

动态矩阵控制中基于 Kalman 滤波的开环预测方法

谢亚军, 丁宝苍[†], 陈 桥

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

摘要: 用稳态 Kalman 滤波器来解释双层结构模型预测控制中的开环预测模块, 得到的结果与非基于 Kalman 滤波导出的开环预测对应和等价. 将该结果与文献中已有的 Kalman 滤波解释进行了详细对比, 阐述了其中的不同点. 针对双层结构预测控制的整体策略进行仿真, 并针对积分输出的 Kalman 滤波进行仿真, 验证了所得结论的有效性.

关键词: 双层结构模型预测控制; 开环预测; Kalman 滤波; 积分输出

中图分类号: TP273 文献标志码: A

Open-loop prediction method in dynamic matrix control based on Kalman filter

XIE Ya-jun, DING Bao-cang[†], CHEN Qiao

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The steady-state Kalman filter is utilized to interpret the open-loop prediction module in the double-layered model predictive control(MPC). The results are consistent with, and equivalent to the open-loop prediction which is not deduced based on the Kalman filter. The results are compared with other Kalman filter interpretations in the literature, and the differences are stated. By simulating the results on the overall strategy of the double-layered MPC, and simulating the Kalman filter for the integral outputs, the effectiveness of the results is validated.

Keywords: double-layered model predictive control; open-loop prediction; Kalman filter; integral outputs

0 引言

动态矩阵控制(DMC)在实际工程中得到了广泛的应用^[1], 但因其采用非参数化的阶跃响应模型, 给理论分析带来较大的难度. 在实际工业应用中, DMC 采用双层结构^[2-9], 即具有稳态目标计算和动态控制两层. 稳态目标计算层需要被控变量(CV)和操作变量(MV)的稳态预测值, 而动态控制需要 CV 的动态预测值. 为了对稳、动态预测值进行有效的计算和利用, 双层 DMC 软件中一般有一个独立的开环预测模块. 文献中, 采用 Kalman 滤波对该预测模块进行了解释^[10-12], 但是这些解释不能与文献[5]中建立的双层结构 DMC 的整体技术完全对应或等价.

本文给出与文献[5]中完全对应/等价的、双层结构 DMC 的开环预测问题的 Kalman 滤波解释, 顺便给出与文献[10-12]的对比结果. 这种解释具有重要

的理论意义, 可为在双层预测控制技术中进一步采用扩展 Kalman 滤波、粒子滤波、无迹 Kalman 滤波等技术做铺垫. 预测控制可以定义为, 在各种估计方法的开环预测的基础上采用滚动优化控制的技术. 本文的研究方法虽非前沿课题, 但对解决双层预测控制的理论问题具有重要的意义.

1 基于阶跃响应模型的开环预测

对于稳定 CV, 考虑如下的有限阶跃响应模型^[13-14](对所有 $N' \geq N$ 等价):

$$y^s(k) = \sum_{i=1}^{N'-1} S_i^{u,s} \Delta u(k-i) + S_{N'}^{u,s} u(k-N') + \sum_{i=1}^{N'-1} S_i^{v,s} \Delta v(k-i) + S_{N'}^{v,s} v(k-N'). \quad (1)$$

其中: $y \in \mathbf{R}^{n_y}$, $u \in \mathbf{R}^{n_u}$ 和 $v \in \mathbf{R}^{n_v}$ 分别为 CV、MV 和

收稿日期: 2016-01-07; 修回日期: 2016-03-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573269); 国家 863 计划项目(2014AA041802); 陕西省自然科学基金项目(2016JM6049)

作者简介: 谢亚军(1990-), 男, 博士生, 从事预测控制理论的研究; 丁宝苍(1972-), 男, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、鲁棒控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: baocangding@126.com

DV(干扰变量), $S_i^{u,s}$ 和 $S_i^{v,s}$ 分别为针对操作变量 u 和干扰变量 v 的阶跃响应系数矩阵, 满足 $S_{N+i}^{u,s} = S_N^{u,s}$ 和 $S_{N+i}^{v,s} = S_N^{v,s}, \forall i \geq 0$.

在时刻 k , 尚未得到 $\Delta u(k)$ 时, 假设已经得到 $\Delta v(k)$. 令 $y^{s,fr}(k+p|k)$ 为 $\Delta u(k+i-1|k) = 0 (1 \leq i \leq p)$ 和 $\Delta v(k+i) = 0 (1 \leq i \leq p-1)$ 的情况下对 $y^s(k+p|k)$ 的预测值, 称为自由预测值. 这些自由预测值满足 $y^{s,fr}(k+i|k) = y^{s,fr}(k+N|k), \forall i \geq N$. 采用式(1)进行预测, 得到

$$y^{s,fr}(k+p|k) - y^{s,fr}(k+p|k-1) = S_{p+1}^{u,s} \Delta u(k-1) + S_p^{v,s} \Delta v(k), p \geq 0, \quad (2)$$

满足 $y^{s,fr}(k|k) = y^s(k)$.

