

## 基于目标跟踪的双层结构工业预测控制

陈 桥, 丁宝苍<sup>†</sup>, 王雅楠, 谢亚军

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

**摘 要:** 针对基于二次规划的稳态目标跟踪问题, 给出一种统一的处理方法. 该方法不仅可以通过加权协调各个目标的跟踪, 还可通过惩罚跟踪偏差体现对输出目标跟踪的偏重. 分析该方法的可行性, 得到了同时适合于多优先级稳态目标优化的无静差控制的结论. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 预测控制; 稳态优化; 二次规划; 目标跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

### Double-layered industrial predictive control based on target tracking

CHEN Qiao, DING Bao-cang<sup>†</sup>, WANG Ya-nan, XIE Ya-jun

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** A unified method is given for quadratic programming(QP) based steady-state target tracking, by which not only different targets can be compromised via weights, but the output target can have higher priority as well by punishing its tracking error. The feasibility of the method is analyzed, and the offset control property is achieved, which is simultaneously suitable for the multi-rank steady state target optimization. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** predictive control; steady state optimization; quadratic programming; target tracking

## 0 引 言

预测控制(MPC)已经在流程工业中得到广泛应用,并在学术上得到了广泛的研究<sup>[1-5]</sup>.工业中的预测控制主流结构是双层的<sup>[6-15]</sup>:在上层,即稳态目标计算(SSTC)层中,计算下层(即动态控制层)的设定值;在下层给出执行机构动作量或者PID调节器设定值.下层的设定值又称为稳态目标.执行机构动作量或者PID调节器设定值又称为双层结构MPC的操作变量(MV).

所谓单层结构MPC,就是不含SSTC的MPC.对于多变量约束跟踪控制,单层结构MPC实现无静差控制有很大难度.所谓无静差,就是在控制系统稳定的情况下,对被控变量(CV)稳态目标的跟踪没有稳态余差.注意,双层结构MPC的SSTC同时给出MV和CV的稳态目标.一般来说,在无静差控制中,对MV稳态目标的跟踪也没有稳态余差.

无静差控制是很重要的,因为试图消除静差的控制,如果不能消除静差,会使系统产生较大波动,从而

影响“卡边”的优化.这里所谓“卡边”,是指最优操作点位于物理约束的边界.与单层结构MPC相比,双层结构MPC在实际应用中容易保证无静差特性.另外,双层结构预测控制还具有经济优化等功能,可以显著提高被控装置的经济效益.

在控制策略的研究中,状态空间方法容易分析,因此其理论成果非常丰富.但是,对于工业MPC,状态空间方法的实际应用远远少于基于输入-输出模型的方法,主要原因是基于状态空间模型的MPC远比基于输入-输出模型的MPC复杂,其理论上的攻关结果对实际应用来说仍然显得不够.

在文献[8]和文献[16]中,对基于状态空间模型和目标跟踪的双层结构MPC,给出了基于二次规划(QP)的SSTC和动态跟踪控制.本文统一文献[8]和文献[16]中的结果,目标是为基于多优先级SSTC的双层结构MPC的无静差控制研究奠定基础.由于多优先级SSTC已经在文献[17-19]中得到研究,本文不再赘述,但本文的结果可以容易地应用于多优先级

收稿日期: 2016-05-05; 修回日期: 2016-10-20.

基金项目: 国家 863 计划项目(2014AA041802); 国家自然科学基金项目(61573269); 陕西省自然科学基金项目(2016JM6049).

作者简介: 陈桥(1991—),男,硕士生,从事预测控制的研究;丁宝苍(1972—),男,教授,博士生导师,从事过程系统优化控制、预测控制、模糊控制等研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: baocangding@126.com

SSTC.

## 1 基于状态空间模型的目标跟踪问题

考虑如下线性时不变离散模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ff(k), \\ y(k) = Cx(k), \quad k \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

其中:输出(CV) $y \in \mathfrak{R}^{n_y}$ ,控制输入(MV) $u \in \mathfrak{R}^{n_u}$ ,状态 $x \in \mathfrak{R}^{n_x}$ ,可测干扰 $f \in \mathfrak{R}^{n_f}$ .假设 $(A, B)$ 为可镇定的, $(C, A)$ 为可检测的.模型(1)是对系统的近似描述.为了处理不可测干扰、建模误差等,采用带有人工干扰的状态空间模型<sup>[8]</sup>描述:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}u(k) + \tilde{F}f(k), \\ y(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中增广的状态变量和系统矩阵为

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \\ p(k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & G_d & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{F} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{C} &= [C \quad 0 \quad G_p]. \end{aligned} \quad (3)$$

