

基于权重集结和相对优势关系的多属性决策方法

孙 昱^{1a†}, 姚佩阳^{1a}, 万路军^{1b}, 柏 骏²

(1. 空军工程大学 a. 信息与导航学院, b. 空管与领航学院, 西安 710077; 2. 95852 部队, 海南 东方 572600)

摘 要: 分析多属性决策方法中决策矩阵规范化和属性权重计算等步骤可能对决策方法合理性造成的不良影响, 为克服这些不良影响, 提出一种新的多属性决策方法. 该方法采用群决策模式进行赋权, 在对专家意见进行一致性分析的基础上, 集结各位专家给出的属性权重, 通过定义备选方案在属性值为实数、区间数和语言值等不同类型属性上的相对优势关系构造判断矩阵, 并以此建立方案效用值计算的线性目标规划模型, 从而实现备选方案的评价和排序. 实例研究表明了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 多属性决策; 权重集结; 一致性; 相对优势关系; 目标规划

中图分类号: C934

文献标志码: A

Multiple attribute decision making method based on weights aggregation and relative dominance relation

SUN Yu^{1a†}, YAO Pei-yang^{1a}, WAN Lu-jun^{1b}, BAI Jun²

(1a. Information and Navigation College, 1b. Air Traffic Control and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China; 2. Unit 95852 of PLA, Dongfang 572600, China)

Abstract: The possible adverse influence of the steps in a multiple attribute decision making method, including normalization of the decision matrix and calculation of the attributes weights, on the reasonableness of the method is analyzed. To eliminate the bad effects caused by above mentioned steps, a new multiple attribute decision making method is proposed. The method calculates attributes weights based on a group decision making mode. The attributes weights are gained by aggregating those attributes weights given by experts whose judgements are consistent. Then by defining the relative dominance relations between schemes upon different kinds of attributes whose values are real numbers, interval numbers or linguistic values, a judgment matrix is constructed. On that basis, a linear objective programming model is established to calculate the utility value of each scheme, which is used in scheme evaluation and sorting. Finally, an example is given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed multiple attribute decision making method.

Keywords: multi-attribute decision making; weights aggregation; consistency; relative dominance relation; objective programming

0 引 言

多属性决策方法^[1-2]是决策科学的重要组成部分, 在军事、经济、管理等领域有着广泛的应用. 传统的多属性决策方法包括加权和法^[3]、Delphi 咨询法^[4]、层次分析法^[5]和 TOPSIS 理想点法^[6]等. 随着人们对多属性决策问题研究的深入, 新的多属性决策方法不断被提出.

文献 [7] 针对属性值为区间数的多属性决策问题, 采用马田系统处理区间数决策向量信息、通过

TOPSIS 法对区间数决策向量进行排序. 文献 [8] 借鉴水桶理论和现代企业投票制度, 将分层法与超立方体分割相结合, 设计了一种区间数多属性决策方法. 文献 [9] 基于粗糙集理论, 提出了解决属性值为犹豫模糊元的决策问题的新方法. 文献 [10] 考虑了属性值为精确实数型、区间型和模糊型的混合型多属性决策问题, 设计了基于模糊偏序关系的混合型多属性决策方法. 文献 [11] 针对属性间具有关联关系并且属性值为区间灰数的多属性决策问题, 提出了基于 Choquet

收稿日期: 2016-01-18; 修回日期: 2016-03-24.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (61573017).

作者简介: 孙昱 (1989—), 男, 博士生, 从事指挥控制系统建模与仿真的研究; 姚佩阳 (1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事指挥控制理论与技术等研究.

†通讯作者. E-mail: suny.z@qq.com

积分的区间灰数多属性决策方法。

尽管目前针对各类多属性决策问题而提出的多属性决策方法有很多,但是这些多属性决策方法是否合理却较少受到关注.例如,决策矩阵规范化通常是多属性决策中的重要步骤,但是对于大多数多属性决策方法而言,它们仅仅采用了某种规范化处理方式,并没有考虑为什么要选用这样的规范化方式.试想如果换一种其他的规范化处理方式而导致决策结果发生了改变,那么哪个决策结果才是正确的呢?由此可见,在针对具体决策问题设计相应的多属性决策方法时,必须关注所设计方法的合理性.

