

## 基于引力场的粒子滤波算法

陈世明<sup>†</sup>, 肖娟, 李海英, 聂森

(华东交通大学 电气与工程学院, 南昌 330013)

**摘要:** 为了避免传统粒子滤波算法中粒子贫化与退化现象, 提出一种基于引力场的粒子滤波算法, 利用引力场算法改进粒子滤波的重采样过程, 该算法中提出的移动因子能使粒子集朝着高似然区域分布移动, 从而使粒子快速集中地分布在真实状态附近, 同时提出的自转因子使分布在真实状态周围的粒子随机保持一定距离, 避免过度集中, 从而增加粒子的多样性. 仿真结果表明, 所提出算法不仅具有有效性, 而且估计精度高, 收敛速度快, 鲁棒性较好.

**关键词:** 粒子滤波; 星云模拟; 引力场算法; 优化计算

**中图分类号:** TP391

**文献标志码:** A

## Particle filter algorithm based on gravitation field

CHEN Shi-ming<sup>†</sup>, XIAO Juan, LI Hai-ying, NIE Sen

(School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, Chian)

**Abstract:** In order to avoid the sample impoverishment and degradation phenomenon of the traditional particle filter algorithm, the particle filter algorithm based on the gravitation field(GFA) is proposed to optimize the resampling process of the particle filter. In the gravitation field algorithm particle filter(GFA-PF), a mobile factor which can drive the particles approach to high likelihood region is proposed, so that the particles can concentrate in the real state nearby rapidly. Meanwhile, the proposed rotation factor makes the particles around the true state keep certain distance randomly, which can avoid excessive concentration, so that the diversity of particles is increased. The simulation results show that the proposed algorithm is effective, and it has fast convergence speed, high estimation accuracy and strong robust performance.

**Keywords:** particle filter; solar nebular disk model; gravitation field algorithm; optimization operation

## 0 引言

粒子滤波算法是一种基于序贯重要性重采样(SIR)的递归贝叶斯滤波技术, 在处理任意非线性非高斯的随机系统的状态估计方面有绝对优势, 已成为一种主流算法, 并被广泛推广到各个领域, 如目标跟踪、故障诊断、状态估计、机器人自主定位、图像处理及自动控制等领域<sup>[1-5]</sup>.

标准粒子滤波算法(PF)存在许多缺陷, 可大致体现在 3 个方面: 第一, 易出现粒子退化与贫化现象, 粒子的权值方差随着迭代递增, 因而会导致粒子退化, 而引入重采样算法虽然可以缓解粒子退化问题, 但是又引入了样本贫化; 第二, 计算度复杂, 所需精度越高, 粒子滤波需要的粒子数越多, 但粒子数量又决定着算法的整体执行效率; 第三, 对突变的跟踪能力不

高<sup>[6]</sup>.

针对粒子滤波中易出现的粒子退化与贫化现象, 很多学者对重采样过程进行改进, Zhao 等<sup>[7]</sup>提出了粒子群优化的粒子滤波算法(PSO-PF), 但是该方法对突变状态的跟踪能力不强; 刘繁明等<sup>[8]</sup>提出了人工物理优化的粒子滤波算法(APO-PF), 陈世明等<sup>[9]</sup>提出了基于类电磁机制优化的粒子滤波算法(EM-PF), 但是它们在收敛速度以及估计精度方面还有待改进.

基于上述问题, 本文将引力场算法引入粒子滤波, 利用该算法对重采样过程进行优化, 从而提出一种基于引力场的粒子滤波算法(GFA-PF). 仿真结果表明, 所提出的算法不仅能够避免粒子的退化与贫化, 同时还具有很高的估计精度、较快的收敛速度和

收稿日期: 2016-02-12; 修回日期: 2016-05-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61364017); 研究生创新基金项目(YC2015-S244).

