

具有交互效应的多变量GM(1, N)模型

王 正 新[†]

(1. 浙江财经大学 中国金融研究院, 杭州 310018; 2. 浙江财经大学 经济学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对一类具有交互效应的小样本系统建模问题, 将相关因素序列的交叉项引入经典 GM(1, N) 模型的灰色作用量, 构建交互效应 GM(1, N) 模型及其衍生模型, 以反映不同输入变量之间的交互效应对系统特征变量的影响, 并通过实例验证交互效应 GM(1, N) 模型的有效性. 结果表明: 当相关因素序列的交互作用系数为零时, 交互效应 GM(1, N) 模型退化为经典 GM(1, N) 模型; 对于具有交互效应的系统建模问题, 交互效应模型较经典模型具有更高的模拟和预测精度.

关键词: 灰色系统; GM(1, N) 模型; 交互效应; 预测

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

Multivariable GM(1, N) model with interaction effects

WANG Zheng-xin

(1. China Academy of Financial Research, Zhejiang University of Finance & Economics, Hangzhou 310018, China;
2. School of Economics, Zhejiang University of Finance & Economics, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To solve the modeling problem of the small sample system with interaction effects, the GM(1, N) model with interaction effects and its derived model are constructed by introducing cross terms into the grey acting term of the classical GM(1, n) model. Thus the impacts of interaction effects between different input variables on systems' characteristic variables can be effectively reflected. An actual example is studied to illustrate the effectiveness of the GM(1, N) model with interaction effects. The results show that the GM(1, N) model with interaction effects degenerate into the classical model when the interaction coefficients between related factors are zero. The model with interaction effects has higher simulation and prediction precision than that of classical model for the systems modeling problem with interaction effects.

Keywords: grey system; GM(1, N) model; interaction effects; forecasting

0 引 言

为了解决“小样本、贫信息”系统分析、预测、决策与控制问题, 邓聚龙^[1-2]于 20 世纪 80 年代初期提出了灰色系统理论. 作为灰色系统理论的重要组成部分, 灰色预测建模方法因具有小样本数据建模的优势和简单、易于计算的特点, 近年来得到了广泛的应用^[3-4]. 在理论和方法研究方面, 国内外学者针对以 GM(1, 1) 模型为代表的单变量灰色预测模型的改进、拓展与优化等问题进行了研究, 并且取得了十分丰富的成果. 离散灰色模型^[5]、区间灰数灰色模型^[6-7]、分数阶灰色模型^[8]、灰色幂模型^[2-4, 9], 以及模型优化方法^[10-13]的提出, 在很大程度上提高了模型预测精度, 拓宽了模型的适用范围. 从单变量灰色模型的基本

结构容易发现, 其建模过程不涉及相关变量对系统特征变量的具体影响, 而现实经济社会系统是一类包含诸多因素、信息不完备的本征性灰色系统, 系统特征序列的变化必然受到多种相关因素的作用.

为了分析一组相关因素序列对系统特征序列的影响, 预测系统特征序列的变化趋势, 邓聚龙^[2]在 GM(1, 1) 模型的基础上提出了 GM(1, N) 模型, 并应用该模型分析经济、社会与科技系统的协调性. 尽管 GM(1, N) 模型具有类似于 GM(1, 1) 模型的动态特征, 但由于其灰色微分方程无现实意义上的精确解, 在预测中容易出现大误差的现象^[14]. 文献 [15-16] 通过对模型的背景值、初始条件和求解算法的改进, 在一定程度上改善了 GM(1, N) 模型的预测效果; 在模型

收稿日期: 2016-01-31; 修回日期: 2016-04-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71571157, 71101132); 全国统计科学研究项目 (2015LY08); 中国博士后科学基金项目 (2016M590527).

作者简介: 王正新 (1981—), 男, 副教授, 博士, 从事小样本时间序列预测、数量经济学等研究.

