文章编号: 1001-0920(2017)03-0487-06 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2016.0147

基于Delta算子的时变时延网络系统鲁棒H_∞滤波

张端金†, 范 鑫, 刘 雪
(郑州大学 信息工程学院，郑州 450001)

摘 要: 研究基于Delta算子的时变时延网络控制系统鲁棒H_∞滤波问题,不确定性存在于状态方程中,并满足范数有界. 利用时滞系统理论对系统进行建模,构造滤波误差系统. 采用Lyapunov-Krasovskii泛函和线性矩阵不等式的方法,对系统中的不确定性进行处理,并对误差系统的鲁棒H_∞性能进行分析,提出一种基于Delta算子的鲁棒H_∞滤波器设计方法及系数表达式. 数值实例表明了所提出方法的有效性.

关键词: 网络系统；Delta算子；鲁棒滤波；时变时延
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Robust H_∞ filtering for networked control systems with time-varying delay via delta operator

ZHANG Duan-jin†, *FAN Xin*, *LIU Xue*

(School of Information Engineering，Zhengzhou University，Zhengzhou 450001，China)

Abstract: The problem of H_∞ filtering for delta operator formulated systems with time-varying delays and uncertainties is considered. Uncertainties exist in state matrices and satisfy the norm-bounded condition. Firstly, the time-delay system theory is used to establish a system model. The performance analysis of the filtering-error system is proposed by using a Lyapunov-Krasovskii functional. Additionally, sufficient conditions of robust H_∞ filtering for the error system are given in terms of linear matrix inequalities, and the H_∞ filter design method is also obtained. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: networked control systems；Delta operator；robust filtering；time-varying delay

0 引 言

网络控制系统(NCSs)是以网络为媒介构成的闭环回路分布式控制系统,相对于传统的控制系统,NCSs具有消耗成本低、使用灵活、易于维护等特点. 状态估计因其在信号处理和控制领域的重要作用,引起了人们广泛的关注[1-3]. 相比于Kalman滤波,H_∞滤波有更好的鲁棒性能和更高的估计精度. 关于H_∞滤波的研究越来越多[4-6],但大多数研究都是分别在离散域或连续域的情况下得出的结论,并未有一个使之统一起来的方法.

Goodwin等[7-8]提出了一种Delta算子离散化方法,不仅避免了传统移位算子在高速采样时引起的病态条件问题,且当采样周期趋近于零时,Delta算子离散化模型趋近于连续模型,这便为分析不同采样周期控制系统的性能提供了极大的方便,关于Delta 算子的研究也不断取得新的进展[9].

由网络带宽限制引起的时延和模型中的不确定性等问题,会降低系统性能甚至造成不稳定. 文献[10]利用马尔可夫跳变系统,建立了同时具有丢包和时延的网络系统模型,讨论了鲁棒H_∞滤波问题. 文献[11]利用异步动态系统模型,研究了时延大于采样周期时的鲁棒H_∞滤波. 文献[12]采用Bernoulli随机分布序列同时描述了随机滞后及丢包现象,设计了一种H_∞滤波器. 文献[13-15]研究了基于Delta算子的不确定离散时延系统的稳定性问题. 文献[16]给出了一种Delta算子时变时延系统的H_∞滤波器设计方法. 在实际应用中,时延会随时间进行变化,因此对于时变时延的研究具有重要的现实意义.

本文基于Delta算子方法,研究了存在时变时延的网络系统鲁棒H_∞滤波问题. 利用时变时滞理论

收稿日期: 2016-02-02；**修回日期:** 2016-07-20.
基金项目: 国家自然科学基金项目(61471323)；河南省教育厅科学技术研究重点项目(14A120004).
作者简介: 张端金(1966−), 男, 教授, 博士生导师, 从事检测与估计、网络控制等研究；范鑫(1989−), 男, 硕士生, 从事网络系统滤波的研究.
†通讯作者. E-mail：djzhang@zzu.edu.cn

构造滤波误差系统,给出满足渐近稳定和H_∞性能指标的滤波器存在定理,通过求解线性矩阵不等式得到滤波器的参数.最后利用数值实例表明所了提出方法的有效性.