作者简介: 陈世明(1977-), 男, 教授, 博士生导师, 从事多机器人系统控制等研究; 肖娟(1991-), 女, 硕士生, 从事多机器人协调控制的研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: c1977318@hotmail.com

较好的鲁棒性. 下面给出该算法的原理和实现步骤, 并通过仿真详细讨论该算法的特点和性能.

## 1 标准粒子滤波算法

标准粒子滤波算法是一种基于贝叶斯估计和蒙特卡罗模拟的估计算法, 其本质思想是利用一组有限加权的随机粒子近似系统状态的后验概率分布, 采用样本的形式代替积分运算.

考虑一个非线性动态系统的状态空间模型

$$x_k = f(x_{k-1}) + u_{k-1}, y_k = h(x_k) + v_k. \quad (1)$$

其中:  $f(\cdot)$ 、 $h(\cdot)$  分别为状态转移方程和观测方程,  $x_k$ 、 $y_k$  分别为系统状态和观测值,  $u_k$ 、 $v_k$  分别为过程噪声和观测噪声. 为了描述方便, 用  $X_k = x_{0:k} = \{x_0, x_1, \dots, x_k\}$  和  $Y_k = y_{1:k} = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$  分别表示 0 到  $k$  时刻所有的状态和 1 到  $k$  时刻的观测值.

标准粒子滤波算法 (PF) 可分为预测过程和更新过程两部分.

1) 预测过程. 由先验概率  $p(x_{k-1}|Y_{k-1})$  预测下一时刻状态的估计值  $p(x_k|Y_{k-1})$ , 即

$$\begin{aligned} p(x_k, x_{k-1}|Y_{k-1}) &= \\ p(x_k|x_{k-1}, Y_{k-1})p(x_{k-1}|Y_{k-1}). \end{aligned} \quad (2)$$

当给定  $x_{k-1}$  时, 状态  $x_k$  与  $Y_{k-1}$  相互独立, 因此

$$p(x_k, x_{k-1}|Y_{k-1}) = p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|Y_{k-1}). \quad (3)$$

式 (3) 两端对  $x_{k-1}$  积分, 可得

$$p(x_k|Y_{k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1})p(x_{k-1}|Y_{k-1})dx_{k-1}. \quad (4)$$

2) 更新过程. 由  $k$  时刻的估计状态值  $p(x_k|Y_{k-1})$  得到  $k$  时刻观测值  $p(x_k|Y_k)$ : 获取  $k$  时刻的测量  $y_k$  后, 利用贝叶斯公式对先验概率密度进行更新, 得到后验概率

$$p(x_k|Y_k) = \frac{p(y_k|x_k, Y_{k-1})p(x_k|Y_{k-1})}{p(y_k|Y_{k-1})}. \quad (5)$$

假设  $y_k$  只由  $x_k$  决定, 即  $p(y_k|x_k, Y_{k-1}) = p(y_k|x_k)$ , 因此有

$$p(x_k|Y_k) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})}{p(y_k|Y_{k-1})}, \quad (6)$$

其中  $p(y_k|Y_{k-1})$  为归一化常数, 即

$$p(y_k|Y_{k-1}) = \int p(y_k|x_k)p(x_k|Y_{k-1})dx_k. \quad (7)$$

令  $\{x_k^{(i)}, w_k^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N\}$  表示一支撑点集, 其中  $x_k^{(i)}$  为  $k$  时刻第  $i$  个粒子的状态, 其相应的权值为  $w_k^{(i)}$ , 则后验滤波概率密度可以表示为

$$p(x_k|Y_k) = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \delta(x_k - x_k^{(i)}), \quad (8)$$

