

基于切换原理的非均匀采样系统控制

王宏伟[†], 连捷

(大连理工大学控制科学与工程学院, 辽宁大连 116024)

摘要: 在非均匀采样系统中,存在着刷新时间间隔不确定、时变的情况,这给系统控制器的设计造成了很大困难.为此,将刷新时间间隔看作时延变量,不同时延大小情况下的系统动态变化用不同子系统模型刻画,从而将时延的变化律转化为不同子模型之间的切换律,将非均匀采样系统描述为一类具有有限个子系统的离散时间切换系统.通过定理形式给出含有不确定刷新时间间隔的反馈闭环系统鲁棒稳定性的充分条件.

关键词: 切换系统; 非均匀采样; 指数稳定; 多采样率系统

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Control of non-uniform sampling systems based on switching principle

WANG Hong-wei[†], LIAN Jie

(School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The uncertainty and time variation of the refresh time interval exist in non-uniform sampling systems, which cause great difficulties to design the system controller. To deal with the problems, the refresh time interval is regarded as the time delay variable, and the system dynamic changes in different time delays are characterized by different subsystems. The changing laws of time delay are transformed into the switching laws among different sub models. The non-uniform sampling system is described as a class of discrete-time switched systems with some subsystems. Sufficient conditions of the robust stability of the closed-loop systems with the uncertain refresh time interval are given in the form of theorems.

Keywords: switched systems; non-uniform sampling; exponential stability; multi-sampling rates systems

0 引言

随着现代工业的发展,先进的计算机技术、控制技术、通讯技术使得越来越多的系统在3C融合时代采用多种操作频率,称为多率采样数据系统,简称多率系统^[1-2],这种系统其中最为普遍的是输入信号刷新和(或)输出信号采样呈现不等时间间隔的非均匀采样数据系统^[3-4].在石油、电力、冶金、化工、食品、轻纺等过程工业中,由于设备价格昂贵、缺乏在线检测、可靠性差、维护困难等原因,某些反映产品质量水平的关键变量和参数(如产品成分、浓度^[5-6]、熔融指数^[7-8]、Kappa值^[9-10]等)只能通过人工采样和实验室化验分析来获取数据,采样周期较长且采样时间间隔不规则.在网络控制系统中,为了克服冗余数据对系统性能的负面影响,传感器一般采用时间驱动的工作方式,采样时间间隔是均匀变化的,而执行器一般采用事件驱动的工作方式,其采样时间间隔是随机的,不确定的.同时,受到传输距离、通讯网络承载能

力和通讯带宽的限制,数据在传输过程中不可避免地存在时延、丢包、乱序等现象使得实际采样频率呈现非均匀性^[11-14].

上述非均匀周期采样数据系统一般还具有以下特点:

- 1) 测量数据是在不同采样时刻、不同采样频率得到的;
- 2) 控制输入信号和输出信号在时序上呈现非均匀、非同步、刷新时间和采样间隔不确定的特征;
- 3) 由于某种资源受限(可以是通信网络带宽限制、智能仪器仪表测量限制、人工检测时间限制、计算能力限制等原因引起的),输入信号是时延的.

鉴于非均匀采样系统中,在一个框架周期内输入信号非均匀刷新,输出信号均匀采样,其中输入信号刷新时间间隔往往是时变的、不确定的,本文提出一种切换系统方法来处理刷新时间不确定性问题.采用非均匀保持器读取数据的频率高于传感器采样频

收稿日期: 2016-03-08; 修回日期: 2016-05-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374070, 61273098).

作者简介: 王宏伟(1969—),男,副教授,从事智能控制、系统建模等研究; 连捷(1980—),女,教授,从事切换系统、滑模控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: wanghw@dlut.edu.cn

率的策略,将刷新时间间隔看作时延变量,不同时延大小情况下的系统动态变化用不同子系统模型刻画,从而将指数时变项分解为多个定常项,将时延的变化律转化为不同子模型之间的切换律,最终将非均匀采样系统转化为一类含有若干有限个子系统的离散时间切换系统.在此基础上,利用平均驻留时间方法推导出保证非均匀采样系统指数稳定的状态反馈控制器设计方法.

