

# 基于属性不完全判断的语言群决策方法

戴泉晨<sup>1†</sup>, 朱建军<sup>1</sup>, 张世涛<sup>1,2</sup>

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016;

2. 安徽工业大学 数理科学与工程学院, 安徽 马鞍山 243002)

**摘要:** 研究多个决策者对属性有不完全类别偏好的语言案例决策方法. 基于案例学习框架定义属性公共提及因子, 提出考虑多重类别偏好的信息增益系数; 基于灰靶决策框架建立综合靶心距最小的属性权重优化模型; 基于决策者个体和群体的关联度确定决策者权重, 进而给出方案排序. 案例分析表明了所提出方法的应用步骤和可行性.

**关键词:** 群决策; 灰靶决策; 不完全偏好; 案例学习; 语言

**中图分类号:** C934

**文献标志码:** A

## Method of linguistic group decision-making based on incomplete category preference of attribute

DAI Quan-chen<sup>1†</sup>, ZHU Jian-jun<sup>1</sup>, ZHANG Shi-tao<sup>1,2</sup>

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. School of Mathematics & Physics Science and Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, China)

**Abstract:** The linguistic group decision making method of decision makers having incomplete category preferences on some properties is studied. Firstly, according to the case-based framework, the values for all attributes of public mention factor are calculated and the information gain coefficient is presented. Then according to the grey target decision framework, attribute weights are optimized from the minimum of the objective optimization model. Based on the decision-making relevance of individuals and groups, the weights of decision-makers are determined, and the ranking of the scheme is given. An example is provided to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** group decision-making; grey target decision; incomplete category preferences; case-based; linguistic

## 0 引言

随着现代社会的发展,社会经济活动中的决策问题越来越复杂和多变,仅依靠单个决策者作出有效的决策越来越困难<sup>[1-2]</sup>,群体决策日益广泛.在对社会效益评价、供应商能力评估、产品投资方案优化等问题进行群决策分析时,人们往往会直接给出语言信息(如优、良、中、差).近年来,研究主要集中在不完全语言信息的决策模型<sup>[3]</sup>、模糊语言信息的集结<sup>[4]</sup>、多粒度语言信息决策<sup>[5]</sup>、多类型语言变量的决策分析<sup>[6]</sup>、动态环境下的语言信息决策<sup>[7]</sup>等方面.在管理实践中往往存在一类特殊的决策问题,即决策者给出了多指标语言决策矩阵,并在自己熟知的领域或属性下对

某些方案给出了明确的类别归属,本文将这类问题称为群体对属性有不完全判断的决策问题.这类问题典型存在于多利益主体的群决策环境下,各方主体由于所处的领域、知识结构、决策经验、表达能力、个性特征或者代表利益存在较大的不同,在各自视域下不可能同时对所有方案都给出直接的、完全的类别判断信息,他们极有可能有针对性地给出方案的不完全类别偏好.例如,城市规划问题一般由政府单位提出,由城市规划部门进行专业判断,由房地产开发商进行投资选取,并且听取社会公众意见,在多主体对该问题进行共同决策时,政府单位容易关注项目的可持续发展能力,城市规划部门会特别关注项目的规划执

收稿日期: 2016-04-28; 修回日期: 2016-07-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71171112, 71502073); 国家社会科学基金重点项目(14AZD049); 教育部人文社会科学研究专项任务(16JDSZ2066); 教育部人文社科基金青年基金项目(14YJC630120); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NS2014086).

作者简介: 戴泉晨(1981—),女,助理研究员,博士生,从事决策理论与方法、灰色系统理论的研究;朱建军(1976—),男,教授,博士生导师,从事群决策理论与方法、灰色系统理论等研究.

†通讯作者. E-mail: daiquanchen@nuaa.edu.cn

行性,开发商注重项目收益能力,社会公众注重项目的公共服务能力等不同方面,此时,不同主体便容易在各自关注的领域给出在部分属性下的类别判断信息.这类问题的应用可能存在于如下领域:城市规划及其方案择优<sup>[8]</sup>、社会工业项目的方案选取<sup>[9]</sup>、电子商务的风险评估<sup>[10]</sup>等,实质是多个主体或多个利益主体同时进行决策时的一种信息不确定的表现.

在多属性决策领域,一方面聚焦于专家对全部方案(或评价对象)、或者部分方案给出的偏好信息的研究,例如基于基准比对<sup>[11]</sup>、基于不同类别的参照点和临界值<sup>[12]</sup>、基于方案优势强弱度关系<sup>[13]</sup>、方案两两精确比较<sup>[14]</sup>和模糊比较<sup>[15]</sup>等情况,学者们研究了对方案进行分类或者排序的各种方法;另一方面,在群决策领域,聚焦于专家对方案的不同类别偏好形式的研究,例如专家对方案有比较信息<sup>[16]</sup>、有相同或不同的偏好结构<sup>[17-18]</sup>、专家意见具有一定的相似度<sup>[19]</sup>、专家对方案有级别偏好度<sup>[20]</sup>等情形,学者们给出了相应的群决策方法.以上研究一部分集中在基于全部属性下的不完全偏好信息处理,另一部分集中在属性权重或属性值不完全形式下的方法处理,然而,不同决策者给出的类别偏好信息往往出于不同的动机,并且有不同的视域角度.在多决策者给出属性不完全判断信息的状态下如何充分利用好不同决策者给出的类别偏好,解决好“冲突”,进而对所有方案进行排序非常值得研究.根据公开报道的文献,现有方法已不能进行简单的拓展并加以解决.