对于一阶积分型 CV, 应该采用 CV、脉冲响应系数、阶跃响应系数的增量, 即式(1)应该替换为 ($N' \geq N+1$)

$$\Delta y^r(k) = \sum_{i=1}^{N'-1} \Delta S_i^{u,r} \Delta u(k-i) + \Delta S_{N'}^{u,r} u(k-N') + \sum_{i=1}^{N'-1} \Delta S_i^{v,r} \Delta v(k-i) + \Delta S_{N'}^{v,r} v(k-N'). \quad (3)$$

其中 $S_i^{u,r}$ 和 $S_i^{v,r}$ 分别为针对 u 和 v 的阶跃响应系数矩阵, 满足 $S_{N+1}^{u,r} - S_N^{u,r} = S_{N+i+1}^{v,r} - S_{N+i}^{v,r}, \forall i \geq 0$. 式(3)两边不能去掉 Δ , 因为积分型 CV 不能表示为操作变量、干扰变量的有限项加权和. 对应地, 式(2)应该替换为

$$\Delta y^{r,fr}(k+p|k) - \Delta y^{r,fr}(k+p|k-1) = \Delta S_{p+1}^{u,r} \Delta u(k-1) + \Delta S_p^{v,r} \Delta v(k), \quad (4)$$

满足 $y^{r,fr}(k|k) = y^r(k)$. 式(4)等价于

$$y^{r,fr}(k+p|k) - y^{r,fr}(k+p|k-1) = S_{p+1}^{u,r} \Delta u(k-1) + S_p^{v,r} \Delta v(k). \quad (5)$$

因此, 式(5)与式(2)具有统一的形式. 积分型 CV 的自由预测值满足

$$y^{r,fr}(k+i+1|k) - y^{r,fr}(k+i|k) = y^{r,fr}(k+N+1|k) - y^{r,fr}(k+N|k), \forall i \geq N.$$

1.1 稳定型 CV 的开环预测

取状态

$$\tilde{Y}_{N+1}^{s,fr}(k) \triangleq \begin{bmatrix} y^{s,fr}(k|k) \\ y^{s,fr}(k+1|k) \\ \vdots \\ y^{s,fr}(k+N|k) \end{bmatrix} \triangleq$$

$$\begin{bmatrix} y^{s,fr}(k|k) \\ Y_N^{s,fr}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_N^{s,fr}(k) \\ y^{s,fr}(k+N|k) \end{bmatrix},$$

则由式(2)得到如下状态方程:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{N+1}^{s,fr}(k+1) = & M^s \left\{ \tilde{Y}_{N+1}^{s,fr}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{u,s} \\ \vdots \\ S_N^{u,s} \end{bmatrix} \Delta u(k) \right\} + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{v,s} \\ \vdots \\ S_N^{v,s} \end{bmatrix} \Delta v(k+1), \quad (6) \\ y^s(k) = & \tilde{H} \tilde{Y}_{N+1}^{s,fr}(k). \quad (7) \end{aligned}$$

其中

$$M^s = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & [0 \cdots 0 I] \end{bmatrix}, \tilde{H} = [I \ 0 \cdots 0].$$

针对式(6)和(7), 采用稳态 Kalman 滤波器, 并记状态滤波值为

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{N+1}^{s,ol}(k|k) \triangleq & \begin{bmatrix} y^{s,ol}((k|k)|k) \\ y^{s,ol}((k+1|k)|k) \\ \vdots \\ y^{s,ol}((k+N|k)|k) \end{bmatrix} \triangleq \\ & \begin{bmatrix} y^{s,ol}(k|k) \\ y^{s,ol}(k+1|k) \\ \vdots \\ y^{s,ol}(k+N|k) \end{bmatrix}, \\ \tilde{Y}_{N+1}^{s,ol}(k|k-1) \triangleq & \begin{bmatrix} y^{s,ol}((k|k)|k-1) \\ y^{s,ol}((k+1|k)|k-1) \\ \vdots \\ y^{s,ol}((k+N|k)|k-1) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

得到稳态 Kalman 滤波器

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{N+1}^{s,ol}(k|k) = & M^s \left\{ \tilde{Y}_{N+1}^{s,ol}(k-1|k-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{u,s} \\ \vdots \\ S_N^{u,s} \end{bmatrix} \Delta u(k-1) \right\} + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{v,s} \\ \vdots \\ S_N^{v,s} \end{bmatrix} \Delta v(k) + \tilde{K} \varepsilon^s(k), \quad (8) \end{aligned}$$

$$\varepsilon^s(k) = y^s(k) - y^{s,ol}(k|k-1) - S_1^{u,s} \Delta u(k-1). \quad (9)$$

其中: $\tilde{K} = \Sigma \tilde{H}^T (\tilde{H} \Sigma \tilde{H}^T + Q_y)^{-1}$, Σ 为如下稳态 Riccati 方程的唯一正定解:

$$\Sigma = M^s [\Sigma - \Sigma \tilde{H}^T (\tilde{H} \Sigma \tilde{H}^T + Q_y)^{-1} \tilde{H} \Sigma] M^{sT} + Q_Y, \quad (10)$$

