

# 基于加权超图和IOWA算子的图像椒盐噪声滤除算法

徐沁<sup>1†</sup>, 刘金培<sup>2</sup>, 汤进<sup>1</sup>, 罗斌<sup>1</sup>

(1. 安徽大学 计算机科学与技术学院, 合肥 230601; 2. 安徽大学 商学院, 合肥 230601)

**摘要:** 针对图像椒盐噪声, 提出基于加权超图和诱导有序加权平均(IOWA)算子的椒盐噪声滤除算法. 首先, 用加权超图对图像进行表示, 根据椒盐噪声为极值的特点, 定义超图边的权值, 该权值能够反映边内中心节点对应像素为噪声点的可能性, 进而利用超图边的权值进行噪声检测; 其次, 构建 IOWA 算子对噪声点进行复原, 并采用噪声检测与复原交替进行的方式完成图像的椒盐噪声滤除. 仿真实验结果表明, 所提出的算法不但可有效复原椒盐噪声, 而且能保持原图像的轮廓等细节信息.

**关键词:** 椒盐噪声; 加权超图; 诱导有序加权平均(IOWA)算子; 图像复原

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

## Salt and pepper noise removing algorithm based on weighted hypergraph and IOWA operator

XU Qin<sup>1†</sup>, LIU Jin-pei<sup>2</sup>, TANG Jin<sup>1</sup>, LUO Bin<sup>1</sup>

(1. School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230601, China; 2. School of Business, Anhui University, Hefei 230601, China)

**Abstract:** Aiming to filter the salt and pepper noise, this paper proposes an algorithm for removal of the salt and pepper noise based on the weighted hypergraph and induced ordered weighted averaging(IOWA) operator. Firstly, a weighted hypergraph is proposed to represent an image. According to the fact that noisy pixels take either the maximum value or the minimum value, the edge weight of the hypergraph is constructed. This edge weight can reveal the possibility of the pixel corresponding to the center node of the edge being noise, so that it can be used to detect the noise in image. Then, the IOWA operator is built to restore the noise. The noise detecting and restoring is alternative to accomplish the denoising of the whole image. The simulated experiments demonstrate that the proposed method can not only remove the salt and pepper noise, but also keep the contour information and other detail information of the original image.

**Keywords:** salt and pepper noise; weighted hypergraph; induced ordered weighted average operator; image restoration

## 0 引言

数字图像在获取、传输和存储的过程中容易受到椒盐噪声的污染, 这种噪声可随机地将图像像素改成图像极值. 对于一个 8 比特的图像, 椒盐噪声随机地将图像像素值修改为 0 或 255. 由于椒盐噪声给图像压缩、边缘检测和图像分割等后续的图像处理和分析带来了困难, 椒盐噪声的滤除一直是国内外的研究热点. 中值滤波作为一种传统的椒盐噪声滤除算法, 简单易行<sup>[1-2]</sup>, 能够在一定程度上抑制椒盐噪声, 但当图像噪声密度较大时, 会造成图像的模糊和细节信息的丢失. 尽管部分学者对中值滤波方法进

行了很多改进<sup>[3-5]</sup>, 但他们大都对图像中所有像素进行了修改操作, 造成图像质量的下降. 为了尽可能地减少图像信息的丢失, 最大程度地还原图像, 充分利用图像中未被噪声污染的像素对于图像复原尤为重要, 即应保持未被污染的像素不变. 为此, 近年来越来越多的去噪方法采用两步进行<sup>[6-17]</sup>: 1) 对噪声点进行检测; 2) 将噪声点进行复原. 该类方法仅对噪声点进行修改, 并且保持非噪声点不变, 因此能够较好地保持图像细节. 文献[16-17]虽采用两步法, 但是其中噪声检测环节运用的是极值法, 该方法将图像中所有的极值像素均看成噪声进行滤除, 并没有对噪声点进行

收稿日期: 2016-03-06; 修回日期: 2016-05-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61502003, 71501002, 61472002, 61671018); 安徽省自然科学基金项目(1608085 QF133, 1508085QG149).

作者简介: 徐沁(1983—), 女, 讲师, 从事图像处理与模式识别的研究; 罗斌(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事图像处理与模式识别等研究.