本文研究了分析过程的一些关键问题,包括如何处理不同决策者给出类别信息的冲突、如何甄别出被反复提及的属性值信息并加以运用从而优化属性权重,目的是要为不完全偏好的群体决策作一些探索.最后,通过案例表明了所提出方法的应用步骤和可行性.

## 1 问题描述及基本概念

### 1.1 问题描述及符号定义

群体有不完全类别偏好的多属性决策问题描述如下: $E = \{e_p | p = 1, 2, \dots, k\}$ 表示 $k$ 个决策者, $e_p$ 表示第 $p$ 个决策者,每个决策者的权重为 $\lambda_p$ ,满足 $\sum_{p=1}^k \lambda_p = 1$ ;  $Z = \{z_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ 表示 $n$ 个可行的决策方案集合, $z_i$ 表示第 $i$ 个备选方案;  $W = \{\omega_j | j = 1, 2, \dots, m\}$ 表示指标的权重向量, $\omega_j = [\omega_j^L, \omega_j^U]$ 表示第 $j$ 个指标的权重范围,满足 $\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$ .

本文基于以下两类信息进行研究:

1) 每个决策者给出各自的决策矩阵, $r_{ij}^p$ 表示第 $p$ 个决策者对第 $i$ 个备选方案在第 $j$ 个指标下所赋予的属性值.

2) 决策者 $e_p$ 给出属性不完全判断信息,表示为 $\{\omega_j^p, z_i^p\}$ ,含义是决策者 $e_p$ 认为在属性 $W^p = \{\omega_j^p | j = 1, 2, \dots, m'\}$  ( $W^p \subset W$ )下有限个方案 $Z^p = \{z_i^p | i = 1, 2, \dots, n'\}$  ( $Z^p \subset Z$ )应该同属一类,那么第 $p$ 个决策者给出的同类别方案属性值 $r_{ij}^p$ 同时表征为 $r_{ij}^{p'}$ ,满足 $r_{ij}^p = r_{ij}^{p'}$ .

### 1.2 预备知识

决策者在进行定性测度时,常用恰当的语言标度进行评价.文献[21-22]对语言评价标度给出了相应的定义和运算法则,有 $S = \{s_i | i = -t, \dots, t\}$ ,  $S$ 中的术语个数一般为奇数,且满足下列条件:1)若 $i > j$ ,则 $s_i > s_j$ ; 2)存在负算子 $\text{neg}(s_i) = s_{-i}$ ; 3)若 $s_i \geq s_j$ ,则 $\max(s_i, s_j) = s_i$ ; 4)若 $s_i \leq s_j$ ,则 $\min(s_i, s_j) = s_i$ .

对于任意两个语言变量 $s_\alpha, s_\beta \in \bar{S}$ 和 $\delta \in [0, 1]$ ,语言变量运算法则为:1)  $s_\alpha \oplus s_\beta = s_{\alpha+\beta}$ ; 2)  $\delta s_\alpha = s_{\delta\alpha}$ .

**定义1**<sup>[21]</sup> 设 $s_\alpha, s_\beta$ 为两个语言变量,那么 $s_\alpha$ 与 $s_\beta$ 之间的距离定义为 $d(s_\alpha, s_\beta) = |\alpha - \beta|$ .

**定义2**<sup>[21]</sup> 设LWAA:  $(\bar{S})^n \rightarrow \bar{S}$ ,有

$$\text{LWAA}_w(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = w_1 s_{\alpha_1} \oplus w_2 s_{\alpha_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\alpha_n}.$$

其中: $w_j \in [0, 1]$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ 为语言数据组 $s_{\alpha_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )的加权向量.

**定义3**<sup>[22]</sup> 对于群决策方案集,群体效益型指标的正负靶心分别为

$$r_j^+ = \max\{r_{ij}^p | 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m, 1 \leq p \leq k\},$$

$$r_j^- = \min\{r_{ij}^p | 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m, 1 \leq p \leq k\},$$

当为成本型指标时则相反.

根据语言距离公式和语言加权算术平均(LWAA)算子,计算不同决策者统一正负靶心后的正靶心距、负靶心距、正负靶心距.

**定义4**<sup>[23]</sup> 方案 $z_i$ 的正靶心距、负靶心距、正负靶心距、综合靶心距分别为

$$\varepsilon_i^+ = \omega_1 d(r_{i1}^p, r_1^+) + \omega_2 d(r_{i2}^p, r_2^+) + \dots + \omega_m d(r_{im}^p, r_m^+) = \sum_{j=1}^m \omega_j d(r_{ij}^p, r_j^+), \quad (1)$$

$$\varepsilon_i^- = \omega_1 d(r_{i1}^p, r_1^-) + \omega_2 d(r_{i2}^p, r_2^-) + \dots + \omega_m d(r_{im}^p, r_m^-) =$$

$$\sum_{j=1}^m \omega_j d(r_{ij}^p, r_j^-),$$

$$\varepsilon_i^0 = \omega_1 d(r_1^+, r_1^-) + \omega_2 d(r_2^+, r_2^-) + \dots + \omega_m d(r_m^+, r_m^-) = \sum_{j=1}^m \omega_j d(r_j^+ - r_j^-), \quad (2)$$

$$\varepsilon_i = \frac{(\varepsilon_i^+)^2 + (\varepsilon_i^0)^2 - (\varepsilon_i^-)^2}{2\varepsilon_i^0}. \quad (3)$$