本文首先分析多属性决策方法中决策矩阵规范化和属性权重计算等步骤可能对方法合理性造成的不良影响;然后从提高决策方法合理性的角度出发,针对属性值为实数、区间数和语言值的混合型多属性决策问题设计一种新方法;最后通过一个实际案例验证所提出方法的可行性和有效性.

1 多属性决策方法合理性分析

多属性决策是在有限个备选方案中,通过权衡比较各个方案的信息,对所有方案进行评价并排序的过程.设多属性决策问题的方案集为

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\},$$

m 为备选方案的数量;属性集为

$$H = \{h_1, h_2, \dots, h_n\},$$

n 为属性的数量;决策矩阵为

$$X = (x_{ij})_{m \times n},$$

x_{ij} 为方案 s_i 在属性 h_j 上的属性值;属性权向量为

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_n),$$

w_j ($w_j \geq 0$)为属性 h_j 的权重, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

多属性决策方法通常出于消除量纲等目的对决策矩阵 X 进行规范化处理,然后采取主观或客观的方式计算权向量 W ,最后通过某种决策模型,如加权和模型、加权积模型,定量地衡量各方案的优劣.本文从决策矩阵规范化和属性权重计算两个方面分析它们对多属性决策方法合理性可能造成的影响.

1) 决策矩阵规范化的影响.

假定某个多属性决策问题的方案集 S 中有4个备选方案 s_1, s_2, s_3, s_4 ,属性集 H 中有2个属性 h_1, h_2 ,且均为效益型,权向量

$$W = (w_1, w_2) = (0.5, 0.5),$$

决策矩阵为

$$X = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 60 & 9 \\ 80 & 7.5 \\ 100 & 5 \end{bmatrix}.$$

对集合 S 中的方案进行排序比较,若选择加权和模型作为决策模型,则当决策矩阵规范化方式为

$$\frac{x_{ij}}{\max_i(x_{ij})} \quad (1)$$

时,方案 $s_1 \sim s_4$ 的加权和结果分别为0.55、0.75、0.775、0.75,由此可知备选方案的排序结果为

$$s_3 \succ s_2 \sim s_4 \succ s_1,$$

s_3 最优, s_2 和 s_4 次优, s_1 最劣.

当决策矩阵规范化方式采用

$$\frac{x_{ij} - \min_i(x_{ij})}{\max_i(x_{ij}) - \min_i(x_{ij})} \quad (2)$$

时,方案 $s_1 \sim s_4$ 的加权和结果分别为0.5、0.68、0.64、0.5,由此得到的备选方案排序结果为

$$s_2 \succ s_3 \succ s_1 \sim s_4,$$

s_2 最优, s_3 次优, s_1 和 s_4 最劣.

通过该算例可以看到,不同的决策矩阵规范化方式会对多属性决策方法的决策结果造成影响.换言之,如果一种多属性决策方法难以解决这种由不同规范化方式引起的决策结果不相容问题,则多属性决策方法的合理性容易被质疑.

2) 属性权重计算的影响.

多属性决策中各属性权重的分配将直接影响决策结果,因此科学合理地确定各属性的权重是多属性决策方法中的重点内容.属性权重的计算可以分为主观赋权、客观赋权和组合赋权3类.主观赋权得到的权重结果具有合理性,但是存在一定的主观随意性;客观赋权通常依据“属性值波动越大,属性权重越大”的思想确定权重,虽然方法严谨,但是所得结果可能与事实不相符合;采用主客观赋权相结合的组合赋权方法是为了综合二者各自的优势,但实际上得到的权重结果也有可能不仅具有主观随意性,而且与事实不符.因此对一种多属性决策方法而言,重要的不是选择何种方式计算权重,而是如何保证得到的权重结果相对客观且合乎事实,否则决策方法的合理性也将遭受挑战.

3) 新的多属性决策方法.