†通讯作者. E-mail: xuqin2013@aliyun.com

有效的判断,容易造成信息的丢失.

为了准确地检测出图像的椒盐噪声,文献[7]将图像用加权网络表示,利用噪声点与周围差异性大的特点,将噪声点的检测转化为搜索网络点强度小的问题,采用OWA(有序加权平均)算子对噪声点近邻像素进行集成,复原噪声点,取得了一定的去噪效果.然而,OWA算子只适用于噪声密度两端均衡的情况,对于图像局部“椒”和“盐”噪声密度不均衡时,OWA算子无法获得较好的复原效果.为了克服该问题,本文提出采用诱导有序加权平均(IOWA)算子进行噪声复原,该信息集结算子能够对图像局部“椒”和“盐”噪声密度不均衡情况进行较好的复原.另一方面,文献[7]采用网络对图像进行表示,仅能表示像素两两之间的结构关系.为了更有效地描述图像的全局和局部结构信息,本文提出采用加权超图对图像进行表示,超图的边连接一定领域内灰度值近似的像素,边的权值反映边内中心节点对应像素为噪声的可能性,从而将噪声点的检测转化为寻找加权超图边权值最小的问题.为此,本文提出采用加权超图的边权值进行噪声点的检测,并采用IOWA算子进行噪声点的复原,将噪声监测与复原交替进行,直至图像的噪声检测结束.实验部分对本文算法进行了仿真测试,并与近期提出的6种算法进行比较,验证了本文算法不仅可滤除椒盐噪声,而且能较好地复原图像的边缘等细节信息.

## 1 基于加权超图与IOWA算子的椒盐噪声滤除

### 1.1 图像的加权超图表示

传统的简单图只表示两两数据点之间的关系,不能描述3个或3个以上数据点之间的关系.为了刻画图像像素点之间更复杂的结构关系,本文对图像建立加权超图表示,并利用超图的边权值对噪声点像素进行检测.

加权超图 $G_p(V, E, W)$ 由节点集合 $V = \{v_1, \dots, v_i, \dots, v_{|V|}\}$ 、超边集合 $E = \{e_1, \dots, e_j, \dots, e_{|E|}\}$ 和一个超边权值向量 $W = (w(e_1), w(e_2), \dots, w(e_{|E|}))^T$ 构成.其中,一条超边 $e_j$ 被赋予一个权值 $w(e_j)$ .一个加权超图 $G_p$ 可用一个大小为 $|V| \times |E|$ 的矩阵

$$H_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } v_i \in e_j; \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

和一个权值向量 $w$ 表示.

对图像建立加权超图表示,每个节点对应图像的一个像素,若图像大小为 $M \times N$ ,则加权超图节点集合为 $V = \{v_1, \dots, v_i, \dots, v_{|V|}\}, |V| = MN$ .在

节点集合上以一定的邻域创建边集,对于任意一个节点 $v_i$ ,若其对应的像素 $i$ 灰度与它的 $n$ 邻域<sup>[18]</sup>像素 $j(j \in N_n(i))$ 的灰度差异小于 $\varepsilon$ ,则该节点 $v_i$ 与 $v_j(j \in N_n(i))$ 属于一条超边,这里

$$\varepsilon = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{8}, \quad (2)$$

其中 $f_{\max}$ 和 $f_{\min}$ 分别表示图像灰度的极大值和极小值.定义集合距离为超边距离,在像素 $i$ 的该邻域内对包含节点 $v_i$ 的超边进行合并,根据集合距离定义两条超边 $e_p$ 与 $e_q$ 的距离为

$$D_{pq} = \max_{v_i \in e_p, v_j \in e_q} d_{ij}. \quad (3)$$

其中: $d_{ij} = |f(i) - f(j)|$ , $f(i)$ 为节点 $v_i$ 对应像素的灰度值.若两条超边 $e_p$ 与 $e_q$ 的距离 $D_{pq} < \varepsilon$ ,则将两条边 $e_p$ 和 $e_q$ 合并.这样,经过超边合并后能得到以节点 $v_i$ 为中心的一条超边.为了判断节点 $v_i$ 对应像素是否为噪声点,以 $v_i$ 为中心节点的超边 $e_i$ 的权值 $w(e_i)$ 由下式求得:

$$w(e_i) = \left[ \frac{1}{\sum_{v_j \in e_i} H_{i,j}} \sum_{v_j \in e_i} f(j) - \frac{255}{2} \right]^{-1}. \quad (4)$$

由式(4)可知,超边权值表示一条边内节点对应像素灰度值均值与图像中间值的差异程度,若一条边的权值越小,则表明该边的中心节点对应像素越可能为噪声点.用上述加权超图表示图像后,噪声点的检测问题便转化为寻找加权超图边权值最小的问题.