综合靶心距的大小反应效果向量的优劣,  $z_i$  的综合靶心距越小, 决策方案越优; 反之,  $z_i$  的综合靶心距越大, 决策方案越差. 根据文献[23]的证明, 每一个方案正负靶心间的距离  $\varepsilon_i^0$  都是一个常数, 在实际运算中等价为

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^m \omega_j^2 (d^2(r_{ij}^p, r_j^+) + d^2(r_j^+, r_j^-) - d^2(r_{ij}^p, r_j^-)). \quad (4)$$

## 2 方法步骤

本文将该类问题归结为多属性决策分析框架, 计算方案相对于群正负理想点的综合靶心距, 并且对于专家多次提及的属性值, 在计算过程中测算信息增益量, 以群体综合靶心距最小为目标优化属性权重; 然后通过决策者个体与群体的关联度计算对决策者权重进行优化; 最后依据方案的综合靶心距对方案进行排序. 在这个过程中, 关键点是研究决策者提供的有明确类别的先验信息, 对其特性进行剖析和运用. 本文讨论的问题具有如下难点:

1) 在排序或分类过程中, 最终需要确定属性的权重, 决策过程中某些属性多次被提及, 表明该属性在决策过程中得到了较多关注, 这些属性应得到重视.

2) 在基于样本的分析过程中, 对于反复被提及的分类信息, 不同决策者给出的判断可能存在冲突(即不同决策者对相同方案给出属性值可能相似, 也可能相差甚远), 如何通过一定的方法判断并解决是个难点.

### 2.1 基于案例学习的属性信息增益系数测算

信息增益是特征选择中的一个重要指标, 一个特征为分类系统带来的信息越多, 该特征便越重要. 对一个特征而言, 系统有它和没它时信息量将发生变化, 而前后信息量的差值就是这个特征给系统带来的信息增量, 用增益系数表征<sup>[24]</sup>, 相关概念和方法已广泛应用于机器学习领域<sup>[25-26]</sup>. 在本文属性不完全判断的群决策环境下, 信息增益是针对特征项而言, 通过统计某一个特征项在某一类别中出现与否的数量来计算特征项对该类别的信息增益, 从而减少无关信

息对分类处理过程的干扰, 提高最终分类的准确性.

通常而言,  $k$  个决策者在进行不完全类别偏好判断时, 属性值  $r_{ij}$  被提及的次数应该是  $0 \sim k$  之间的任一自然数. 例如, 4 位决策者对于 7 个决策方案给出的属性不完全类别分别为

$$\{\omega_1, \omega_2, z_1, z_2, z_3, z_4\},$$

$$\{\omega_2, \omega_3, z_2, z_3, z_4, z_6\},$$

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, z_2, z_3, z_4, z_5\},$$

$$\{\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_6, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6\},$$

表 1 分别用相应的黑体表示, 其中:  $r_{22}, r_{32}, r_{42}$  被决策者  $e^1, e^2, e^3, e^4$  提及各 1 次, 提及次数为 4;  $r_{23}, r_{33}, r_{43}$  被决策者  $e^2, e^3, e^4$  提及各 1 次, 提及次数为 3; 以此类推. 由表 1 可见: 决策者  $e^1$  认为在属性 1、2 下方案 1、2、3、4 类似; 决策者  $e^2$  认为在属性 2、3 下方案 2、3、4、6 类似; 决策者  $e^3$  认为从总体上看方案 2、3、4、5 类似; 决策者  $e^4$  认为在属性 2、3、4、6 下方案 2、3、4、5、6 类似.

表 1 4 位决策者对于 7 个方案给出的不完全类别偏好

决策者	$z_i$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
$e_1$	方案 1	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{14}$	$r_{15}$	$r_{16}$
	方案 2	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$	$r_{24}$	$r_{25}$	$r_{26}$
	方案 3	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{33}$	$r_{34}$	$r_{35}$	$r_{36}$
	方案 4	$r_{41}$	$r_{42}$	$r_{43}$	$r_{44}$	$r_{45}$	$r_{46}$
	方案 5	$r_{51}$	$r_{52}$	$r_{53}$	$r_{54}$	$r_{55}$	$r_{56}$
	方案 6	$r_{61}$	$r_{62}$	$r_{63}$	$r_{64}$	$r_{65}$	$r_{66}$
	方案 7	$r_{71}$	$r_{72}$	$r_{73}$	$r_{74}$	$r_{75}$	$r_{76}$
$e_2$	方案 1	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{14}$	$r_{15}$	$r_{16}$
	方案 2	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$	$r_{24}$	$r_{25}$	$r_{26}$
	方案 3	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{33}$	$r_{34}$	$r_{35}$	$r_{36}$
	方案 4	$r_{41}$	$r_{42}$	$r_{43}$	$r_{44}$	$r_{45}$	$r_{46}$
	方案 5	$r_{51}$	$r_{52}$	$r_{53}$	$r_{54}$	$r_{55}$	$r_{56}$
	方案 6	$r_{61}$	$r_{62}$	$r_{63}$	$r_{64}$	$r_{65}$	$r_{66}$
	方案 7	$r_{71}$	$r_{72}$	$r_{73}$	$r_{74}$	$r_{75}$	$r_{76}$
$e_3$	方案 1	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{14}$	$r_{15}$	$r_{16}$
	方案 2	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$	$r_{24}$	$r_{25}$	$r_{26}$
	方案 3	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{33}$	$r_{34}$	$r_{35}$	$r_{36}$
	方案 4	$r_{41}$	$r_{42}$	$r_{43}$	$r_{44}$	$r_{45}$	$r_{46}$
	方案 5	$r_{51}$	$r_{52}$	$r_{53}$	$r_{54}$	$r_{55}$	$r_{56}$
	方案 6	$r_{61}$	$r_{62}$	$r_{63}$	$r_{64}$	$r_{65}$	$r_{66}$
	方案 7	$r_{71}$	$r_{72}$	$r_{73}$	$r_{74}$	$r_{75}$	$r_{76}$
$e_4$	方案 1	$r_{11}$	$r_{12}$	$r_{13}$	$r_{14}$	$r_{15}$	$r_{16}$
	方案 2	$r_{21}$	$r_{22}$	$r_{23}$	$r_{24}$	$r_{25}$	$r_{26}$
	方案 3	$r_{31}$	$r_{32}$	$r_{33}$	$r_{34}$	$r_{35}$	$r_{36}$
	方案 4	$r_{41}$	$r_{42}$	$r_{43}$	$r_{44}$	$r_{45}$	$r_{46}$
	方案 5	$r_{51}$	$r_{52}$	$r_{53}$	$r_{54}$	$r_{55}$	$r_{56}$
	方案 6	$r_{61}$	$r_{62}$	$r_{63}$	$r_{64}$	$r_{65}$	$r_{66}$
	方案 7	$r_{71}$	$r_{72}$	$r_{73}$	$r_{74}$	$r_{75}$	$r_{76}$