1 问题描述

Delta算子定义[8]如下:

$$\delta x(t)=\begin{cases}\mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t,\ T=0;\\ [x(t+T)-x(t)]/T,\ T\neq 0.\end{cases}$$

其中:T为采样周期,$T=0$时系统为连续系统,$T\neq 0$时系统为离散系统.考虑如下具有不确定性的网络系统:

$$\begin{aligned}&\delta x(k)=(A_\delta+\Delta A_\delta)x(k)+(A_{d\delta}+\Delta A_{d\delta})x(k-\\&\qquad d(k))+(B_\delta+\Delta B_\delta)w(k),\\&y(k)=Cx(k)+C_d x(k-d(k))+Dw(k-d(k)),\\&z(k)=C_0x(k).\end{aligned}\tag{1}$$

其中:$x(k)\in\boldsymbol{R}^n$为被控对象状态变量;$y(k)\in\boldsymbol{R}^r$为对象输出向量;$z(k)\in\boldsymbol{R}^q$为需要估计的信号向量;$w(k)\in\boldsymbol{R}^p$为系统的干扰向量;A_δ、$A_{d\delta}$、B_δ、C、C_d、D、C_0为具有适当维数的常数矩阵;$[\Delta A_\delta\ \ \Delta A_{d\delta}\ \ \Delta B_\delta]$为参数摄动.采用范数有界不确定模型描述系统参数的不确定性,系统的不确定性参数具有如下形式:

$$[\Delta A_\delta\ \ \Delta A_{d\delta}\ \ \Delta B_\delta]=GF(k)[E_1\ \ E_2\ \ E_3].$$

其中:$[\Delta A_\delta\ \ \Delta A_{d\delta}\ \ \Delta B_\delta]$为系统参数的不确定性;$G$、$E_1$、$E_2$、$E_3$为相应维数的已知矩阵;$F(k)$为不确定矩阵,且满足$F^{\mathrm T}(k)F(k)\leqslant I$;$d(k)$为随时间变化的状态时滞,且满足$0\leqslant d_m\leqslant d(k)\leqslant d_M$.滤波器状态方程为

$$\begin{aligned}&\delta\tilde x(k)=A_f\tilde x(k)+B_f\tilde y(k),\\&\tilde z(k)=C_f\tilde x(k).\end{aligned}\tag{2}$$

其中:$\tilde x(k)$为滤波器状态;$\tilde z(k)$为真实状态$z(k)$的估计值;$\tilde y(k)$为滤波器输入;A_f、B_f、C_f为适当维数矩阵,即待定的滤波器系数矩阵.

定义如下状态向量:

$$\begin{aligned}&x_e(k)=[x^{\mathrm T}(k),\tilde x^{\mathrm T}(k)]^{\mathrm T},\\&e(k)=z(k)-\tilde z(k),\\&\alpha(k)=[w^{\mathrm T}(k),w^{\mathrm T}(k-d(k))]^{\mathrm T}.\end{aligned}$$

由方程(1)和滤波器状态方程(2),得到系统状态方程为

$$\delta x_e(k)=\tilde A_\delta x_e(k)+\tilde A_{d\delta}x_e(k-d(k))+\tilde B_\delta\alpha(k).\tag{3}$$

其中

$$\tilde A_\delta=\begin{bmatrix}A_\delta+\Delta A_\delta & 0\\ B_fC & A_f\end{bmatrix},$$
$$\tilde A_{d\delta}=\begin{bmatrix}A_{d\delta}+\Delta A_{d\delta} & 0\\ B_fC_d & A_f\end{bmatrix},$$
$$\tilde B_\delta=\begin{bmatrix}B_\delta+\Delta B_\delta & 0\\ 0 & B_fD\end{bmatrix}.$$

滤波误差系统状态方程为

$$\begin{aligned}&\delta x_e(k)=\tilde A_\delta x_e(k)+\tilde A_{d\delta}x_e(k-d(k))+\tilde B_\delta\alpha(k),\\&e(k)=\tilde Cx_e(k),\end{aligned}\tag{4}$$

其中$\tilde C=[C_0\ \ C_f]$.

为了进一步分析滤波器的H_∞性能,需同时满足下列条件:

1)能够满足滤波误差系统(4)渐近稳定;

2)能够满足H_∞性能指标,扰动输入到误差状态输出的H_∞范数小于一个正数γ,即

$$\sup_{w(t)\in L_2}\frac{\|e(k)\|_\infty}{\|\alpha(k)\|_\infty}<\gamma.$$

2 稳定性分析

为分析滤波器的H_∞性能,首先给出系统渐近稳定的定义.