### 1.2 基于IOWA算子的噪声像素点复原

利用图像信息进行噪声复原,应利用真实像素进行复原,避免因噪声而产生的失真.与传统的有序加权平均(OWA)算子相比,诱导有序加权平均(IOWA)算子添加了诱导变量,满足单调性、置换不变性、有界性等特点,在将噪声信息有效滤除的同时,将信息源重新排序并进行集成,提高了信息预测的精度.

设 $\langle x_1, a_1 \rangle, \langle x_2, a_2 \rangle, \dots, \langle x_l, a_l \rangle$ 为 $l$ 个二维数据单元,IOWA算子的计算公式为

$$f_\omega(\langle x_1, a_1 \rangle, \langle x_2, a_2 \rangle, \dots, \langle x_l, a_l \rangle) = \sum_{i=1}^l \omega_i a_{x - \text{index}(i)}. \quad (5)$$

函数 $f_\omega$ 是由 $x_1, x_2, \dots, x_l$ 所产生的 $l$ 维诱导有序加权平均算子,简记为IOWA算子.其中 $x_i$ 为数据 $a_i$ 的诱导值, $x - \text{index}(i)$ 为 $x_1, x_2, \dots, x_l$ 按从大到小的顺序排列的第 $i$ 大元素对应的下标, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l)^T$ 为IOWA相关的加权向量,满足 $\sum_{i=1}^l \omega_i = 1, \omega_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, l$ .由式(5)可以看出,IOWA算子

的特点是对诱导值  $x_1, x_2, \dots, x_l$  按从大到小的顺序排序后所对应的  $a_1, a_2, \dots, a_l$  进行排序后的加权平均, 也就是说  $\omega_i$  与元素  $a_i$  的大小与位置无关, 而是与其对应的诱导值排序后所在的位置有关.

利用 IOWA 算子对噪声点进行复原的过程为如下:

首先, 根据噪声像素的比率计算诱导变量 ( $i = 1, 2, \dots, l$ )

$$x_i = |a_i - \text{OWA}_u(a_1, a_2, \dots, a_l)|^{-1}. \quad (6)$$

其中  $\text{OWA}_u(a_1, a_2, \dots, a_l) = \sum_{j=1}^l u_j b_j$ ,  $b_j$  为数据集  $a_1, a_2, \dots, a_l$  中第  $j$  大的元素. 加权向量  $u = (u_1, u_2, \dots, u_l)^T$  采用两端分量置零的方式来克服噪声像素对诱导变量的影响. 设噪声点周围近邻的  $l$  个像素点中有  $k$  个像素点存在密度为  $p$  的噪声, 在这  $k$  个像素点中噪声点的个数用随机变量  $\xi$  表示, 则  $\xi$  服从二项分布, 即  $\xi$  等于  $i$  的概率为  $p\{\xi = i\} = C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$ ,  $i = 0, 1, \dots, k$ , 其分布函数为  $F(h) = p\{\xi \leq h\} = \sum_{0 \leq i \leq h} C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$ . 为了以  $\alpha = 0.05$  的显著性水平滤除噪声像素, 寻找分布函数的临界值正整数  $q$  使得  $F(q) \geq 1 - \alpha = 0.95$ . 加权向量由下式得到:

$$u_j = \begin{cases} C_{l-g-1}^{j-(g/2+1)} 0.5^{l-g-1}, & j = \frac{g}{2} + 1, \dots, l - \frac{g}{2}; \\ 0, & j = 1, 2, \dots, \frac{g}{2}, l - \frac{g}{2} + 1, \dots, l. \end{cases} \quad (7)$$

当  $q$  为偶数时,  $g = q$ ; 当  $q$  为奇数时,  $g = q + 1$ .

