algorithm; joint detection and tracking

## 0 引言

多基雷达系统对弱目标检测跟踪具有良好效果,目前应用于多基雷达系统的跟踪方法主要基于两类不同框架:集中式融合框架<sup>[1]</sup>和分散式融合框架<sup>[2]</sup>.与分散式融合跟踪框架相比,集中式融合跟踪框架具有更小的信息损失率、更高的精度和更好的鲁棒性<sup>[3]</sup>.但是集中式融合框架存在计算量大、计算复杂度高的缺点,因而在实际应用中受到了一定的限制.

针对上述问题,本文在集中式融合框架下提出一种新颖的基于分布式压缩感知<sup>[4]</sup>的联合检测与跟踪

算法:在多基雷达模型下,首先应用在一般相似感知矩阵追踪算法(GSSMP)<sup>[5]</sup>基础上发展起来的分布式紧凑感知矩阵追踪算法(DCSMP)直接重构出表征目标状态空间信息的稀疏网格反射向量,并得到包含潜在目标(真实目标和杂波)的粗略估计状态信息.由于分布式压缩感知框架能在很大程度上降低采样率,有效地减轻了融合中心的计算负担和复杂度.然后对DCSMP算法的输出(所有潜在目标的状态)直接应用检测前跟踪算法进行处理,得到精确的目标运动状态和轨迹,在这个过程中,由于DCSMP算法的输出直接

收稿日期: 2015-12-04; 修回日期: 2016-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573276); 国家“973”计划项目(2013CB329405); 国家自然科学基金创新研究群体科学基金项目(61221063).

作者简介: 刘静(1975—),女,副教授,博士生导师,从事压缩感知、信息融合和雷达信号处理等研究; 盛明星(1991—),男,硕士,从事阵列信号处理的研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: elelj20080730@mail.xjtu.edu.cn

作为瞬时量测值送入 TBD 跟踪器中,避免了使用经典 TBD 算法<sup>[6]</sup>中的非线性量测模型,进一步减小了计算复杂度和计算量。

## 1 多基雷达模型及其稀疏表示

考虑由一个发射天线、若干接收天线和一个信号处理中心组成的多基雷达系统。发射天线发射载波信号,接收天线接收来自目标的反射信号并将量测信号传输到信号处理中心。假设所有的接收天线观测同一个监视区域,则接收天线能够从不同角度接收到目标反射的回波信号,因此,解决了微弱目标跟踪中反射面积幅度变化较大的问题,提高了跟踪准确度。

### 1.1 多基雷达系统信号模型

在多基雷达系统中,设发射天线 Tr 位置坐标为  $\text{tr} = [x_0, y_0, z_0]^T$ 。M 个接收天线  $R_i$  分别位于  $r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$  处,其中  $i = 1, 2, \dots, M$ 。

设在第  $k$  次扫描中,发射天线发射了  $W$  个脉冲<sup>[7]</sup>,即

$$\text{Re}\left\{Ae^{j\varphi} \sum_{n=1}^W p(t - (n-1)\varepsilon - (k-1)\Delta T) e^{j2\pi f_c t}\right\},$$

$$t \in [(k-1)\Delta T, (k-1)\Delta T + W\varepsilon]. \quad (1)$$

其中:  $\text{Re}\{z\}$  表示复数  $z$  的实部;  $A > 0$  为发射脉冲幅度;  $\varphi \in [0, 2\pi)$  为载波的初始相位;  $p(t)$  为具有单位能量的矩形脉冲函数,其中矩形脉冲持续时间为  $T_p$ , 带宽为  $W_p \approx 1/T_p$ ;  $\varepsilon$  为脉冲重复时间;  $\Delta T \geq W\varepsilon$  为扫描重复时间;  $f_c = c/\lambda$  为载波频率,其中  $c$  和  $\lambda$  分别表示光速和载波波长。

在第  $k$  次扫描中,被第  $i$  个接收天线接收到的信号可以表示为

$$s_k^i(t) = \sum_{d=1}^D \left\{ \alpha_k^{i,d} \cdot \sum_{n=1}^W p(t - (n-1)\varepsilon - (k-1)\Delta T - \tau_k^{i,d}) e^{j2\pi f_k^{i,d} t} \right\} + w_k^i(t). \quad (2)$$

其中:  $\alpha_k^{i,d}$ 、 $\tau_k^{i,d}$  和  $f_k^{i,d}$  分别表示发射天线的信号经过第  $d$  个目标反射后被第  $i$  个接收天线接收到的信号幅度、时延和多普勒频移;  $w_k^i(t)$  表示第  $i$  个接收天线受到的所有干扰的复包络。

对于第  $i$  个接收天线,其接收到的经第  $d$  个目标反射后的信号的时延和多普勒频移可以分别表示为

$$\tau_k^{i,d} = \frac{1}{c} (\|P_k^d - \text{tr}\| + \|P_k^d - r_i\|), \quad (3)$$

$$f_k^{i,d} = \frac{f_c}{c} (\langle V_k^d, u_k^{i,d} \rangle - \langle V_k^d, u_k^{\text{tr},d} \rangle). \quad (4)$$

其中:  $P_k^d$  和  $V_k^d$  分别表示第  $d$  个目标在第  $k$  次扫描时的位置和速度;  $u_k^{\text{tr},d}$  和  $u_k^{i,d}$  分别表示发射天线指向第