对式(2)和(3)所示的增广系统,增广状态的估计可使用如下Kalman方法得到:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k-1) \\ \hat{d}(k|k-1) \\ \hat{p}(k|k-1) \end{bmatrix} &= \tilde{A} \begin{bmatrix} \hat{x}(k-1|k-1) \\ \hat{d}(k-1|k-1) \\ \hat{p}(k-1|k-1) \end{bmatrix} + \\ &\quad \tilde{B}u(k-1) + \tilde{F}f(k-1), \\ \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k) \\ \hat{d}(k|k) \\ \hat{p}(k|k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k-1) \\ \hat{d}(k|k-1) \\ \hat{p}(k|k-1) \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} L_x \\ L_d \\ L_p \end{bmatrix} \left( y(k) - \tilde{C} \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k-1) \\ \hat{d}(k|k-1) \\ \hat{p}(k|k-1) \end{bmatrix} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

其中变量中的“ $\hat{\cdot}$ ”表示Kalman滤波值.状态滤波增益 $L$ 被分解为过程模型状态滤波增益 $L_x$ 、状态扰动滤波增益 $L_d$ 以及输出扰动滤波增益 $L_p$ .

基于式(4),稳态目标值满足下面的关系式:

$$\begin{cases} \hat{x}_{ss}(k) = A\hat{x}_{ss}(k) + Bu_{ss}(k) + G_d\hat{d}(k|k) + Ff(k), \\ y_{ss}(k) = C\hat{x}_{ss}(k) + G_p\hat{p}(k|k). \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\hat{d}(k|k)$ 和 $\hat{p}(k|k)$ 由式(4)给出,下角标 $ss$ 表示稳态值(稳态目标、动态控制设定值).记 $y_t$ 为CV的理想值(ETCV), $u_t$ 为MV的理想值(ETMV).所有的MV和CV都有外部目标.

### 1.1 所有外部目标有相同重要性的情形

这实际上是文献[8]中研究的情形.稳态目标 $\{u_{ss}, \hat{x}_{ss}\}(k)$ 可以通过求解如下的QP来确定:

$$\begin{aligned} \{ \hat{x}_{ss}(k), u_{ss}(k) \} &= \\ \arg \min & [ \|y_{ss}(k) - y_t\|_{Q_s}^2 + \|u_{ss}(k) - u_t\|_{R_s}^2 ]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{s.t. } [(I - A) - B] \begin{bmatrix} \hat{x}_{ss}(k) \\ u_{ss}(k) \end{bmatrix} = G_d\hat{d}(k|k) + Ff(k), \quad (7)$$

$$\underline{u} \leq u_{ss}(k) \leq \bar{u}, \quad (8)$$

$$\underline{y} \leq y_{ss}(k) \leq \bar{y}. \quad (9)$$

其中: $\underline{u}$ 和 $\bar{u}$ 为输入约束界, $\underline{y}$ 和 $\bar{y}$ 为输出约束界, $R_s$ 和 $Q_s$ 为对称正定矩阵, $y_{ss}(k)$ 实际由 $C\hat{x}_{ss}(k) + G_p\hat{p}(k|k)$ 代替.该优化问题仅相当于多优先级SSTC(见文献[17-19])中某优先级的优化,但该优先级是“ET的跟踪”,所有MV和CV都有ET且处于同一个优先级.式(7)是(5)的第1个式子.如果式(8)和(9)不是积极的(即不起作用),则求解问题(6)~(9)等价地简化为求解问题(6)和(7).

若 $\{f_k, \hat{p}_{k|k}, \hat{d}_{k|k}\}$ 较大,使得约束条件(9)的存在造成问题(6)~(9)不可行,则可以采用对(9)软化的方法,即引入松弛变量,见文献[17-19].

### 1.2 被控变量外部目标的重要性高于操作变量外部目标的情形

这实际上是文献[16]中研究的情形.假设 $y_t$ 的实现比 $u_t$ 更重要.当 $n_u = n_y$ ,系统具有可逆的稳态增益矩阵(至少要求系统不含积分环节)时,无约束目标跟踪问题的解可直接由稳态增益矩阵获得.但是,多数时候 $n_u \neq n_y$ ,有时包含积分环节,一般存在稳态目标的不等式约束,因此目标跟踪问题更一般地是被描述成为一个数学规划问题.当 $n_u > n_y$ 时,经常多种 $u_{ss}(k)$ 可产生同一个 $y_t$ ,对此可构造一个QP问题来求得最佳的 $u_{ss}(k)$ .当 $n_u < n_y$ 时,经常不存在 $u_{ss}(k)$ 的组合确保 $y_t$ 的跟踪,对此可设计优化问题使 $y_{ss}(k)$ 在最小二乘意义下尽可能地接近 $y_t$ .

