

基于记忆状态的多智能体系统快速分组一致性

王伟[†], 刘付显, 徐浩

(空军工程大学 防空反导学院, 西安 710051)

摘要: 针对拓扑结构为有向图的一阶多智能体系统, 研究在组间状态差值事先未知以及状态差值事先已知两种情况下的系统快速分组一致性问题. 设计基于智能体记忆状态的快速一致性协议, 利用矩阵理论和频域分析法分别给出两种情况下系统收敛一致的充分条件, 同时给出使系统能够更快收敛的记忆状态选取时间上界. 通过仿真实验验证了所提出协议的正确性.

关键词: 分组一致性; 多智能体系统; 收敛速度; 记忆状态

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A

Fast group consensus of multi-agent systems based on memory states

WANG Wei[†], LIU Fu-xian, XU Hao

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: For single-integrator kinematics of multi-agent systems with directed graph topology, the fast group consensus problem both in the situations of unknown and known state difference value is studied. A fast consensus protocol based on memory states is proposed. Based on the matrix theory and frequency-domain analysis, the sufficient conditions for system group convergence under two situations are provided respectively. Moreover, the upper bounds of time of memory states are provided respectively to increase the convergence speed of the multi-agent systems. Simulation results show the effectiveness of the proposed protocol.

Keywords: group consensus; multi-agent systems; convergence speed; memory states

0 引言

多智能体系统一致性作为协调控制的基本问题, 其研究取得了许多丰硕的成果^[1-4]. 目前, 针对无向拓扑、有向拓扑、时延、切换等多智能体系统一致性问题开展了大量研究, 并已经在无人机编队控制、多航天器控制、传感器网络等领域得到了广泛应用.

在实际应用中, 面对复杂的外部环境和任务需求, 有时需要多智能体系统实现分组一致. 所谓分组一致性是指网络中的智能体被分为多个组, 同一组中所有智能体状态收敛一致, 而不同的组收敛到不同的状态. 近年来, 关于分组一致性的研究逐渐受到关注. 文献[5-6]研究了拓扑结构为无向图和有向图的多智能体系统分组一致问题, 给出了控制协议和系统分组一致的收敛判据; 文献[7]基于双树转化思想对系统进行降阶, 对通信拓扑切换和时延系统的分组一致性进行了研究, 并给出了系统收敛条件; 文献[8]将

文献[7]的约束条件放宽, 讨论了固定和切换多智能体网络系统的分组一致性问题; 文献[9]应用矩阵半张量积和图着色分解理论, 研究了分组一致的控制协议; 文献[10]研究了拓扑结构为连通无向图与连通二分图的一阶时延多智能体系统分组一致性问题; 文献[11]针对连通二部图结构下的一阶多智能体系统, 研究了有无时滞两种情形下多智能体的加权分组一致问题. 然而, 目前的研究还很少考虑分组一致的收敛速度.

提高一致性收敛速度的方法主要有两个, 一个是优化网络的拓扑结构^[12-13], 另一个是智能体获得更多的状态信息^[14-19]. 为了提高系统分组一致收敛速度, 本文在分组一致控制协议中引入智能体记忆状态项. 针对组间状态差值事先未知、组间状态差值事先已知的两类分组一致问题, 分别给出一致性协议收敛条件, 并给出记忆状态的合理选取区间.

收稿日期: 2016-01-28; 修回日期: 2016-05-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573374, 61503408).

作者简介: 王伟(1988—), 男, 博士生, 从事指挥控制与决策分析的研究; 刘付显(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事指挥控制与决策分析等研究.