[†]通讯作者. E-mail: jenkins226@163.com

的拓展方面,文献[17]提出了MGM(1, N)模型,将单方程GM(1, N)模型拓展为多方程联立的系统动态方程组;文献[18]基于单变量离散灰色模型提出了多变量离散灰色模型;文献[19]将灰色控制参数引入GM(1, N)模型,并基于卷积积分方法给出了模型的精确解;文献[20]采用灰色关联度确定系统输入输出变量之间的滞后期,并建立了时滞GM(1, N)模型进行预测;文献[21]提出了分数阶累加时滞GM(1, N|τ)模型,采用粒子群算法确定了模型的最优累加生成分数阶.上述改进方法很大程度上拓宽了GM(1, N)模型的应用范围和动态预测能力,但考察现有的GM(1, N)模型结构形式易发现,相关变量一阶累加生成序列以线性组合的形式被引入灰色作用量,这实际上暗含着相关变量独立作用于系统特征变量的假设.

事实上,变量之间交互作用的现象广泛地存在于现实经济社会系统^[22],例如,在R&D(研究与试验发展)投入产出系统中,经费投入和人力投入不仅单方面影响产出,而且这两种要素的投入对产出也存在交互影响.一方面,R&D产出受到经费投入的影响,但这种影响会受到来自研发人力投入的调节作用;另一方面,R&D产出受到人力投入的影响,而这种影响又受到经费投入的调节作用.此时,研发经费与人力投入之间就存在交互作用.在建立模型时,不仅要考虑经费和人力的单方面影响,同时也应该考虑两者的交互作用对产出的影响.本文试图将相关因素的交互作用项引入经典GM(1, N)模型,建立具有交互效应的GM(1, N)模型,以反映不同输入变量之间的交互效应或耦合关系对系统特征变量的影响,讨论交互效应GM(1, N)模型的求解和优化方法,并以实际案例验证模型的有效性.

1 交互效应GM(1, N)模型及其求解

1.1 交互效应GM(1, N)模型的定义

定义1 设系统特征序列为

$$X_1^{(0)} = (x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \dots, x_1^{(0)}(n)),$$

系统相关因素序列为

$$X_2^{(0)} = (x_2^{(0)}(1), x_2^{(0)}(2), \dots, x_2^{(0)}(n)),$$

$$X_3^{(0)} = (x_3^{(0)}(1), x_3^{(0)}(2), \dots, x_3^{(0)}(n)),$$

⋮

$$X_N^{(0)} = (x_N^{(0)}(1), x_N^{(0)}(2), \dots, x_N^{(0)}(n)).$$

$X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的一阶累加生成序列,下标 $i \in I = \{2, 3, \dots, N\}$, $Z_1^{(1)}$ 为灰导数序列 $X_1^{(0)}$ 的背景值序列,即 $X_1^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列,则称

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) =$$

$$\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \sum_{r, s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) \quad (1)$$

为交互效应GM(1, N)模型.

在交互效应GM(1, N)模型中,背景值 $z_1^{(1)}(k) = 0.5x_1^{(1)}(k) + 0.5x_1^{(1)}(k-1)$, $-a$ 为系统特征序列的发展系数, $\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k)$ 为 $N-1$ 个影响因素序列的独立驱动项, $\sum_{r, s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k)$ 为相关因素的交互驱动项.如果不考虑相关因素对系统特征序列的交互作用,或交互作用系数 $b_{rs} = 0(r, s \in I, r \neq s)$,则交互效应GM(1, N)模型退化为邓聚龙提出的经典GM(1, N)模型.