定义 5 称  $n_{ij}$  是属性值  $r_{ij}$  的公共提及因子, 表示  $r_{ij}$  在不同决策者的类别偏好中被提及的次

数,  $n_{ij} = 0, 1, \dots, k, n \in N$ .

根据定义5, 决策方案表1中可以提取决策矩阵的公共提及因子如表2所示.

表2 决策矩阵的公共提及因子

$z_i$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
方案1	1	1	0	0	0	0
方案2	2	4	3	2	1	2
方案3	2	4	3	2	1	2
方案4	2	4	3	2	1	2
方案5	1	2	2	2	1	2
方案6	0	2	2	1	0	1
方案7	0	0	0	0	0	0

由于被提及的次数不同, 公共提及因子越大的属性值信息量就越大, 在决策过程中应该更加重视. 通过赋予不同的信息增益系数体现该属性值的可参照性.

**定义6** 称  $\mu$  为公共提及因子的加权系数, 属性值  $r_{ij}^p$  的信息增益系数为  $n_{ij} \times \mu$ .

加权系数  $\mu$  增强了某一属性值的信息强度,  $\mu$  越大, 信息增益系数  $n_{ij} \times \mu$  起到的作用也会越大.

根据第1.2节中语言变量的相关运算法则, 决策者  $e^p$  对方案  $z_i$  在属性  $\omega_j$  的属性值  $r_{ij}^p$  增益为

$$IG(r_{ij}^p) = (1 + n_{ij} \times \mu)r_{ij}^p. \quad (5)$$

决策者  $e^p$  对方案  $z_i$  在部分属性  $[W^p = \{\omega_{j'}^p | j = 1, 2, \dots, m'\} (W^p \subset W)$  的属性值增益为

$$IG(r_i^p) = \sum_{j=1}^{m'} (1 + n_{ij} \times \mu)r_{ij}^p. \quad (6)$$

对于被多个决策者反复提及的属性值, 一般会出现两种情况: 1) 语言信息相似, 表明不同决策者对相同方案相同属性下的判断相差无几; 2) 语言信息有较大差异. 如果公共提及部分差异性较小, 表明对于该部分多个决策者有共识, 则该部分的可参照性较强,  $\mu$  的取值应该较大; 如果公共提及部分差异性较大, 表明对于该部分多个决策者的观点存在较大差异, 则该部分的可参照性有待商榷,  $\mu$  的取值应该较小. 本文中, 利用所涉及属性值的样本数据与样本平均数的平均方差判断样本的差异性.

**定义7** 公共提及部分的决策者个数为  $k^*$ ,  $k^* \leq k$ .

**定义8** 称  $n_{ij}^{\max}$  为最大公共提及因子, 即  $n_{ij}^{\max} = \max\{n_{ij}\}$ .  $\bar{r}_{ij}^p = \frac{1}{n_{ij}^{\max}} \sum_{p=1}^{k^*} r_{ij}^p$  为最大公共提及部分的平均属性值;  $\zeta = \sum_{p=1}^{k^*} (r_{ij}^p - \bar{r}_{ij}^p)^2$  为公共提及部分的平均方差.

$\zeta$  是对公共提及部分差异性的判断, 其值的大小在语言判断信息环境下可以采用试算的方式. 对于语言标度信息  $S = \{s_i | i = -t, \dots, t\}$ , 一般  $s_0$  可以作为语言评价信息的平均值, 那么  $s_{-t}$  和  $s_t$  是波动点最大的语言标度,  $(s_{-t} - s_0)^2$  和  $(s_t - s_0)^2$  是最大波动点的方差, 根据语言变量的相关运算法则, 语言变量的最大方差为  $t^2$ .

一般地, 如果  $\zeta \leq t^2/2$ , 可以认为信息增益部分可参照性较强, 则  $\mu$  建议取值在 (0.03 ~ 0.05), 即建议加权3% ~ 5%; 如果  $\zeta > t^2/2$ , 可以认为信息增益部分可参照性较弱, 则  $\mu$  建议取值在 (0.01 ~ 0.03), 即建议加权1% ~ 3%.