1 问题描述

考虑研究非均匀采样系统如图1所示. S_c 是被控对象,在 $kT + t_{ik}$ 时刻收到计算机产生的离散输入信号 $u(kT + t_{ik}), i = 1, 2, \dots, p$, 经过非均匀零阶保持器 H_r 生成一个连续信号 $u(t)$ 作为被控对象 S_c 的输入, 输出量 $y(t)$ 以 T 为周期均匀采样, 即在 $[kT, kT + T)$ 内, $y(t) = y(kT)$.

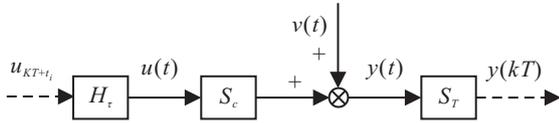


图1 非均匀采样系统原理

在非均匀采样系统中,刷新时间间隔是时变的、不确定的,输入信号 $u(t)$ 可以表示为

$$u(t) := \begin{cases} u(kT), & kT \leq t < kT + t_{1k}; \\ u(kT + t_{1k}), & kT + t_{1k} \leq t < kT + t_{2k}; \\ \vdots \\ u(kT + t_{(p-1)k}), & kT + t_{(p-1)k} \leq t < (k+1)T. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\tau_{ik} (\tau_{ik} := t_{ik} - t_{(i-1)k})$ 为刷新时间间隔, $t_{ik} := \tau_{1k} + \tau_{2k} + \dots + \tau_{ik}$ (设 $t_{0k} = 0, t_{pk} = T$), $T := \tau_{1k} + \tau_{2k} + \dots + \tau_{pk} = t_{pk}$ 为框架周期.

根据非均匀采样系统的实际情况,对上述非均匀采样过程作一些简化处理:

1) 在实际的非均匀采样系统中,输入信号一般具有时延性,当前输入信号与过去历史信号是相关的,即

$$u(kT + t_{ik}) = u(kT - dT), \\ i = 1, 2, d = 0, 1, \dots$$

2) 为了讨论方便,取 $d = 0, 1$, 有

$$u(t) = \begin{cases} u(kT - T), & kT \leq t < kT + \tau_k; \\ u(kT), & kT + \tau_k \leq t < kT + T. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\tau_k = t_{1k}$ 是刷新时间,也表示时间的延滞(简称时延).

3) 框架周期 T 由最小周期 T_0 组成,即 $T_0 = T/N$, 非均匀零阶保持器的刷新周期为 T_0 .

4) 在框架周期内,输入信号非均匀刷新两次,即 $p = 2$,刷新时间间隔是时变的、不确定的.

上述4点在实际非均匀采样系统中经常遇到,如网络控制系统存在延时、工业生产中产品质量水平的关键变量和参数测量延时等.处理4)主要考虑网络控制系统大多数延时是短延时,工业重要变量的软测量也是在短时间内完成,在采样周期内输入信号非均匀刷新两次,符合一般性情况.

图1中的连续时间被控对象描述如下:

$$S_c : \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t). \quad (3)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态向量; $u(t) \in R^m$ 为控制输入; A_c 和 B_c 为两个适当维数的矩阵.根据上述假设得知, $0 \leq \tau_k \leq T$, 在任意框架周期内最多只有两次控制量,即 $u(kT)$ 和 $u(kT - T)$, 简记为 $u(k), u(k-1)$ (以下各变量简记与此相同), 即 $u(k), u(k-1)$ 作用于被控对象,时序如图2所示.