与其构造以上两种优化问题,不如采用统一的优化问题应对各种情况.设计输出目标的软约束为

$$\begin{cases} y_t - C\hat{x}_{ss}(k) - G_p\hat{p}(k|k) \leq \varepsilon(k), \\ y_t - C\hat{x}_{ss}(k) - G_p\hat{p}(k|k) \geq -\varepsilon(k). \end{cases} \quad (10)$$

这样,可将目标跟踪问题描述为如下的QP问题:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{x}_{ss}(k), u_{ss}(k), \varepsilon(k)} & \frac{1}{2} [\|\varepsilon(k)\|_{Q_s}^2 + \|u_{ss}(k) - \\ & u_t\|_{R_s}^2] + q_s^T \varepsilon(k); \\ \text{s.t.} & \text{式(7) ~ (10)}. \end{aligned} \quad (11)$$

其中:  $q_s$  是由非负元素组成的向量,  $y_{ss}(k)$  实际由  $C\hat{x}_{ss}(k) + G_p\hat{p}(k|k)$  代替. 由于  $R_s$  和  $Q_s$  是对称正定的, 由QP的特点可知  $\varepsilon(k)$  和  $u_{ss}(k)$  将被唯一确定.

目标函数中的线性项  $q_s^T \varepsilon(k)$  和二次项  $\varepsilon(k)^T Q_s \varepsilon(k)$  用来惩罚软约束的调整量. 如果  $q_s$  取值足够大, 软约束将得到最低限度的调整(即  $\varepsilon(k)$  的每个元素都得到最小可行解). 但确保该最低限度  $q_s$  的下界不容易事先准确计算得到(见文献[16]). 实际中, 很少要求软约束必须得到最低限度的调整, 根据一定的经验近似选定  $q_s$  即可. 从软约束得到最低限度的调整角度看, 中括号内的二次惩罚项似乎是多余的, 但事实上该二次项不仅增加更多的可调参数, 而且对确保解  $u_{ss}^*(k)$  的唯一性也是必要的(见文献[16]).

将式(11)转化为QP的标准形式, 即

$$\begin{aligned} \min_{\xi} & \frac{1}{2} \xi^T H \xi + c^T \xi; \\ \text{s.t.} & \Theta_{\text{eq}} \xi = \theta_{\text{eq}}, \\ & \Theta \xi \leq \theta, \\ & \underline{\xi} \leq \xi \leq \bar{\xi}. \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\xi = \begin{bmatrix} \hat{x}_{ss}(k) \\ u_{ss}(k) \\ \varepsilon(k) \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ -R_s u_t \\ q_s \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & Q_s \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{\text{eq}} = [(I - A - B \ 0)], \quad \theta_{\text{eq}} = [G_d \hat{d}(k|k) + Ff(k)],$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} C & 0 & -I \\ -C & 0 & -I \\ C & 0 & 0 \\ -C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} y_t - G_p \hat{p}(k|k) \\ -y_t + G_p \hat{p}(k|k) \\ \bar{y} - G_p \hat{p}(k|k) \\ -\underline{y} + G_p \hat{p}(k|k) \end{bmatrix},$$

$$\underline{\xi} = \begin{bmatrix} -\infty \\ \underline{u} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\xi} = \begin{bmatrix} +\infty \\ \bar{u} \\ +\infty \end{bmatrix}.$$

在以上两种情形中, 由于  $(A, B)$  是可镇定的, 则矩阵  $[(I - A) - B]$  满秩. 根据式(7), 这是一个保证可行解存在的充分条件, 如以下结论所述.

**引理1** 由于  $(A, B)$  是可镇定的, 不含约束(8)和(9)的以上两种情形中的目标跟踪问题有可行解.

对于任一  $\varepsilon^*(k)$ , 存在唯一、非负的  $\{\varepsilon_+, \varepsilon_-\}^*(k)$  使得  $\varepsilon^*(k) = \varepsilon_+^*(k) + \varepsilon_-^*(k)$  和  $y_{ss}^*(k) = y_t + \varepsilon_+^*(k) - \varepsilon_-^*(k)$ . 当QP可行时, 得到唯一的  $\{u_{ss}, \varepsilon\}^*(k)$ . 由式(5)得到

$$\begin{bmatrix} I - A \\ C \end{bmatrix} \hat{x}_{ss}^*(k) = \begin{bmatrix} Bu_{ss}^*(k) + G_d \hat{d}(k|k) + Ff(k) \\ y_t + \varepsilon_+^*(k) - \varepsilon_-^*(k) - G_p \hat{p}(k|k) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

显然, 当QP可行时, 由式(13)确定唯一  $\hat{x}_{ss}^*(k)$  的充要条件是  $\begin{bmatrix} I - A \\ C \end{bmatrix}$  满秩. 由Hautus条件(见文献[20])可知,  $(C, A)$  的可检测性保证了  $\begin{bmatrix} I - A \\ C \end{bmatrix}$  满秩. 总之, 由于  $(C, A)$  是可检测的, QP可行时, 以上两种情形的解是唯一的. 如果去掉不等式约束(8)和(9), 则可行域一定是非空的, 因而  $(C, A)$  可检测和  $(A, B)$  可镇定保证了目标跟踪问题的解的存在性和唯一性.