### 2.2 基于信息增益的属性权重优化模型

按照案例学习的分析方法, 在群体有不完全类别偏好的决策环境下, 必须对类别偏好信息较为明确的有限样本进行研究, 进而根据样本学习的结论对方案进行排序或者分类. 按照这样的思想, 本文引入属性权重期望变动约束条件.

**定义9** 在决策者  $e^p$  给出的类别偏好下, 相同的类别偏好属性值增益相当, 即

$$\begin{cases} IG(r_1^p) \approx IG(r_2^p) \approx \dots \approx IG(r_{n'}^p), \\ i \in Z^p, j \in W^p, Z^p \subset Z, W^p \subset W. \end{cases} \quad (7)$$

引入偏差变量  $\gamma \geq 0$ , 使得同类别方案中, 任意属性值增益 (表示为  $\psi(IG(r_i^p))$ ) 两两比较要相当, 即

$$\begin{cases} 1 - \gamma \leq \frac{\psi(IG(r_i^p))}{\psi(IG(r_{i+1}^p))} \leq 1 + \gamma, \\ i = 1, 2, \dots, n' - 1, j = 1, 2, \dots, m'. \end{cases} \quad (8)$$

$\gamma$  的取值反映了有限个方案集  $Z^p$  中任意两个同类别偏好的相似程度:  $\gamma$  越大, 表示  $Z^p$  中任意两类方案的属性值增益相似精度越小, 即两类方案越不相似;  $\gamma$  越小, 表示  $Z^p$  中任意两类方案的属性值增益相似精度越大, 即两类方案越相似; 特别地, 当  $\gamma = 0$  时, 表示  $Z^p$  中任意两类方案在优劣上无差别, 即两者优劣程度完全相同.

基于综合靶心距最小思想<sup>[23]</sup> 优化属性权重, 考虑属性权重的先验主观信息, 可以建立如下规划模型 (M-1):

$$\begin{aligned} \min & \sum_{p=1}^k \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \omega_j^2 (d^2(r_{ij}^p, r_j^+) + d^2(r_j^+, r_j^-) - d^2(r_{ij}^p, r_j^-)). \\ \text{s.t.} & 1 - \gamma \leq \frac{\psi(IG(r_i^p))}{\psi(IG(r_{i+1}^p))} \leq 1 + \gamma, \\ & i = 1, 2, \dots, n' - 1, j = 1, 2, \dots, m'; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\omega_j = [\omega_j^L, \omega_j^U], \sum_{j=1}^m \omega_j = 1, j = 1, 2, \dots, m,$$

$$i = 1, 2, \dots, n, p = 1, 2, \dots, k. \quad (M-1)$$

M-1的含义是:在同类别方案中属性值增益相当的约束条件下,寻求一组适合的属性权重,以实现群综合靶心距最小的目标. M-1在可行域是有界凸包,目标函数连续且存在最大值( $\sum_{j=1}^m \omega_j \leq 1$ )的情况下有最优解,可用Lingo11.0软件求上述模型,获得属性权重向量.

### 2.3 基于灰色关联度的决策者权重测算

决策者权重可由主观权重和客观权重组成,主观权重根据决策者的能力水平、知识水平、职位高低和对决策问题的熟悉程度确定,客观权重根据个体决策者与群体的决策结果相互之间的关系确定,表述为

$$\lambda_p = \eta \lambda_p^0 + (1 - \eta) \lambda'_p. \quad (10)$$

其中: $\lambda_p^0$ 为决策者的主观权重, $\lambda'_p$ 为决策者的客观权重, $\eta(0 \leq \eta \leq 1)$ 表征了决策者权重中主观权重和客观权重的偏好程度.

灰关联分析可以获取序列间的差异信息,通过差异信息的灰关联度表征个体决策与群体决策的差异,决策关联度越大,决策者决策向量序列与群体决策向量序列的相似程度越高,表明该决策者与群体决策越趋于一致,反之,则偏离越大.通过个体信息与群体信息灰关联度的计算,将计算结果作为衡量决策者权重调整力度和方向的有效标准.

**定义10**<sup>[27]</sup>  $Z_i^p = (z_1^p, z_2^p, \dots, z_n^p)^T$ 为决策者 $e_p$ 的决策向量序列,其中

$$z_i^p = \sum_{j=1}^m r_{ij}^p \omega_j, \quad (11)$$

$\omega_j$ 使用经过模型M-1优化后的结果,是考虑了属性不完全类别偏好的属性权重向量.

**定义11**<sup>[27]</sup>  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 为群决策向量序列,其中

$$y_i = \sum_{p=1}^k \sum_{j=1}^m r_{ij}^p \omega_j \lambda_p. \quad (12)$$

通过灰关联分析可以得到决策者个体决策向量序列与群体决策向量序列的比较测度,即单个决策者与群体的决策关联系数和决策关联度.

**定义12** 决策者 $e_p$ 与群体关于方案 $z_i$ 的决策关联系数为

$$r(y_i, z_i^p) = \frac{\min_p \min_i |y_i - z_i^p| + \rho \max_p \max_i |y_i - z_i^p|}{|y_i - z_i^p| + \rho \max_p \max_i |y_i - z_i^p|}. \quad (13)$$

**定义13** 决策者 $e_p$ 与群体的决策关联系数为

$$r_p = r(y_i, z_i^p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r(y_i, z_i^p), \quad (14)$$

其中 $\rho$ 为分辨系数,且 $\rho \in [0, 1]$ ,一般取 $\rho = 0.5$ .将其归一化作为决策者的客观权重,从而对决策者的综合权重进行调整,有

$$\lambda'_p = \frac{r_p}{\sum_{p=1}^k r_p}, p = 1, 2, \dots, k. \quad (15)$$

由此,本文方法的步骤可以概括如下.