为了提高多属性决策方法的合理性,提出一种基于权重集结和相对优势关系的新方法.该方法无需对决策矩阵进行规范化处理,从而规避决策矩阵规范化

方式选取引起的方法合理性问题.具体思路为:若属性集合 H 中只有一个属性,则无需规范化决策矩阵便能很好地将所有备选方案排序,因此可以先考虑在单个属性上比较备选方案的优劣,然后通过集结备选方案在单个属性上的优劣关系,得到备选方案在整个属性集 H 上的相对优劣关系,进而对各备选方案进行排序.

主观赋权结果具备良好的可解释性,但随意性较高,因此新方法借鉴群决策相关理论来计算属性权重,将多位专家给出的属性权向量进行集结,这样既能保证权重结果的合理性,又能在一定程度上克服权重结果的主观随意性,提高其客观性.

本文提出的多属性决策方法主要包括属性权重集结和多属性决策模型两部分内容,下面分别对这两部分内容进行介绍.

2 属性权重集结

本文称专家给出的属性权向量为专家意见,属性权重集结需要将多位专家的意见进行综合.设专家集合为 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_t\}$, t 为专家的数量; $\forall e_i \in E$, 给出的意见记为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$, $v_{ij} (1 \leq j \leq n)$ 为专家 e_i 给属性 h_j 赋予的权重,且 $\sum_{j=1}^n v_{ij} = 1$. 考虑到集合 E 中各位专家的权威程度不同,用专家权重 p_i 表示专家 e_i 的权威程度,且满足 $\sum_{i=1}^t p_i = 1$. 所有专家权重构成的专家权向量记为

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_t).$$

综合所有专家意见,计算属性权向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 的一种简单方式为

$$W = \sum_{i=1}^t p_i V_i. \quad (3)$$

但是这种方式并不合理,因为各位专家给出的意见可能并不一致.例如某些专家认为属性 h_1 的权重应赋予一个较大值,而另一些专家认为应该赋予一个较小值,如果简单地将所有专家意见进行加权平均得到一个适中值,则可能会背离所有专家的想法.为了解决这一问题,本文的思路是先根据专家意见将专家进行分组,意见一致的专家为一组,再采纳最具权威性的专家组的意见.

2.1 专家意见一致性检验

本文采用非参数统计中的 Kendall 协和系数检验法^[12] 判断一个专家集合中专家的意见是否一致.若专家集合为 $F = \{e_{k_1}, e_{k_2}, \dots, e_{k_l}\} \subseteq E$, 则判断 F 中专家意见是否一致的步骤如下.

Step 1: 对于 $\forall e_{k_i} \in F$, 根据属性权向量 $V_{k_i} = (v_{k_i,1}, v_{k_i,2}, \dots, v_{k_i,n})$ 构造对应的排序号向量

$$R = (r_{k_i,1}, r_{k_i,2}, \dots, r_{k_i,n}),$$

其中 $r_{k_i,j} (1 \leq j \leq n)$ 为 $v_{k_i,j}$ 在 V_{k_i} 中的排序号,即当 $v_{k_i,j}$ 是 V_{k_i} 所有分量中的最小值时, $r_{k_i,j} = 1$; $v_{k_i,j}$ 为 V_{k_i} 所有分量中的次小值时, $r_{k_i,j} = 2$; 以此类推.

Step 2: 建立原假设 T_0 : 集合 F 中专家的意见不一致; 备择假设 T_1 : 集合 F 中专家的意见一致. 设置显著性水平 α , 通常可取 $\alpha = 0.05$.

Step 3: 构造关于集合 F 的 Kendall 协和系数检验统计量

$$\text{Kendall}(F) = \frac{12 \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^l r_{k_i,j} - \frac{1}{n} \sum_{q=1}^l \sum_{i=1}^l r_{k_i,q} \right)^2}{l^2 n (n^2 - 1)}. \quad (4)$$

Step 4: 若 $\text{Kendall}(F) < K_\alpha$ (K_α 是显著性水平 α 下 Kendall 协和系数检验的临界值), 则接受假设 T_0 , 否则接受假设 T_1 .

2.2 基于一致性的专家意见集结

首先介绍意见相容度、群体一致度和群体权威度的概念.

定义 1 意见相容度是衡量专家集中个体意见与群体意见相似程度的指标.