$d$  个目标的单位方向向量和第  $d$  个目标指向第  $i$  个接收天线的单位方向向量。

### 1.2 状态空间稀疏表示

在经典的基于压缩感知的雷达跟踪系统中,状态向量根据重构的时延、角度、多普勒量测值或它们的组合项进行估计。而本文将考虑直接对状态向量进行估计。

假设空间中有目标在监视区域运动,在第  $k$  次扫描时目标的状态向量可以表示为  $x_k = [px_k, vx_k, py_k, vy_k, pz_k, vz_k]^T$ 。其中:  $px_k$  和  $vx_k$  分别表示目标在笛卡尔坐标系中  $x$  轴方向上的位置和速度;  $py_k$ 、 $vy_k$ 、 $pz_k$ 、 $vz_k$  具有相似的定义。实际上,在跟踪过程中,目标的位置和速度是未知的。为了估计出目标的状态,在第  $k$  次扫描时将状态空间划分为  $N$  个网格(可能的状态向量),列为  $x_k^l, l = 1, 2, \dots, N$ , 并为所有的网格分配一个网格反射系数。若其中的一个网格被目标占据,则它的网格反射系数被设为目标反射系数;否则网格反射系数置零。最后,所有的网格反射系数映射到一个向量  $\zeta$  中,即网格反射向量。考虑到被目标占据的网格相对于整个网格而言是非常少的,因此  $\zeta$  是一个稀疏向量。

### 1.3 一般条件下的 JSM-2 模型

对于第  $i$  个接收天线  $R_i$ , 在第  $k$  次扫描时,根据状态空间中划分的网格,接收信号可以表示为

$$s_k^i(t) = \sum_{l=1}^N \left\{ \alpha_k^{i,l} \cdot \sum_{n=1}^W p(t - (n-1)\varepsilon - (k-1)\Delta T - \tau_k^{i,l}) e^{j2\pi f_k^{i,l} t} \right\} + w_k^i(t). \quad (5)$$

定义  $\varphi_k^{i,l}(t)$  为状态空间中第  $l$  个网格对应的向量  $x_k^l$  对接收信号的贡献,即

$$\varphi_k^{i,l}(t) = \sum_{n=1}^W p(t - (n-1)\varepsilon - (k-1)\Delta T - \tau_k^{i,l}) e^{j2\pi f_k^{i,l} t} + w_k^i(t). \quad (6)$$

对第  $i$  个接收天线接收到的信号进行采样得到量测向量  $y_k^i$  为

$$y_k^i = [r_k^i(1), r_k^i(2), \dots, r_k^i(W)]^T, \quad (7)$$

其中  $r_k^i(n)$  ( $n = 1, 2, \dots, W$ ) 表示第  $k$  次扫描时由第  $i$  个接收天线接收到的信号的离散采样输出。

每个接收天线获得的量测向量  $y_k^i$  用压缩感知框架进行表示,即

$$y_k^i = \Phi_k^i \zeta_k^i + e_k^i. \quad (8)$$

其中:  $\Phi_k^i$  为感知矩阵,  $\zeta_k^i$  为稀疏网格反射向量,  $e_k^i$  为

量测噪声向量  $\Phi_k^i$  的具体表达式为

$$\Phi_k^i = [\varphi_k^{i,1} \cdots \varphi_k^{i,l} \cdots \varphi_k^{i,Y}], \quad (9)$$

其中  $\varphi_k^{i,l} = [\varphi_k^{i,l}(1), \varphi_k^{i,l}(2), \dots, \varphi_k^{i,l}(W)]^T$ , 是感知矩阵的第  $l$  列。

最后, 将不同接收天线对应的独立压缩感知框架联合起来组成分布式压缩感知的联合稀疏模型, 有

$$\begin{bmatrix} y_k^1 \\ y_k^2 \\ \vdots \\ y_k^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_k^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_k^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_k^M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_k^1 \\ \zeta_k^2 \\ \vdots \\ \zeta_k^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_k^1 \\ e_k^2 \\ \vdots \\ e_k^M \end{bmatrix}. \quad (10)$$

虽然接收天线的位置各不相同, 但是考虑到在同一坐标系下目标状态独立于接收天线, 因此, 对应于不同接收天线的稀疏网格反射向量  $\zeta_k^1, \zeta_k^2, \dots, \zeta_k^M$  中非零值位置相同<sup>[8]</sup>, 以上方程满足分布式压缩感知第二种联合稀疏模型 (JSM-2)<sup>[4]</sup>。

## 2 分布式紧凑感知矩阵追踪算法

在压缩感知中, 重构稀疏向量的主要难点是根据量测向量  $y$  确定真实的子空间<sup>[9]</sup>。一旦真实的子空间确定下来, 正确的非零系数就可以通过求伪逆得到。贪婪重构算法 (如 MP、OMP、BP) 的关键步骤是找到张成真实子空间的列。

同样地, 寻找张成真实子空间的思路也可以应用于分布式压缩感知中。在经典 JSM-2 模型中, 所有传感器使用同一感知矩阵, 因此, 一般的分布式压缩感知贪婪算法, 如 SOMP<sup>[10]</sup> 和 OSGA<sup>[4]</sup> 算法, 总是基于共同的感知矩阵找到唯一的真实子空间。但是, 在本文提出的一般 JSM-2 模型中感知矩阵是不相同的, 从而导致了每个感知矩阵对应的真实子空间各不相同。另外, 由于要求观测的稀疏雷达场景具有较高的分辨率, 导致了独立的感知矩阵具有较高的相干性系数, 从而不能保证以较大概率对稀疏向量进行完美重构<sup>[11]</sup>。因此, DCSMP 算法必须解决两个问题: 1) 具有高相干性系数的独立感知矩阵; 2) 不同的独立子空间。