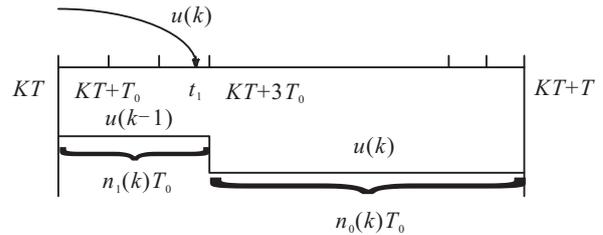


图2 控制信号时序

在图2中,当前控制信号 $u(k)$ 在经过 $\tau_k = t_1 - kT$ 时延后到达零阶保持器端,零阶保持器在 $kT + 3T_0$ 时刻读取 $u(k)$,并将输入 $u(k-1)$ 更新为 $u(k)$.对于任意 $k > 0$,记 $u(k)$ 和 $u(k-1)$ 作用于被控对象上的时间分别为 $n_0(k)T_0$ 和 $n_1(k)T_0$, 则有

$$\begin{cases} n_0(k), n_1(k) \in F_0 = \{0, 1, \dots, N\}, \\ n_0(k) + n_1(k) = N, \\ n_0(k)T_0 + n_1(k)T_0 = NT_0 = T. \end{cases}$$

将式(3)以采样周期 T 离散化,并考虑时延情况,可得

$$\begin{aligned} x(k+1) = & Ax(k) + \int_{n_0(k)T_0}^T e^{A_c \tau} B_c d\tau \cdot u(k-1) + \\ & \int_0^{n_0(k)T_0} e^{A_c \tau} B_c d\tau \cdot u(k) = \\ & Ax(k) + \int_{n_0(k)T_0}^{(n_0(k)+n_1(k))T_0} e^{A_c \tau} B_c d\tau \cdot u(k-1) + \\ & \int_0^{n_0(k)T_0} e^{A_c \tau} B_c d\tau \cdot u(k) = \end{aligned}$$

$$Ax(k) + \sum_{i=0}^{n_1(k)-1} A_0^{i+n_0(k)} B_0 u(k-1) + \sum_{i=0}^{n_0(k)-1} A_0^i B_0 u(k). \quad (4)$$

其中: $A = e^{AcT}$, $A_0 = e^{AcT_0}$, $B_0 = \int_0^{T_0} e^{Ac\tau} B_c d\tau$.

当 $n_1(k)$ 和 $n_0(k)$ 都在有限集合内取值时, 可将式(4)视为一个含有限个子系统的切换系统, 引入一个 $R^2 \rightarrow R$ 的映射 $[n_1(k) \ n_0(k)] \rightarrow \sigma(k)$, 其中 $\sigma(k)$ 为非负整数, 得到

$$\begin{aligned} [n_1(k) \ n_0(k)] &= [0 \ N] \rightarrow 0, \\ [n_1(k) \ n_0(k)] &= [1 \ N-1] \rightarrow 1, \\ &\vdots \\ [n_1(k) \ n_0(k)] &= [N \ 0] \rightarrow N. \end{aligned}$$

系统(4)可重写为如下的切换系统模型:

$$S_{\sigma(k)} : x(k+1) = Ax(k) + B_{0\sigma(k)}u(k) + B_{1\sigma(k)}u(k-1). \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} B_{0\sigma(k)} &= \sum_{i=0}^{n_0(k)-1} A_0^i B_0, \\ B_{1\sigma(k)} &= \sum_{i=0}^{n_1(k)-1} A_0^{i+n_0(k)} B_0. \end{aligned}$$

$\sigma(k) \in F_0$ 为切换信号. 显然, 式(5)是具有 $N+1$ 个子系统的切换系统, 用 S_j 表示式(5)的第 j 个子系统, $j \in F_0$, 则 $\sigma(k) = j$ 表示系统(4)驻留在子系统 S_j 上. 切换过程如图3所示.