定义1[17] 若下列条件成立,则Delta算子网络系统是稳定的:1) $V(x(k))\geqslant 0$,当且仅当$x(k)=0$时,$V(x(k))=0$;2) $\delta V(x(k))=[V(x(k+1))-V(x(k))]/T<0$.其中$Vx(k)$是关于$x(k)$的Lyapunov函数.

为使后续定理证明方便,给出如下引理.

引理1 (Schur补引理)[18] 对于给定的具有适当维数的实对称矩阵M_{11}、M_{12}、M_{22},以下条件为等价:

1) $\begin{bmatrix}M_{11} & M_{12}\\ M_{12}^{\mathrm T} & M_{22}\end{bmatrix}<0$;

2) $M_{11}<0,\ M_{22}-M_{12}^{\mathrm T}M_{11}^{-1}M_{12}<0$;

3) $M_{22}<0,\ M_{11}-M_{12}M_{22}^{-1}M_{12}^{\mathrm T}<0$.

引理2[19] 已知矩阵U、E、F,当且仅当存在常数$\varepsilon_k>0$,使得$U+\varepsilon_kEE^{\mathrm T}+\varepsilon_k^{-1}F^{\mathrm T}F<0$成立时,对于所有满足$F(k)^{\mathrm T}F(k)\leqslant I$的矩阵$F(k)$,$U+EF(k)F+F^{\mathrm T}F(k)^{\mathrm T}E^{\mathrm T}<0$成立.

定理1 由式(4)描述的滤波误差系统,若存在对称正定矩阵P和Q,满足

$$\begin{bmatrix}\varGamma_1 & 0 & T(T\tilde A_\delta+I)P\tilde A_{d\delta} & 0 & T(T\tilde A_\delta+I)^{\mathrm T}P\tilde B_\delta\\ * & \varGamma_2 & 0 & \varGamma_3 & 0\\ * & * & T^2\tilde A_{d\delta}^{\mathrm T}P\tilde A_{d\delta} & 0 & T^2\tilde A_{d\delta}^{\mathrm T}P\tilde B_\delta\\ * & * & * & \varGamma_4 & 0\\ * & * & * & * & -\gamma^2I+T^2\tilde B_\delta^{\mathrm T}P\tilde B_\delta\end{bmatrix}<0.\tag{5}$$

其中

$$\Gamma_1=(T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P(T\tilde{A}_\delta+I)-P+\tilde{C}^{\rm T}\tilde{C},$$
$$\Gamma_2=((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)-Q,$$
$$\Gamma_3=T((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P(1-d_M+d_m)\tilde{A}_{d\delta},$$
$$\Gamma_4=(1-d_M+d_m)^2T^2\tilde{A}_{d\delta}^{\rm T}P\tilde{A}_{d\delta}.$$

则系统渐近稳定且范数有界.

证明 构造如下Lyapunov泛函:

$$V(x_e(k))=x_e^{\rm T}(k)Px_e(k)+\sum_{l=d_m}^{d_M}x_e^{\rm T}(k-l)Qx_e(k-l).$$

其中P和Q为待定对称正定矩阵. 有

$$\begin{aligned}&\delta V(x_e(k))=[V(x_e(k+1)-V(x_e(k))]/T=\\&\Big\{[x_e^{\rm T}(k)+T\delta x_e(k)]^{\rm T}P[x_e^{\rm T}(k)+T\delta x_e(k)]-\\&x_e^{\rm T}(k)Px_e(k)+\sum_{l=d_m}^{d_M}[x_e^{\rm T}(k-l+1)]^{\rm T}Q[x_e^{\rm T}(k-\\&l+1)]-\sum_{l=d_m}^{d_M}[x_e^{\rm T}(k-l)]^{\rm T}Q[x_e^{\rm T}(k-l)]\Big\}\Big/T=\\&[x_e^{\rm T}(k)+\tilde{A}_\delta x_e(k)+\tilde{A}_{d\delta}x_e(k-d(k))+\\&\tilde{B}_\delta\alpha(k)]^{\rm T}P[x_e^{\rm T}(k)+\tilde{A}_\delta x_e(k)+\tilde{A}_{d\delta}x_e(k-d(k))+\\&\tilde{B}_\delta\alpha(k)]-x_e^{\rm T}(k)Px_e(k)+x_e^{\rm T}(k-d_M+1)\times\\&Qx_e(k-d_M+1)-x_e^{\rm T}(k-d_m)Qx_e(k-d_m).\end{aligned}$$