[†]通讯作者. E-mail: zgrzww88@163.com

1 问题描述与预备知识

考虑具有 N 个智能体的系统,其拓扑结构可由加权有向图 $G = (V_N, E_N, A_N)$ 表示. 其中: $V_N = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 为节点集合,节点下标集合为 $I = \{1, 2, \dots, N\}$; $E_N \subseteq V_N \times V_N$ 为边集合,节点 v_i 至节点 v_j 的有向边为 $e_{ij} = (v_i, v_j)$,节点 v_i 的邻居集为 $N_i = \{v_j \in V_N : (v_j, v_i) \in E_N\}$; 矩阵 $A_N = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ 为图 G_N 的加权邻接矩阵. $L_N = [l_{ij}] \in R^{N \times N}$ 为图 G_N 的拉普拉斯(Laplacian)矩阵,当 $i \neq j$ 时, $l_{ij} = -a_{ij}$, 否则 $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$. 设 x_i 为智能体 v_i 的状态,则 (G, x) 表示状态为 $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T$, 拓扑结构为 G 的网络.

定义1^[7] 图 $G_1 = (V_1, E_1, A_1)$ 为图 $G = (V, E, A)$ 的子图,当且仅当满足以下3个条件: 1) $V_1 \subseteq V$; 2) $E_1 \subseteq E$; 3) A_1 继承于 A , 即图 G_1 中节点间的邻接权值与图 G 中相对应节点间的邻接权值相同.

不失一般性,假设智能体网络 (G, x) 包含 $n + m$ ($n, m > 1$) 个节点,可以划分为两个子图 $G_1 = (V_1, E_1, A_1)$ 和 $G_2 = (V_2, E_2, A_2)$. 点集 $V_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $V_2 = \{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+m}\}$, $V = V_1 \cup V_2$. 节点 v_i 在两个子图中的邻居集合分别为 $N_{1i} = \{v_j \in V_1 : (v_j, v_i) \in E\}$, $N_{2i} = \{v_j \in V_2 : (v_j, v_i) \in E\}$, $N_i = N_{1i} \cup N_{2i}$. 下标集 $I_1 = \{1, 2, \dots, n\}$, $I_2 = \{n+1, n+2, \dots, n+m\}$, $I = I_1 \cup I_2$.

定义2^[7] 对于包含两个子网的智能体系统,当且仅当满足下列条件时,称系统实现渐近分组一致:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in I_1;$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in I_2.$$

当智能体系统实现分组一致时,不同的组收敛于不同的状态,这包含两种情况:一是各组间的状态差值事先未知,系统的最终状态值取决于通信拓扑、控制协议和状态初值等因素;二是各组间的状态差值事先已知,系统根据控制协议收敛于期望的状态值.

2 多智能体系统快速分组一致性分析

本节分别针对组间状态差值事先未知以及状态差值事先已知的多智能体系统,采用基于智能体当前状态与过去记忆状态差值的方法,分析实现快速分组一致的充分条件.

2.1 组间状态差值事先未知的快速分组一致

每个智能体的动态模型为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t).$$

针对系统分组一致性问题,文献[7]基于入度平衡假设提出了一种控制协议,即

$$u_i(t) = \begin{cases} \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t), & \forall i \in I_1; \\ \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t) + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)), & \forall i \in I_2. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $a_{ij} \geq 0, \forall i, j \in I_1$; $a_{ij} \geq 0, \forall i, j \in I_2$; $a_{ij} \in R, \forall (i, j) \in \Phi = \{(i, j) : i \in I_1, j \in I_2\} \cup \{(i, j) : j \in I_1, i \in I_2\}$.

协议(1)满足的假设条件为

$$\sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij} = 0, \forall i \in I_1; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \forall i \in I_2. \quad (3)$$

假设条件(2)和(3)要求较为苛刻,文献[8]对此进行了弱化,提出了如下假设条件:

$$\sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij} = \alpha, \forall i \in I_1; \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = \beta, \forall i \in I_2. \quad (5)$$

其中 α 和 β 为常数.