若专家集合 $F = \{e_{k_1}, e_{k_2}, \dots, e_{k_l}\} \subseteq E$, 则 F 中专家 e_{k_i} 的意见相容度定义为

$$\delta_{k_i} = \frac{\sum_{1 \leq j \leq l, j \neq i} \text{Kendall}(F_{k_i, k_j})}{l - 1}, \quad (5)$$

其中 F_{k_i, k_j} 为专家 e_{k_i} 与专家 e_{k_j} 构成的二人集合, 即 $F_{k_i, k_j} = \{e_{k_i}, e_{k_j}\}$. δ_{k_i} 越大, 专家 e_{k_i} 与集合 F 中其他专家的意见越相似.

定义 2 群体一致度是衡量专家集中各专家的意见是否一致的指标.

若专家集合 $F = \{e_{k_1}, e_{k_2}, \dots, e_{k_l}\} \subseteq E$, 则 F 的群体一致度定义为

$$\varepsilon_F = \begin{cases} 1, & \text{Kendall}(F) \geq K_\alpha; \\ 0, & \text{Kendall}(F) < K_\alpha. \end{cases} \quad (6)$$

定义 3 群体权威度是衡量一个专家组权威程度的指标.

若专家集合 $F = \{e_{k_1}, e_{k_2}, \dots, e_{k_l}\} \subseteq E$, 则 F 的群体权威度定义为

$$\varphi_F = \sum_{e_{k_i} \in F} p_{k_i}, \quad (7)$$

其中 p_{k_i} 为专家 e_{k_i} 的权重.

由上述分析可知,在集结专家意见时,需找到一个意见一致且权威程度较高的专家组,用专家集合 E' 表示这样的专家组,构造集合 E' 的模型为

$$\begin{aligned} \max \quad & \varphi_{E'}; \\ \text{s.t.} \quad & \varepsilon_{E'} = 1, E' \subseteq E. \end{aligned} \quad (8)$$

为求解该模型,提出一种启发式的求解算法,具体步骤如下.

Step 1: 令计数器 $k = 0$,初始化备选专家集合 O 为空集.

Step 2: 判断专家集合 E 的群体一致度 ε_E 是否为 1,若不为 1,则将集合 E 中意见相容度最小的专家移动至集合 O 中,重复执行 Step 2,直至 $\varepsilon_E = 1$ 或者 E 中仅剩一位专家.

Step 3: 令 $k = k + 1$,构造集合 $C_k = E$,重新构造集合 $E = O$.

Step 4: 判断集合 E 是否为空集,若是则执行 Step 5,否则返回 Step 2.

Step 5: 计算集合 C_1, C_2, \dots 的群体权威度,若 C_i 的群体权威度最大,则构造专家集合 $E' = C_i$,算法结束.

当专家集合 $E' = \{e_{g_1}, e_{g_2}, \dots, e_{g_l}\}$ 时,按式 (9) 综合集合 E' 中专家的意见,得到合理且相对客观的属性权向量 W ,有

$$W = \sum_{i=1}^l \frac{p_{g_i}}{\varphi_{E'}} \cdot V_{g_i}. \quad (9)$$

其中: p_{g_i} 为专家 e_{g_i} 的权重, V_{g_i} 为专家 e_{g_i} 给出的属性权向量.

3 多属性决策模型

为了避免对决策矩阵进行规范化处理,首先定义备选方案在各个属性上的相对优势关系,并构造判断矩阵,然后建立计算方案效用值的线性目标规划模型,通过解算模型得到方案的量化评价价值,进而对方案进行优劣排序.

下面介绍属性相对优势矩阵、方案效用值和判断矩阵的概念.

定义 4 属性相对优势矩阵是描述所有方案在某个具体属性上相对优势关系的矩阵.

$\forall h_k \in H$,其对应的相对优势矩阵记为

$$Y_k = (y_{ij}^k)_{m \times m}.$$

其中: y_{ij}^k 为方案 s_i 与 s_j 在属性 h_k 上的优劣关系, $|y_{ij}^k|$ 为方案 s_i 在属性 h_k 上优于或劣于方案 s_j 的幅度.具体而言,当 $y_{ij}^k > 0$ 时, y_{ij}^k 表示方案 s_i 在属性 h_k 上优

于方案 s_j 的幅度;当 $y_{ij}^k < 0$ 时, $-y_{ij}^k$ 表示方案 s_i 在属性 h_k 上劣于方案 s_j 的幅度.