当$\alpha(k)=0$时,式(5)可变形为

$$\begin{bmatrix}\xi^{\rm T}(k+1)\\\xi^{\rm T}(k)\\\xi^{\rm T}(k-d_m)\\\xi^{\rm T}(k-d_M+1)\end{bmatrix}^{\rm T}\Lambda\begin{bmatrix}\xi^{\rm T}(k+1)\\\xi^{\rm T}(k)\\\xi^{\rm T}(k-d_m)\\\xi^{\rm T}(k-d_M+1)\end{bmatrix}<0.$$

其中

$$\Lambda=\begin{bmatrix}\Theta_1&0&T(T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P\tilde{A}_{d\delta}&0\\ *&\Theta_2&0&\Theta_3\\ *&*&T^2\tilde{A}_{d\delta}^{\rm T}P\tilde{A}_{d\delta}&0\\ *&*&*&\Theta_4\end{bmatrix},$$

$$\Theta_1=(T\tilde{A}_\delta+I)P(T\tilde{A}_\delta+I)-P+\tilde{C}^{\rm T}\tilde{C},$$
$$\Theta_2=((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_d+I)-Q,$$
$$\Theta_3=T((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P(1-d_M+d_m)\tilde{A}_{d\delta},$$
$$\Theta_4=(1-d_M+d_m)^2T^2\tilde{A}_{d\delta}^{\rm T}P\tilde{A}_{d\delta}.$$

利用Schur补引理可证明$\Lambda<0$,因此可得到使滤波误差(4)满足渐近稳定的条件.

设系统初始条件为零,则$V(x_e(k))|_{k=0}=0$,考虑如下公式:

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}[e^{\rm T}(k)e(k)-\gamma^2\alpha^{\rm T}(k)\alpha(k)].\tag{6}$$

由系统(4)渐近稳定,有

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}[e^{\rm T}(k)e(k)-\gamma^2\alpha^{\rm T}(k)\alpha(k)+\Delta V(\xi(k))].$$

结合式(4),可得

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}\varsigma^{\rm T}(k)\Omega\varsigma(k),$$

$$\Omega=\begin{bmatrix}\Gamma_1&0&T(T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P\tilde{A}_{d\delta}&0&T(T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}P\Gamma_1\\ *&\Gamma_2&0&\Gamma_3&0\\ *&*&T^2\tilde{A}_{d\delta}^{\rm T}P\tilde{A}_{d\delta}&0&T^2\tilde{A}_{d\delta}^{\rm T}P\Gamma_1\\ *&*&*&\Gamma_4&0\\ *&*&*&*&-\gamma^2I+T^2\Gamma_1^{\rm T}P\Gamma_1\end{bmatrix},$$

$$\varsigma(k)=\begin{bmatrix}x_e^{\rm T}(k)\\x_e^{\rm T}(k-d_m)\\x_e^{\rm T}(k-d)\\x_e^{\rm T}(k-d-d_m)\\\alpha(k)\end{bmatrix}^{\rm T}.$$

由式(5)可知,$J<0$,即

$$e^{\rm T}(k)e(k)-\gamma^2\alpha^{\rm T}(k)\alpha(k)<0,\ \frac{e^{\rm T}(k)e(k)}{\alpha^{\rm T}(k)\alpha(k)}\leqslant\gamma^2,$$

等价于$\|H\|_\infty=\dfrac{\|e(k)\|_\infty}{\|\alpha(k)\|_\infty}\leqslant\gamma$. □

3 滤波器设计

定理2 对于由式(1)描述的Delta算子系统,$\gamma>0$,若系统初值为零,由如下线性矩阵不等式得到对称正定矩阵F_{11}、P_{11}、Q_{11}、F_{22}、P_{22}、Q_{22}和矩阵F_{12}、P_{12}、Q_{12},则系统为渐近稳定:

$$\begin{bmatrix}\Xi_1&\Xi_2&\Xi_3\\ *&-\varepsilon_kI&0\\ *&0&-\varepsilon_kI\end{bmatrix}<0.\tag{7}$$