协议(1)可表示为矩阵形式,即

$$\dot{x}(t) = -Px(t). \quad (6)$$

设

$$e_1(t) = [x_1 - x_2, x_1 - x_3, \dots, x_1 - x_n]^T,$$

$$e_2(t) = [x_{n+1} - x_{n+2}, \dots, x_{n+1} - x_{n+m}]^T,$$

$$e(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} = Rx(t). \quad (7)$$

其中

$$R = \text{diag}\{R_1, R_2\}, \quad R_1 = [1_{n-1}, -I_{n-1}],$$

$$R_2 = [1_{m-1}, -I_{m-1}].$$

定理1^[8] 若假设条件(4)和(5)成立,则系统(6)简化为如下形式:

$$\dot{e}(t) = \Phi_G e(t), \quad (8)$$

其中 $\Phi_G = -RPR^T(RR^T)^{-1}$.

定理2^[8] 当且仅当 Φ_G 是 Hurwitz 矩阵,即 Φ_G 的所有特征根都在左半开复平面内,协议(1)渐近达到分组一致.

为了提高分组一致性的收敛速度,本文在协议(1)的基础上加入智能体的状态差值^[19] $x_i(t) - x_i(t - \tau)$, 即

$$u_i(t) =$$

$$\begin{cases} \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t) + \\ x_i(t) - x_i(t - \tau), \forall i \in I_1; \\ \sum_{v_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t) + \sum_{v_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \\ x_i(t) - x_i(t - \tau), \forall i \in I_2. \end{cases} \quad (9)$$

当 $t \in [-\tau, 0)$ 时, $x_i(t) = x_i(0)$.

定理3 包含两个分组的智能体系统 (G, x) , 当 Φ_G 是 Hurwitz 矩阵时, 对于协议 (9), 如果多智能体系统能够渐近达到分组一致, 则需满足下列条件之一: 1) $\forall \lambda_i, \text{Re}(\lambda_i) < -2$; 2) $\exists \lambda_i$, 使得 $\text{Re}(\lambda_i) \geq -2$, 此时 $\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) > \text{Im}(\lambda_i)$; 3) $\exists \lambda_i$, 使得 $\text{Re}(\lambda_i) \geq -2$, 此时有

$$\tau < \min_{k \in \mathbb{N}} \left\{ -\frac{2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))}{\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) - \text{Im}(\lambda_i)} \right\},$$

其中 λ_i 为矩阵 Φ_G 的特征值.

证明 系统采用协议 (9) 时, 矩阵形式为

$$\dot{x}(t) = -Px(t) + x(t) - x(t - \tau). \quad (10)$$

对式 (10) 左右两端同时左乘矩阵 R , 得到

$$\dot{e}(t) = \Phi_G e(t) + e(t) - e(t - \tau).$$

进行拉普拉斯变换, 得到

$$sE(s) = \Phi_G E(s) + E(s) - e^{-s\tau} E(s).$$

系统的特征方程为

$$\det((s - 1 + e^{-s\tau})I - \Phi_G) = 0. \quad (11)$$

令 $F(s) = \det(sI + (-1 + e^{-s\tau})I - \Phi_G)$, 系统 (10) 要实现渐近分组一致, 等价于 $F(s)$ 的零点具有负实部或者 $s = 0$.

1) 当 $s = 0$ 时, $F(s) = \det(-\Phi_G)$, 因为 Φ_G 的所有特征根都在左半开复平面内, 所以 $F(s) \neq 0, s = 0$ 不是 $F(s)$ 的零点.

2) 当 $s \neq 0$ 时, 令 $\tilde{F}(s) = \det(I + D(s))$, 其中 $D(s) = \frac{(-1 + e^{-s\tau})I - \Phi_G}{s}$. 令 $s = j\omega$, 根据广义 Nyquist 稳定判据, $\forall \omega \in R$, 若 $\lambda(D(j\omega))$ 的 Nyquist 曲线 $\Gamma_D = \frac{-1 + e^{-j\omega\tau} - \lambda_i}{j\omega}$ 不环绕 $(-1, j0)$ 点, 则 $F(s)$ 的所有零点均具有负实部, 其中 λ_i 为 Φ_G 的特征值. 令 $\alpha_i = \text{Re}(\lambda_i), \beta_i = \text{Im}(\lambda_i)$, 将 Γ_D 变换为

$$\Gamma_D = \frac{\sin(\omega\tau) - \beta_i + j(1 - \cos(\omega\tau) + \alpha_i)}{\omega}. \quad (12)$$