### 2.1 DCSMP 算法的步骤

DCSMP 算法包括分离部分和联合部分。在分离部分, 首先根据每个独立的感知矩阵构造一个紧凑感知矩阵, 容易证明紧凑感知矩阵具有低相干性系数; 然后根据紧凑感知矩阵可以得到一个真实子空间的初始估计, 即估计子空间, 估计子空间的每一列代表了原始感知矩阵中的一个相似列组或者单一的非相似列; 最后, 根据每个独立量测值得到的估计子空间

可以得到多个候选列集。

联合部分的目标是找到使联合残差最小的估计信号集合。首先提取出所有独立估计子空间对应候选列索引的公共部分, 构成估计公共支撑集; 其次, 根据已知的原始向量稀疏度  $K$ , 在估计公共支撑集里选取  $K$  列构成候选子空间; 再次, 根据候选子空间得到每个独立信号对应的候选估计信号, 并将这些估计信号联合起来, 组成一个估计信号集合, 同时其对应的联合残差也由计算得出; 最后, 在所有的估计信号集合中找到使联合残差最小的那一组即为最终的估计信号集合输出。

DCSMP 算法的具体步骤如下。

输入:  $M$  个独立感知矩阵  $\Phi^1, \dots, \Phi^j, \dots, \Phi^M$  和独立量测向量  $y^1, \dots, y^j, \dots, y^M$ ;

输出: 最终估计的信号集合,  $\hat{e}n = [\hat{\zeta}^1, \dots, \hat{\zeta}^j, \dots, \hat{\zeta}^M]$ 。

1) 分离部分。

i) 对每个独立感知矩阵  $\Phi^j (j = 1, 2, \dots, M)$  构造紧凑感知矩阵  $\Psi^j$ 。首先引入相似度定义。将感知矩阵  $\Phi^j$  表示为  $[\varphi_1^j, \varphi_2^j, \dots, \varphi_N^j]$ , 其中任意两列的相似度定义为

$$\lambda(\varphi_m^j, \varphi_n^j) = \frac{|(\varphi_m^j)^T \varphi_n^j|}{\|\varphi_m^j\| \cdot \|\varphi_n^j\|}, \quad (11)$$

这里  $1 \leq m, n \leq N$  且  $m \neq n$ 。如果两列具有很大的相似度, 则表明这两列相关, 反之亦然。

将感知矩阵中所有列映射到一个基于相似度的相似性空间得到许多点, 将这些点表示为  $\{P_{\varphi_1^j}, \dots, P_{\varphi_i^j}, \dots, P_{\varphi_N^j}\}$ , 其中  $P_{\varphi_i^j}$  表示列  $\varphi_i^j$  对应的点。相似空间中任意两点的距离可以定义为

$$d_{\text{similar}}(P_{\varphi_m^j}, P_{\varphi_n^j}) = 1 - \lambda(\varphi_m^j, \varphi_n^j), \quad (12)$$

因此, 相似距离的分布范围为  $[0, 1]$ , 并且相似性空间中两点的距离越小, 这两点表示的列的相似性越大。根据相似距离, 可以对独立感知矩阵  $\Phi^j$  中的列进行分层聚类, 将其分为  $D$  个列集合:  $[\Gamma_1^j, \Gamma_2^j, \dots, \Gamma_i^j, \dots, \Gamma_D^j]$ 。假设  $M \ll D < N$ , 每个列集中包含一个或许多个列, 即  $\Gamma_i^j = \{\varphi_1^{j,i}, \dots, \varphi_{N_{\Gamma_i^j}}^{j,i}\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, D, j = 1, 2, \dots, M, N_{\Gamma_i^j}$  表示列集合  $\Gamma_i^j$  中的列数。每个列集中的列彼此之间非常相似, 找到可以表示这个列集合的特征的一列, 并把这一列称为特征列。这里对列集中所有列取平均值来得到特征列, 即

$$\gamma_C^{j,i} = \frac{1}{N_{\Gamma_i^j}} \sum_{q=1}^{N_{\Gamma_i^j}} \varphi_q^{j,i}.$$

由这些特征列可以得到具有低相干性系数的紧凑感

知矩阵

$$\Psi^j = [\gamma_C^{j,1}, \gamma_C^{j,2}, \dots, \gamma_C^{j,D}]. \quad (13)$$

ii) 得到各个独立子空间的初始估计. 根据每个独立的观测向量  $y^j$  和紧凑感知矩阵  $\Psi^j$ , 应用 OMP 算法可以得到估计支撑集. 估计支撑集表示为  $\hat{a} = \{\hat{a}^1(\gamma_C^1), \hat{a}^2(\gamma_C^2), \dots, \hat{a}^{K'}(\gamma_C^{K'})\}$ ,  $K' \leq K$ , 其中  $\hat{a}^1(\gamma_C^1)$  表示紧凑感知矩阵中的第  $i$  列为  $\hat{a}$  中第 1 个元素. 于是可以得到每个独立子空间的初始估计, 即  $\hat{S}_{\text{ini}}^j = \text{SPAN}(\gamma_C^1, \gamma_C^2, \dots, \gamma_C^{K'})$ .

iii) 找到原始感知矩阵  $\Phi^j$  中的候选列集. 估计子空间  $\hat{S}_{\text{ini}}^j$  的每一列对应于原始感知矩阵  $\Phi^j$  的一个相似列组, 即  $\gamma_C^i$  为相似列组  $\Gamma^i$  的代表列. 于是可以获得包含有  $K'$  个相似列组的索引集  $\hat{A}^j$ , 即  $\hat{A}^j = \{\Gamma^1, \dots, \Gamma^{K'}\}$ . 将所有相似列组中的列组成一个新候选列集  $\hat{f}^j$ , 即  $\hat{f}^j = \{\gamma_{N_{r_i}}^1, \dots, \gamma_{N_{r_i}}^{K'}, \dots, \gamma_1^1, \dots, \gamma_{N_{r_i}}^1\}$ .