式(1)给出了相关因素之间交互驱动项作用于系统特征序列的一般形式,其中 $x_r^{(1)}(k)$ 与 $x_s^{(1)}(k)$ 之间的交互效应的存在与否取决于两者乘积的系数 b_{rs} 是否为零.在统计建模理论中,交互效应的识别可以通过标准的 t 检验实现,若交互作用项在统计上显著,则交互效应显著,反之则不显著.而灰色建模方法通常被用于小样本数据集的分析和预测,此时因为样本量过小往往导致 t 统计量无可靠性意义,故 t 检验不是检验交互效应GM(1, N)模型中交叉项是否应该被包含在模型中的有效途径.在实际应用中,可以通过分析GM(1, N)模型灰色微分方程右边的相关因素之间的逻辑关系,并辅以灰色关联分析进行量化测算,从而在定性和定量分析两方面识别交互效应.

定理1 设 $X_1^{(0)}$ 为系统特征数据序列, $X_i^{(0)}$ 为相关因素数据序列, $X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的1-AGO序列, $i \in I = \{2, 3, \dots, N\}$, $Z_1^{(1)}$ 为 $X_1^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列,有

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \cdots & x_N^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \cdots & x_N^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \cdots & x_N^{(1)}(n) \\ & x_2^{(1)}(2)x_3^{(1)}(2) & \cdots & x_{N-1}^{(1)}(2)x_N^{(1)}(2) \\ & x_2^{(1)}(3)x_3^{(1)}(3) & \cdots & x_{N-1}^{(1)}(3)x_N^{(1)}(3) \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ & x_2^{(1)}(n)x_3^{(1)}(n) & \cdots & x_{N-1}^{(1)}(n)x_N^{(1)}(n) \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{bmatrix},$$

则参数列 $\hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N, b_{23}, \dots, b_{(N-1)N}]^T$ 的最小二乘估计满足

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y. \quad (2)$$

定义2 设有 $\hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N, b_{23}, \dots, b_{(N-1)N}]^T$, 则称

$$\frac{dx_1^{(1)}(t)}{dt} + ax_1^{(1)}(t) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(t) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(t) x_s^{(1)}(t) \quad (3)$$

为交互效应GM(1,N)模型的白化微分方程.

定理2 设 $X_i^{(0)}, X_i^{(1)}, Z_1^{(1)}, B, Y$ 如定理1所述, 其中 $i = 2, 3, \dots, N$, 则有:

1) 交互效应GM(1,N)模型白化微分方程的解为

$$x_1^{(1)}(t) = e^{-at} \left\{ \sum_{i=2}^N \int \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(t) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(t) x_s^{(1)}(t) \right) e^{at} dt + c \right\}, \quad (4)$$

其中 c 为待定常数.

将初始条件 $x_1^{(1)}(0)$ 代入式(4), 可得

$$c = x_1^{(1)}(0) - \sum_{i=2}^N \int \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(0) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(0) x_s^{(1)}(0) \right) e^{at} dt. \quad (5)$$

所以 $x_1^{(1)}(t)$ 可进一步表示为

$$\begin{aligned} x_1^{(1)}(t) = & e^{-at} \left[\sum_{i=2}^N \int \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(t) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(t) x_s^{(1)}(t) \right) e^{at} dt + x_1^{(1)}(0) - \int \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(0) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(0) x_s^{(1)}(0) \right) e^{at} dt \right] = \\ & e^{-at} \left[x_1^{(1)}(0) - t \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(0) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(0) x_s^{(1)}(0) \right) + \sum_{i=2}^N \int \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(t) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(t) x_s^{(1)}(t) \right) e^{at} dt \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

2) 当相关因素序列 $X_i^{(1)}(i = 2, 3, \dots, N)$ 变化幅度微弱时, 模型的驱动项 $\sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(t) x_s^{(1)}(t)$ 和

$\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(t)$ 可被视为灰常量, 则交互效应GM(1,N)模型的灰色微分方程的近似时间响应式为

$$\hat{x}_1^{(1)}(k) =$$

$$\begin{aligned} & \left[x_1^{(1)}(1) - \frac{1}{a} \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) \right) \right] e^{-a(k-1)} + \\ & \frac{1}{a} \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) \right), \end{aligned} \quad (7)$$