当 $\text{Re}(\lambda_i) < -2$ 时, 有 $\text{Im}[\Gamma_D(j\omega_x)] < 0$, 即曲线与负实轴没有交点. 当 $\text{Re}(\lambda_i) \geq -2$ 时, 若 $\text{Im}[\Gamma_D(j\omega_x)] = 0$, 即 $1 - \cos(\omega_x\tau) + \text{Re}(\lambda_i) = 0$, 则曲线与负实轴有交点, 可得

$$\omega_x = \frac{2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))}{\tau}, \quad k = 0, 1, \dots$$

又因为 $\omega_x > 0$, 故 $\omega_x \neq \frac{-\arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))}{\tau}$. 此时, 需要 Γ_D 与实轴交点 $\text{Re}[\Gamma_D(j\omega_x)] > -1$, 即

$$\tau \frac{\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) - \text{Im}(\lambda_i)}{2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))} > -1.$$

当 $\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) > \text{Im}(\lambda_i)$ 时, 需要满足

$$\tau > -\frac{2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))}{\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) - \text{Im}(\lambda_i)};$$

当 $\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) < \text{Im}(\lambda_i)$ 时, 需要满足

$$\tau < -\frac{2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))}{\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(\lambda_i))) - \text{Im}(\lambda_i)}. \quad \square$$

定理4 包含两个分组的智能体系统, 若 Φ_G 为 Hurwitz 矩阵, 则对于协议 (9), 当 $\tau \in (0, \eta)$ 时, 系统能更快地收敛, 其中 η 满足

$$\eta = \min \left\{ \eta \left| \frac{\pm \arccos(e^{\text{Re}(\lambda)\eta})}{\eta} - \text{Im}(\lambda) \mp e^{-\text{Re}(\lambda)\eta} \sin(\arccos(e^{\text{Re}(\lambda)\eta})) = 0 \right. \right\}, \quad (13)$$

其中 λ 为 Φ_G 的距虚轴最近的特征值.

证明 特征方程 (11) 等价于

$$\prod_{i=1}^{n+m-2} (s - 1 + e^{-s\tau} - \lambda_i) = 0,$$

即 $i = 1, 2, \dots, n + m - 2$ 时, 有

$$s - 1 + e^{-s\tau} - \lambda_i = 0. \quad (14)$$

特征方程的根 s 是关于 τ 连续的, 令 $s = a_i + jb_i$, 代入式 (14), 可得

$$-1 + a_i + e^{-a_i\tau} \cos(b_i\tau) - \text{Re}(\lambda_i) = 0, \quad (15)$$

$$b_i - e^{-a_i\tau} \sin(b_i\tau) - \text{Im}(\lambda_i) = 0. \quad (16)$$

可知, 当 $\tau = 0$ 时, $a_i = \text{Re}(\lambda_i), b_i = \text{Im}(\lambda_i)$.

式 (15) 两侧对 τ 微分, 可得

$$\frac{da_i}{d\tau} + \cos(b_i\tau) \left[e^{-a_i\tau} \left(-\frac{da_i}{d\tau} \tau - a_i \right) \right] - e^{-a_i\tau} \left(\frac{db_i}{d\tau} \tau + b_i \right) \sin(b_i\tau) = 0. \quad (17)$$

可知 $\frac{da_i}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = a_i = \text{Re}(\lambda_i)$. 由 Φ_G 为 Hurwitz 矩阵

可知, $\text{Re}(\lambda_i) < 0$, 所以 $\frac{da_i}{d\tau} \Big|_{\tau=0} < 0$. 由 $\frac{da_i}{d\tau}$ 的连续性可知 $\exists \delta_i > 0, \forall \tau \in (0, \delta_i), \frac{da_i}{d\tau} < 0$. 因此, $\exists \eta_i > 0, \forall \tau \in (0, \eta_i), a_i < \text{Re}(\lambda_i)$, 其中 η_i 为满足 $a_i|_{\tau=\eta_i} = \text{Re}(\lambda_i)$ 的最小解, 代入式 (15) 和 (16) 可得

$$\frac{\pm \arccos(e^{\text{Re}(\lambda_i)\eta_i})}{\eta_i} - \text{Im}(\lambda_i) \mp e^{-\text{Re}(\lambda_i)\eta_i} \sin(\arccos(e^{\text{Re}(\lambda_i)\eta_i})) = 0. \quad (18)$$