**Step 1:** 根据定义3设置群决策的正负靶心.

**Step 2:** 根据第2.1节的方法对具有类别偏好的属性值进行信息标记并计算公共提及因子 $n_{ij}$ ,表征属性值增益,计算最大公共提及部分的波动性,从而设置 $\mu$ 的取值.

**Step 3:** 根据第2.2节的方法建立模型M-1,优化属性权重 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ .

**Step 4:** 根据第2.3节的方法调整决策者的综合权重.

**Step 5:** 将属性权重代入式(1)~(5)计算方案 $z_i$ 的综合靶心距 $\varepsilon_i(i = 1, 2, \dots, n)$ ,同时依据决策者综合权重测算群决策环境下方案的排列.

## 3 算例分析

某城市拟对某块老旧区域进行更新规划,4位决策者 $e = (e^1, e^2, e^3, e^4)$ 代表政府单位、城市规划部门、房地产开发商、社会公众,按照城市规划体系提供的评价指标 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6)$ 分别在环境水平、经济发展水平、文化建设水平、投资回报率水平、交通系统指标水平、市民文化水平6个方面,对方案 $z_1 \sim z_5$ 分别给出语言评价信息(事先设定语言评估标度为 $S = \{s_{-3}, s_{-2}, s_{-1}, s_0, s_1, s_2, s_3\}$ ),不同决策者给出了不完全类别偏好信息 $\{\omega_2, \omega_3, z_2, z_3, z_4, z_5\}$ , $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, z_1, z_3\}$ , $\{\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, z_1, z_3, z_4\}$ , $\{\omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, z_1, z_3\}$ (如表3所示).对于属性权重有先验信息,属性分别在 $[0.1, 0.15]$ 、 $[0.2, 0.25]$ 、 $[0.15, 0.25]$ 、 $[0.15, 0.25]$ 、 $[0.15, 0.25]$ 、 $[0.15, 0.25]$ 范围内.下面根据本文方案确定属性权重和决策者权重,并且进行方案排序.

**Step 1** 设置群决策的正负靶心

$$r_j^+ = \{s_3, s_3, s_3, s_3, s_3\},$$

$$r_j^- = \{s_{-3}, s_{-3}, s_{-3}, s_{-3}, s_{-3}\}.$$

**Step 2** 对具有类别偏好的属性值进行信息标记,计算公共提及因子 $n_{ij}$ ,结果如表4所示.

表3 4位决策者给出的决策信息和偏好信息

决策者	类别偏好信息						
$z_i$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$	
$e_1$	$z_1$	$s_3^2$	$s_3^2$	$s_1^2$	$s_3^2$	$s_2^2$	$s_1^2$
	$z_2$	$s_{-3}^2$	$s_{-2}^2$	$s_{-1}^2$	$s_{-2}^2$	$s_0^2$	$s_{-1}^2$
	$z_3$	$s_3^2$	$s_1^2$	$s_{-1}^2$	$s_3^2$	$s_2^2$	$s_2^2$
	$z_4$	$s_1^2$	$s_2^2$	$s_{-1}^2$	$s_2^2$	$s_1^2$	$s_2^2$
	$z_5$	$s_{-2}^2$	$s_{-1}^2$	$s_{-2}^2$	$s_0^2$	$s_{-2}^2$	$s_{-1}^2$
$e_2$	$z_1$	$s_1^1$	$s_3^1$	$s_3^1$	$s_2^1$	$s_1^1$	$s_2^1$
	$z_2$	$s_{-2}^1$	$s_{-1}^1$	$s_1^1$	$s_0^1$	$s_1^1$	$s_{-1}^1$
	$z_3$	$s_1^1$	$s_1^1$	$s_{-1}^1$	$s_2^1$	$s_3^1$	$s_2^1$
	$z_4$	$s_2^1$	$s_1^1$	$s_{-1}^1$	$s_3^1$	$s_0^1$	$s_0^1$
	$z_5$	$s_{-3}^1$	$s_0^1$	$s_{-1}^1$	$s_{-2}^1$	$s_{-1}^1$	$s_{-1}^1$
$e_3$	$z_1$	$s_2^3$	$s_3^3$	$s_0^3$	$s_3^3$	$s_1^3$	$s_3^3$
	$z_2$	$s_{-3}^3$	$s_{-3}^3$	$s_{-1}^3$	$s_0^3$	$s_{-2}^3$	$s_{-1}^3$
	$z_3$	$s_2^3$	$s_1^3$	$s_1^3$	$s_2^3$	$s_2^3$	$s_1^3$
	$z_4$	$s_1^3$	$s_1^3$	$s_2^3$	$s_0^3$	$s_3^3$	$s_{-1}^3$
	$z_5$	$s_{-2}^3$	$s_{-3}^3$	$s_{-2}^3$	$s_{-1}^3$	$s_1^3$	$s_{-1}^3$
$e_4$	$z_1$	$s_3^4$	$s_2^4$	$s_4^4$	$s_3^4$	$s_3^4$	$s_1^4$
	$z_2$	$s_0^4$	$s_{-2}^4$	$s_{-3}^4$	$s_{-2}^4$	$s_{-1}^4$	$s_{-2}^4$
	$z_3$	$s_1^4$	$s_2^4$	$s_1^4$	$s_3^4$	$s_2^4$	$s_2^4$
	$z_4$	$s_1^4$	$s_1^4$	$s_{-1}^4$	$s_0^4$	$s_{-1}^4$	$s_1^4$
	$z_5$	$s_0^4$	$s_{-2}^4$	$s_{-3}^4$	$s_0^4$	$s_{-3}^4$	$s_{-1}^4$