其一阶累减还原式为

$$\hat{x}_1^{(0)}(k+1) = \hat{x}_1^{(1)}(k+1) - \hat{x}_1^{(1)}(k). \quad (8)$$

1.2 交互效应GM(1,N)模型的派生模型

上述交互效应GM(1,N)模型的白化时间响应函数是近似解, 其使用条件是独立驱动项与交互驱动项之和为灰常量. 然而, 实际数据序列的波动性往往造成相关因素的一阶累加生成序列 $X_i^{(1)}(i = 2, 3, \dots, N)$ 变化幅度较大, 此时驱动项之和不能被视为灰常数, 式(7)不能用于模拟和预测. 为了解决这一问题, 下面给出交互效应GM(1,N)模型的派生模型, 该模型可替代式(7)直接用于模拟和预测.

定理3 从交互效应GM(1,N)模型的灰色微分方程可以推导其派生模型, 即交互效应GM(1,N), $x^{(1)}$ 模型

$$\begin{aligned} x_1^{(0)}(k) = & \sum_{i=2}^N \frac{b_i}{1+0.5a} x_i^{(1)}(k) + \\ & \sum_{r,s \in I, r \neq s} \frac{b_{rs}}{1+0.5a} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) - \frac{a}{1+0.5a} x_1^{(1)}(k-1). \end{aligned} \quad (9)$$

证明 由于灰导数 $x_1^{(0)}(k)$ 的背景值

$$\begin{aligned} z_1^{(1)}(k) = & 0.5x_1^{(1)}(k-1) + 0.5x_1^{(1)}(k-1) + 0.5x_1^{(0)}(k) = \\ & x_1^{(1)}(k-1) + 0.5x_1^{(0)}(k), \end{aligned} \quad (10)$$

将式(10)代入交互效应GM(1,N)模型的灰色微分方程, 可得

$$\begin{aligned} x_1^{(0)}(k) + a[x_1^{(1)}(k-1) + 0.5x_1^{(0)}(k)] = & \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k), \end{aligned} \quad (11)$$

即

$$\begin{aligned} (1+0.5a)x_1^{(0)}(k) = & \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \\ & \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) - ax_1^{(1)}(k-1). \end{aligned} \quad (12)$$

对式(12)求解可得

$$x_1^{(0)}(k) =$$

$$\sum_{i=2}^N \frac{b_i}{1+0.5a} x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} \frac{b_{rs}}{1+0.5a} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) - \frac{a}{1+0.5a} x_1^{(1)}(k-1). \tag{13}$$

由此定理得证. □

1.3 交互效应GM(1,N)模型的参数优化

作为灰色模型的基本要素,灰导数的背景值是影响建模精度的重要因素之一.灰色模型背景值的改进方法主要有两类:一类是基于纯指数率的背景值构造,另一类是引入插值系数.由于实际样本数据的一阶累加生成未必满足指数率,基于纯指数率构造的背景值对实际数据的适应能力有限;而插值系数方法能够根据模拟误差最小化的目标对插值系数进行优化,因此,该方法对实际数据有更强的适应性.一些学者的研究也证实了通过优化背景值插值系数可以在一定程度上提高灰色模型的预测精度^[15-16].基于以上考虑,本文通过优化插值系数使交互效应GM(1,N)模型色温背景值最大程度地适应原始数据,将传统的背景值设置为 $z_1^{(1)}(k) = px_1^{(1)}(k) + (1-p)x_1^{(1)}(k-1)$,插值系数 $p \in [0, 1]$,考虑两种情形下的参数优化模型:

1) 在系统相关因素序列的一阶累加生成序列 $X_i^{(1)}(i = 2, 3, \dots, N)$ 变化幅度较小的情形下,式(7)可作为交互效应GM(1,N)模型的近似时间响应式,从而在平均相对误差最小化的目标下,建立下列非线性规划模型求解背景值插值系数 p :

$$\begin{aligned} \text{Min}_p \text{avg}(e(k)) &= \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \frac{|\hat{x}_1^{(0)}(k) - x_1^{(0)}(k)|}{x_1^{(0)}(k)}, \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \hat{x}_1^{(0)}(k) = \hat{x}_1^{(0)}(k) - \hat{x}_1^{(0)}(k-1), \\ \hat{x}_1^{(1)}(k) = \left[x_1^{(1)}(1) - \frac{1}{a} \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) \right) \right] e^{-a(k-1)} + \frac{1}{a} \left(\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} b_{rs} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) \right), \\ k = 2, 3, \dots, n, \\ \hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N, b_{23}, \dots, b_{(N-1)N}]^T, \\ p \in [0, 1]. \end{cases} \end{aligned} \tag{14}$$

2) 在系统相关因素序列的一阶累加生成序列 $X_i^{(1)}(i = 2, 3, \dots, N)$ 变化幅度较大的情形下,采用式(13)作为交互效应GM(1,N)模型的时间响应式,在平均相对误差最小化目标下建立模型求解 p ,具体表示为

$$\begin{aligned} \text{Min}_p \text{avg}(e(k)) &= \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \frac{|\hat{x}_1^{(0)}(k) - x_1^{(0)}(k)|}{x_1^{(0)}(k)}, \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \hat{x}_1^{(0)}(k) = \sum_{i=2}^N \frac{b_i}{1+pa} x_i^{(1)}(k) + \sum_{r,s \in I, r \neq s} \frac{b_{rs}}{1+pa} x_r^{(1)}(k) x_s^{(1)}(k) - \frac{a}{1+pa} x_1^{(1)}(k-1), \\ k = 2, 3, \dots, n, \\ \hat{a} = [a, b_2, b_3, \dots, b_N, b_{23}, \dots, b_{(N-1)N}]^T, \\ p \in [0, 1]. \end{cases} \end{aligned} \tag{15}$$

随着最优背景值插值系数的确定,交互效应GM(1,N)模型结构参数最小二乘估计值 $a, b_2, b_3, \dots, b_N, b_{23}, \dots, b_{(N-1)N}$ 也可确定,进而使得式(7)或(13)描述的两种时间响应式得到优化.

2 应用实例

为了验证交互效应GM(1,N)模型在实际应用中的有效性,下面以我国大中型高技术企业R&D投入产出系统为例,分别建立经典GM(1,N)模型、交互效应GM(1,N)模型及其优化模型,比较它们的建模精度.在变量选择方面,以我国大中型高技术企业专利申请数为产出指标(系统特征变量),以R&D人员和R&D经费支出为投入指标(相关变量),这3个指标在2004~2013年的数据如表1所示.

由表1容易发现,专利申请数、R&D人员全时当量和R&D经费支出3个序列的量纲、数量级不一致,为了避免多变量灰建模数据矩阵的漂移现象,需要对原始数据序列分别作初值化^[2]处理,得到预测序列之后再施加初值化的逆变换,还原系统特征序列的量纲和数量级.经过初值化处理后的序列变化趋势如图1所示.

从图1中可以看出,作为专利产出相关变量的R&D人员全时当量和R&D经费支出的增长趋势十分明显,此时驱动项不能被视为灰常量.为了避免由此导致的建模误差,本文选择交互效应GM(1,N)模型的派生形式进行预测.

表1 我国大中型高技术企业R&D活动基本情况

年份	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
专利申请数/件	11 026	16 823	24 301	34 446	39 656	51 513	59 683	77 725	97 200	102 532
R&D人员/(万人/年)	12.1	17.3	18.9	24.8	28.5	32	39.9	42.7	52.6	55.9
R&D经费支出/亿元	292	363	456	545	655	774	968	1238	1491	1734