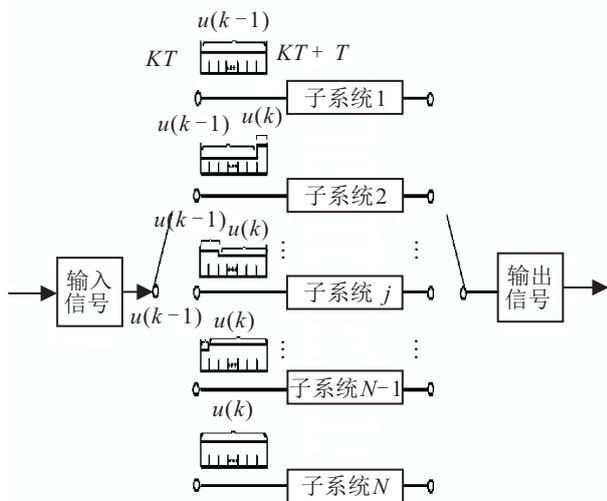


图3 系统的切换过程

考虑控制器为状态反馈控制器 $u(k) = Kx(k)$, 由式(5)可得到以下闭环系统模型:

$$S_{\sigma(k)} : x(k+1) = \hat{A}_{\sigma(k)}x(k) + \hat{B}_{1\sigma(k)}x(k-1). \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\sigma(k)} &= A + \hat{B}_{0\sigma(k)}, \\ \hat{B}_{0\sigma(k)} &= B_{0\sigma(k)}K, \\ \hat{B}_{1\sigma(k)} &= B_{1\sigma(k)}K. \end{aligned}$$

在前文描述中, 将非均匀采样系统描述为一个含有若干个子系统的离散时间切换系统, 当时延 τ_k 变化时, 系统(5)从一个子系统切换到另一个子系统, 实现系统子模型之间的切换, 因此可以借助于切换系统控制原理设计非均匀采样系统控制器.

2 非均匀采样系统稳定性分析

2.1 指数稳定性分析

所要解决的问题是: 设计一个形如 $u(k) = Kx(k)$ 的状态反馈控制器, 使闭环非均匀采样系统(6)指数稳定. 首先给出如下定理.

定理1 考虑闭环非均匀采样系统(6), 若存在正常数 $\lambda(0 < \lambda \leq 1)$ 、 $\mu \geq 1$ 和适当维数的正定矩阵 P_j 、 $Q_j(j = 0, 1, \dots, N)$, 使得如下不等式成立:

$$\Omega_j = \begin{bmatrix} \hat{A}_j^T P_j \hat{A}_j - \lambda^2 P_j + Q_j & \hat{A}_j^T P_j \hat{B}_{1j} \\ \hat{B}_{1j}^T P_j \hat{A}_j & \hat{B}_{1j}^T P_j \hat{B}_{1j} - \lambda^2 Q_j \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$P_a \leq \mu P_b, Q_a \leq \mu Q_b, \forall a, b \in F_0, \quad (8)$$

$$t_a > t_a^* = \frac{\ln \mu}{2 \ln(1/\lambda)}. \quad (9)$$

则系统(6)指数稳定, 并具有指数衰减率 $\rho(\lambda, t_a) = \lambda \mu^{\frac{1}{2t_a}}$.

证明 假设 k_1, k_2, \dots, k_i 表示 $\sigma(k)$ 在间隔 $[0, k)$ 内的切换点, 满足 $0 < k_1 < k_2 < \dots < k_i < k$. 系统(6)中子系统模型为

$$S_{c_j} : x(k+1) = \hat{A}_j x(k) + \hat{B}_{1j} x(k-1), \quad j \in F_0. \quad (10)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V_{\sigma(k)}(k) = x^T(k) P_{\sigma(k)} x(k) + x^T(k-1) Q_{\sigma(k)} x(k-1). \quad (11)$$

考虑 $V_j(k)$ 沿子系统 S_{c_j} 动态轨迹变化. 由式(11)可得

$$\begin{aligned} V_j(k+1) - \lambda^2 V_j(k) &= \\ x^T(k+1) P_j x(k+1) + x^T(k) Q_j x(k) - \\ \lambda^2 x^T(k) P_j x(k) - \lambda^2 x^T(k-1) Q_j x(k-1) &= \\ \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{A}_j^T \\ \hat{B}_{1j}^T \end{bmatrix} P_j [\hat{A}_j \ \hat{B}_{1j}] \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x^T(k)(-\lambda^2 P_j + Q_j)x(k) - \\
& \lambda^2 x^T(k-1)Q_j x(k-1) = \\
& \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}^T \Omega_j \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}. \quad (12)
\end{aligned}$$