## 2) 联合部分.

i) 从不同独立感知矩阵对应的候选列集里找出公共部分. 找到所有候选列集  $\hat{f}^1, \hat{f}^2, \dots, \hat{f}^M$  的公有部分  $\hat{f}$ , 即  $\hat{f} = \hat{f}^1 \cap \hat{f}^2 \cap \dots \cap \hat{f}^M$ . 假设  $\hat{f}$  中总的列数为  $H_{cc}$ .

ii) 计算每个独立信号对应的候选子空间. 根据  $\hat{f}$  中的索引列举出  $C_{H_{cc}}^{K'}$  种排列组合. 每组排列组合组成一个候选支撑集. 例如, 第  $p$  组候选支撑集能够表示成  $I^p$ ,  $p = 1, 2, \dots, N_{co}$ , 其中  $N_{co}$  表示候选支撑集总数, 易知  $N_{co} = C_{H_{cc}}^{K'}$ . 对于每个独立信号  $\zeta^j$ , 存在一个候选子空间与  $I^p$  对应, 将其表示为  $\mathcal{Y}_p^j$ , 有  $\mathcal{Y}_p^j = \text{span}(\Phi_{I^p}^j)$ .

iii) 计算信号集合的候选估计. 对于第  $j$  个独立信号  $\zeta^j$ , 基于它的候选子空间  $\mathcal{Y}_p^j$  ( $p = 1, 2, \dots, N_{co}$ ), 得到的候选估计为  $\hat{\zeta}_p^j$ . 具体步骤为: 首先通过最小二乘法估计出非零系数, 然后将其他系数置为 0, 最后得到候选估计

$$(\hat{\zeta}_p^j)_{I^p} = (\mathcal{Y}_p^j)^\dagger y_j, \quad (14)$$

$$(\hat{\zeta}_p^j)_{\{1,2,\dots,N\}-I^p} = 0. \quad (15)$$

其中:  $\dagger$  表示求伪逆,  $(\hat{\zeta}_p^j)_{I^p}$  由  $\hat{\zeta}_p^j$  中索引为  $i \in I^p$  的元素构成,  $(\hat{\zeta}_p^j)_{\{1,2,\dots,N\}-I^p}$  由  $\hat{\zeta}_p^j$  中索引为  $i \in \{1, 2, \dots, N\} - I^p$  的元素构成<sup>[9]</sup>. 最终可以得到基于  $I^p$  的第  $p$  个候选信号群  $\hat{e}n_p = [\hat{\zeta}_p^1, \hat{\zeta}_p^2, \dots, \hat{\zeta}_p^j, \dots, \hat{\zeta}_p^M]$ .

iv) 输出信号群的最终估计. 对于每一个候选信号群  $\hat{e}n_p$  ( $p = 1, 2, \dots, N_{co}$ ), 计算联合残差  $r_p$ , 即

$$r_p = y - \Phi \hat{e}n_p. \quad (16)$$

其中:  $y = [y^1, y^2, \dots, y^M]^T$  为联合量测向量,  $\Phi = \text{diag}\{\Phi^1, \Phi^2, \dots, \Phi^M\}$  为联合感知矩阵.  $r_p$  的二范数

可以表示为  $\|r_p\|_2$ . 在联合残差  $\{r_p, p = 1, 2, \dots, N_{co}\}$  中找到拥有最小二范数的残差, 表示为  $r_{\min}$ , 其对应的候选信号群  $\hat{e}n_{\min}$  为信号群的最终估计, 即

$$\hat{e}n = \hat{e}n_{\min}. \quad (17)$$

## 2.2 DCSMP 算法能够保证重构成功率的证明

**定理 1** 设  $e_n$  为由  $M$  个独立信号组成的信号集合, 即  $e_n = [\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^M]$ , 其中  $\zeta^j \in \text{Re}^N$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ , 且每个独立信号的非零元素均在共同的支撑集  $I$  上,  $I$  满足条件:  $I \subset \{1, 2, \dots, N\}$  且  $|I| = K$ . 进一步地, 设  $y^j = \Phi^j \zeta^j + e^j \in \text{Re}^W$ , 其中  $e^j$  表示独立噪声向量. 设  $\Psi^j$  为基于独立感知矩阵  $\Phi^j$  构造的紧凑感知矩阵. 假设紧凑感知矩阵  $\Psi^j$  中任意两列之间的最小相似距离  $T_j$  满足

$$T_j \geq 1 - 1/(4K'_j - 1), \quad (18)$$

其中  $K'_j$  ( $K'_j \leq K$ ) 是文献[12]中引理 2 定义的中间向量  $\zeta_j'$  的稀疏等级. 于是 DCSMP 算法能够重构出信号集合, 且保证误差范围满足

$$\|e_n - \hat{e}n\| \leq \sum_{j=1}^M \frac{\|e^j\|_2}{\sqrt{1 - \mu(\Phi^j)(K - 1)}}, \quad (19)$$

其中  $\hat{e}n$  是估计的信号集合.