表4 计算决策矩阵的公共提及因子 $n_{ij}$

$z_i$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	$\omega_6$
$z_1$	1	2	3	3	3	2
$z_2$	0	1	1	0	0	0
$z_3$	1	3	4	3	3	2
$z_4$	0	2	2	1	1	0
$z_5$	0	1	1	0	0	0

根据定义8,4个决策者在属性值 $r_{33}$ 下存在最大公共提及因子4.对于属性值 $r_{33}$ ,最大公共提及部分的平均属性值为

$$\overline{r_{33}^{p*}} = \frac{1}{4} \sum_{p=1}^4 r_{33}^{p*} = \frac{1}{4} \sum_{p=1}^4 (r_{33}^1 + r_{33}^2 + r_{33}^3 + r_{33}^4) = \frac{1}{4}(-1 - 1 + 1 + 1) = 0.$$

公共提及部分的平均方差为

$$\gamma = \sum_{p=1}^4 (r_{33}^{p*} - \overline{r_{33}^{p*}})^2 = (-1 - 0)^2 + (-1 - 0)^2 + (1 - 0)^2 + (1 - 0)^2 = 4.$$

公共提及部分的平均方差 $\gamma \leq 3^2/2 = 4.5$ ,故可以认为公共提及部分信息量较强, $\mu$ 建议取值在0.05.

**Step 3** 由式(5),决策者 $e^p$ 对所有方案的综合靶心距为

$$\varepsilon^1 = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^1 = (0) \times \omega_1^2 + (-48) \times \omega_2^2 + (-12) \times \omega_3^2 +$$

$$(-60) \times \omega_4^2 + (-48) \times \omega_5^2 + (-24) \times \omega_6^2,$$

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^2 =$$

$$(-24) \times \omega_1^2 + (-36) \times \omega_2^2 + (48) \times \omega_3^2 + (-72) \times \omega_4^2 + (-36) \times \omega_5^2 + (-36) \times \omega_6^2,$$

$$\varepsilon^3 = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^3 =$$

$$(-24) \times \omega_1^2 + (36) \times \omega_2^2 + (0) \times \omega_3^2 + (-48) \times \omega_4^2 + (-60) \times \omega_5^2 + (-12) \times \omega_6^2,$$

$$\varepsilon^4 = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^4 =$$

$$(-60) \times \omega_1^2 + (-12) \times \omega_2^2 + (60) \times \omega_3^2 + (-48) \times \omega_4^2 + (0) \times \omega_5^2 + (-12) \times \omega_6^2.$$

取 $\gamma = 0.03$ ,建立如下规划模型:

$$\begin{aligned} & \min(-108)\omega_1^2 + (-60)\omega_2^2 + (96)\omega_3^2 + \\ & (-228)\omega_4^2 + (-84)\omega_5^2 + (-84)\omega_6^2. \\ \text{s.t. } & 0.97 \leq \frac{-2 * \omega_2 - 1.05 * \omega_3}{1.05 * \omega_2 - 1.1 * \omega_3} \leq 1.03, \\ & 0.97 \leq \frac{1.05 * \omega_2 - 1.1 * \omega_3}{2.1 * \omega_2 - 1.1 * \omega_3} \leq 1.03, \\ & 0.97 \leq \frac{2.1 * \omega_2 - 1.1 * \omega_3}{-1 * \omega_2 - 2.1 * \omega_3} \leq 1.03; \\ & 0.97 \leq \\ & (1.05 * \omega_1 + 3.3 * \omega_2 + 3.45 * \omega_3 + 2.3 * \omega_4 + \\ & 1.15 * \omega_5 + 2.2 * \omega_6) / (2.1 * \omega_1 + \\ & 1.1 * \omega_2 - 1.2 * \omega_3 + 2.4 * \omega_4 + \\ & 3.45 * \omega_5 + 2.2 * \omega_6) \leq 1.03; \\ & 0.97 \leq \\ & \frac{3.3 * \omega_2 + 0 * \omega_3 + 2.3 * \omega_4 + 1.15 * \omega_5}{1.1 * \omega_2 + 1.2 * \omega_3 + 3.6 * \omega_4 + 2.1 * \omega_5} \leq 1.03, \\ & 0.97 \leq \\ & \frac{1.1 * \omega_2 + 1.2 * \omega_3 + 3.6 * \omega_4 + 2.1 * \omega_5}{-1.05 * \omega_2 + 2.2 * \omega_3 + 0 * \omega_4 + 3.15 * \omega_5} \leq 1.03, \\ & 0.97 \leq \\ & \frac{1.15 * \omega_3 + 3.45 * \omega_4 + 3.45 * \omega_5 + 1.1 * \omega_6}{1.2 * \omega_3 + 3.6 * \omega_4 + 2.3 * \omega_5 + 2.2 * \omega_6} \leq 1.03; \\ & \omega_1 = [0.1, 0.15], \omega_2 = [0.2, 0.25], \\ & \omega_{3,4,5,6} = [0.15, 0.25], \sum_{j=1}^m \omega_j = 1. \end{aligned}$$