其中: $P_j > 0, Q_j > 0, j \in F_0$.

$$\text{记 } \mu(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix}, \text{ 由式(7)和(12)可得}$$

$$V_j(k+1) - \lambda^2 V_j(k) = \eta^T(k) \Omega_j \eta(k) \leq 0. \quad (13)$$

由式(13)可得

$$V_j(k+1) \leq \lambda^2 V_j(k). \quad (14)$$

式(14)意味着 $V_j(k) (j = 0, 1, \dots, N)$, 沿着各子系统的轨迹指数衰减, 即

$$\begin{aligned}
V_{\sigma(k_i)}(k) & \leq \lambda^{2(k-k_i)} V_{\sigma(k_i)}(k_i), \\
V_{\sigma(k_{j-1})}(k_j) & \leq \lambda^{2(k_j-k_{j-1})} V_{\sigma(k_{j-1})}(k_{j-1}), \\
& j = 0, 1, \dots, i. \quad (15)
\end{aligned}$$

另一方面, 由于

$$\begin{aligned}
V_{\sigma(k)}(k) & = V_{\sigma(k_i)}(k), \\
V_{\sigma(k_{j-1})}(k_j) & = V_{\sigma(k_{j-1})}(k_j), \\
& j = 0, 1, \dots, i. \quad (16)
\end{aligned}$$

由式(15)和(16)可得

$$\begin{cases} V_{\sigma(k)}(k) = V_{\sigma(k_i)}(k) \leq \lambda^{2(k-k_i)} V_{\sigma(k_i)}(k_i), \\ V_{\sigma(k_{j-1})}(k_j) \leq \lambda^{2(k_j-k_{j-1})} V_{\sigma(k_{j-1})}(k_{j-1}), \\ j = 0, 1, \dots, i. \end{cases} \quad (17)$$

由于系统(6)的状态在切换点不跳变, 由式(8)可得

$$\begin{aligned}
V_{\sigma(k_j)}(k_j) & = \\
& x^T(k_j) P_{\sigma(k_j)} x(k_j) + \\
& x^T(k_j-1) Q_{\sigma(k_j)} x(k_j-1) \leq \\
& \mu x^T(k_j) P_{\sigma(k_{j-1})} x(k_j) + \\
& \mu x^T(k_j-1) Q_{\sigma(k_{j-1})} x(k_j-1) = \\
& \mu V_{\sigma(k_{j-1})}(k_j), \quad j = 0, 1, \dots, i. \quad (18)
\end{aligned}$$

取抖动界 $N_0 = 0$, 根据平均驻留时间的定义^[16], 式(17)和(18)可递推求得

$$\begin{aligned}
V_{\sigma(k)}(k) & \leq \lambda^{2(k-k_i)} V_{\sigma(k_i)}(k_i) \leq \\
& \lambda^{2(k-k_i)} \mu V_{\sigma(k_{i-1})}(k_i) \dots \leq \\
& \mu^{N_{\sigma[0,k]}} \lambda^{2(k-k_i)} \lambda^{2(k_i-k_{i-1})} \dots \lambda^{2k_1} V_{\sigma(0)}(0) = \\
& \mu^{N_{\sigma[0,k]}} \lambda^{2k} V_{\sigma(0)}(0) \leq
\end{aligned}$$

$$\mu^{\frac{k}{t_a}} \lambda^{2k} V_{\sigma(0)}(0) = \rho(\lambda, t_a)^{2k} V_{\sigma(0)}(0). \quad (19)$$

由式(19)可得

$$\begin{aligned}
\beta_1 \|x(k)\|^2 & \leq V_{\sigma(k)}(k) \leq \\
\rho(\lambda, t_a)^{2k} V_{\sigma(0)}(0) & \leq \rho(\lambda, t_a)^{2k} \beta_2 \|x_0\|^2. \quad (20)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\beta_1 & = \min_{j \in F_0} \lambda_{\min}(P_j), \\
\beta_2 & = \max_{j \in F_0} (\lambda_{\max}(P_j) + \lambda_{\max}(Q_j)).
\end{aligned}$$