**证明** 证明过程包含两部分. 第 1 部分是证明 DCSMP 算法能够准确确定出独立信号的共同支撑集. 首先, 文献[4]中已证明了独立测量向量  $y^j$  能够用紧凑感知矩阵  $\Psi^j$  中的压缩列来表示. 其次, 由文献[4]中的定理 3 可知, 因紧凑感知矩阵中任意两列相似距离较大, 且等价量测噪声  $e_j'$  的幅度足够小, 故可以根据紧凑感知矩阵  $\Psi^j$  和量测向量  $y^j$  重构出稀疏度为  $K'$  的中间向量  $\zeta_j'$ . 同时, 可以获得对应于第  $j$  个独立信号的估计独立子空间  $\hat{S}_{\text{ini}}^j$ . 再次, 文献[4]中的定理 4 进一步证明了张成第  $j$  个独立信号真实子空间的列包含在张成  $\hat{S}_{\text{ini}}^j$  的  $K'$  个压缩列对应的相似列群里. 最后, 考虑到所有的独立信号共享一个支撑集, 因此, 在所有独立信号对应的估计子空间里进行组合搜索, 可以保证找到公共支撑集.

第 2 部分是证明信号集合在可接受的误差范围内能被较大概率地重构出来. 基于共同的支撑集, 可以获得每个独立信号对应的真实子空间, 表示为  $S^j$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ . 然后通过求解一个最小二乘问题可以得到原始信号  $\zeta^j$  非零系数的估计, 并将其他系数置为零, 即

$$(\hat{\zeta}^j)_{S^j} = (S^j)^\dagger y^j, \quad (20)$$

$$(\hat{\zeta}^j)_{\{1,2,\dots,N\}-S^j} = 0. \quad (21)$$

由文献[14]中的定理 3.1 可知, 第  $j$  个独立信号  $\zeta^j$  的

重构误差满足

$$\|\zeta^j - \hat{\zeta}^j\|_2 \leq \frac{\|e^j\|_2}{\sqrt{1 - \mu(\Phi^j)(K - 1)}}, \quad (22)$$

因此,信号集合 en 的重构误差满足

$$\begin{aligned} \|\text{en} - \hat{\text{en}}\|_2 &\leq \sum_{j=1}^M \|\zeta^j - \hat{\zeta}^j\|_2 = \\ &\sum_{j=1}^M \frac{\|e^j\|_2}{\sqrt{1 - \mu(\Phi^j)(K - 1)}}. \end{aligned} \quad (23)$$

定理得证. □

### 3 基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法

基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法的处理过程如图1所示.接收天线接收到的原始量测值被送到DCSMP算法处理器中进行处理.DCSMP处理器输出多个对应于不同接收天线的稀疏网格向量.另外,由于非零值的幅度可能会随接收天线位置的不同而有很大的变化,本文选择稀疏网格反射向量的平均值作为DCSMP算法处理器的输出,这其中包含着潜在目标状态和杂波.

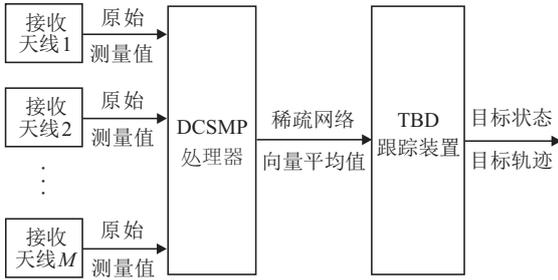


图1 基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法框图

每进行一次扫描,所有潜在目标的状态均被估计一次,并将量测值作为瞬时量测送到TBD跟踪器中,这样可以避免使用TBD经典算法中的非线性量测模型,减小计算量.最终TBD跟踪装置输出剔除了错误量测信息,并且正确关联了不同目标量测信息的真实目标轨迹和状态.关于TBD跟踪装置的实现细节,可以参考文献[7].

### 4 仿真与分析

在仿真中,考虑由1个发射天线、3个接收天线和1个负责进行融合的信号处理中心组成的多基雷达系统.在笛卡尔三维坐标系里,3个接收天线  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  分别位于  $[5, 0, 0]^T$  km、 $[5, 5, 0]^T$  km 和  $[0, 5, 0]^T$  km 处,发射天线  $T$  位于  $[25, 25, 0]^T$  km 处.发射天线发射矩形脉冲信号,其载波的初始相位  $\varphi$  为  $\pi/2$ ,载波频率  $f_c$  为 10 GHz,矩形脉冲持续时间  $T_p$  为 0.5  $\mu$ s,脉冲重复频率  $f = 1/\varepsilon$  为 800 Hz,扫描重复时

间  $\Delta T$  为 1 s,接收天线的离散采样数 ( $W$ ) 为 800.多基雷达系统模型如图2所示.

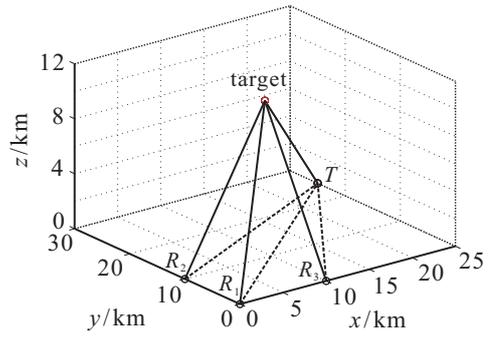


图2 多基雷达系统模型

第  $k$  次扫描时,状态向量定义为  $x_k = [px_k, vx_k, py_k, vy_k, pz_k, vz_k]^T$ .其中:  $px_k$  和  $vx_k$  分别表示目标在笛卡尔坐标系中  $x$  轴方向上的位置和速度;  $py_k$ 、 $vy_k$ 、 $pz_k$ 、 $vz_k$  具有相似的定义.将  $px$ 、 $vx$ 、 $py$ 、 $vy$ 、 $pz$  和  $vz$  取值范围分别设置为  $[0, 8000]$  m、 $[70, 120]$  m/s、 $[0, 8000]$  m、 $[90, 140]$  m/s、 $[10000, 15000]$  m 和  $[50, 100]$  m/s.上述可行状态空间划分为  $80 \times 5 \times 80 \times 5 \times 50 \times 5$  个网格点.