考虑  $\{y_t, u_t\}$  都希望被准确跟踪的情况, 即状态目标  $\hat{x}_{ss}(k)$  需要满足

$$\begin{bmatrix} I - A \\ C \end{bmatrix} \hat{x}_{ss}(k) = \begin{bmatrix} Bu_t + G_d \hat{d}(k|k) + Ff(k) \\ y_t - G_p \hat{p}(k|k) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

由式(14)确定唯一  $\hat{x}_{ss}(k)$  的必要条件是  $\begin{bmatrix} I - A \\ C \end{bmatrix}$  满秩.

**注1**  $\hat{x}_{ss}(k)$  的非唯一性表示它是无规则跳动的, 故若  $\hat{x}_{ss}(k)$  用于动态控制, 则会使闭环系统无法稳定. 仅从保证QP解的唯一性的角度,  $(C, A)$  可检测不是必要条件; 在  $A$  不含积分模态时, 由  $u_{ss}(k)$  唯一得到  $\hat{x}_{ss}(k) = (I - A)^{-1} [Bu_{ss}(k) + G_d \hat{d}(k|k) + Ff(k)]$ , 可保证解的唯一性. 但  $(C, A)$  可检测是采用式(4)的必要条件.

## 2 基于状态空间模型的动态控制和无静差特性

在采样时刻  $k$ , 已知  $\hat{x}(k|k)$  和  $\{\hat{x}_{ss}(k), u_{ss}(k)\}$ , 采用如下的方法计算当前控制输入:

$$u(k|k) = v^*(k|k) + u_{ss}(k). \quad (15)$$

其中  $v^*(k|k)$  是如下QP问题的解:

$$\begin{aligned} \min_{\{v(k+j|k), j=0,1,\dots,N-1\}} & \sum_{j=0}^{N-1} [\|z(k+j+1|k)\|_{C^T Q C}^2 + \\ & \|v(k+j|k)\|_R^2 + \|\Delta v(k+j|k)\|_S^2]. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{s.t. } z(k+j+1|k) = Az(k+j|k) + Bv(k+j|k),$$

$$j = 0, 1, \dots, N - 1;$$

$$z(k|k) = \hat{x}(k|k) - \hat{x}_{ss}(k);$$

$$v(k-1|k) = u(k-1) - u_{ss}(k);$$

$$\underline{y} \leq C[z(k+j|k) + \hat{x}_{ss}(k)] + G_p \hat{p}(k|k) \leq \bar{y},$$

$$\begin{aligned}
 & j = j_1, j_2, \dots, N; \\
 & \underline{u} \leq v(k+j|k) + u_{ss}(k) \leq \bar{u}, \\
 & j = 0, 1, \dots, N-1; \\
 & -\Delta\bar{u} \leq \Delta v(k+j|k) \leq \Delta\bar{u}, \\
 & j = 0, 1, \dots, N-1.
 \end{aligned} \tag{17}$$

而  $Q, R, S$  为半正定加权矩阵, 保证线性二次最优调节器对应的 Riccati 迭代可行. 这里采用的目标函数与文献 [8] 和文献 [16] 不同, 保证了与工业预测控制算法 [17-19] 的一致性.

将式 (16) 和 (17) 转化为 QP 标准形式, 即

$$\begin{aligned}
 & \min_{\zeta} \frac{1}{2} \zeta^T \Pi \zeta + \pi^T \zeta; \\
 & \text{s.t. } \Psi_{\text{eq}} \zeta = \psi_{\text{eq}}, \\
 & \quad \Psi \zeta \leq \psi, \\
 & \quad \underline{\zeta} \leq \zeta \leq \bar{\zeta}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \zeta &= \begin{bmatrix} z(k+1|k) \\ \vdots \\ z(k+N|k) \\ v(k|k) \\ \vdots \\ v(k+N-1|k) \\ \Delta v(k|k) \\ \vdots \\ \Delta v(k+N-1|k) \end{bmatrix}, \\
 \pi &= \begin{bmatrix} 0 \\ -R_s u_t \\ q_s \end{bmatrix}, \quad \Pi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & Q_s \end{bmatrix}, \\
 \Psi_{\text{eq}} &= \begin{bmatrix} \Psi_{\text{eq}11} & \Psi_{\text{eq}12} & \Psi_{\text{eq}13} \\ \Psi_{\text{eq}21} & \Psi_{\text{eq}22} & \Psi_{\text{eq}23} \end{bmatrix}, \\
 \Psi_{\text{eq}11} &= \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A & -I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A & -I \end{bmatrix}, \\
 \Psi_{\text{eq}12} &= \begin{bmatrix} -B & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & B \end{bmatrix}, \\
 \Psi_{\text{eq}13} &= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \Psi_{\text{eq}21} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\Psi_{\text{eq}22} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -I & I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -I & I \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{\text{eq}23} = \begin{bmatrix} -I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -I \end{bmatrix},$$