定义 5 方案效用值是衡量方案优劣的量化指标,方案效用值越大,方案越优.

$\forall s_i \in S$,其效用值记为 u_i ($u_i \geq 0$),且满足 $\sum_{i=1}^m u_i = 1$.所有方案的效用值构成的效用值向量记为 $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$.

定义 6 判断矩阵是描述方案集中任意两个方案间相对优势关系的矩阵.

多属性决策问题的判断矩阵记为

$$Z = (z_{ij})_{m \times m}.$$

其中: z_{ij} 为方案 s_i 与 s_j 间的优劣关系, $|z_{ij}|$ 为方案 s_i 优于或劣于方案 s_j 的幅度.具体而言,当 $z_{ij} > 0$ 时, z_{ij} 表示方案 s_i 优于方案 s_j 的幅度;当 $z_{ij} < 0$ 时, $-z_{ij}$ 表示方案 s_i 劣于方案 s_j 的幅度.

3.1 属性相对优势矩阵和判断矩阵构造

在混合型多属性决策问题中,属性的属性值可以是实数、区间数和语言值等,因此不同类型属性对应的相对优势矩阵的构造方式并不相同.在决策矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 中,若属性 h_k 的属性值为实数,则相对优势矩阵 $Y_k = (y_{ij}^k)_{m \times m}$ 的构造方式如下:

$$y_{ij}^k = (-1)^\gamma \left(\frac{x_{ik} - x_{jk}}{x_{jk}} \right). \quad (10)$$

其中:若属性 h_k 为效益型,则 $\gamma = 0$;若 h_k 为成本型,则 $\gamma = 1$.

在决策矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 中,若属性 h_k 的属性值为区间数,则相对优势矩阵 $Y_k = (y_{ij}^k)_{m \times m}$ 的构造方式如下:

$$y_{ij}^k = (-1)^\gamma \left(\frac{D(x_{ik}) - D(x_{jk})}{D(x_{jk})} \right). \quad (11)$$

其中:若属性 h_k 为效益型,则 $\gamma = 0$;若 h_k 为成本型,则 $\gamma = 1$;算子 $D(\cdot)$ 是距离算子,用于计算一个区间数与 0 之间的距离.本文根据文献 [13] 中的区间数距离公式设计算子 $D(\cdot)$,若区间数 $x = [x_L, x_R]$,则

$$D(x) = \sqrt{(x_L^2 + x_L x_R + x_R^2)/3}.$$

在决策矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 中,若属性 h_k 的属性值为语言值,则可以将语言值转化为区间数,根据式 (11) 构造属性相对优势矩阵 Y_k .

综合各属性相对优势矩阵 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 和属性权向量 W ,判断矩阵 $Z = (z_{ij})_{m \times m}$ 的构造方式如下:

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^n w_k y_{ij}^k. \quad (12)$$

3.2 方案效用值计算

为了使方案效用值向量 $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ 能与判断矩阵 $Z = (z_{ij})_{m \times m}$ 保持一致,二者之间应尽量满足 $z_{ij} = (u_i - u_j)/u_j$,即 $u_i - u_j - u_j z_{ij} = 0$.因此方案效用值的计算模型为

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m |u_i - u_j - u_j z_{ij}|; \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m u_i = 1, u_i \geq 0, 1 \leq i \leq m. \end{aligned} \quad (13)$$

为方便求解上述最优化模型,可将其转化为下列目标规划模型

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (a_{ij} + b_{ij}); \\ \text{s.t.} \quad & u_i - u_j - u_j z_{ij} - a_{ij} + b_{ij} = 0, 1 \leq i, j \leq m; \\ & a_{ij}, b_{ij} \geq 0, 1 \leq i, j \leq m; \\ & \sum_{i=1}^m u_i = 1; \\ & u_i \geq 0, 1 \leq i \leq m. \end{aligned} \quad (14)$$

其中: a_{ij} 为上偏差变量, b_{ij} 为下偏差变量. 式(14)为线性规划模型,可以采用单纯形法^[4]直接求解.根据方案效用值的计算结果,可以对方案集中的所有方案进行优劣排序.