由式(20), 进一步可得

$$\|x(k)\| \leq \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \rho(\lambda, t_a)^k \|x_0\|, \quad (21)$$

其中 $\|x_0\|$ 为初始值. 不等式(9)和 $\lambda < 1$ 保证 $\rho(\lambda, t_a) < 1$, 从而闭环非均匀采样系统指数稳定并具有指数衰减率 $\rho(\lambda, t_a)$. \square

注1 在实际应用中, 若无法知道时延, 则难以确定平均驻留时间 t_a , 从而难以应用条件(9). 因为 $t_a \geq 1$, 若 $1 > \frac{\ln \mu}{2 \ln(1/\lambda)}$, 则无论时延如何变化和不确定, 条件(9)总是成立的. 所以, 当实际时延未知时, 可用 $\lambda < \mu^{-\frac{1}{2}}$ 代替条件(9). 此时, 闭环非均匀采样系统(6)的指数衰减率为 $\rho = \lambda \mu^{0.5}$.

2.2 状态反馈控制器设计

定理1给出了系统(6)指数稳定的条件, 下面给出使系统(5)指数稳定的状态反馈控制器的设计方法.

引理1^[17] 对于任意矩阵 A 、正定矩阵 P 和 Q , 不等式 $A^T P A - P < 0$ 成立, 当且仅当存在一个矩阵 Y , 使得以下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P & A^T Y \\ Y^T A & -Y - Y^T + Q \end{bmatrix}^T < 0.$$

在引理1基础上, 通过如下定理2给出状态反馈控制器的设计方法.

定理2 对于给定的正常数 $\lambda (0 < \lambda \leq 1)$, $\mu \geq 1$, 若存在适当维数的矩阵 $X, V, R_j > 0$ 和 $S_j > 0, j = 0, 1, \dots, N$, 使得不等式(9)和如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -\lambda^2 R_j + S_j & 0 & X^T A^T + V^T B_{0j}^T \\ * & -\lambda^2 S_j & V^T B_{1j}^T \\ * & * & -X - X^T + R_j \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

$$R_a \leq \mu R_b, \quad S_a \leq \mu S_b, \quad \forall a, b \in F_0. \quad (23)$$

则控制器 $u(k) = V X^{-1} x(k)$ 将保证系统(6)指数稳定, 并且指数衰减率满足 $\rho(\lambda, t_a) = \lambda \mu^{\frac{1}{2t_a}}$.

证明 由引理1可知, $\Omega_j < 0$ 成立当且仅当存在一个矩阵 Y , 使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -\lambda^2 P_j + Q_j & 0 & \hat{A}_j^T Y \\ * & -\lambda^2 Q_j & \hat{B}_{1j}^T Y \\ * & * & -Y - Y^T + P_j \end{bmatrix} < 0. \quad (24)$$

上述观点是可逆的. 对式 (24) 分别左乘矩阵 $\text{diag}\{Y^{-T}, Y^{-T}, Y^{-T}\}$ 和右乘 $\text{diag}\{Y^{-1}, Y^{-1}, Y^{-1}\}$, 可得

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 Y^{-T} P_j Y^{-1} + Y^{-T} Q_j Y^{-1} & 0 \\ * & -\lambda^2 Y^{-T} Q_j Y^{-1} \\ * & * \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Y^{-T} \hat{A}_j^T \\ Y^{-T} \hat{B}_{1j}^T \\ -Y^{-T} - Y^{-1} + Y^{-T} P_j Y^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

记 $X = Y^{-1}, V = KX, R_j = X^T P_j X, S_j = X^T Q_j X$, 由式 (24) 可得 (22). 对 $P_a \leq \mu P_b$ 和 $Q_a \leq \mu Q_b$ 分别左乘矩阵 X^T 和右乘矩阵 X , 得到式 (23), 从而由定理 1 可知定理 2 成立. \square

3 仿真实例

考虑如下被控对象^[15-16]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) = [1 \ 0] x(t). \end{cases}$$

取采样周期为 $T = 10 \text{ ms}$, 将采样间隔十等分, 即令 $N = 10$, 取非均匀保持器读取数据的周期 $T_0 = 1 \text{ ms}$, 闭环非均匀采样系统可由式 (6) 描述.