仿真工作主要包括两部分:第1部分将DCSMP算法与经典分布式压缩感知算法(如JOMP<sup>[8]</sup>)、改进后可以处理不同独立感知矩阵的OSGA算法在重构高分辨率状态空间性能上进行比较;第2部分将基于分布式压缩感知的TBD算法与经典TBD算法、ML-PDA算法<sup>[13]</sup>在跟踪多目标性能上进行比较.

#### 4.1 状态空间分辨率分析

首先对DCSMP算法能够达到的状态空间分辨率进行评估,并与JOMP算法、改进的OSGA算法进行比较.图3~图8总结了两个场景的仿真结果,其中DCSMP算法的仿真结果为3个接收天线对应稀疏网格反射向量取平均后的结果.

在第1个场景中,两个目标分别处于  $[450, 1650, 15000]^T$  m 和  $[450, 1800, 15000]^T$  m 处,速度都为  $[100, 100, 0]^T$  m/s.两个目标对应的反射信号幅度相

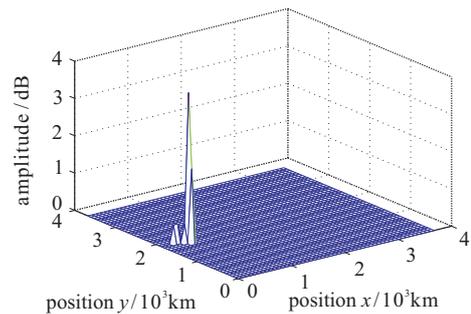


图3 应用JOMP算法重构两个目标的场景

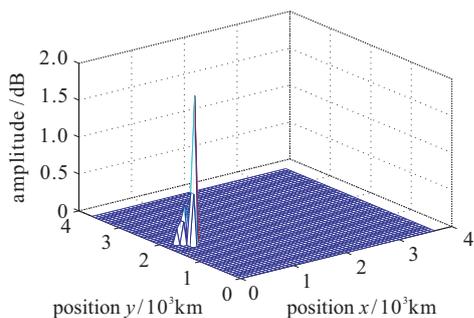


图4 应用改进OSGA算法重构两个目标的场景

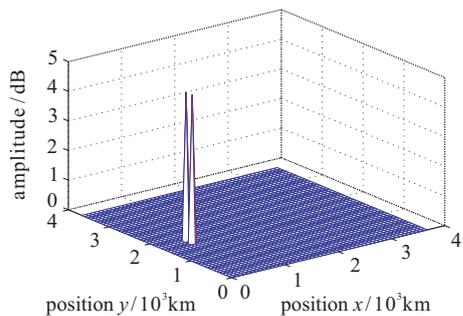


图5 应用DCSMP算法重构两个目标的场景

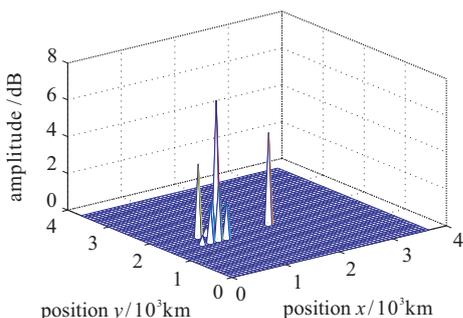


图6 应用JOMP算法重构5个目标的场景

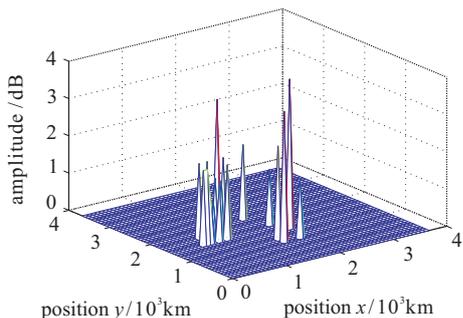


图7 应用改进的OSGA算法重构5个目标的场景

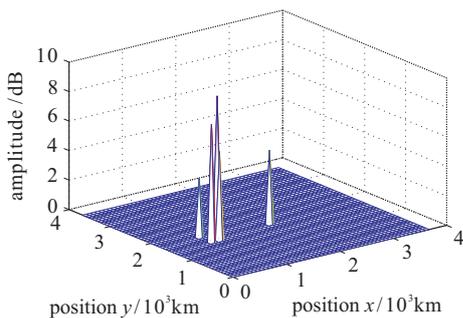


图8 应用DCSMP算法重构5个目标的场景

同,均为5 dB.信噪比为15 dB.图3~图5表明,对于相距非常近的目标,DCSMP算法能够成功地分辨出两个目标,而JOMP和改进的OSGA算法则不可以.

在第2个场景中,5个目标分别位于 $[750, 1800, 15000]^T$  m、 $[1950, 1650, 15000]^T$  m、 $[900, 1500, 15000]^T$  m、 $[750, 1500, 15000]^T$  m和 $[1200, 1950, 15000]^T$  m处,并且拥有不同的反射信号幅度,分别为4 dB、5 dB、6 dB、8 dB和9 dB.信噪比为15 dB.图6~图8表明,3种算法中只有DCSMP算法能成功估计出全部目标的位置.同时,DCSMP算法也准确地估计出各个目标的反射信号幅度.