其中

$$\Xi_1=\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}\\S_{12}^{\rm T}&S_{22}\end{bmatrix},\ S_{11}=\begin{bmatrix}\tilde{S}_{11}&\tilde{S}_{12}\\\tilde{S}_{21}&\tilde{S}_{22}\end{bmatrix},$$

$$S_{12}=\begin{bmatrix}\hat{S}_{11}&\hat{S}_{12}\\ *&\hat{S}_{22}\end{bmatrix},\ S_{22}=\begin{bmatrix}\bar{S}_{11}&\bar{S}_{12}\\\bar{S}_{21}&\bar{S}_{22}\end{bmatrix},$$

$$\Xi_3=\begin{bmatrix}\Xi_{11}&\Xi_{12}&\Xi_{13}\\\Xi_{21}&\Xi_{22}&\Xi_{23}\\\Xi_{31}&\Xi_{32}&\Xi_{33}\end{bmatrix},$$

$$\tilde{S}_{11}=\begin{bmatrix}-F_{11}^{-1}&-F_{11}^{-1}&0&0\\0&(T\tilde{A}_\delta+I)^{\rm T}Q_{11}+\tilde{B}_\delta Q^{\rm T}&0&0\\0&0&-Q_{11}&-R_{12}\\0&0&-Q_{12}^{\rm T}&-R_{22}\end{bmatrix},$$

$$\tilde{S}_{12}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\ \tilde{S}_{21}=\tilde{S}_{12}^{\mathrm{T}},\ \tilde{S}_{22}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\hat{S}_{11}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},\ \hat{S}_{21}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\hat{S}_{12}=\begin{bmatrix}(T\tilde{A}_\delta+I)^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & Y_1 & \tilde{C}^{\mathrm{T}}F_{12}^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1}\\(T\tilde{A}_\delta+I)^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & -P_{11} & 0\\ Y_2 & Y_3 & 0\end{bmatrix},$$

$$Y_1=(T\tilde{A}_\delta+I)^{\mathrm{T}}P_{11}+T\tilde{C}^{\mathrm{T}}P_{12}B_f,$$

$$Y_2=((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1},$$

$$Y_3=((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\mathrm{T}}P_{11}+(1-d_M+d_m)T\tilde{C}^{\mathrm{T}}P_{12}B_f,$$

$$\hat{S}_{22}=\begin{bmatrix}Y_4 & -P_{11} & 0\\ T\tilde{A}_{d\delta}^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & T\tilde{A}_{d\delta}^{\mathrm{T}}P_{11} & 0\\ T\tilde{A}_{d\delta}^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & 0 & 0\\ Y_5 & Y_6 & 0\end{bmatrix},$$

$$Y_4=((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I)^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1},$$

$$Y_5=(1-d_M+d_m)T\tilde{A}_{d\delta}^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1},$$

$$Y_6=((1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta)^{\mathrm{T}}P_{11},$$

$$\bar{S}_{11}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&-\gamma^2I&0&0\\0&0&-\gamma^2I&0\\0&0&0&-\gamma^2I\end{bmatrix},$$

$$\bar{S}_{22}=\begin{bmatrix}-F_{11}^{-1} & -F_{11}^{-1} & 0\\ -(F_{11}^{-1})^{\mathrm{T}} & -P_{11} & 0\\ 0&0&I\end{bmatrix},$$

$$\bar{S}_{12}=\begin{bmatrix}Y_7 & -P_{11} & 0\\ T\tilde{B}_\delta^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & Y_8 & 0\\ T\tilde{B}_\delta^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & 0 & 0\\ TC^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1} & TC^{\mathrm{T}}P_1 & 0\end{bmatrix},$$