其中

$$w_k^{(i)} \propto \frac{p(x_k^{(i)}|Y_k)}{q(x_k^{(i)}|Y_k)}. \quad (9)$$

## 2 基于引力场的粒子滤波算法

### 2.1 引力场算法

引力场算法 (GFA) 是依据模拟行星形成过程提出的一种新颖的启发式搜索算法, 它一经提出便广泛地用于各个领域, 如生物工程、算法优化、复杂网络<sup>[10-12]</sup>. 星云盘模型用于描述行星形成过程: 宇宙中暗星云通过各种形式组合在一起成为恒星, 而宇宙灰尘则被恒星排除, 它们在引力的作用下不断凝聚并最终成为行星. 引力场算法的思想可表述如下: 将粒子群体抽象成一个宇宙灰尘系统, 群体中的每个粒子都视为一个灰尘. 某时刻状态最优的灰尘即为中心灰尘, 周围灰尘感知中心灰尘对其的引力作用和自转因子的作用, 从而更新自身的状态位置. 引力场算法主要包括以下几个步骤.

**Step 1:** 令  $D = 1$ , 灰尘初始化. 根据先验条件, 从粒子可能分布的可行域中随机选取  $N$  个粒子,  $\{x_k^i, i = 1, 2, \dots, N\}$  表示每个粒子在  $k$  时刻的状态, 通过粒子的观测方程 (1) 预测第  $i$  个粒子在  $k$  时刻的观测值  $y_k^i$ , 将预测观测值与真实观测值进行比较, 将  $k$  时刻状态最优的那个粒子记为  $x_k^{\text{best}}$ , 称这个最优粒子为中心灰尘, 其余粒子成为周围灰尘.

**Step 2:** 计算引力作用. 为了使粒子向高似然区域集中, 规定在  $k$  时刻中心灰尘  $x_k^{\text{best}}$  对周围灰尘存在引力作用, 且这种力是单向引力, 即只有周围灰尘受到中心灰尘引力的作用, 规定当距离小于设定的距离阈值时, 引力不起作用. 其模型公式为

$$P = M \cdot \text{dis}. \quad (10)$$

其中:  $M$  为移动权重, 根据黄金分割比例的高效性可取  $M = 0.06184$ , 刚好为黄金分割比例的十分之一;  $\text{dis}$  为中心灰尘与周围灰尘直接的欧氏距离, 在迭代过程中, 为了保障移动算子的有效性,  $\text{dis}$  只随着中心灰尘的变化而变化.

**Step 3:** 计算自转排斥力. 粒子在受到引力作用的同时, 也要受到自转因子的作用. 自转因子产生自转排斥力, 是中心灰尘因自身发生自转而对周围灰尘产生的排斥力, 它受自转因子  $f$  ( $f$  为发生自转现象的概率) 的影响. 自转因子  $f$  与中心灰尘和周围灰尘的距离  $\text{dis}$  有关, 距离越大, 自转因子的影响越小. 自转排斥力使周围灰尘与中心灰尘保持一定的距离, 当距离大于设定的距离阈值时, 自转排斥力不起作用. 自转排斥力是随着引力场算法的运行而不断变化的, 模型

表示为

$$Q = f \cdot \sqrt[3]{\text{dis}}. \quad (11)$$

自转因子的数值不宜过大,否则将会延误算法的收敛时间.

Step 4: 粒子更新. 根据移动算子和自转排斥力更新粒子的位置

$$x^i = x^i + P + Q. \quad (12)$$

Step 5: 判断中心灰尘位置是否发生改变,令  $D = D + 1$ , 返回 Step 2.

在每一次迭代过程中,每个灰尘都完成以上步骤,从而向中心灰尘位置移动,同时在自转因子的影响下可以使算法保持一定的鲁棒性.

### 2.2 基于引力场的粒子滤波算法(GFA-PF)

引力场算法具有收敛速度快、全局寻优能力强的特点,其模型中的引力作用可以使优化对象快速集中地分布在真实状态附近,且自转排斥力又可使优化对象避免过度集中.为了缓解传统粒子滤波算法中粒子贫化与退化现象,将该算法融入粒子滤波算法的重采样过程.