系统的闭环极点离虚轴越远, 系统的收敛速度越快^[17]. 在系统所有的闭环极点中, 离虚轴最近的极

点在系统的时间响应中起主导作用,为闭环主导极点. 将协议(1)下的主导极点 λ (距虚轴最近的 λ_i)代入式(18),可以应用Newton下山法求得 η 的数值解. 由此可知 $\forall \tau \in (0, \eta), a < \text{Re}(\lambda)$. 因此,当智能体系统应用协议(9)时,主导极点 s 位于应用协议(1)的主导极点 λ 左侧,可以提高系统收敛速度. \square

2.2 组间状态差值事先已知的快速分组一致

有时为满足任务需求、适应外部环境等因素,各组智能体的最终状态差值需满足特定的关系. 对于包含 N 个智能体的系统,划分为 k 个组,为了使各组的状态差收敛于预定的期望值,设计如下控制协议:

$$u_i = - \sum_{j=1}^N |a_{ij}| [(x_i(t) - x_j(t)) - \Delta_{pq}], \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (19)$$

其中: $i \in I_p, j \in I_q, p, q \in \{1, 2, \dots, k\}$; Δ_{pq} 为组 p 与组 q 的期望状态差值,且有 $\Delta_{pq} = \Delta_{pt} + \Delta_{tq}$; a_{ij} 定义与协议(1)同.

定理5 多智能体系统 (G, x) 采用协议(19)实现 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|(x_i(t) - x_j(t)) - \Delta_{pq}\| = 0$,当且仅当有向图 G 含有一簇有向生成树.

证明 智能体系统实现组间状态差值事先已知的一致性,其形式化表述为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|(x_i(t) - x_j(t)) - \Delta_{pq}\| = 0.$$

令 $\tilde{x}_i = x_i - \Delta_{p1}, i \in I_p, p \in \{1, 2, \dots, k\}$,可得

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_j(t) &= (x_i(t) - \Delta_{p1}) - (x_j(t) - \Delta_{q1}) = \\ &= (x_i(t) - x_j(t)) - (\Delta_{p1} - \Delta_{q1}) = \\ &= (x_i(t) - x_j(t)) - \Delta_{pq}. \end{aligned} \quad (20)$$

由式(20)可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|(x_i(t) - x_j(t)) - \Delta_{pq}\| = 0$ 等价于 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_j(t)\| = 0$,即系统 (G, x) 实现状态差值已知的分组一致等价于系统 (G, \tilde{x}) 实现状态完全一致. 对系统 (G, x) 采用控制协议(19),对系统 (G, \tilde{x}) 采用如下控制协议:

$$\tilde{u}_i = - \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\tilde{x}_i - \tilde{x}_j), \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (21)$$

由式(19)~(21)可知, $u_i = \tilde{u}_i$,所以 $\dot{x}_i = u_i = \tilde{u}_i = \dot{\tilde{x}}_i$. 因此 x_i 与 \tilde{x}_i 有相同的变化规律,即对系统 (G, x) 采用控制协议(19)等价于对系统 (G, \tilde{x}) 采用控制协议(21). 由文献[2]可知,在协议(21)下,系统 (G, \tilde{x}) 实现状态一致,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_j(t)\| = 0$,当且仅当有向图 G 含有一簇有向生成树. \square