4 实例分析

为执行某项作战任务,方案集 S 中有4种行动方案 s_1, s_2, s_3, s_4 可供选择,属性集 H 中有4项属性 h_1, h_2, h_3, h_4 . 其中: h_1 是效益型, h_2, h_3, h_4 是成本型, h_1, h_2 的属性值为区间数, h_3, h_4 的属性值为实数. 决策矩阵 $X = (x_{ij})_{4 \times 4}$ 如下:

$$X = \begin{bmatrix} [0.84, 0.92] & [151.1, 173.8] & 28.3 & 3.9 \\ [0.86, 0.89] & [149.8, 163.1] & 26.5 & 4.4 \\ [0.78, 0.87] & [138.5, 160.2] & 31.1 & 3.6 \\ [0.83, 0.90] & [154.6, 169.3] & 27.6 & 4.1 \end{bmatrix}.$$

专家集合 E 中有5名专家 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 ,各自给出的属性权向量为

$$\begin{aligned} V_1 &= (0.33, 0.32, 0.23, 0.12), \\ V_2 &= (0.15, 0.28, 0.26, 0.31), \\ V_3 &= (0.45, 0.16, 0.28, 0.11), \\ V_4 &= (0.25, 0.36, 0.20, 0.19), \\ V_5 &= (0.36, 0.27, 0.15, 0.22). \end{aligned}$$

专家权向量为

$$P = (0.1, 0.25, 0.2, 0.15, 0.3).$$

现对集合 S 中的方案进行优劣排序.

首先根据式(8)中的模型找出意见一致且权威性较高的专家组 E' , 得到

$$E' = \{e_1, e_3, e_4, e_5\};$$

然后利用式(9)综合集合 E' 中的专家意见,得到属性权向量

$$W = (0.36, 0.26, 0.21, 0.17).$$

由式(10)和(11)构造属性相对优势矩阵

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.60\% & 6.65\% & 1.74\% \\ -0.60\% & 0 & 6.01\% & 1.13\% \\ -6.24\% & -5.67\% & 0 & -4.60\% \\ -1.71\% & -1.12\% & 4.83\% & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 0 & -3.89\% & -8.76\% & -0.36\% \\ 3.74\% & 0 & -4.69\% & 3.40\% \\ 8.06\% & 4.48\% & 0 & 7.73\% \\ 0.35\% & -3.52\% & -8.38\% & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} 0 & -6.79\% & 9.00\% & -2.54\% \\ 6.36\% & 0 & 14.79\% & 3.99\% \\ -9.89\% & -17.36\% & 0 & -12.68\% \\ 2.47\% & -4.15\% & 11.25\% & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_4 = \begin{bmatrix} 0 & 11.36\% & -8.33\% & 4.88\% \\ -12.82\% & 0 & -22.22\% & -7.32\% \\ 7.69\% & 18.18\% & 0 & 12.20\% \\ -5.13\% & 6.82\% & -13.89\% & 0 \end{bmatrix}.$$

由式(12)建立判断矩阵

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & -0.26\% & 0.48\% & 0.84\% \\ -0.11\% & 0 & 0.14\% & 0.87\% \\ -0.81\% & -1.29\% & 0 & -0.11\% \\ -0.89\% & -1.02\% & -0.57\% & 0 \end{bmatrix}.$$

虽然判断矩阵 $Z = (z_{ij})_{4 \times 4}$ 中的元素表示了方案之间的相对优势关系,但是直接根据矩阵 Z 对方案进行优劣排序仍存在困难.例如,由 z_{13}, z_{23} 可知,方案 s_1 优于 s_3 的幅度为0.48%, 方案 s_2 优于 s_3 的幅度为0.14%, 若以 s_3 为基准比较 s_1 和 s_2 的优劣,则可得出 s_1 优于 s_2 的结论,但是由 z_{14}, z_{24} 和类似的分析可得出 s_2 优于 s_1 的结论,与前面得到的结论相矛盾,故通

过矩阵 Z 并不能直接得出各方案间的优劣排序结果.按照模型(14)计算各方案的效用值,得到的方案效用值向量为 $U = (0.2508, 0.2509, 0.2496, 0.2487)$,由此可知 $s_2 \succ s_1 \succ s_3 \succ s_4$.