GFA-PF算法思想:在粒子滤波完成一步预测之后,GFA-PF算法将得到的待选粒子群中的每个粒子看成宇宙灰尘系统中的一颗灰尘,通过一次次寻找权值最大的中心灰尘,并计算中心灰尘与周围灰尘的移动因子和自转因子作用,实现更新每个粒子的位置过程,继而再进行对新粒子的权值更新和重采样,其具体的实现过程如下.

Step 1: 初始化. 根据先验概率分布  $P(x_0)$  产生  $k = 1$  时刻的初始粒子群  $\{x_k^i, i = 1, 2, \dots, N\}$ , 粒子的种群规模为  $N$ , 设每个粒子的权值为  $w^i = 1/N$ , 设置参数.

Step 2: 预测. 利用式(1)中的状态方程和观测方程计算下一时刻粒子的状态值  $x_k^i$  以及观测值  $y_k^i$ , 利用式(9)计算每个粒子的权值  $w_k^i$ .

Step 3: 更新粒子状态.

1) 找到权值最大的粒子,令其为中心灰尘,并计算周围灰尘与中心灰尘直接的距离  $\text{dis}$ .

2) 判断移动因子是否起作用,令

$$\text{dis } a = \text{abs}(\text{dis}).$$

若  $\text{dis } a < 0.5$ , 则  $\text{dis } a = 0$ , 利用式(10)计算周围灰尘受中心灰尘的引力作用.

3) 判断自转因子是否起作用,令

$$\text{dis } b = \text{abs}(\text{dis}).$$

若  $\text{dis } b > 0.2$ , 则  $\text{dis } b = 0$ , 利用式(11)计算周围灰尘受中心灰尘的自转排斥力作用.

4) 通过式(12)更新粒子的位置.

5) 获得新的粒子分布,继续迭代直到结束.重新利用式(9)计算新粒子权值并归一化.

Step 4: 重采样. 如果有效粒子数  $N_{\text{eff}}$  小于规定的阈值  $N_{\text{thr}} (N_{\text{thr}} < N)$ , 则进行重采样步骤,使之淘汰权值低的粒子,复制权值高的粒子,得到新的粒子集合  $\{x_k^{i*}, w_k^{i*}; i^* = 1, 2, \dots, N\}$ .

Step 5: 估计粒子状态值,其中  $\hat{x} = \sum_{i^*=1}^N x_k^{i*} w_k^{i*}$ .

### 2.3 算法基本性能分析

标准验证模型<sup>[13]</sup>也称为变量非静态增长模型(UNGM),是验证各种改进的粒子滤波算法基本性能的常用模型之一.因此,为验证GFA-PF的基本性能,在该模型下将它与传统PF进行收敛性、粒子样本空间分布情况及UNGM模型的克拉美罗下限(CRLB)进行对比.

UNGM模型状态方程和观测方程如下:

$$x_k = \varphi_1 x_{k-1} + \varphi_2 \left( \frac{x_{k-1}}{1 + x_{k-1}^2} \right) + \varphi_3 \cos(1.2(k-1)) + w_k, \quad (13)$$

$$z_k = (x_k)^2 / \kappa + v_k. \quad (14)$$

其中:  $\varphi_1 = 1, \varphi_2 = 12, \varphi_3 = 8, \kappa = 20$ . 过程噪声  $w_k \sim N(0, \delta_w^2)$  与观测噪声  $v_k \sim N(0, \delta_v^2)$  皆取均值为0、方差为1的相互独立的高斯白噪声. 选取仿真条件,滤波初值  $x_0 = 0.5, p_0 = 5$ , 滤波次数  $T = 100$ . 此外,对GFA参数进行设置:移动权重  $M = 0.0618$ , 自转因子  $f_{\text{max}} = 0.3$ , GFA算法迭代次数  $D = 8$  (在以下的仿真中,GFA参数设置不变).

#### 2.3.1 算法收敛性

GFA-PF算法是在传统PF基础上做出优化,故而理论上GFA-PF算法应该具有与PF相似的收敛特性.将GFA-PF与PF在粒子数目不同时误差变化的柱状图进行对比,如图1所示.