Q_Y 和 Q_y 为可调参数. 取式(8)的如下部分:

$$Y_N^{s,ol}(k|k) = M^s \left\{ Y_N^{s,ol}(k-1|k-1) + \begin{bmatrix} S_1^{u,s} \\ S_2^{u,s} \\ \vdots \\ S_N^{u,s} \end{bmatrix} \Delta u(k-1) \right\} + \begin{bmatrix} S_1^{v,s} \\ S_2^{v,s} \\ \vdots \\ S_N^{v,s} \end{bmatrix} \Delta v(k) + K_1 \varepsilon^s(k). \quad (11)$$

其中

$$M^s = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & [0 \ \dots \ 0 \ I] \end{bmatrix}, \quad \tilde{K} = \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \end{bmatrix},$$

$$Y_N^{s,ol}(k|k) \triangleq \begin{bmatrix} y^{s,ol}(k+1|k) \\ y^{s,ol}(k+2|k) \\ \vdots \\ y^{s,ol}(k+N|k) \end{bmatrix}.$$

由式(9)和(11)组成开环预测模块.

注1 通过建立如下的状态方程:

$$Y_N^{s,fr}(k+1) = M^s \left\{ Y_N^{s,fr}(k) + \begin{bmatrix} S_1^{u,s} \\ S_2^{u,s} \\ \vdots \\ S_N^{u,s} \end{bmatrix} \Delta u(k) \right\} + \begin{bmatrix} S_1^{v,s} \\ S_2^{v,s} \\ \vdots \\ S_N^{v,s} \end{bmatrix} \Delta v(k+1), \quad (12)$$

$$y^s(k) = H Y_N^{s,fr}(k) + y^{s,fr}(k|k-1) + S_1^{u,s} \Delta u(k-1). \quad (13)$$

如果 $H = 0$, 似乎同样可以得到式(9)和(11). 但实际上, 由于 M^s 有 n_y 个特征值为1, 且 $H = 0$, 可检

测性条件并不成立. 不考虑 v 的式(12)已在文献[12]中给出.

1.2 积分型CV的开环预测

取状态

$$\tilde{Y}_{N+2}^{r,fr}(k) \triangleq \begin{bmatrix} y^{r,fr}(k|k) \\ y^{r,fr}(k+1|k) \\ \vdots \\ y^{r,fr}(k+N+1|k) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} y^{r,fr}(k|k) \\ Y_{N+1}^{r,fr}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{N+1}^{r,fr}(k) \\ y^{r,fr}(k+N+1|k) \end{bmatrix},$$

则由式(5)得到如下状态方程:

$$\tilde{Y}_{N+2}^{r,fr}(k+1) = M^r \left\{ \tilde{Y}_{N+2}^{r,fr}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{u,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{u,r} \end{bmatrix} \Delta u(k) \right\} + \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{v,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{v,r} \end{bmatrix} \Delta v(k+1), \quad (14)$$

$$y^r(k) = \tilde{H} \tilde{Y}_{N+2}^{r,fr}(k). \quad (15)$$

其中

$$M^r = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & [0 \ \dots \ 0 \ -I \ 2I] \end{bmatrix},$$

$$\tilde{H} = [I \ 0 \ \dots \ 0].$$

针对式(14)和(15), 采用稳态 Kalman 滤波器, 并记状态估计值为

$$\tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(k|k) \triangleq \begin{bmatrix} y^{r,ol}((k|k)|k) \\ y^{r,ol}((k+1|k)|k) \\ \vdots \\ y^{r,ol}((k+N+1|k)|k) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} y^{r,ol}(k|k) \\ y^{r,ol}(k+1|k) \\ \vdots \\ y^{r,ol}(k+N+1|k) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(k|k-1) \triangleq \begin{bmatrix} y^{r,ol}((k|k)|k-1) \\ y^{r,ol}((k+1|k)|k-1) \\ \vdots \\ y^{r,ol}((k+N+1|k)|k-1) \end{bmatrix},$$

得到稳态 Kalman 滤波器

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(k|k) = & \\ M^r & \left\{ \tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(k-1|k-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{u,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{u,r} \end{bmatrix} \Delta u(k-1) \right\} + \\ & \begin{bmatrix} 0 \\ S_1^{v,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{v,r} \end{bmatrix} \Delta v(k) + \tilde{K} \varepsilon^r(k), \quad (16) \\ \varepsilon^r(k) = & y^r(k) - y^{r,ol}(k|k-1) - S_1^{u,r} \Delta u(k-1). \quad (17) \end{aligned}$$

取式(16)的如下部分:

$$\begin{aligned} Y_{N+1}^{r,ol}(k|k) = & \\ M^r & \left\{ Y_{N+1}^{r,ol}(k-1|k-1) + \begin{bmatrix} S_1^{u,r} \\ S_2^{u,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{u,r} \end{bmatrix} \Delta u(k-1) \right\} + \\ & \begin{bmatrix} S_1^{v,r} \\ S_2^{v,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{v,r} \end{bmatrix} \Delta v(k) + K_1 \varepsilon^r(k). \quad (18) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} M^r = & \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & [0 \ \dots \ 0 \ -I \ 2I] \end{bmatrix}, \\ Y_{N+1}^{r,ol}(k|k) \triangleq & \begin{bmatrix} y^{r,ol}(k+1|k) \\ y^{r,ol}(k+2|k) \\ \vdots \\ y^{r,ol}(k+N+1|k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由式(17)和(18)组成开环预测模块.