$$Y_7=(1-d_M+d_m)\times T\tilde{A}_{d\delta}^{\mathrm{T}}F_{11}^{-1},$$

$$Y_8=TP_{11}^{\mathrm{T}}\tilde{B}_\delta+TB_f^{\mathrm{T}}P_{22}D,$$

$$\bar{S}_{21}=$$

$$\begin{bmatrix}Y_9 & T(F_{11}^{-1})^{\mathrm{T}}\tilde{B}_\delta & T(F_{11}^{-1})^{\mathrm{T}}\tilde{B}_\delta & T(F_{11}^{-1})^{\mathrm{T}}C\\ -P_{11}^{\mathrm{T}} & Y_{10} & 0 & TP_{11}^{\mathrm{T}}C\\ 0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$Y_9=(1-d_M+d_m)\times T(F_{11}^{-1})^{\mathrm{T}}\tilde{A}_{d\delta},$$

$$Y_{10}=TP_{11}^{\mathrm{T}}\tilde{B}_\delta+TB_f^{\mathrm{T}}P_{22}D,$$

$$\varXi_2=\mathrm{diag}\{E_1,E_1,(1-d_M+d_m)E_1,(1-d_M+d_m)E_1,E_2,E_2,(1-d_M+d_m)E_2,(1-d_M+d_m)E_2,E_3,E_3,0,0,0\},$$

$$\varXi_{11}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix},\ \varXi_{11}=\varXi_{12}=\varXi_{21}=\varXi_{22},$$

$$\varXi_{13}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},\ \varXi_{13}=\varXi_{23},$$

$$\varXi_{31}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\ F_{11}^{-1}G & F_{11}^{-1}G & Y_{11} & Y_{11} & F_{11}^{-1}G\\ P_{11}^{\mathrm{T}}D & 0 & Y_{12} & 0 & Y_{13}\\ 0&0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$Y_{11}=(1-d_M+d_m)F_{11}^{-1}G,$$

$$Y_{12}=(1-d_M+d_m)P_{11}^{-1}G,$$

$$Y_{13}=(1-d_M+d_m)G,$$

$$\varXi_{32}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\ F_{11}^{-1}G & Y_{11} & Y_{11} & F_{11}^{-1}G & F_{11}^{-1}G\\ 0 & P_{11}^{\mathrm{T}}D & 0&0&0\\ 0&0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\varXi_{33}=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}.$$

滤波器系数为

$$A_f=F_{12}P_{11}^{-1},\ B_f=(F_{11}^{-1}Q_{11})^{-1}P_{12},$$

$$C_f=Q_3^{-1}Q_{12}(F_{22}^{-1}P_{11})^{-1}.$$

证明 令

$$\varOmega=\phi-\varphi^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}-P&0\\0&I\end{bmatrix}\varphi<0,$$

$$\phi=\begin{bmatrix}T\tilde{A}_\delta+I & Y_{14} & T\tilde{A}_{d\delta} & Y_{15} & T\tilde{B}_\delta\\ \tilde{C} & 0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$Y_{14}=(1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I,$$

$$Y_{15}=(1-d_M+d_m)T\tilde{A}_{d\delta},$$

$$\varphi=\begin{bmatrix}-P&0&0&0&0\\0&-Q&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&-\gamma^2I\end{bmatrix}.$$

由Schur补引理可以得到

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & 0 & 0 & 0 & T\tilde{A}_\delta+I & \tilde{C} \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 & (1-d_M+d_m)T\tilde{A}_\delta+I & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & T\tilde{A}_{d\delta} & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & (1-d_M+d_m)T\tilde{A}_{d\delta} & 0 \\ * & * & * & * & 0 & T\tilde{B}_\delta & 0 \\ * & * & * & * & * & -P & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{8}$$

将P、$F=P^{-1}$、Q作如下分解:

$$P=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^{\mathrm T} & P_{22} \end{bmatrix},\ F=P^{-1}=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{12}^{\mathrm T} & F_{22} \end{bmatrix},$$

$$Q=\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^{\mathrm T} & Q_{22} \end{bmatrix},$$