表2 我国大中型高技术企业专利申请量的模拟和预测结果

年份	实际值/件	经典模型		交互效应模型		优化的交互效应模型	
		模拟预测值/件	相对误差/%	模拟预测值/件	相对误差/%	模拟预测值/件	相对误差/%
2004	11 026	11 026	—	11 026	—	11 026	—
2005	16 823	16 716	0.634	16 136	4.083	16 445	2.244
2006	24 301	33 625	38.371	25 411	4.569	25 433	4.656
2007	34 446	45 715	32.716	33 150	3.762	33 202	3.613
2008	39 656	56 544	42.586	41 025	3.452	40 917	3.181
2009	51 513	66 743	29.565	50 542	1.884	50 352	2.254
2010	59 683	81 940	37.293	60 080	0.666	60 214	0.889
2011	77 725	103 740	33.471	77 646	0.102	77 643	0.105
2012	97 200	123 770	27.335	92 303	5.038	93 208	4.107
2013	102 532	143 489	39.946	106 844	4.205	108 815	6.128
平均相对误差(2005~2011年)/%		30.662		2.645		2.420	
平均相对误差(2012和2013年)/%		33.640		4.621		5.117	

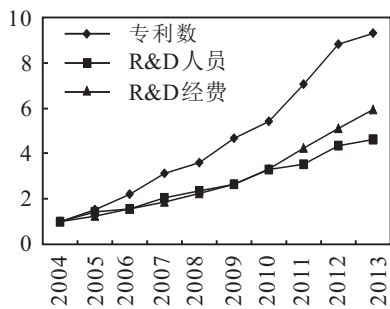


图1 初值化数据序列变化趋势

基于2004~2011年的初值化数据序列分别建立GM(1, N)模型、交互效应GM(1, N)模型及其优化模型,对2012年和2013年的专利数进行样本外预测,经初值化逆变换后得到的模拟预测结果如表2所示。

从2004~2011年专利数的模拟结果可以看出,经典GM(1, N)模型的平均相对误差高达30.662%;而交互效应GM(1, N)模型的平均相对误差为2.645%,模拟精度高达97.355%,背景值插值系数优化的交互效应模型的平均相对误差进一步降为2.42%。从样本外推预测误差可以看出,经典GM(1, N)模型对2012年和2013年专利数的预测相对误差分别为27.335%和39.946%,两年平均相对误差也高达33.64%;交互效应GM(1, N)模型和优化模型的平均预测相对误差分别为4.621%和5.117%,显著地小于经典模型。同时发现,增加背景值插值系数的优化可以降低样本内平均模拟误差,但不能确保提高样本外推预测精度。通过本例分析可知,本文提出的交互效应GM(1, N)模

型较经典GM(1, N)模型能更准确地描述和预测我国大中型高技术企业R&D投入产出系统的变化规律。

3 结论

现实经济社会系统中的相关变量之间普遍存在相互依赖、相互制约的交互作用关系,它们共同对系统特征变量的变化产生影响。本文在经典GM(1, N)模型的基础上,将相关因素的交互作用项引入灰色作用量,建立了具有交互效应的GM(1, N)模型,并给出了模型的求解和优化方法,为解决相关变量之间具有交互效应的小样本系统建模问题提供了一种定量模拟和预测方法。若相关因素序列之间不存在交互作用或交互作用系数为零,则交互效应GM(1, N)模型退化为经典GM(1, N)模型,可见经典GM(1, N)模型是交互效应模型的一种特殊形式。实例分析结果表明,本文提出的交互效应GM(1, N)模型对我国大中型高技术企业专利产出的模拟和预测精度显著高于经典模型。

参考文献(References)

- [1] Deng J L. The control problem of grey systems[J]. System Control Letter, 1982, 1(5): 288-294.
- [2] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 282-300.
(Deng J L. The basis of grey theory[M]. Wuhan: HUST Press, 2002: 282-300.)
- [3] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M].