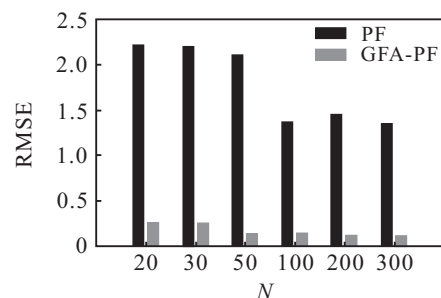


图1 PF与GFA-PF的算法收敛性

由图1可以看出,随着粒子数目的增多,两者的误差均方根(RMSE)均减小,尤其是当粒子数目增大到100时,误差显著减小,且渐渐地趋于稳定.这表明,GFA-PF算法的收敛性质与PF算法相同,随着粒子数目的增大而逐渐收敛.

### 2.3.2 粒子样本空间分布特性

通常用有效粒子数  $N_{\text{eff}}$  度量粒子滤波算法的退化程度,其定义如下:

$$N_{\text{eff}} \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\hat{w}_k^i)^2},$$

其中  $N_{\text{eff}}$  的大小与退化程度成反比关系. 分别对PF算法和GFA-PF算法独立运行10次,并取两种算法的  $N_{\text{eff}}$  平均值来验证GFA-PF算法确实能改善粒子滤波算法中的粒子退化问题. 有效粒子数  $N_{\text{eff}}$  实验结果如表1所示.

表1 有效粒子数  $N_{\text{eff}}$

time	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GFA-PF	15.10	18.75	19.15	18.82	11.61	14.75	19.41	19.11	20.33	17.81
PF	67.64	74.49	70.45	76.08	80.27	76.53	67.98	71.23	61.55	62.23

由表1可得  $\bar{N}_{\text{eff}_{\text{GFA-PF}}} = 70.85$ ,  $\bar{N}_{\text{eff}_{\text{PF}}} = 17.48$ , GFA-PF的有效粒子数的平均值显然大于PF,由此可以得出结论: GFA-PF能够有效解决粒子退化问题.

经过重采样过程之后,PF算法虽然可以在一定程度上避免粒子退化问题,但是却带来了粒子贫化问题. 图2将GFA-PF和PF算法在迭代100次后的粒子样本分布进行对比.

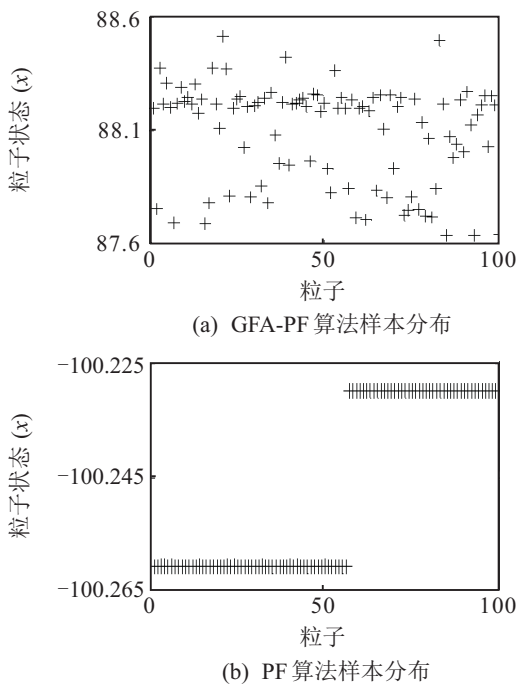


图2 样本分布

由图2可以看出,图2(a)粒子分布均匀,多样性丰富,而图2(b)中的粒子出现了明显的聚集现象,单一性强,验证了GFA-PF算法在解决粒子退化问题的同时还能保证粒子的多样性,解决粒子贫化问题.