为了提高协议(19)的收敛速度,引入智能体的状态差值 $x_i(t) - x_i(t - \tau)$,即

$$u_i = - \sum_{j=1}^N |a_{ij}| [(x_i(t) - x_j(t)) - \Delta_{pq}] +$$

$$x_i(t) - x_i(t - \tau). \quad (22)$$

定理6 由 N 个智能体构成的系统,有向图 G 含有一簇有向生成树,对于协议(22),如果多智能体系统能够渐近达到分组一致,则当 $\lambda_i \neq 0$ 时,需满足下列条件之一: 1) $\forall \lambda_i, \text{Re}(-\lambda_i) < -2$; 2) $\exists \lambda_i$,使得 $\text{Re}(-\lambda_i) \geq -2$,此时 $\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(-\lambda_i))) > \text{Im}(-\lambda_i)$; 3) $\exists \lambda_i$,使得 $\text{Re}(-\lambda_i) \geq -2$,此时有 $\tau <$

$$\min_{k \in \mathbb{N}} \left\{ - \frac{2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(-\lambda_i))}{\sin(2k\pi \pm \arccos(1 + \text{Re}(-\lambda_i))) - \text{Im}(-\lambda_i)} \right\}.$$

其中: $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为图 G 的拉普拉斯矩阵 L 的特征值,当 $i \neq j$ 时,有 $l_{ij} = -|a_{ij}|$,否则有 $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N |a_{ij}|$.

证明 协议(22)可变换为

$$\dot{\tilde{x}}_i = - \sum_{j=1}^N |a_{ij}| (\tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_j(t)) + \tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_i(t - \tau).$$

变换成矩阵形式为

$$\dot{\tilde{x}}(t) = -L\tilde{x}(t) + \tilde{x}(t) - \tilde{x}(t - \tau).$$

进行拉普拉斯变换,得到

$$s\tilde{X}(s) = -L\tilde{X}(s) + \tilde{X}(s) - e^{-s\tau}\tilde{X}(s).$$

采用类似定理3的证明方法可得证. \square

定理7 由 N 个智能体构成的系统,有向图 G 含有一簇有向生成树,对于协议(22),当 $\tau \in (0, \eta)$ 时,系统能更快地收敛,其中 η 满足

$$\eta = \min \left\{ \eta \left| \frac{\pm \arccos(e^{-\text{Re}(\lambda)\eta})}{\eta} + \text{Im}(\lambda) \mp e^{\text{Re}(\lambda)\eta} \sin(\arccos(e^{-\text{Re}(\lambda)\eta})) = 0 \right. \right\}, \quad (23)$$

其中 λ 为 L 的距虚轴最近的特征值.

定理7的证明过程与定理4类似,在此不再赘述.

3 仿真实验

例1 假设由5个智能体组成的系统,智能体1和智能体2为分组1,智能体3~智能体5为分组2,各智能体的初始状态为 $x(0) = [6, 5, 8, 16, 20]^T$,系统的拓扑结构如图1所示.

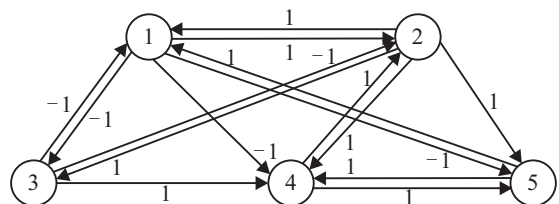


图1 例1系统的拓扑结构

图1的矩阵 P 和 Φ_G 分别为

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_G = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Φ_G 的特征值为 $\lambda_1 = -2.618, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -0.382$, Φ_G 为Hurwitz矩阵.

在不引入记忆状态时,在协议(1)下,智能体状态演化如图2所示.

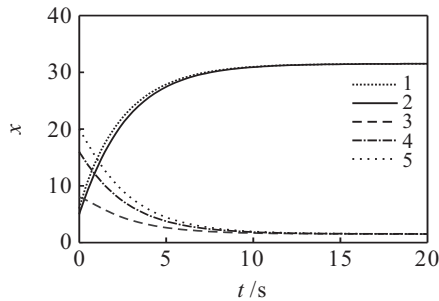


图2 协议(1)的系统状态

在引入记忆状态时,由式(13)算得 $\eta = 0.807$ s.在协议(9)下,当参数 $\tau = 0.5$ s时,智能体状态如图3所示,当 $\tau = 1.0$ s时,智能体状态如图4所示.