进一步,做500次蒙特卡洛仿真实验,每次仿真中有3个目标随机分布在三维空间中不同的位置.应用平均重构误差来衡量3种算法的重构性能,其定义如下:

$$\chi = \frac{1}{N_{MC}} \sum_{i=1}^{N_{MC}} \frac{\|x_{estimate}^i - x^i\|_2}{\|x^i\|_2}. \quad (24)$$

其中: $N_{MC}$ 表示蒙特卡洛训练次数, $x^i$ 和 $x_{estimate}^i$ 分别表示在第*i*次蒙特卡洛实验中的真实信号和估计信号.3种算法的平均重构误差如表1所示,从中可知,DCSMP算法在重构高分辨率场景中稀疏向量的性能好于JOMP和改进后的OSGA算法.

表1 重构误差

JOMP	OSGA	DCSMP
0.12	0.14	0.04

## 4.2 基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法

在这一部分,应用基于分布式压缩感知的联合检测与跟踪算法来跟踪检测3个慢速运动的机动目标,其中包括强目标和微弱目标.目标的匀速动态模型<sup>[14]</sup>可以表示为

$$x_k = Fx_{k-1} + Gn_{k-1}, \quad (25)$$

3个机动目标的具体信息与真实轨迹分别如表2和图9所示.另外,假设杂波以 $1 \times 10^{-5}/\text{m}^3$ 的密度均匀分布在空间中,信噪比为15dB.整个跟踪过程由50次扫描组成,每次扫描的时间间隔为1s,每扫描一次每个接收天线可获得一帧数据,共有50帧数据.

3个目标在第1次扫描时的真实位置如图10所示,应用DCSMP算法对3个接收天线接收到的第1帧数据进行处理得到的稀疏场景分别如图11~图13所示,取平均后的稀疏场景如图14所示.图11~图14中潜在目标包含真实目标估计值和杂波估计值.从图11~图13可以看出,当接收天线从不同的角度对目标进行观测时,由于目标反射截面(RCS)不同,应用

各个接收天线的接收数据估计出的目标信号幅度也不同. 对各个接收天线估计出的结果取平均后, 对真实目标的估计更加准确, 杂波也相应被削弱, 图 14 验证了这一点.

表 2 3 个目标的仿真参数

目标编号	反射信号幅度/dB	初始位置/m	初始速度/(m/s)
1	3	$[650, 750, 10\ 000]^T$	$[100, 120, 30]^T$
2	6	$[650, 800, 10\ 000]^T$	$[100, 100, 60]^T$
3	12	$[750, 800, 10\ 000]^T$	$[100, 100, 60]^T$

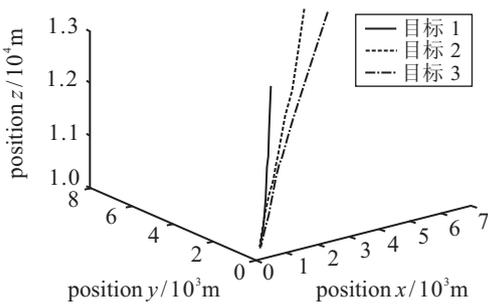


图 9 3 个目标的真实轨迹

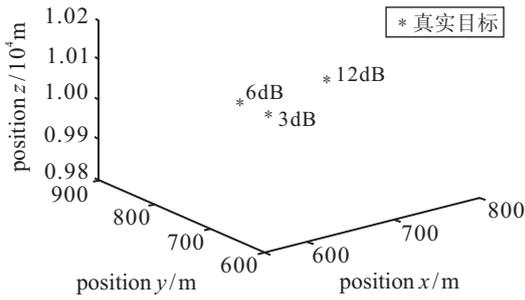


图 10 3 个目标在第 1 次扫描时的真实位置

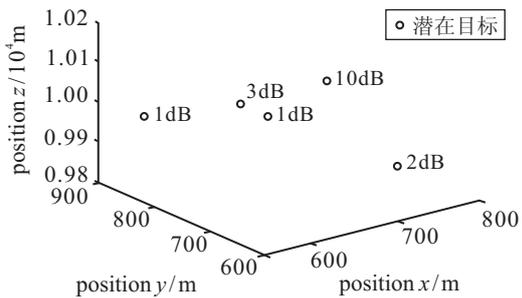


图 11 根据第 1 帧数据重构的对应于  $R_1$  的稀疏场景

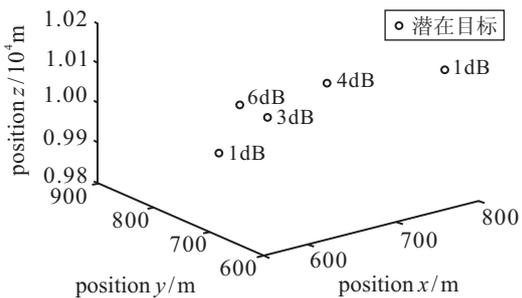


图 12 根据第 1 帧数据重构的对应于  $R_2$  的稀疏场景

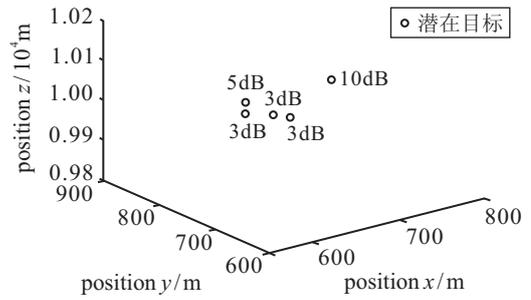


图 13 根据第 1 帧数据重构的对应于  $R_3$  的稀疏场景

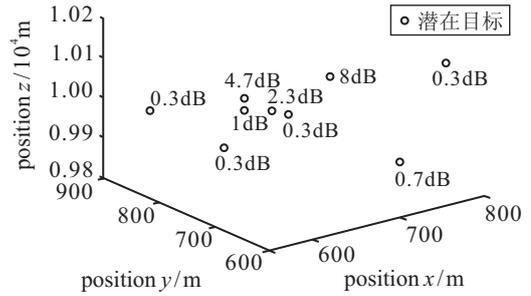


图 14 对 3 个接收天线的稀疏场景取平均后的结果

根据每帧数据估计出的潜在目标状态被送到 TBD 跟踪装置里进行处理, 滤除杂波, 量测并关联各个目标产生的真实量测. 各个目标的估计轨迹如图 15 所示, 可知 TBD 跟踪器能够去除目标真实轨迹附近的杂波.