注2 文献[12]给出了如下方程:

$$\begin{aligned} Y_{N+1}^{r,fr}(k+1) = & \\ M^r & \left\{ Y_{N+1}^{r,fr}(k) + \begin{bmatrix} S_1^{u,r} \\ S_2^{u,r} \\ \vdots \\ S_{N+1}^{u,r} \end{bmatrix} \Delta u(k) \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

同稳定型 CV 的情形(但 M^r 有 $2n_y$ 个特征值为 1), 式(19)不能用于推导稳态 Kalman 滤波器.

对于一般工程问题, 只要选择模型时域 N 比实际的稳态响应时间(为稳定型 CV 和积分型 CV 中稳

态响应时间的最大值)大一个控制周期, 则在式(17)和(18), $N+1$ 也可以替换为 N , 并且稳定过程的开环预测是一阶积分过程的开环预测的特殊情况.

2 与已有文献对比

特别注意, 对于干扰变量 v , 文献[10-11]并没有建立对应的阶跃响应模型.

2.1 对比 1

在文献[10]中, 对于阶跃响应模型, 相当于提出如下的状态空间实现:

$$\begin{aligned} y^{fr}(k+i|k) = & y^{fr}(k+i|k-1) + S_{i+1}^u \Delta u(k-1), \\ & i = 0, 1, \dots, N-2, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^{fr}(k+N-1|k) = & \\ y^{fr}(k+N-2|k-1) + & S_N \Delta u(k-1) + x_p(k-1), \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_p(k) = & A_p x_p(k-1) + C_v x_v(k-1) + \\ & (S_{N+1} - S_N) \Delta u(k-1), \quad (22) \end{aligned}$$

$$x_v(k) = A_v x_v(k-1) + B_v \Delta v(k-1). \quad (23)$$

其中: $A_p = \text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_{n_y}\}$, 且当 y_i 为积分 CV 时 $a_i = 1$; 当 y_i 为稳定 CV 时 $a_i = 0$. 但是根据前提假设, $S_{N+1}^{u,r} - S_N^{u,r} = S_{N+i+1}^{v,r} - S_{N+i}^{v,r} \triangleq R, \forall i \geq 0$, 即只有当 $i \geq N$ 时, $S_{i+1} - S_i = R$, 故对积分 CV, 式(20)和(21)应修改为

$$\begin{aligned} y^{fr}(k+i|k) = & y^{fr}(k+i|k-1) + S_{i+1}^u \Delta u(k-1), \\ & i = 1, 2, \dots, N, \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^{fr}(k+N+1|k) = & \\ y^{fr}(k+N|k-1) + & S_{N+2} \Delta u(k-1) + x_p(k-1). \quad (25) \end{aligned}$$

对于稳定 CV, 式(20)和(21)应修改为

$$\begin{aligned} y^{fr}(k+i|k) = & y^{fr}(k+i|k-1) + S_{i+1}^u \Delta u(k-1), \\ & i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^{fr}(k+N|k) = & \\ y^{fr}(k+N-1|k-1) + & S_{N+1} \Delta u(k-1) + x_p(k-1). \quad (27) \end{aligned}$$

下面论述文献[10]中方法与本文方法的不同点. 对积分 CV, 采用本文方法得到

$$\begin{aligned} y^{r,fr}(k+N+1|k) = & \\ - y^{r,fr}(k+N-1|k-1) + & \\ 2y^{r,fr}(k+N|k-1) + & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(-S_N^{u,r} + 2S_{N+1}^{u,r})\Delta u(k-1) + S_{N+1}^{v,r}\Delta v(k) = \\
 &y^{r,fr}(k+N|k-1) + \\
 &[y^{r,fr}(k+N|k-1) - y^{r,fr}(k+N-1|k-1)] + \\
 &(-S_N^{u,r} + 2S_{N+1}^{u,r})\Delta u(k-1) + S_{N+1}^{v,r}\Delta v(k) = \\
 &y^{r,fr}(k+N|k-1) + [y^{r,fr}(k+N|k-1) - \\
 &y^{r,fr}(k+N-1|k-1)] + S_{N+2}^{u,r}\Delta u(k-1) + \\
 &S_{N+1}^{v,r}\Delta v(k). \tag{28}
 \end{aligned}$$

由于

$$\begin{aligned}
 &y^{r,fr}(k+N|k-1) - y^{r,fr}(k+N-1|k-1) = \\
 &\Delta y^{r,fr}(k+N|k-1) = \\
 &\sum_{i=1}^N \Delta S_i^{u,r} \Delta u(k+N-i|k-1) + \\
 &\Delta S_{N+1}^{u,r} u(k-1|k-1) + \\
 &\sum_{i=1}^N \Delta S_i^{v,r} \Delta v(k+N-i|k-1) + \\
 &\Delta S_{N+1}^{v,r} v(k-1|k-1) = \\
 &\Delta S_{N+1}^{u,r} u(k-2) + \Delta S_{N+1}^{v,r} v(k-1) = \\
 &R^{u,r} u(k-2) + R^{v,r} v(k-1).
 \end{aligned}$$