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}, \quad \psi_{\text{eq}} = \begin{bmatrix} \psi_{\text{eq}1} \\ \psi_{\text{eq}2} \end{bmatrix},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{23} \end{bmatrix},$$

$$\psi_{\text{eq}1} = \begin{bmatrix} A(\hat{x}(k) - \hat{x}_{ss}(k)) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\psi_{\text{eq}2} = \begin{bmatrix} u(k-1) - u_{ss}(k) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{11} = -\Psi_{21} = \begin{bmatrix} C & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & C \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{12} = \Psi_{13} = \Psi_{22} = \Psi_{23} = 0,$$

$$\psi_1 = \begin{bmatrix} \bar{y} - C\hat{x}_{ss}(k) - G_p \hat{p}(k|k) \\ \vdots \\ \bar{y} - C\hat{x}_{ss}(k) - G_p \hat{p}(k|k) \end{bmatrix},$$

$$\psi_2 = \begin{bmatrix} -\underline{y} + C\hat{x}_{ss}(k) + G_p \hat{p}(k|k) \\ \vdots \\ -\underline{y} + C\hat{x}_{ss}(k) + G_p \hat{p}(k|k) \end{bmatrix},$$

$$\underline{\zeta}_1 = \begin{bmatrix} -\infty \\ \vdots \\ -\infty \end{bmatrix}, \quad \underline{\zeta}_2 = \begin{bmatrix} \underline{u} - u_{ss}(k) \\ \vdots \\ \underline{u} - u_{ss}(k) \end{bmatrix}, \quad \underline{\zeta}_3 = \begin{bmatrix} -\Delta\bar{u} \\ \vdots \\ -\Delta\bar{u} \end{bmatrix},$$

$$\underline{\zeta} = [\underline{\zeta}_1^T \quad \underline{\zeta}_2^T \quad \underline{\zeta}_3^T]^T, \quad \bar{\zeta} = [\bar{\zeta}_1^T \quad \bar{\zeta}_2^T \quad \bar{\zeta}_3^T]^T,$$

$$\bar{\zeta}_1 = \begin{bmatrix} +\infty \\ \vdots \\ +\infty \end{bmatrix}, \quad \bar{\zeta}_2 = \begin{bmatrix} \bar{u} - u_{ss}(k) \\ \vdots \\ \bar{u} - u_{ss}(k) \end{bmatrix}, \quad \bar{\zeta}_3 = \begin{bmatrix} \Delta\bar{u} \\ \vdots \\ \Delta\bar{u} \end{bmatrix}.$$

引理 2 [8] 如果增广系统的估计器 (4) 是稳定的,

且扰动状态的个数与输出的个数相等,即  $n_d + n_p = n_y$ , 则滤波增益  $L_2 = [L_d^T, L_p^T]^T$  满秩.

**定理 1** 考虑输出反馈预测控制, 目标函数为(16), 约束条件为(17), 状态估计器为(4), SSTC描述为目标跟踪问题(6)~(9)或(11), 记  $\{y_\infty, \hat{x}_\infty, \hat{d}_\infty, \hat{p}_\infty\} = \lim_{k \rightarrow \infty} \{y(k), \hat{x}(k|k), \hat{d}(k|k), \hat{p}(k|k)\}$ . 该控制器在如下的条件下能够实现无静差控制:

- 1) 闭环系统是渐近稳定的, 在稳态时  $\{y_\infty, \hat{x}_\infty, \hat{p}_\infty, \hat{d}_\infty\}$  恒定不变;
- 2) 式(1)所示的过程模型可镇定且可检测;
- 3)  $n_d + n_p = n_y$ ;
- 4) 式(2)所示的增广系统是可检测的;
- 5) 输入和输出的不等式约束在稳态不起作用.

**证明** 由式(2)的增广系统的状态估计器, 产生如下的稳态估计:

$$\hat{x}_\infty = A\hat{x}_\infty + Bu_\infty + G_d\hat{d}_\infty + Ff_\infty + L_x(y_\infty - CA\hat{x}_\infty - CBu_\infty - CG_d\hat{d}_\infty - CFf_\infty - G_p\hat{p}_\infty), \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{d}_\infty \\ \hat{p}_\infty \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{d}_\infty \\ \hat{p}_\infty \end{bmatrix} + L_2(y_\infty - CA\hat{x}_\infty - CBu_\infty - CG_d\hat{d}_\infty - CFf_\infty - G_p\hat{p}_\infty). \quad (20)$$

由于闭环系统是渐近稳定的(说明增广状态估计器也是稳定的)和  $n_d + n_p = n_y$ , 由引理 2 可知  $L_2$  是满秩的. 根据式(19)和(20), 满秩的  $L_2$  分别意味着

$$y_\infty = CA\hat{x}_\infty + CBu_\infty + CG_d\hat{d}_\infty + CFf_\infty + G_p\hat{p}_\infty, \quad (21)$$

$$\hat{x}_\infty = A\hat{x}_\infty + Bu_\infty + G_d\hat{d}_\infty + Ff_\infty. \quad (22)$$