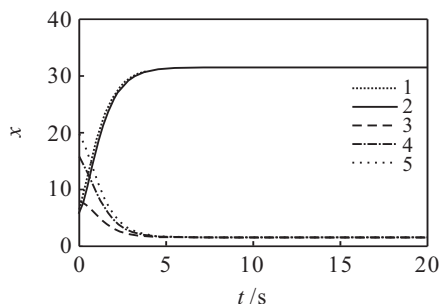


图3 协议(9)的系统状态($\tau = 0.5$ s)

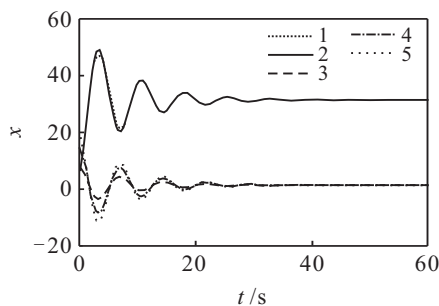


图4 协议(9)的系统状态($\tau = 1.0$ s)

对比图2和图3可知,当 $\tau < \eta$ 时,智能体状态差值的引入能够加速系统收敛到分组一致;对比图2和

图4可知,当 $\tau > \eta$ 时,智能体状态差值的引入减慢了系统收敛到分组一致.

例2 假设由5个智能体组成的系统,智能体1和智能体2为分组1,智能体3~智能体5为分组2,各智能体的初始状态为 $x(0) = [10, 2, 1, 4, 7]^T$,期望组间状态差值为 $\Delta_{12} = 4$,系统的拓扑结构如图5所示.

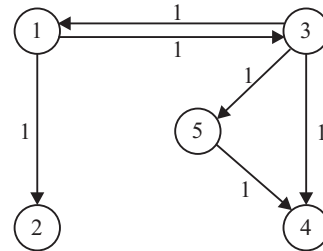


图5 例2系统的拓扑结构

图5的拉普拉斯矩阵 L 为

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

L 的特征值为 $\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = 1, \lambda_{4,5} = 2$,系统能够渐近达到分组一致.

在不引入记忆状态时,在协议(19)下,智能体状态如图6所示.

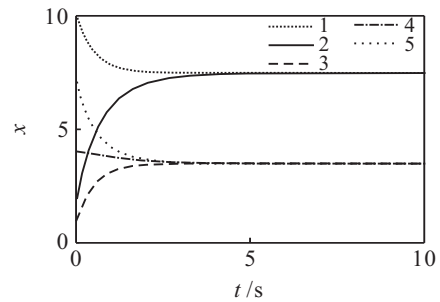


图6 协议(19)的系统状态

在引入记忆状态时,根据式(23)采用数值方法可以得到 $\eta = 0.634$ s.在协议(22)下,当参数 $\tau = 0.4$ s时,智能体状态如图7所示,当 $\tau = 0.9$ s时,智能体状态如图8所示.

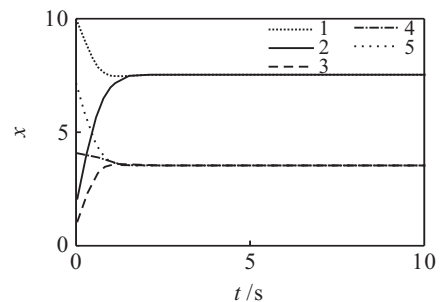


图7 协议(22)的系统状态($\tau = 0.4$ s)

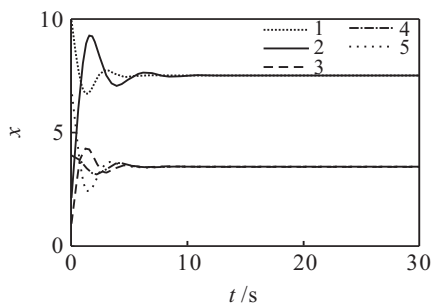


图8 协议(22)的系统状态($\tau = 0.9\text{s}$)