由式(28)进一步得到

$$\begin{aligned}
 &y^{r,fr}(k+N+1|k) = \\
 &y^{r,fr}(k+N|k-1) + R^{u,r} u(k-1) + \\
 &S_{N+1}^{u,r} \Delta u(k-1) + R^{v,r} v(k) + S_N^{v,r} \Delta v(k) = \\
 &y^{r,fr}(k+N|k-1) + R^{u,r} u(k-2) + \\
 &S_{N+2}^{u,r} \Delta u(k-1) + R^{v,r} v(k-1) + S_{N+1}^{v,r} \Delta v(k). \tag{29}
 \end{aligned}$$

将式(29)的后一个等式与式(25)进行对比(注意对全积分CV,扩展状态为 $(N+2)n_y + \dim\{x_v\}$ 维),结果表明,应定义

$$\begin{aligned}
 &x_p(k-1) = \\
 &R^{u,r} u(k-2) + R^{v,r} v(k-1) + S_{N+1}^{v,r} \Delta v(k),
 \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned}
 &x_p(k) = \\
 &R^{u,r} u(k-1) + R^{v,r} v(k) + S_{N+1}^{v,r} \Delta v(k+1) = \\
 &R^{u,r} u(k-1) + R^{v,r} v(k).
 \end{aligned}$$

这样,对于积分CV,得到

$$\begin{aligned}
 &x_p(k) = x_p(k-1) + R^{u,r} \Delta u(k-1) + \\
 &R^{v,r} \Delta v(k) - S_N^{v,r} \Delta v(k). \tag{30}
 \end{aligned}$$

将式(30)与(22)进行对比,结果表明,应取 $C_v = R^{v,r} - S_N^{v,r}$,定义 $x_v(k-1) = \Delta v(k)$,而 $x_v(k)$ 由状态方程(23)产生.

对于稳定CV,采用本文方法得到

$$\begin{aligned}
 &y^{s,fr}(k+N|k) = \\
 &y^{s,fr}(k+N-1|k-1) + \\
 &S_N^{u,s} \Delta u(k-1) + S_N^{v,s} \Delta v(k). \tag{31}
 \end{aligned}$$

将式(31)与(27)进行对比(注意对于全稳定CV,扩展状态为 $(N+1)n_y + \dim\{x_v\}$ 维),结果表明,应定义 $x_p(k-1) = S_N^{v,s} \Delta v(k)$,则 $x_p(k) = S_N^{v,s} \Delta v(k+1) = 0$.这样,对稳定CV可得到

$$x_p(k) = 0 = R^{u,r} \Delta u(k-1) + R^{v,s} \Delta v(k). \tag{32}$$

将式(32)与(22)进行对比,结果表明应取 $C_v = R^{v,s}$,定义 $x_v(k-1) = \Delta v(k)$,而 $x_v(k)$ 由状态方程(23)产生.

2.2 对比2

在文献[11]中,对于阶跃响应模型,相当于提出如下的状态空间实现:

$$\begin{aligned}
 &y^{fr}(k+i|k) = y^{fr}(k+i|k-1) + S_{i+1}^u \Delta u(k-1), \\
 &i = 0, 1, \dots, N-2, \tag{33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &y^{fr}(k+N-1|k) = \\
 &y^{fr}(k+N-2|k-1) + S_N \Delta u(k-1) + \\
 &C_u x_u(k-1) + C_v x_v(k-1), \tag{34}
 \end{aligned}$$

$$x_u(k) = A_u x_u(k-1) + B_u \Delta u(k-1), \tag{35}$$

$$x_v(k) = A_v x_v(k-1) + B_v \Delta v(k-1). \tag{36}$$

其中: A_u 为 $n_u n_y$ 维对角矩阵, $\{A_u, B_u\}$ 为 $n_u n_y$ 个输入-输出组合的未建模动态.式(36)为干扰的动态模型.根据前提假设,只有当 $i \geq N$ 时, $S_{i+1} - S_i = R$,故对于积分CV,式(33)和(34)应修改为

$$\begin{aligned}
 &y^{fr}(k+i|k) = y^{fr}(k+i|k-1) + S_{i+1}^u \Delta u(k-1), \\
 &i = 1, 2, \dots, N, \tag{37}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &y^{fr}(k+N+1|k) = \\
 &y^{fr}(k+N|k-1) + S_{N+2} \Delta u(k-1) + \\
 &C_u x_u(k-1) + C_v x_v(k-1). \tag{38}
 \end{aligned}$$

对于稳定CV,式(33)和(34)应修改为

$$\begin{aligned}
 &y^{fr}(k+i|k) = y^{fr}(k+i|k-1) + S_{i+1}^u \Delta u(k-1), \\
 &i = 1, 2, \dots, N-1, \tag{39}
 \end{aligned}$$

$$y^{fr}(k+N|k) =$$

$$y^{fr}(k+N-1|k-1) + S_{N+1}\Delta u(k-1) + C_u x_u(k-1) + C_v x_v(k-1). \quad (40)$$

下面论述文献[11]中方法与本文方法的不同点.

对于积分CV, 采用本文方法, 得到式(29). 将式(29)的后一个等式与(38)进行对比, 结果表明, 应定义

$$C_u x_u(k-1) = R^{u,r} u(k-2), \\ C_v x_v(k-1) = R^{v,r} v(k-1) + S_{N+1}^{v,r} \Delta v(k),$$

而 $x_u(k)$ 和 $x_v(k)$ 由状态方程(35)和(36)产生.