### 2.3.3 对比UNG M模型的CRLB

CRLB作为参数估计能达到的最低误差限,常被衡量算法估计性能的优劣程度,对有效评估算法性能具有重要意义<sup>[14-15]</sup>. 将GFA-PF、PF的滤波误差均方根(RMSE)与该模型的CRLB进行比较,如图3所示.

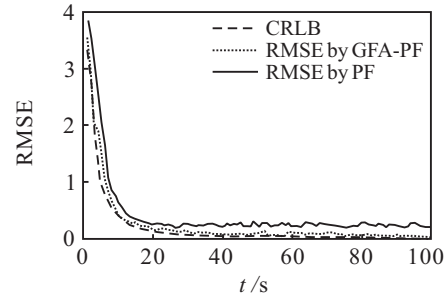


图3 与CRLB对比

图3表明,随着迭代的进行,GFA-PF性能曲线快速收敛于CRLB曲线,稳态值比PF更小,且其RMSE值始终不低于理论最优界.

## 3 实验仿真及分析

通过非高斯模型和UNG M模型验证GFA-PF估计精度、收敛速度和鲁棒性性能,同时采用APO-PF、EM-PF、PSO-PF进行对比.

定义  $k$  时刻系统的估计误差

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_k^m - \hat{x}_k^m)^2},$$

其中:  $x_k$  为  $k$  时刻的状态真实值,  $\hat{x}_k$  为  $k$  时刻的状态估计值,  $m$  为独立仿真次数. 两种模型仿真条件均选择为: 滤波初值  $x_0 = 0.5$ ,  $p_0 = 5$ ,  $N = 50$ , 滤波次数  $T = 100$ .

### 3.1 非高斯模型

模型1采用系统噪声为非高斯分布的模型,状态方程和测量方程如下:

$$x_k = 1 + \sin(\xi\pi(k-1)) + \phi_1 x_{k-1} + \omega_{1,k-1}; \quad (15)$$

$$y_k = \begin{cases} \phi_2 x_k^2 + v_{1,k}, & 0 \leq k \leq 30; \\ \phi_3 x_k - 2 + v_{1,k}, & k > 30. \end{cases} \quad (16)$$

其中: 过程噪声  $w_{1,k-1} \sim \Gamma(3, 2)$ ;  $\phi_1 = 0.5$ ,  $\phi_2 = 0.2$ ,  $\phi_3 = 0.5$ ; 测量噪声  $v_{1,k} \sim N(0, \delta_v^2)$ .

图4(a)为GFA-PF算法对粒子真实状态的追踪匹配图,其中虚线代表真实值状态,实线代表滤波估计

状态. 图4(b)为GFA-PF、APO-PF和EM-PF在相同条件下的滤波估计误差对比图.

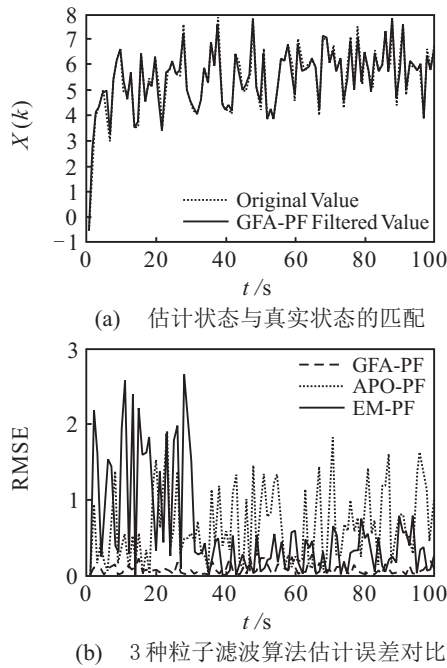


图4 模型1对比

由图4(a)可知,GFA-PF算法对模型1的真实粒子状态有很高的匹配度. 由图4(b)可知,GFA-PF算法的估计误差较其余两种算法明显偏低,表明GFA-PF的滤波精度更好,且滤波过程更加平稳.