然后, 利用单位区间单调 (BUM) 函数  $Q(x) = x^\lambda (0 < \lambda < 1)$  计算加权向量  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l)^T$ , 其中

$$\omega_i = \begin{cases} Q\left(\frac{i}{l-q}\right) - Q\left(\frac{i-1}{l-q}\right), & i = 1, 2, \dots, l-q; \\ 0, & i = l-q+1, \dots, l. \end{cases} \quad (8)$$

显然,  $\sum_{i=1}^l \omega_i = 1$ , 且  $1 \geq \omega_1 \geq \omega_2 \geq \dots \geq \omega_l \geq 0$ .

最后, 利用式 (5) 对噪声点进行像素灰度的预测, 完成噪声点滤除.

## 2 基于加权超图与 IOWA 算子的图像椒盐噪声滤除算法

为了准确地检测出椒盐噪声并将其滤除, 算法采取由上至下、由左往右的顺序对图像进行噪声的检测和滤除. 算法步骤如下:

Step 1: 选取图像左上方一定大小 ( $8 \times 8$ ) 的图像区域建立加权超图.

Step 2: 搜索加权超图边权值最小的边, 判断该边的中心节点对应像素值是否为极值. 若为极值, 则采用 IOWA 算子 (式 (5)) 对其进行复原; 若不为极值, 则转向 Step 3.

Step 3: 判断整张图像是否扫描完. 若未扫描完, 则舍去当前部分图像区域 (一行或一列), 加入未复原的部分图像 (一行或一列) 构成新的图像区域并建立加权超图, 转向 Step 2; 若整张图像已扫描完, 则结束.

该算法采用噪声的检测与滤除交替的方式, 能有效地检测出图像噪声并将其滤除, 当噪声污染严重时, 该算法能够将噪声区域不断缩小直至全部复原. 算法流程如图 1 所示.

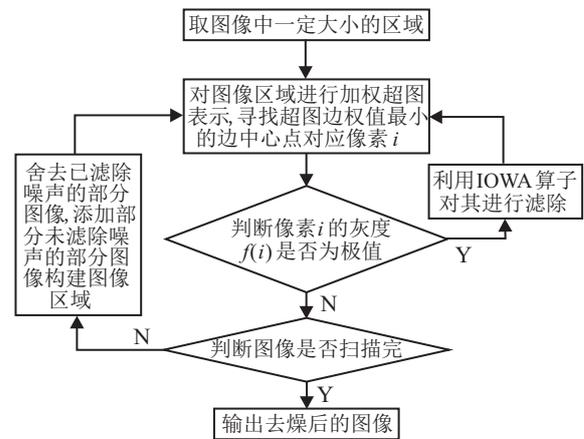


图 1 基于加权超图与 IOWA 算子的椒盐噪声算法流程

## 3 实验分析

为了验证算法的有效性, 本文选取  $512 \times 512$  的 Lena 和 Barbara 标准图像, 以及  $220 \times 220$  的实拍图像进行仿真实验, 如图 2 所示.



图 2 仿真实验图像

本文还与最近提出的 WNOWA<sup>[7]</sup>、NAFSMF<sup>[8]</sup>、MDWM<sup>[11]</sup>、MDWF<sup>[12]</sup>、AMWF<sup>[13]</sup> 和  $l_0$ -norm<sup>[15]</sup> 六种算法进行了比较. 为了客观评价, 本文采用峰值信噪比 (PSNR) 作为去噪评价指标, 即

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2 MN}{\sum_{i,j} (y_{ij} - g_{ij})^2} = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\text{MSE}}. \quad (9)$$

其中:  $y_{ij}$  和  $g_{ij}$  分别是复原图像和原始图像的像素灰度值, 图像大小为  $M \times N$ , MSE 为均方误差. 实验

平台基于 Matlab7.10, 计算机 CPU 为 Intel Core i5-4590, 3.30 GHz, 内存 4 GB. 实验中以图像的八邻域建立加权超图, 式(8)中  $\lambda$  取 0.45.

图3为采用本文算法对含有 40% 椒盐噪声的实拍植物图像的复原结果. 由图 3(c) 可以看出, 即使在噪声污染较严重时, 本文算法不仅能较好地复原图像的原始内容, 而且还能恢复出植物叶子的细节信息, 复原后的泥土纹理和多肉植物的轮廓仍清晰可见.