对于稳定CV, 采用本文方法得到式(31). 将式(31)与(40)进行对比, 结果表明, 应定义

$$C_u x_u(k-1) = 0, \\ C_v x_v(k-1) = S_N^{v,s} \Delta v(k),$$

而 $x_u(k)$ 和 $x_v(k)$ 由状态方程(35)和(36)产生.

3 仿真算例

针对连续时间的传递函数矩阵, 用 Matlab 的 tfd2step 产生阶跃响应模型. 先用 c2d、再用 lsim 模拟实际系统输出 y .

3.1 稳态CV的控制器仿真算例

首先针对稳定CV, 用本文的 Kalman 滤波代替文献[5]的开环预测和一阶指数滤波, 针对文献[5]的双层结构DMC进行仿真. 双层结构DMC的所有参数的物理意义和相关术语见文献[5]. 考虑重油分馏塔模型^[5], 其控制通道和干扰通道传递函数矩阵分别为

$$G^u(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1.77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5.88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{5.39e^{-18s}}{50s+1} & \frac{5.72e^{-14s}}{60s+1} & \frac{6.90e^{-15s}}{40s+1} \\ \frac{4.38e^{-20s}}{33s+1} & \frac{4.42e^{-22s}}{44s+1} & \frac{7.20}{19s+1} \end{bmatrix}, \\ G^v(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.20e^{-27s}}{45s+1} & \frac{1.44e^{-27s}}{40s+1} \\ \frac{1.52e^{-15s}}{25s+1} & \frac{1.83e^{-15s}}{20s+1} \\ \frac{1.14}{27s+1} & \frac{1.26}{32s+1} \end{bmatrix}.$$

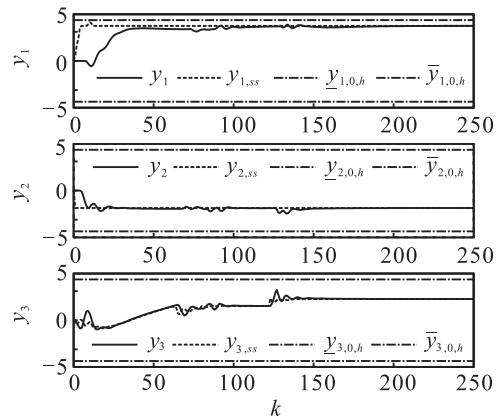
取采样周期为4, 建模时域 $N = 100$. $\underline{u}_i = -0.5, \bar{u}_i = 0.5, \Delta \bar{u}_i = \delta \bar{u}_{i,ss} = 0.1; \underline{y}_{j,0,h} = -0.7, \bar{y}_{j,0,h} = 0.7, \underline{y}_{j,0} = -0.5, \bar{y}_{j,0} = 0.5$, 其中 $y_{1,ss}, y_{2,ss}, u_{3,ss}$ 具有外部目标并且其 ET_{range} 均为0.5. 可行性阶段的相关参数见表1, 采用线性规划(LP). 经济优化中, u_2 为最小移动变量, $h = [-2, 1, 2], J_{min} = -0.4$, 采用含最低优先级软约束的二次规划(QP). 在 $k \in [64, 78]$ 时, 出现值为 $[0.2; 0.1]$ 的干扰; 在 $k = 122$ 以后, 出现值为

$[1; -1]$ 的干扰. 对模拟的实际系统输出进一步乘0.9代表模型失配.

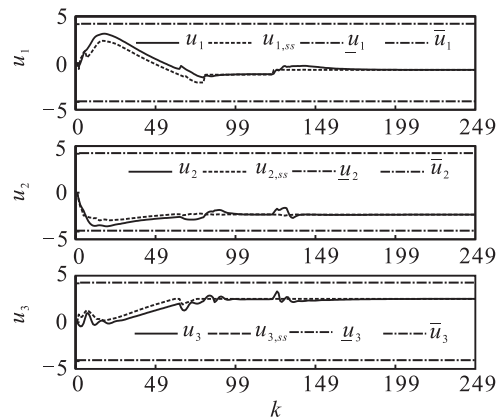
表1 多优先级SSTC参数选取

优先级	类型	变量	理想值或上、下界	等关注偏差
1	II	$y_{2,ss}$	CV下界	0.20
1	II	$y_{3,ss}$	CV上界	0.20
1	II	$u_{3,ss}$	ET上界	0.25
2	I	$y_{2,ss}$	-0.3	0.25
3	II	$u_{3,ss}$	ET下界	0.25
3	II	$y_{1,ss}$	ET下界	0.25
3	II	$y_{2,ss}$	ET上界	0.25
4	II	$y_{1,ss}$	ET上界	0.25
4	II	$y_{2,ss}$	CV上界	0.20
4	II	$y_{3,ss}$	CV下界	0.20
5	I	$u_{3,ss}$	0.3	0.25
5	I	$y_{1,ss}$	0.6	0.25
6	II	$y_{1,ss}$	CV下界	0.20
6	II	$y_{1,ss}$	CV上界	0.20
6	II	$y_{2,ss}$	ET下界	0.25