其中$F_{11},P_{11},Q_{11},Q_{22},P_{22},F_{22}$为对称正定矩阵. 设有可逆矩阵$R=\begin{bmatrix} F_{11} & I \\ F_{12}^{\mathrm T} & 0 \end{bmatrix}$,利用$\mathrm{diag}\{R^{\mathrm T},I,I,I,I,R^{\mathrm T},I\}$对式(8)作全等变换,再对变化结果进行左乘和右乘$\mathrm{diag}\{F_{11}^{-1},I,I,I,I,I,I,I,I,I,I,F_{11}^{-1},I,I\}$,得到的相应结果中仍然包含系统的不确定项. 使$A_fP_{11}=F_{12},Q_{11}B_f=F_{11}P_{12},Q_{22}C_fF_{22}^{-1}P_{11}=Q_{12}$,由引理2可得

$$\Xi_1+GF(k)E_n+E_n^{\mathrm T}F(k)G^{\mathrm T}<0,$$

$$E_n=\mathrm{diag}\{E_1,E_1,(1-d_M+d_m)E_1,(1-d_M+d_m)E_1,E_2,E_2,(1-d_M+d_m)E_2,(1-d_M+d_m)E_2,E_3,E_3,0,0,0,0\}.$$

由引理1有

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & E_n & G \\ * & -\varepsilon_k I & 0 \\ * & * & -\varepsilon_k I \end{bmatrix}<0, \tag{9}$$

利用式$\mathrm{diag}\{\underbrace{I,I,\cdots,I}_{28},\underbrace{\varepsilon_kI,\varepsilon_kI,\cdots,\varepsilon_kI}_{14}\}$对其进行左乘和右乘,即可得到不等式(7). □

4　仿真实例

考虑系统(1),其参数矩阵为

$$A_{d\delta}=\begin{bmatrix} 0.2 & -0.1 \\ 0.4 & 0 \end{bmatrix},\ A_\delta=\begin{bmatrix} 0.1 & -0.3 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix},$$

$$B_\delta=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ C=[0.1\ \ 0.3],$$

$$C_d=[0\ \ 1],\ D=[0\ \ 1],\ G=\begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_0=[1\ \ 1],\ E_1=[0.2\ \ 0.1],\ E_2=[0.1\ \ 0].$$

利用Matlab中的LMI工具箱,求解不等式(7),可以得到如下结果:

1) 当$d_m=0.15$时,得到最大时滞$d_M=1.79$,H_∞扰动抑制度$\gamma=0.5843$,滤波器的系数矩阵为

$$A_f=\begin{bmatrix} 0.6576 & 0 \\ 0 & 0.6576 \end{bmatrix},$$

$$B_f=\begin{bmatrix} -0.0729 \\ 0.0466 \end{bmatrix},\ C_f=[-0.027\ \ -0.0125].$$

2) 当$d_m=0.56,d_M=0.84$时,H_∞扰动抑制度$\gamma=0.3613$,滤波器系数矩阵为

$$A_f=\begin{bmatrix} -1.77242 & 0 \\ 0 & -1.77242 \end{bmatrix},$$

$$B_f=\begin{bmatrix} -0.0015 \\ 0.0008 \end{bmatrix},\ C_f=[0.2625\ \ -0.6110].$$

图1为取$d_m=0.15,d_M=1.79$时信号的滤波误差响应. 可以看出,利用本文所提出的方法,滤波误差系统是渐近稳定的.

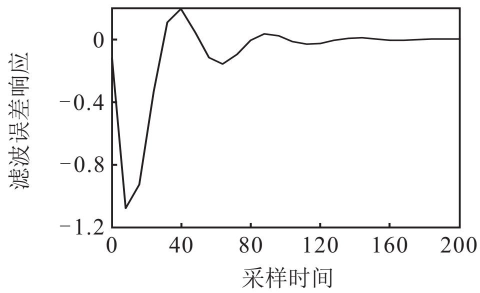

图1　滤波误差响应

图2为待测信号$z(k)$的真实值与估计值的比较,其中$z(k)$为真实值. 可以看出,本文设计的H_∞滤波器是有效的.

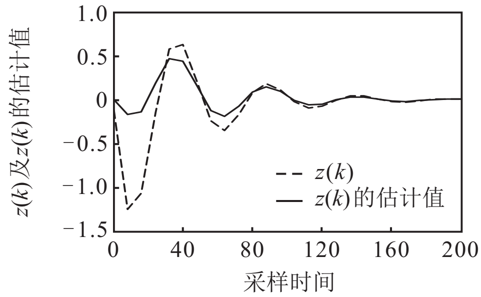

图2　$z(k)$的真实值与估计值的比较

由结果可以看出,若时变时延范围比较小,H_∞扰动抑制度比较小,则得到的滤波器性能比较稳定.