模型1在 $\delta_v^2 = 0.001$ 和 $\delta_v^2 = 0.1$ 条件下,分别对PF、PSO-PF、EM-PF、APO-PF和GFA-PF进行50次独立仿真,其估计误差和运行时间结果如表2所示.

表2 PF、PSO-PF、GFA-PF估计误差和运行时间比较

算法	$\delta_v^2 = 0.1$		$\delta_v^2 = 0.001$	
	t/s	RMSE(平均)	t/s	RMSE(平均)
PF	0.183	2.772	0.179	2.182
PSO-PF	0.244	1.745	0.246	1.915
EM-PF	1.414	1.055	1.461	0.930
APO-PF	2.939	0.938	2.781	0.867
GFA-PF	1.361	0.509	1.263	0.122

由表2可以看出,尽管在模型1中状态空间发生了变化,但是系统模型的线性特征和噪声分布特性并没有导致GFA-PF算法出现估计精度不稳定或者降低的现象,GFA-PF的估计误差相比于其他几种算法更小,且收敛速度更快,进一步表明该算法的滤波性能更好.

### 3.2 UNGM 模型

模型2采用UNGM模型,该模型如2.3节所述,系统方程与观测方程如式(13)、(14),仿真参数和条件参数皆不变. 图5给出GFA-PF、EM-PF、APO-PF三种算法状态估计的均方值误差曲线,表3给出相同条件

下,EM-PF、APO-PF、GFA-PF三种算法独立仿真50次的平均估计误差结果和平均运行时间结果.

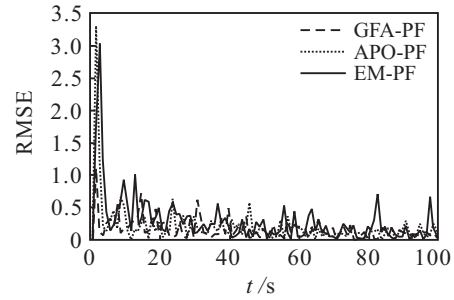


图5 估计误差对比

表3 平均估计误差和运行时间比较

算法	GFA-PF	APO-PF	EM-PF
RMSE(平均)	0.203 1	0.419 3	0.486 2
Time/s	1.251 0	2.681 0	1.278 0

结合图5和表3分析,在该模型条件下,GFA-PF算法的运行时间虽然与EM-PF算法接近,但是它的估计精度却比EM-PF好;同时,无论是运行时间还是估计精度,GFA-PF都要优于APO-PF和EM-PF.

为了验证GFA-PF算法的鲁棒性,在 $T = 25$ 处设定系统真实状态发生一次幅值为10的跳变,仿真结果如图6所示.

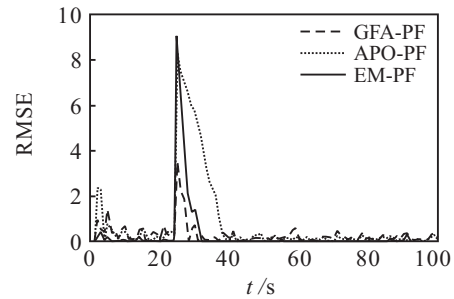


图6 状态估计均方根误差对比

在 $T = 25$ 处,当系统出现大的扰动时,虽然三种算法都出现了震荡,但是很显然相对于其他两种算法,GFA-PF算法的误差峰值相对较小,且能在较短的时间内恢复稳定,误差收敛速度优于标准PF和PSO-PF,鲁棒性较好. 为了更便于直观地验证结论,表4列出了此时3种算法对状态估计的均方根误差和运行时间数据.