- 北京: 科学出版社, 2004: 167-176.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2004: 167-176.)
- [4] 肖新平, 毛树华. 灰预测与决策方法[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 272-295.
(Xiao X P, Mao S H. The methods of grey prediction and decision[M]. Beijing: Science Press, 2013: 272-295.)
- [5] 谢乃明, 刘思峰. 离散GM(1,1)模型与灰色预测模型建模机理[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(1): 93-98.
(Xie N M, Liu S F. Discrete GM(1,1) and mechanism of grey forecasting model[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2005, 25(1): 93-98.)
- [6] 袁潮清, 刘思峰, 张可. 基于发展趋势和认知程度的区间灰数预测[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 313-315.
(Yuan C Q, Liu S F, Zhang K. Prediction model for interval grey number based on trend and cognition[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 313-315.)
- [7] Zeng B, Chen G, Liu S F. A novel interval grey prediction model considering uncertain information[J]. J of the Franklin Institute, 2013, 350(10): 3400-3416.
- [8] 吴利丰, 刘思峰, 刘健. 灰色GM(1, 1)分数阶累积模型及其稳定性[J]. 控制与决策, 2014, 29(5): 919-924.
(Wu L F, Liu S F, Liu J. GM(1, 1) model based on fractional order accumulating method and its stability[J]. Control and Decision, 2014, 29(5): 919-924.)
- [9] 王正新, 党耀国, 刘思峰, 等. GM(1, 1)幂模型求解方法及其解的性质[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(10): 2380-2383.
(Wang Z X, Dang Y G, Liu S F, et al. Solution of GM(1, 1) power model and its properties[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(10): 2380-2383.)
- [10] Wei Y, Zhang Y. A criterion of comparing the function transformations to raise the smooth degree of grey modeling data[J]. The J of Grey System, 2007, 19(1): 91-98.
- [11] Truong D Q, Ahn K K. An accurate signal estimator using a novel smart adaptive grey model SAGM(1, 1)[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(9): 7611-7620.
- [12] Benítez R C, Paredes R C, Lodewijks G, et al. Damp trend grey model forecasting method for airline industry[J]. Expert Systems with Applications, 2013, 40(12): 4915-4921.
- [13] Xiao X P, Guo H, Mao S H. The modeling mechanism, extension and optimization of grey GM(1, 1) model[J]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38(5): 1896-1910.
- [14] Tien T L. A research on the grey prediction model GM(1, n)[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(9): 4903-4916.
- [15] Hsu L C. Forecasting the output of integrated circuit industry using genetic algorithm based multivariable grey optimization models[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(4): 7898-7903.
- [16] Guo H, Xiao X P, Forest J. A research on a comprehensive adaptive grey prediction model CAGM(1, N)[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 225(12): 216-227.
- [17] 翟军, 盛建明, 冯英俊. MGM(1, n)灰色模型及应用[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 17(5): 109-113.
(Zhai J, Sheng J M, Feng Y J. MGM (1, n) grey model and its application[J]. System Engineering — Theory & Practice, 1997, 17(5): 109-113.)
- [18] 谢乃明, 刘思峰. 多变量离散灰色模型及其性质[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(6): 143-150.
(Xie N M, Liu S F. Research on the discrete grey model of multi-variables and its properties[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(6): 143-150.)
- [19] Tien T L. The indirect measurement of tensile strength of material by the grey prediction model GMC(1, n)[J]. Measurement Science Technology, 2005, 16(6): 1322-1328.
- [20] Hao Y H, Wang Y J, Zhao J J. Grey system model with time lag and application to simulation of karst spring discharge[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2011, 1(1): 47-56.
- [21] 毛树华, 高明运, 肖新平. 分数阶累加时滞GM(1, N, τ)模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(2): 430-436.
(Mao S H, Gao M Y, Xiao X P. Fractional order accumulation time-lag GM(1, N, τ) model and its application[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(2): 430-436.)
- [22] Jaccard J, Wan C. LISREL approaches to interaction effects in multiple regression[M]. Thousand Oaks: Sage Publications, 1996: 23-27.

(责任编辑: 闫妍)