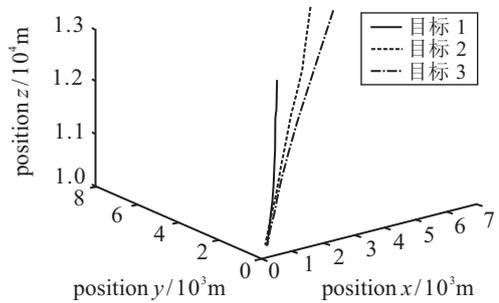


图 15 TBD 跟踪装置的输出

进一步, 将基于分布式压缩感知的联合检测和跟踪算法与传统 TBD 算法和 ML-PDA 算法就位置估计的均方根误差、运行时间进行比较. 对每种算法进行 500 次独立的蒙特卡洛仿真, 根据文献 [15] 中的公式对每个目标位置估计的 RMSE 进行计算, 然后对所有目标的 RMSE 求平均, 结果如表 3 所示. 由表 3 可知: 本文提出的方法较传统 TBD 算法和 ML-PDA 算法有更小的 RMSE; 而且, 本文方法的处理速度比传统 TBD 算法快, 这是由于将 DCSMP 算法的输出 (即所

表 3 各种算法的性能比较

方法	目标位置的 RMSE/m	估计完成时间/min
DCS-JDT	119	2.33
传统 TBD 算法	230	3.17
ML-PDA	292	1.03

有潜在目标的估计状态)直接作为瞬时量测值送入 TBD 跟踪装置中,避免了使用经典 TBD 算法里的非线性量测模型,从而减少了计算时间.

## 5 结 论

本文提出了一种应用于多基雷达系统的基于分布式压缩感知的联合检测跟踪算法,很大程度上降低了在集中式融合框架下的计算负担.另外,在经典的基于压缩感知的雷达跟踪系统中,状态向量的估计必须基于重构的时延、角度和多普勒量测值或这些量测值的组合项;而本文则直接估计出表示目标状态空间的稀疏向量.进一步,本文提出了一种新颖的 DCSMP 算法,重构出在一般 JSM-2 条件下的网格反射向量.将 DCSMP 算法的输出(所有潜在目标的状态)直接作为瞬时量测值送入 TBD 跟踪器中,避免了使用经典 TBD 算法中的非线性量测模型.仿真结果表明,基于分布式压缩感知的联合检测跟踪算法能够通过多次扫描得到的信息有效地将真实目标从杂波中区分出来.

## 参考文献(References)

- [1] 段战胜,韩崇昭.相关量测噪声情况下多传感器集中式融合跟踪[J].电子工程与电子技术,2005,27(7): 1160-1163.  
(Duan Z S, Han C Z. Multi-sensor centralized fusion tracking with correlated measurement noises[J]. System Engineering and Electronics, 2005, 27(7): 1160-1163.)
- [2] Kailkhura B, Vempaty A, Varshney P K. Distributed inference in tree networks using coding theory[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2015, 63(14): 3715-3726.
- [3] Munz M, Mahlisch M, Dietmayer K. Generic centralized multi sensor data fusion based on probabilistic sensor and environment models for driver assistance systems[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2010, 2(1): 6-17.
- [4] Baron D, Wakin M B, Duarte M F, et al. Distributed compressed sensing[EB/OL]. [2013-09] <http://www.dsp.rice.edu/publications/distributed-compressed-sensing>.
- [5] Liu J, Mallick M, Lian F, et al. General similar sensing matrix pursuit: An efficient and rigorous reconstruction algorithm to cope with deterministic sensing matrix with high coherence[J]. Signal Processing, 2015, 114: 150-163.
- [6] 吴瑕,陈建文,鲍拯,等.混合估计多模粒子滤波的机动弱目标检测前跟踪算法[J].控制与决策,2014,29(3): 523-527.  
(Wu X, Chen J W, Bao Z, et al. Track-before-detect for maneuvering weak target based on mixture estimation of multi model particle filter algorithm[J]. Control and Decision, 2014, 29(3): 523-527.)
- [7] Orlando D, Ricci G, Bar-Shalom Y. Track-before-detect algorithms for targets with kinematic constraints[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 1837-1849.
- [8] Tao Y, Zhang G, Zhang J D. Guaranteed stability of sparse recovery in distributed compressive sensing MIMO radar[J]. Int J of Antennas and Propagation, 2015, 2015: 1-10.
- [9] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [10] Tropp J A, Gilbert A C, Strauss M J. Simultaneous sparse approximation via greedy pursuit[C]. Proc of the 5th Acoustics, Speech, and Signal. Philadelphia: IEEE, 2005: 721-724.
- [11] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [12] Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(1): 6-18.
- [13] 高林,唐续,卫平.基于 PSO 的 ML-PDA 算法及其并行实现[J].系统工程与电子技术,2015,37(12): 2677-2682.  
(Gao L, Tang X, Wei P. PSO based ML-PDA and its parallelized implementation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(12): 2677-2682.)
- [14] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation: Theory, algorithm, and software[M]. New York: Wiley, 2001: 199-201.
- [15] Herman M, Strohmer T. Compressed sensing radar[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 13(10): 589-592.

(责任编辑:李君玲)