5　结　论

本文研究了具有时变时延网络系统的鲁棒H_∞滤波问题. 考虑到模型中的不确定性,利用Delta算子离散化方法,将系统建模为时滞系统,使用Lyapunov

泛函理论,证明了滤波误差系统的稳定性,通过求解线性矩阵不等式,得到了滤波器的系数. 数值仿真验证了所提出方法的可行性.

参考文献(References)

[1] Dolgov M, Fisher J, Hanebeck U D. Infinite-horizon sequence based networked control without acknowledgments[C]. Proc of 2015 American Control Conf. Chicago: IEEE, 2015: 402-408.

[2] 游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(2): 101-107.
(You K Y, Xie L H. Survey of recent progress in networked control systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(2): 101-107.)

[3] Li F W, Shi P, Wang X C. Fault detection for networked control systems with quantization and Markovian packet dropouts[J]. Signal Processing, 2015, 111(11): 106-112.

[4] Abraham E, Kerrigan E C. Lower-order H_∞ filter design for bilinear system with bounded inputs[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2015, 63(4): 895-906.

[5] Hsieh C S. H_∞ Kalman estimation for rectangular descriptor systems with unknown inputs[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(3): 826-832.

[6] Yang H J, Xia Y Q, Shi P, et al. A novel delta operator Kalman filter design and convergence analysis[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I-Regular Papers, 2011, 58(10): 2458-2468.

[7] Middleton R H, Goodwin G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operator[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1986, 31(11): 1015-1021.

[8] Middleton R H, Goodwin G C. Digital control and estimation: A unified approach[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990: 43-47.

[9] 杨洪玖, 夏元清, 李惠光. Delta算子系统简述[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(5): 569-578.
(Yang H J, Xia Y Q, Li H G. An overview of Delta operator systems[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(5): 569-578.)

[10] 张皓, 严怀成, 刘涛, 等. 一类丢包时延网络控制系统的鲁棒H_∞滤波[J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1865-1872.
(Zhang H, Yan H C, Liu T, et al. Robust H_∞ filtering for networked control systems with data packet dropout and delays[J]. Control and Decision, 2009, 24(12): 1865-1872.)

[11] 蔡云泽, 潘宁, 许晓鸣. 具有长时延及丢包的网络控制系统H_∞鲁棒滤波[J]. 控制与决策, 2012, 25(12): 1826-1836.
(Cai Y Z, Pan N, Xu X M. H_∞ filtering for networked control systems with long time-delay and data packet dropout[J]. Control and Decision, 2012, 24(12): 1865-1836.)

[12] 李秀英, 王金玉, 孙书利. 具有一步随机时滞和多丢包的网络系统H_∞滤波器设计[J]. 自动化学报, 2014, 40(1): 155-160.
(Li X Y, Wang J Y, Sun S L. H_∞ filter design for networked systems with one-step random delays and multiple packet dropouts[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(1): 155-160.)

[13] Qiu J, Xia Y, Yang Y, et al. Robust stabilisation for a class of discrete-time systems with time-varying delays via delta operators[J]. IET Control Theory & Applications, 2008, 2(1): 87-93.

[14] Gao H J, Xie X C, Yin S, et al. Stabilization of uncertain discrete time-delayed systems via delta operator approach[C]. Proc of Asian Control Conf. Istanbul: IEEE, 2013: 1-6.

[15] Xie X C, Yin S, Gao H J, et al. Asymptomic stability and stabilisation of uncertain delta operator systems with time-varying delays[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(8): 1071-1078.

[16] Zhang D J, Liu X. H_∞ filtering for delta operator formulated network-based systems with time-varying delay[C]. Proc of the 27th Chinese Control and Decision Conf. Qingdao: IEEE, 2015: 6395-6400.

[17] Li H, Gao Y, Lam HK. Fault detection for T-S fuzzy time-delay systems: Delta operator and input-output methods[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2014, 45(2): 229-241.

[18] Zhang X M, Han Q L. Network-based H_∞ filtering for discrete-time systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 43(10): 3886-3893.

[19] Xu S Y, Chen T W, Lam J. Robust H_∞ filtering for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(5): 900-907.

（责任编辑：郑晓蕾）