假定最大时延上界 $\tau = 4T_0 = 4 \text{ ms}$, 输入信号时延只有 5 种取值可能, 即 $\tau(k) \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \text{ ms}$, 此时系统 (5) 最多含有 5 个子系统, 表示为 $S_{ci} (i = 0, 1, 2, 3, 4)$. S_{ci} 的系统输入矩阵由 $n_1(k)$ 和 $n_0(k)$ 决定, 且 $[n_1(k) \ n_0(k)]$ 的 5 种可能取值分别为 $[0 \ 10], [1 \ 9], [2 \ 8], [3 \ 7], [4 \ 6]$. 定义映射

$$\begin{aligned} [n_1(k) \ n_0(k)] &\rightarrow \sigma(k) : \\ [0 \ 10] &\rightarrow 0, [1 \ 9] \rightarrow 1, [2 \ 8] \rightarrow 2, \\ [3 \ 7] &\rightarrow 3, [4 \ 6] \rightarrow 4. \end{aligned}$$

当时延 $\tau(k) = 0$ 时, 相应的闭环非均匀采样系统模型可由 S_{c0} 描述; 当时延 $\tau(k)$ 在 $(0 \ T_0]$ 内变化时, 相应的闭环非均匀采样系统模型可由 S_{c1} 描述; 其他子系统以此类推. 以 0.03 为步长, 通过一维搜索算法可得, 使线性矩阵不等式 (22) 和 (23) 可行的最小 μ 和 λ 分别为 $\mu = 1.05$ 和 $\lambda = 0.95$. 进一步, 求解线性矩阵不等式 (22) 和 (23), 得到如下状态反馈控制器的增益:

$$K = [320.798 \ 2 \ 111.431 \ 2].$$

由于 $\lambda < \mu^{-0.5} = 0.9759$, 满足注 1 条件, 即 $\lambda <$

$\mu^{-\frac{1}{2}}$ 成立. 控制器 $u(k) = Kx(k)$ 能够使得相应的闭环非均匀采样系统稳定, 且其指数衰减率满足 $\rho = \lambda\mu^{0.5} = 0.9735$.

在仿真中, 设系统初始值为 $x(0) = [2 \ -3]^T$, 仿真结果如图 4 和图 5 所示. 图 4 给出了非均匀刷新时间间隔或者时延变化, 可见, 不确定刷新时间间隔小于时延上界 4 ms. 图 5 给出了 $x_1(k+1)$ 、 $x_2(k+1)$ 响应, 可见系统收敛到零, 是渐近稳定的. 仿真结果表明了所设计的控制器的有效性.

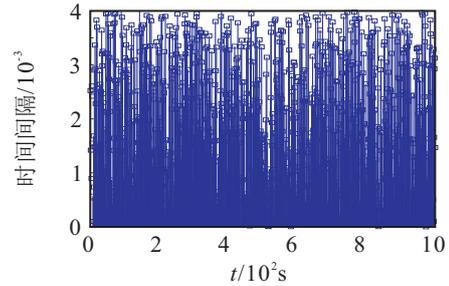


图 4 非均匀刷新时间间隔

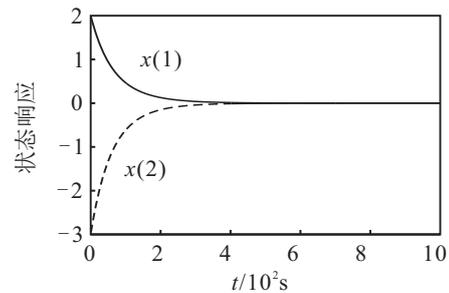


图 5 系统状态响应

4 结 论

本文提出了一种切换系统方法来处理刷新时间不确定性问题. 主要创新点表现在: 1) 将采用非均匀采样系统的刷新时间间隔看作时延变量, 不同时延大小情况下的系统动态变化用不同子系统模型刻画; 2) 将指数时变项分解为多个定常项, 将时延的变化律转化为不同子模型之间的切换律; 3) 将非均匀采样系统最终描述为一类具有有限个子系统的离散时间切换系统. 对于长延时, 若输入信号非均匀, 则可以刷新多次(两次以上), 采用切换原理对其控制是下一步的研究重点.