选择 $P = 15; M = 8; \Lambda = \text{diag}\{3, 5, 3\}; \bar{z} = [0.4, 0.4, 0.4], \underline{z} = [-0.4, -0.4, -0.4]; q_1^1 = 2.0, q_1^0 = 0.5, q_2^1 = 2.0; q_2^0 = 1.0, q_2^0 = 0.8, q_2^2 = 1.0; q_3^1 = 2.5, q_3^0 = 1.0, q_3^2 = 4.0; \underline{\Omega} = I, \bar{\Omega} = I; Q_Y = 0.5I, Q_y = I; u(-1) = 0; y(0) = 0$. 动态控制结果见图1. 完全采用



(a) CV效果曲线



(b) MV效果曲线

图1 重油分馏塔控制结果

文献[5]的算法时, 仿真曲线几乎重合, 故没有用线型区分。仿真结果表明, 本文的Kalman滤波用于双层结构DMC是有效的。

3.2 积分CV的滤波器仿真算例

对重油分馏塔模型进行改造, 令控制通道和干扰通道传递函数矩阵分别为

$$G^u(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1.77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5.88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{0.0539e^{-18s}}{s(50s+1)} & \frac{0.0572e^{-14s}}{s(60s+1)} & \frac{0.0690e^{-15s}}{s(40s+1)} \\ \frac{0.0438e^{-20s}}{s(33s+1)} & \frac{0.0442e^{-22s}}{s(44s+1)} & \frac{0.0720}{s(19s+1)} \end{bmatrix},$$

$$G^v(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.20e^{-27s}}{45s+1} & \frac{1.44e^{-27s}}{40s+1} \\ \frac{0.0152e^{-15s}}{s(25s+1)} & \frac{0.0183e^{-15s}}{s(20s+1)} \\ \frac{0.0114}{s(27s+1)} & \frac{0.0126}{s(32s+1)} \end{bmatrix}.$$

取采样周期为1, 建模时域 $N = 100$ 。状态估计中, 3个输出都用积分CV的处理方法。取

$$u(k) = [0.5, 0.3, -0.5]^T;$$

$$v_1(k) = \begin{cases} 0, & k \leq 47; \\ -5, & 48 \leq k \leq 497; \\ 5, & k \geq 498; \end{cases}$$

$$v_2(k) = \begin{cases} 0, & k \leq 47; \\ 5, & 48 \leq k \leq 497; \\ -5, & k \geq 498. \end{cases}$$

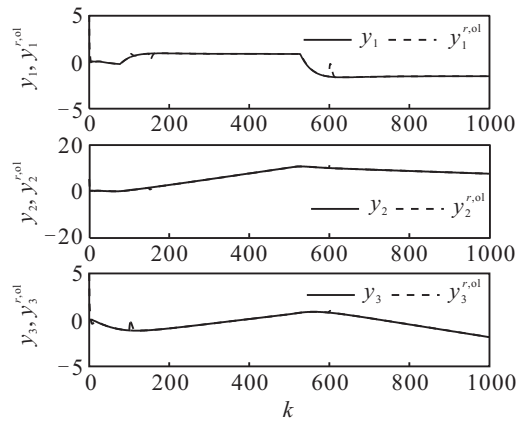
首先不考虑系统噪声, 这是以 Q_Y 和 Q_y 为可调参数的观测器问题。 $Q_Y = 0.01I$, $Q_y = I$ 。 $\tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(0)$ 的所有元素取为5, $\tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(0) = 0$ 。图2所示的仿真结果表明, 观测误差收敛到零, 稳定CV和积分CV的变化趋势明显反映了其基本特征。

然后, 对噪声存在时的稳态Kalman滤波问题作仿真。实际考虑如下观测方程:

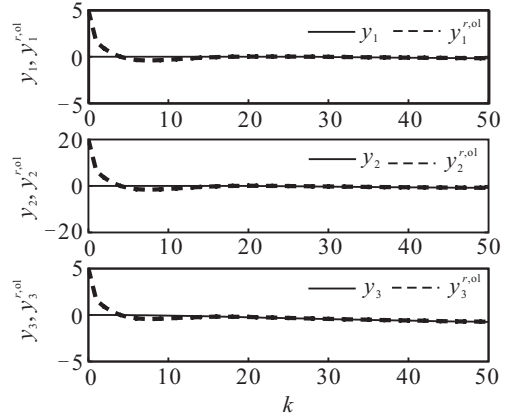
$$y^r(k) = \tilde{H}\tilde{Y}_{N+2}^{r,fr}(k) + \xi(k).$$

其中: $\xi(k)$ 为正态分布、方差为 $Q_y = I$ 的白噪声; Q_Y 为可调参数, 取为 $Q_Y = 0.01I$; $\tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(0)$ 的所有元素取为5, $\tilde{Y}_{N+2}^{r,ol}(0) = 0$ 。图3所示的仿真结果表明, 稳定CV和积分CV的变化趋势明显反映了其基本特征。