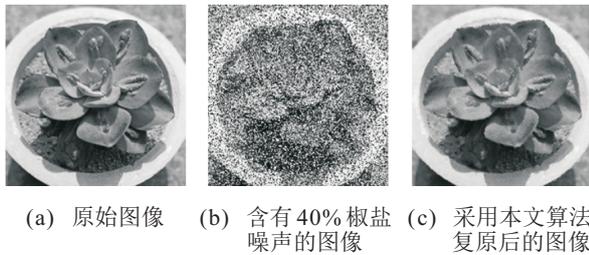


图3 含有 40% 椒盐噪声的实拍图像复原结果



图4 Barbara 图像去噪效果比较

为进一步说明本文方法的去噪性能, 图4展示了采用 WNOWA<sup>[7]</sup>、NAFSMF<sup>[8]</sup>、MDWM<sup>[11]</sup>、MDWF<sup>[12]</sup>、AMWF<sup>[13]</sup>、 $l_0$ -norm<sup>[15]</sup> 和本文方法对部分 Barbara 图像的去噪结果. 由图4可以看出, NAFSMF<sup>[8]</sup> 和  $l_0$ -norm<sup>[15]</sup> 复原的 Barbara 图像整体不够清晰, 具有不同程度的模糊, MDWF<sup>[12]</sup> 和 AMWF<sup>[13]</sup> 复原的 Barbara 图像仍有若干噪声点未被检测和复原, MDWM<sup>[11]</sup> 复原的 Barbara 图像轮廓模糊, WNOWA<sup>[7]</sup> 复原的 Barbara 图像的人物头巾的纹理不够清晰, 而采用本

文算法复原得到的 Barbara 图像不仅将噪声全部滤除, 而且复原后的图像轮廓清晰, 较好地保持了原始图像的细节信息. 表1~表3分别为采用 WNOWA<sup>[7]</sup>、NAFSMF<sup>[8]</sup>、MDWM<sup>[11]</sup>、MDWF<sup>[12]</sup>、AMWF<sup>[13]</sup>、 $l_0$ -norm<sup>[15]</sup> 与本文算法对 Lena、Barbara 和实拍图像在不同噪声密度下的复原结果(峰值信噪比), 从中可以看出本文算法在不同的噪声密度下均能得到较好的复原结果(峰值信噪比).

表1 Lena 图像的去噪性能(PSNR)对比结果 %

去噪方法	噪声密度					
	10	20	30	40	50	60
$l_0$ norm	39.62	36.43	35.12	32.26	29.28	26.93
AMWF	39.43	36.30	35.06	33.86	32.62	31.17
MDWF	41.23	38.33	35.24	33.54	31.43	29.03
MDWM	41.45	38.22	35.97	34.07	32.69	31.21
NAFSMF	36.91	34.51	32.50	31.05	29.87	28.75
WNOWA	42.54	38.66	35.95	33.16	31.02	28.41
本文方法	42.59	38.77	36.02	33.96	32.53	31.27

表2 Barbara 图像的去噪性能(PSNR)对比结果 %

去噪方法	噪声密度					
	10	20	30	40	50	60
$l_0$ norm	33.02	30.76	28.55	26.21	23.91	21.87
AMWF	32.52	29.59	27.78	26.42	25.02	24.18
MDWF	32.88	29.68	27.91	26.50	25.31	24.35
MDWM	33.52	31.29	28.97	27.03	25.29	24.31
NAFSMF	30.97	28.35	26.68	25.32	24.18	23.29
WNOWA	33.29	31.01	29.43	27.31	25.41	23.52
本文方法	33.86	31.58	29.55	27.51	25.46	24.35

表3 实拍图像的去噪性能(PSNR)对比结果 %

去噪方法	噪声密度					
	10	20	30	40	50	60
$l_0$ norm	35.91	33.23	31.43	28.86	26.26	24.09
AMWF	35.55	32.53	30.98	29.70	28.37	26.12
MDWF	36.55	33.49	31.13	29.60	28.00	25.88
MDWM	37.00	34.33	32.04	30.13	28.55	26.10
NAFSMF	33.56	31.04	29.23	27.83	26.68	25.69
WNOWA	37.36	34.37	32.29	29.87	27.87	25.66
本文方法	38.56	35.10	32.97	30.59	28.96	26.34