进一步, 将式(22)代入(21)得到

$$y_\infty = C\hat{x}_\infty + G_p\hat{p}_\infty. \quad (23)$$

由于条件 2), SSTC 存在唯一解. 因此, 约束条件(7)必须得到满足, 即

$$\hat{x}_{ss}(\infty) = A\hat{x}_{ss}(\infty) + Bu_{ss}(\infty) + G_d\hat{d}_\infty + Ff_\infty. \quad (24)$$

式(22)减(24)得

$$\hat{x}_\infty - \hat{x}_{ss}(\infty) = A(\hat{x}_\infty - \hat{x}_{ss}(\infty)) + B(u_\infty - u_{ss}(\infty)). \quad (25)$$

由过程模型(1)是可镇定的和条件 1) 可知, 控制输入可以通过有限时域无约束线性二次型调节器(LQR)方法进行计算, 即

$$(u_\infty - u_{ss}(\infty)) = -K(\hat{x}_\infty - x_{ss}(\infty)), \quad (26)$$

其中  $K$  为增益矩阵. 将式(26)代入(25)得到

$$(A - BK - I)(\hat{x}_\infty - \hat{x}_{ss}(\infty)) = 0. \quad (27)$$

反馈增益的渐近稳定性意味着矩阵  $(A - BK)$  是稳定的, 因此式(27)必然导致  $\hat{x}_\infty - \hat{x}_{ss}(\infty) = 0$ . 由式(5)可知,

$$y_{ss}(\infty) = C\hat{x}_{ss}(\infty) + G_p\hat{p}_\infty. \quad (28)$$

式(23)减(28)得

$$y_\infty - y_{ss}(\infty) = C(\hat{x}_\infty - \hat{x}_{ss}(\infty)), \quad (29)$$

这意味着  $y_\infty = y_{ss}(\infty)$ .  $\square$

这一无静差控制的结论基本同文献[8], 但本文采用的并非文献[8]的无穷时域性能指标. 条件 1) 的满足是需要深入研究的问题, 在各种复杂情况下尚且是未解决的公开问题. 条件 5) 要求各种不等式约束(输入输出幅值)在稳态时不起作用, 对一般的 SSTC 而言也不容易做到, 故如何删除条件 5) 是未解决的公开问题.

### 3 仿真与分析

采用重油分馏塔模型, 在平衡点附近, 其连续时间传递函数矩阵如下:

$$G^u(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{50s + 1} & \frac{1.77e^{-28s}}{60s + 1} & \frac{5.88e^{-27s}}{50s + 1} \\ \frac{5.39e^{-18s}}{50s + 1} & \frac{5.72e^{-14s}}{60s + 1} & \frac{6.90e^{-15s}}{40s + 1} \\ \frac{4.38e^{-20s}}{33s + 1} & \frac{4.42e^{-22s}}{44s + 1} & \frac{7.20}{19s + 1} \end{bmatrix},$$

$$G^f(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.20e^{-27s}}{45s + 1} & \frac{1.44e^{-27s}}{40s + 1} \\ \frac{1.52e^{-15s}}{25s + 1} & \frac{1.83e^{-15s}}{20s + 1} \\ \frac{1.14}{27s + 1} & \frac{1.26}{32s + 1} \end{bmatrix}.$$

采样周期为 4 min. 采用文献[21-23]的子空间辨识方法得到状态空间模型,  $n_x = 20$ . 输出、控制输入、状态估计的初值均为 0. MV、CV 的相关约束如下:  $\underline{u}_i = -0.5, \bar{u}_i = 0.5, \Delta \bar{u}_i = 0.1; \underline{y}_{j,0} = -0.5, \bar{y}_{j,0} = 0.5$ . 外部目标  $y_t = [0.5, -0.5, 0.5]^T, u_t = [0.5, -0.5, 0.5]^T$ .

在 SSTC, 通过求解优化问题(11)可得到各时刻的稳态目标, 各参数选取如下:  $Q_s = I_3, R_s = I_3, q_s = [0.5, 0.5, 0.5]^T$ . 在动态控制部分, 取  $N = 10, j_1 = 1, Q = Q_s, R = S = R_s$ , 被控对象为  $A_r = 0.8A, B_r = 0.8B, C_r = 0.8C$ . 构建带有干扰的状态空间模型, 其中  $G_d = [I_2, 0]^T, G_p = [1, 0, 0]^T$ . 可测干扰  $f_k$  在时刻  $k = 158 \sim 168$  和  $k = 228 \sim 238$  出现, 幅值分别为 0.1 和 -0.1. 通过求解优化问题(16)和(17), 并利用(15), 可求得 MV. 结果如图 1~图 3 所示, MV 和 CV 可无静差地跟踪到相应的稳态目标值.