5 结论

本文指出了多属性决策方法中决策矩阵规范化和权重计算等步骤可能对方法合理性造成的不良影响,并且从提高方法合理性的角度出发设计了一种基于权重集结和相对优势关系的新方法.该方法采用群决策原理构造属性权重向量,既保证了权重结果的合理性,又能在一定程度上克服主观随意性.所提出方法无需规范化决策矩阵,而是通过构造属性相对优势矩阵和判断矩阵建立方案效用值计算的线性目标规划模型,整个过程概念清晰,计算简洁,具备良好的可操作性和可扩展性.实例分析结果表明,所提出方法可行有效,为解决多属性决策问题提供了新思路.

参考文献(References)

- [1] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 3.
(Xu Z S. Uncertain multiple attribute decision making: Methods and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 3.)
- [2] 徐玖平, 吴魏. 多属性决策的理论与方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 4.
(Xu J P, Wu W. Multiple attribute decision making theory and methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 4.)
- [3] Churchman C W, Ackoff R L, Amoff E L. Introduction to operation research[M]. New York: John Wiley and Sons, 1957: 2.
- [4] Linstone H A, Turoff M. The delphi method: Technique and application[M]. London: Addison Wesley, 1975: 3.
- [5] Saaty T L. The Analytic hierarchy process[M]. New York: Mc Graw-Hill Company, 1980: 2.
- [6] Hwang C L, Yoon K S. Multiple attribute decision-making methods and applications: A state-of-the-art survey[M]. Berlin: Springer, 1981: 58.
- [7] 常志朋, 程龙生, 刘家树. 基于马田系统与TOPSIS的区间数多属性决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(1): 168-174.
(Chang Z P, Cheng L S, Liu J S. Multiple attribute decision making method with intervals based on Mahalanobis-Taguchi system and TOPSIS method[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(1): 168-174.)
- [8] 张方伟, 王伟, 赵德. 一种基于分层法的区间数多属性决策方法及应用[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(11): 2881-2884.
(Zhang F W, Wang W, Zhao D. Method for multiple attributes decision-making with intervals based on layer method and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(11): 2881-2884.)
- [9] 朱丽, 朱传喜, 张小芝. 基于粗糙集的犹豫模糊多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1335-1339.
(Zhu L, Zhu C X, Zhang X Z. Method for hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on rough sets[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1335-1339.)
- [10] 陈小卫, 王文双, 宋贵宝, 等. 基于模糊偏序关系的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(3): 529-533.
(Chen X W, Wang W S, Song G B, et al. Hybrid multi-attribute decision making based on fuzzy preference relation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(3): 529-533.)
- [11] 王霞, 党耀国. 基于Choquet积分的区间灰数多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(5): 1106-1110.
(Wang X, Dang Y G. Approach for multiple attribute decision-making with interval grey number based on Choquet integral[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(5): 1106-1110.)
- [12] 吴喜之, 王兆军. 非参数统计方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 1996: 111-112.
(Wu X Z, Wang Z J. Non-parametric statistics[M]. Beijing: Higher Education Press, 1996: 111-112.)
- [13] 李霞, 张绍林, 张淼, 等. 基于新距离测度的区间数排序[J]. 西华大学学报: 自然科学版, 2008, 27(1): 87-90.
(Li X, Zhang S L, Zhang M, et al. Rank of interval numbers based on a new distance measure[J]. J of Xihua University: Natural Science Edition, 2008, 27(1): 87-90.)
- [14] 姚远. 运筹学[M]. 郑州: 河南大学出版社, 2013: 21-22.
(Yao Y. Operations research[M]. Zhengzhou: Henan University Press, 2013: 21-22.)

(责任编辑: 郑晓蕾)