对比图6和图7可知,当 $\tau < \eta$ 时,智能体状态差值的引入能够加速系统收敛到分组一致;对比图6和图8可知,当 $\tau > \eta$ 时,智能体状态差值的引入减慢了系统收敛到分组一致。

4 结论

本文针对两种类型的多智能体系统快速分组一致性问题,设计了基于智能体当前状态和过去状态差值的分组一致性协议,提高了系统的收敛速度.基于矩阵理论和频域分析法,分别分析了组间状态差值事先未知以及状态差值事先已知两种情况下系统分组收敛一致的充分条件.在此基础上给出了过去记忆状态的选取区间,使系统能够更快收敛.最后,通过仿真实验验证了理论分析所得结论的正确性。

参考文献(References)

- [1] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [2] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [3] Liu Y, Min H B, Wang S C, et al. Distributed adaptive consensus for multiple mechanical systems with switching topologies and time-varying delay[J]. Systems & Control Letters, 2014, 64(1): 119-126.
- [4] Park M J, Kwon O M, Park J H, et al. Randomly changing leader-following consensus control for Markovian switching multi-agent systems with interval time-varying delays[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2014, 12(1): 117-131.
- [5] Yu J Y, Wang L. Group consensus of multi-agent systems with undirected communication graphs[C]. Proc of the 7th Asian Control Conf. Shanghai: IEEE Press, 2009: 105-110.
- [6] Yu J Y, Wang L. Group consensus of multi-agent systems with directed information exchange[J]. Int J of Systems Science, 2012, 43(2): 334-348.
- [7] Yu J Y, Wang L. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(6): 340-348.
- [8] Tan C, Liu G P, Duan G R. Group consensus of networked multi-agent systems with directed topology[C]. Proc of the 18th IFAC World Congress. Milano: Elsevier, 2011: 8878-8883.
- [9] Wang Y Z, Zhang C H, Liu Z B. A matrix approach to maximum stable set and coloring problems with application to multi-agent systems[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1227-1236.
- [10] 纪良浩, 廖晓峰, 刘群. 时延多智能体系统分组一致性分析[J]. 物理学报, 2012, 61(22): 220202(1)-220202(8). (Ji L H, Liao X F, Liu Q. Group consensus analysis of multi-agent systems with delays[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(22): 220202(1)-220202(8).)
- [11] 王玉振, 杜英雪, 王强. 多智能体时滞和有时滞网络的加权分组一致性分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 1993-1998. (Wang Y Z, Du Y X, Wang Q. Weighted group-consensus analysis of multi-agent systems with and without time-delay network[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 1993-1998.)
- [12] Yang W, Wang X F, Shi H B. Fast consensus seeking in multi-agent systems with time delay[J]. Systems & Control Letters, 2013, 62(3): 269-276.
- [13] Tomaso E, Davide Z, Emiliano D A. Fast consensus by the alternating direction multipliers method[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(11): 5523-5537.
- [14] Aysal T, Oreshkin B, Coates M. Accelerated distributed average consensus via localized node state prediction[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(4): 1563-1576.
- [15] Oreshkin B, Coates M, Rabbat M. Optimization and analysis of distributed averaging with short node memory[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(5): 2850-2865.
- [16] Cao Y C, Ren W. Multi-agent consensus using both current and outdated states with fixed and undirected interaction[J]. J of Intelligent and Robotic Systems, 2010, 58(1): 95-106.
- [17] 余莹莹, 方华京. 基于有向网络的多智能体系统快速一致性[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1026-1030. (She Y Y, Fang H J. Fast consensus for multi-agent systems in directed networks[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1026-1030.)
- [18] Zhang H T, Chen M Z Q, Stan G B. Fast consensus via predictive pinning control[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2011, 58(9): 2247-2258.
- [19] Feng X L, Huang T Z, Shao J L. Several consensus protocols with memory of multi-agent systems[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2013, 58(9): 1625-1633.