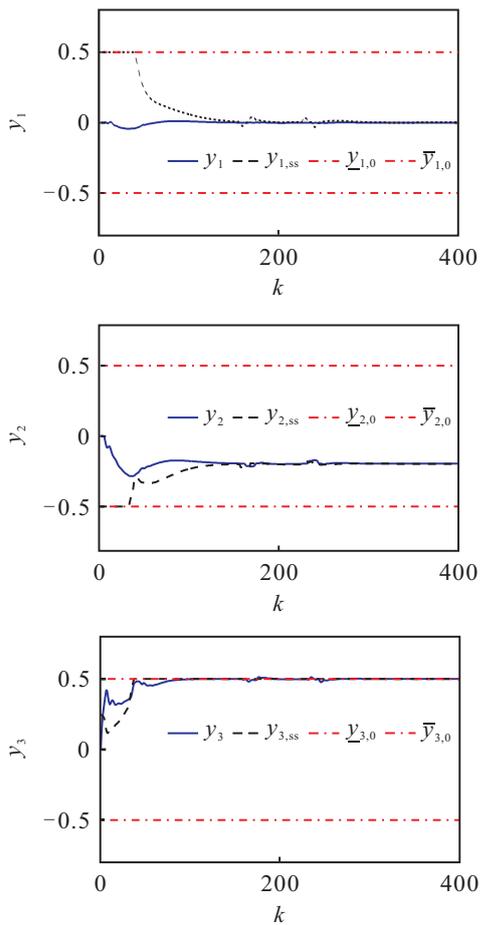


图1 CV控制效果

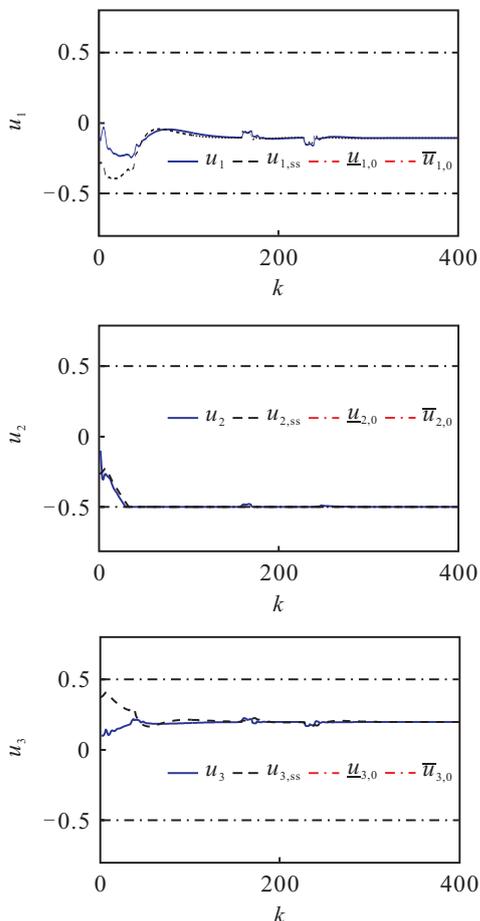


图2 MV控制效果

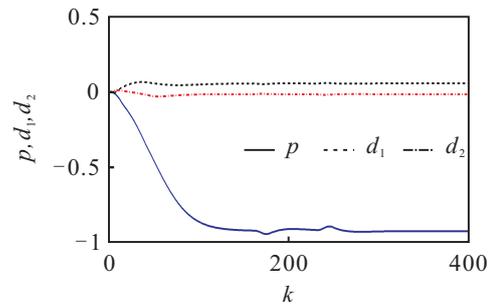


图3 人工干扰的估计值

将 $u_3$ 作为干扰,则 $n_u < n_y$ ,仿真中取 $u_3$ 值与 $f_2$ 相同,同样达到了无静差控制. MV稳态值为 $[0.50, -0.50]^T$ , CV稳态值为 $[0.21, 0.01, 0.11]^T$ ,可见对理想值 $y_t$ 的跟踪效果差于 $n_u = n_y$ 的情形.

只将 $y_2$ 作为输出变量,其他输出的传递函数不再考虑,采用上述使用的子空间辨识方法重新得到状态空间模型,此时 $n_u > n_y$ ,同样达到了无静差控制. MV稳态值为 $[0.02, -0.50, -0.17]^T$ , CV稳态值为 $-0.50$ ,可见对理想值 $y_t$ 实现了完全跟踪.

### 4 结论

本文将已有文献中基于二次规划的稳态目标跟踪问题进行了统一描述,给出了无静差控制的结果. 该结果适合于文献[17-19]中基于多优先级策略的稳态目标计算. 本文方法基于状态空间模型,为今后系统地研究双层结构预测控制的稳定性、改进无静差控制的结论奠定了基础.