## 4 结论

本文提出了一种基于加权超图和 IOWA 算子的椒盐噪声滤除算法. 提出对图像进行加权超图表示, 根据椒盐噪声为极值的特点定义超图边的权值, 图像椒盐噪声的检测问题便则转化为搜索加权超图中边权值最小的问题. 通过构建合理的诱导有序加权平

均(IOWA)算子对噪声点进行复原,该算子能在噪声像素局部的“椒”和“盐”噪声不均衡时获得较好的复原结果.采用噪声检测与复原交替进行的方式完成了整幅图像的椒盐噪声滤除,仿真实验验证了本文方法的有效性.

#### 参考文献(References)

- [1] Al Bovik. Hand book of image and video processing[M]. NewYork: Academic Press, 2000.
- [2] Huang T, Yang G J, Tang G Y. Fast two-dimensional median filtering algorithm[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1979, 27(1): 13-18.
- [3] Hwang H, Haddad R A. Adaptive median filters: New algorithms and results[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1995, 4(4): 499-502.
- [4] Wang Z, Zhang D. Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1999, 46(1): 78-80.
- [5] Chan R H, Ho C W, Nikolova M. Salt-pepper noise removal by median-type noise detectors and detail-preserving regularization[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2005, 14(10): 1479-1485.
- [6] Srinivasan K S, Ebenezer D. A new fast and efficient decision-based algorithm for removal of high-density impulse noises[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(3): 189-192.
- [7] 徐沁, 刘金培, 罗斌. 基于加权网络和OWA算子的图像椒盐噪声滤除算法[J]. 光电子·激光, 2011, 22(12): 1867-1871.  
(Xu Q, Liu J P, Luo B. Salt and pepper noise removing algorithm based on weighted network and OWA operator[J]. J of Optoelectronics-Laser, 2011, 22(12): 1867-1871.)
- [8] Kenny K V T, Nor A M I. Noise adaptive fuzzy switching median filter for salt-and-pepper noise reduction[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(3): 281-284.
- [9] Wu J, Tang C. An efficient decision-based and edge-preserving method for salt-and-pepper noise removal[J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32(15): 1974-1981.
- [10] Esakkirajan S, Veerakumar T, Subramanyam A N, et al. Removal of high density salt and pepper noise through modified decision based unsymmetric trimmed median filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(5): 287-290.
- [11] Lu C T, Chou T C. Denoising of salt-and-pepper noise corrupted image using modified directional-weighted-median filter[J]. Pattern Recognition Letters, 2012, 33(10): 1287-1295.
- [12] Li Z Y, Liu G H, Xu Y, et al. Modified directional weighted filter for removal of salt & pepper noise[J]. Pattern Recognition Letters, 2014, 40(1): 113-120.
- [13] Zhang P X, Li F. A new adaptive weighted mean filter for removing salt-and-pepper noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(10): 1280-1283.
- [14] Bai T, Tan J Q, Hu M, et al. A novel algorithm for removal of salt and pepper noise using continued fractions interpolation[J]. Signal Processing, 2014, 102(9): 247-255.
- [15] Dong F F, Chen Y M, Kong D X, et al. Salt and pepper noise removal based on an approximation of l0 norm[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2015, 70(5): 789-804.
- [16] 王贵君, 杨永强. 基于高概率椒盐噪声的模糊滤波器在图像恢复中的算法设计[J]. 电子学报, 2015, 43(1): 24-29.  
(Wang G J, Yang Y Q. Algorithm design of fuzzy filter based on salt-and-pepper noise with high probability in image restoration[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(1): 24-29.)
- [17] 李天翼, 王明辉, 黄祖建, 等. 基于相关权值的图像椒盐噪声自适应窗滤波[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2012, 44(4): 103-109.  
(Li T Y, Wang M H, Wang Z J, et al. Self-adaptive filtering of salt-pepper noise in images with correlation weights[J]. J of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2012, 44(4): 103-109.)
- [18] Rafael C G, Richard E W. Digital image processing[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008: 66-67.

(责任编辑: 孙艺红)