不管针对稳定型CV还是积分型CV, 采用文献[10-11]的方法, 并采用第2节所推导的改进和参数设置方案, 仿真结果与本文方法完全相同, 此处略。

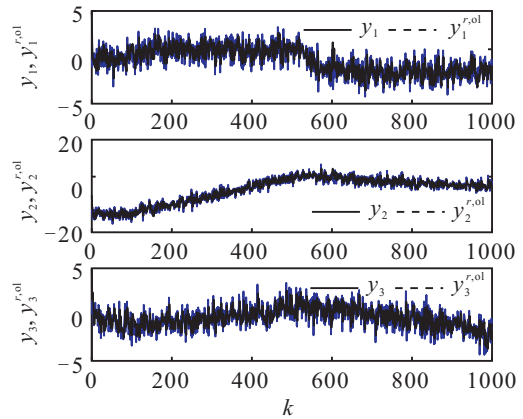


(a) 完整曲线

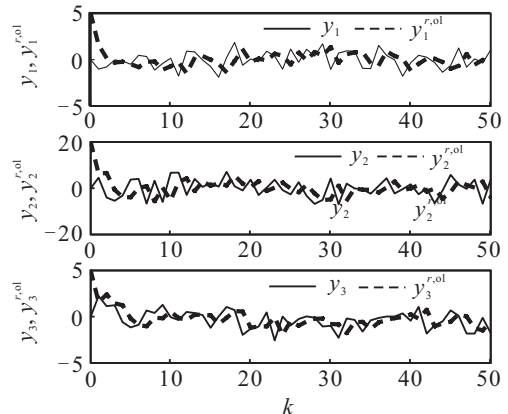


(b) 前50时刻的曲线

图2 积分CV的状态观测结果



(a) 完整曲线



(b) 前50时刻的曲线

图3 积分CV的Kalman滤波结果

4 结 论

本文给出了双层结构预测控制中开环预测模块的Kalman滤波解释,与之前给出的双层结构预测控制整体策略对应/等价,但不同于文献中同类的Kalman滤波解释.这个结果对进一步研究双层结构预测控制的理论问题具有重要的参考价值.

参考文献(References)

- [1] Qin S J, Badgwell A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 7(11): 733-764.
- [2] 邹涛,丁宝苍,张端.模型预测控制工程应用导论[M].北京:化学工业出版社,2010.
(Zou T, Ding B C, Zhang D. MPC: An introduction to industrial applications[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2010.)
- [3] 邹涛,李海强.具有积分环节多变量系统的双层结构预测控制[J].浙江大学学报:工学版,2011,45(2): 2079-2087.
(Zou T, Li H Q. Two-layer predictive control of multi-variable system with integrating element[J]. *J of Zhejiang University: Engineering Science*, 2011, 45(2): 2079-2087.)
- [4] 钱积新,赵均,徐祖华.预测控制[M].北京:化学工业出版社,2007.
(Qian J X, Zhao J, Xu Z H. Predictive control[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007.)
- [5] 李世卿,丁宝苍.基于动态矩阵控制的双层结构预测控制的整体解决方案[J].自动化学报,2015,41(11): 1857-1866.
(Li S Q, Ding B C. An overall solution to double-layered model predictive control based on dynamic matrix control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(11): 1857-1866.)
- [6] Ławryńczuk M, Marusak P M, Tatjewski P. Piecewise linear steady-state target optimization for control systems with MPC: A case study[C]. Proc of the 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008: 13169-13173.
- [7] Li S, Zheng Y, Wang B. Steady-state target calculation for constrained predictive control systems based on goal programming[J]. *Asia-Pacific J of Chemical Engineering*, 2008, 3(6): 648-655.
- [8] Maeder U, Borrelli F, Morari M. Nonlinear offset-free model predictive control[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2214-2222.
- [9] Pannocchia G, Bemporad A. Combined design of disturbance model and observer for offset-free model predictive control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(6): 1048-1053.
- [10] Lee J H, Morari M, Garcia C E. State-space interpretation of model predictive control[J]. *Automatica*, 1994, 30(4): 707-717.
- [11] Lundström P, Lee J H, Morari M, et al. Limitations of dynamic matrix control [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 1995, 19(4): 409-421.
- [12] Lee J H, Xiao J. Use of two-stage optimization in model predictive control of stable and integrating systems [J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2000, 24(2/3/4/5/6/7): 1591-1596.
- [13] 席裕庚.预测控制[M].第2版.北京:国防工业出版社,2013.
(Xu Y G. Predictive control[H]. 2nd ed. Beijing: National Defence Press, 2013.)
- [14] 陈虹.模型预测控制[M].北京:科学出版社,2013.
(Chen H. Model predictive control[M]. Beijing: Science Press, 2013.)

(责任编辑:孙艺红)

下 期 要 目

- 多元时间序列相似性搜索研究综述.....李正欣,等
- 带有多个时变时滞的一阶多智能体系统的 H_∞ 包围控制.....廖福成,等
- 灰参数电路的控制问题及系统状态仿真分析.....杨洋,等
- 自稳定的双目的特征对提取算法及其收敛性分析.....冯晓伟,等
- 基于参考点的高维多目标粒子群算法.....韩敏,等
- 近空间飞行器变增益非线性切换控制器设计.....路遥,等
- 基于切换原理的非均匀采样系统控制.....王宏伟,等
- 航天器姿态机动的非线性鲁棒 H_∞ 控制方法.....周燕茹,等