参考文献(References)

- [1] 丁锋. 系统辨识新论[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 6-9.
(Ding F. New theory of system identification[M]. Beijing: Science Press, 2013: 6-9.)
- [2] Ding F, Chen T. Modeling and identification for multirate systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(1): 105-122.

- [3] Albertos P, Crespo A. Real-time control of non-uniformly sampled systems[J]. *Control Engineering Practice*, 1999, 7(4): 445-458.
- [4] Cuenca A, Salt J. RST controller design for a non-uniform multi-rate control system[J]. *J of Process Control*, 2014, 22(10): 1865-1877.
- [5] Fortuna L, Graziani S, Xibilia M. Soft sensors for product quality monitoring in debutanizer distillation columns[J]. *Control Engineering Practice*, 2005, 13(4): 499-508.
- [6] Gjerkes H, Malensek J, Sitar A, Golobic I. Product identification in industrial batch fermentation using a variable forgetting factor[J]. *Control Engineering Practice*, 2011, 19(10): 1208-1215.
- [7] Ogawa M, Ohshima M, Morinaga K, et al. Quality inferential control of an industrial high density polyethylene process[J]. *J of Process Control*, 1999, 9(1): 51-59.
- [8] Sharmin R, Sundararaj U, Shah S, et al. Inferential sensors for estimation of polymer quality parameters: Industrial application of a PLS-based soft sensor for a LDPE plant[J]. *Chemical Engineering Science*, 2006, 61(19): 6372-6384.
- [9] Calicia HJ, He QP, Wang J. A reduced order soft sensor approach and its application to a continuous digester[J]. *J of Process Control*, 2011, 21(4): 489-500.
- [10] Galicia H J, He Q P, Wang J. Comparison of the performance of a reduced-order dynamic PLS soft sensor with different updating schemes for digester control[J]. *Control Engineering Practice*, 2012, 20(8): 747-760.
- [11] 黎善斌, 王智, 张卫东, 等. 网络控制系统的研究现状和展望[J]. *信息与控制*, 2014, 43(3): 239-244. (Li S B, Wang Z, Zhang W D, et al. Research status and Prospect of network control system[J]. *Information and Control*. 2014, 43(3): 239-244.)
- [12] Pedro A, Julian S. Non-uniform sampled-data control of MIMO systems[J]. *Annual Reviews in Control*, 2001, 35(1): 65-76.
- [13] Ding F, Liu G, Liu XP. Partially coupled stochastic gradient identification methods for non-uniformly sampled systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2010, 55(8): 1976-1981.
- [14] 王宏伟, 夏浩. 非均匀多采样率非线性系统的模糊辨识[J]. *控制与决策*, 2015, 30(9): 1646-1652. (Wang H W, Xia H. Fuzzy identification of non-uniformly multi-rates sampled nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(9): 1646-1652.)
- [15] Xia B, Lian j, Shao C. Finite-time stability analysis of switched linear singular systems[C]. *The 19th IFAC World Congress*. Berlin: Springer Press, 2014: 1086-1091.
- [16] Xia B, Lian J. Stability of switched positive descriptor systems with average dwell time switching[J]. *J of Shanghai Jiaotong University*, 2015, 20(1): 177-184.
- [17] 俞立, 张文安. 网络化控制系统分析与设计——切换系统处理方法[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 50-60. (Yu L, Zhang A. Analysis and design of networked control system: A switched system approach[M]. Beijing: Science Press, 2012: 50-60.)

(责任编辑: 郑晓蕾)