表4 估计误差和运行时间比较

算法	GFA-PF	PSO-PF	PF
RMSE	0.582 5	1.230 3	1.882 8
Time/s	1.289 7	0.262 6	0.199 1

## 4 结 论

本文提出了一种基于引力场的粒子滤波算法,该方法采用引力场算法改进重采样过程,利用其移动因

子作用使粒子群快速而又集中地分布在真实值附近,同时,其自转因子作用又能使真实状态周围的粒子随机远离真实状态粒子,保证粒子不会过度集中.对两种模型进行仿真,UNGM验证了GFA-PF算法可在避免粒子贫化的同时增加粒子的多样性特性和强鲁棒性特性.非高斯模型表明,GFA-PF算法在估计精度和收敛时间上明显优于PF、APO-PF、EM-PF、APO-PF,具有较高的估计精度和收敛速度.

#### 参考文献(References)

- [1] Nieto M, Cortés A, Otaegui O, et al. Real-time lane tracking using Rao-Blackwellized particle filter[J]. *J of Real-Time Image Processing*, 2016, 11(1): 179-191.
- [2] Yin S, Zhu X. Intelligent particle filter and its application to fault detection of nonlinear system[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3852-3861.
- [3] Emami K, Fernando T, Iu H H C, et al. Particle filter approach to dynamic state estimation of generators in power systems[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 2015, 30(5): 2665-2675.
- [4] Tang X, Li L, Jiang B. Mobile robot SLAM method based on multi-agent particle swarm optimized particle filter[J]. *The J of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2014, 21(6): 78-86.
- [5] 吴新杰, 黄国兴, 王静文. 粒子滤波算法在ECT图像重建中的应用[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(8): 1824-1830.  
(Wu X J, Huang G X, Wang J W. Application of particle filtering algorithm to image reconstruction of ECT[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(8): 1824-1830.)
- [6] 王法胜, 鲁明羽, 赵清杰, 等. 粒子滤波算法[J]. *计算机学报*, 2014, 37(8): 1679-1694.  
(Wang F S, Lu M Y, Zhao Q J, et al. Particle filtering algorithm[J]. *Chinese J of Computers*, 2014, 37(8): 1679-1694.)
- [7] Zhao J, Li Z. Particle filter based on particle swarm optimization resampling for vision tracking[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(12): 8910-8914.
- [8] 刘黎明, 钱东, 刘超华. 一种人工物理优化的粒子滤波[J]. *控制与决策*, 2012, 27(8): 1145-1149.  
(Liu F M, Qian D, Liu C H. An artificial physics optimized particle filter[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(8): 1145-1149.)
- [9] 陈世明, 袁军锋, 陈小玲, 等. 基于类电磁机制优化的粒子滤波算法[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2013, 41(12): 81-84.  
(Chen S M, Yuan J F, Chen X L, et al. Optimizing particle filter algorithm using electromagnetism-like mechanism[J]. *J of Huazhong University of Science Technology: Natural Science Edition*, 2013, 41(12): 81-84.)
- [10] Zheng M, Liu G X, Zhou C G, et al. Gravitation field algorithm and its application in gene cluster[J]. *Algorithms for Molecular Biology*, 2010, 5(2): 22-32.
- [11] Qi K, Lei W, Wu Q. A novel self-organizing particle swarm optimization based on gravitation field Model[C]. *American Control Conf. New York: IEEE Press*, 2007: 528-533.
- [12] 刘刚, 李永树. 基于引力场理论的复杂网络路由选择策略研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(24): 248901.  
(Liu G, Li Y S. Routing strategy for complex networks based on gravitation field theory[J]. *Acta Physica Sinica*. 2012, 61(24): 248901.)
- [13] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174-188.
- [14] 刘亚雷, 顾晓辉. 确定性核粒子群的粒子滤波跟踪算法及其CRLB推导[J]. *控制与决策*, 2012, 27(5): 741-746.  
(Liu Y L, Gu X H. Deterministic core particle swarm and derivation of CRLB in particle filter tracking algorithm[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(5): 741-746.)
- [15] Guo Y F, Wei W, Xue A K. Derivation of the CRLB in nonlinear filter and application to target tracking[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007, 34(4): 25-26.

(责任编辑: 闫妍)