### 参考文献(References)

- [1] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11: 733-764.
- [2] 陈杨, 邵之江, 游江洪, 等. 一类非线性系统的变负荷预测控制[J]. 化工学报, 2011, 62(8): 2253-2257. (Chen Y, Shao Z J, You J H, et al. NMPC for industry process with varying load based on a class of nonlinear system[J]. CIESC J, 2011, 62(8): 2253-2257.)
- [3] 何德峰, 黄骅, 王蕾. 基于区间运算的字典序多目标模型预测控制[J]. 化工自动化及仪表, 2013, 40(3): 296-300. (He D F, Huang H, Wang L. Lexicographic multi-objectives model predictive control based on interval arithmetic[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2013, 40(3): 296-300.)
- [4] Xing Cai, Pei Sun, Junhui Chen, et al. ILC strategy for progress improvement of economic performance in industrial model predictive control systems[J]. J of Process Control, 2014, 24(12): 107-118.
- [5] Zhe Liu, Yong Gu, Lei Xie. An improved LQG benchmark for MPC economic performance assessment and optimisation in process industry[J]. Canadian J of Chemical Engineering, 2012, 90(6): 1434-1441.

- [6] Rajamani M R, Rawlings J B, Qin S J. Achieving state estimation equivalence for misassigned disturbances in offset-free model predictive control[J]. *AIChE J*, 2009, 55(2): 396-407.
- [7] Nikandrov A, Swartz C L E. Sensitivity analysis of LP-MPC cascade control systems[J]. *J of Process Control*, 2009, 19(1): 16-24.
- [8] Muske K R, Badgwell T A. Disturbance modeling for offset-free linear model predictive control[J]. *J of Process Control*, 2002, 12(5): 617-632.
- [9] Maeder U, Borrelli F, Morari M. Linear offset-free model predictive control[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2214-2222.
- [10] Li S, Zheng Y, Wang B. Steady-state target calculation for constrained predictive control systems based on goal programming[J]. *Asia-Pacific J of Chemical Engineering*, 2008, 3: 648-655.
- [11] Gonzalez A H, Adam E J, Marchetti J L. Conditions for offset elimination in state space receding horizon controllers: A tutorial analysis[J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2008, 47(12): 2184-2194.
- [12] 邹涛, 李海强, 丁宝苍, 等. 多变量预测控制系统稳态解的相容性与唯一性分析[J]. *自动化学报*, 2013, 38(5): 519-529.  
(Zou T, Li H Q, Ding B C, et al. Compatibility and uniqueness analyses of steady state solution for multi-variable predictive control systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 38(5): 519-529.)
- [13] 邹涛, 李海强. 具有积分环节多变量系统的双层结构预测控制[J]. *浙江大学学报: 工学版*, 2011, 45(2): 2079-2087.  
(Zou T, Li H Q. Two-layer predictive control of multi-variable system with integrating element[J]. *J of Zhejiang University: Engineering Science*, 2011, 45(2): 2079-2087.)
- [14] 邹涛, 潘昊, 丁宝苍, 等. 双层结构预测控制研究进展[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(9): 1327-1337.  
(Zou T, Pan H, Ding B C, et al. Research development of two-layered predictive control[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(9): 1327-1337.)
- [15] 邹涛, 丁宝苍, 张端. 模型预测控制工程应用导论[M]. 北京: 化学工业出版社, 2010.  
(Zou T, Ding B C, Zhang D. MPC: An introduction to industrial applications[M]. Beijing: Chemical Industry Press(CIP), 2010.)
- [16] Rao C V, Rawlings J B. Steady states and constraints in model predictive control[J]. *AIChE J*, 1999, 45(6): 1266-1278.
- [17] 潘红光, 高海南, 孙耀, 等. 基于多优先级稳态优化的双层结构预测控制算法及软件实现[J]. *自动化学报*, 2014, 40(3): 405-414.  
(Pan H G, Gao H N, Sun Y, et al. The algorithm and software implementation for double-layered model predictive control based on multi-priority rank steady-state optimization[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(3): 405-414.)
- [18] 李世卿, 丁宝苍, 孙耀. 双层预测控制中基于操作变量增量的多优先级稳态目标计算[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(2): 239-245.  
(Li S Q, Ding B C, Sun Y. Multi-priority rank steady-state target calculation in double-layered model predictive control by optimizing increments of manipulated variables[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 239-245.)
- [19] 李世卿, 丁宝苍. 基于动态矩阵控制的双层结构预测控制的整体解决方案[J]. *自动化学报*, 2015, 41(11): 1857-1866.  
(Li S Q, Ding B C. An overall solution to double-layered model predictive control based on dynamic matrix control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(11): 1857-1866.)
- [20] Sontag E D. *Mathematical control theory*[M]. New York: Springer, 1990.
- [21] Verhaegen M, Dewilde P. Subspace model identification part1: The output-error state space model identification class of algorithms[J]. *Int J of Control*, 1992, 56(5): 1187-1210.
- [22] Verhaegen M, Dewilde P. Subspace model identification part2: Analysis of the elementary output error state space model identification algorithm[J]. *Int J of Control*, 1992, 56(5): 1211-1241.
- [23] Verhaegen M, Dewilde P. Subspace model identification part3: Analysis of the ordinary output error state space model identification algorithm[J]. *Int J of Control*, 1993, 58(3): 555-586.

(责任编辑: 齐 霁)