求得属性权重向量为

$$\omega = (0.1, 0.2, 0.15, 0.25, 0.15, 0.15).$$

**Step 4** 由式(11)~(14)计算各个决策者与群体

的灰关联系数  $r_1 = 0.7847, r_2 = 0.8822, r_3 = 0.5888, r_4 = 0.4706$ .

$$\lambda = (0.2689, 0.2868, 0.2330, 0.2113).$$

根据式(10)和(15),取决策者主观权重  $\lambda_p^0$  值为  $0.25, \eta = 0.5$ , 计算调整后的决策者权重向量为

**Step 5** 代入式(1)~(5), 可得到方案的综合靶心距和排序如表5所示.

表5 各种情景下的方案排序和决策排序情况

情形	$z_i^p$	决策者1		决策者2		决策者3		决策者4		群体	
		综合靶心距	排序	综合靶心距	排序	综合靶心距	排序	综合靶心距	排序	综合靶心距	排序
不完全类别偏好情况下的方案排序	$z_1$	-3.61	1	-3.40	1	-2.44	3	-4.03	1	-3.3634	1
	$z_2$	-0.84	3	1.53	4	2.61	5	3.51	4	1.5627	4
	$z_3$	-2.95	2	-2.47	2	-3.16	1	-3.55	2	-2.9855	2
	$z_4$	-0.45	4	-1.59	3	-2.82	2	0.84	3	-1.0566	3
	$z_5$	2.04	5	2.85	5	1.11	4	4.2	5	2.5120	5
	决策者权重/排序		0.2689/2		0.2868/1		0.2330/3		0.2113/4		
不考虑公共提及因子和信息增益情况下的方案排序	$z_1$	-4.2	1	-4.65	1	-3.78	1	-4.92	1	-4.3768	1
	$z_2$	-0.03	4	2.4	4	3.6	5	3.6	4	2.2699	4
	$z_3$	-3.78	2	-3.42	2	-3.57	2	-4.2	2	-3.7214	2
	$z_4$	-1.26	3	-2.64	3	-2.16	3	0.15	3	-1.5499	3
	$z_5$	2.19	5	3.03	5	2.01	4	4.29	5	2.8247	5
	决策者权重/排序		0.2761/1		0.2732/2		0.2374/3		0.2133/4		
不考虑决策者偏好情况下的方案排序	$z_1$	-4.68	1	-5.13	1	-4.26	1	-4.92	1	-4.7321	1
	$z_2$	0.45	4	3.36	5	2.644	4	4.085	5	2.5830	4
	$z_3$	-3.3	2	-3.9	2	-4.05	2	-4.68	2	-3.9668	2
	$z_4$	-2.7	3	-3.12	3	-0.72	3	-0.33	3	-1.7196	3
	$z_5$	2.67	5	2.07	4	2.97	5	2.85	4	2.6475	5
	决策者权重/排序		0.2585/2		0.2411/3		0.2674/1		0.2330/4		
只考虑决策者对方案类别偏好情况下的方案排序	$z_1$	-5.04	1	-6	1	-3.81	1	-4.56	1	-4.8340	2
	$z_2$	0.54	4	3.81	5	3.21	5	3.54	5	2.7798	4
	$z_3$	-4.23	2	-4.77	2	-3.33	2	-4.02	2	-4.0806	1
	$z_4$	-3	3	-3.48	3	-1.5	3	-0.48	3	-2.0500	3
	$z_5$	3.33	5	2.79	4	2.48	4	2.85	4	2.8897	5
	决策者权重/排序		0.2478/2		0.2333/4		0.2406/3		0.2782/1		
只考虑决策者属性值偏好情况下的方案排序	$z_1$	-4.40	1	-4.79	1	-3.98	1	-4.75	1	-4.4549	1
	$z_2$	0.29	4	2.92	5	2.97	5	3.80	5	2.4685	4
	$z_3$	-3.35	2	-3.56	3	-3.71	2	-4.34	2	-3.7214	2
	$z_4$	-2.04	3	-2.84	2	-1.21	3	0.17	3	-1.5996	3
	$z_5$	2.39	5	2.40	4	2.59	4	3.34	4	2.6528	5
	决策者权重/排序		0.2486/3		0.2507/2		0.2849/1		0.2158/4		
不考虑决策者关联程度的方案排序	$z_1$	-4.2	1	-4.65	1	-3.78	1	-4.92	1	-4.3875	1
	$z_2$	-0.03	4	2.4	4	3.6	5	3.6	4	2.3925	4
	$z_3$	-3.78	2	-3.42	2	-3.57	2	-4.2	2	-3.7425	2
	$z_4$	-1.26	3	-2.64	3	-2.16	3	0.15	3	-1.4775	3
	$z_5$	2.19	5	3.03	5	2.01	4	4.29	5	2.8821	5
	决策者权重/排序		等权		等权		等权		等权		

下文分析不同情景下的结论:

1) 不考虑公共提及因子和信息增益, 重新建立 M-1 模型, 得到属性权重向量  $\omega = (0.1, 0.2, 0.15, 0.15, 0.25, 0.15)$ , 结果如表5第2部分所示. 决策者1、3对方案的排序发生了变化, 决策者权重排序也发生了变化, 充分说明在“方案-属性”不完全类别偏好决策环境下考虑公共提及信息的必要性和可行性.

2) 完全不考虑决策者方案偏好的情况. 利用本文的方法得到属性权重向量  $\omega = (0.1, 0.2, 0.15, 0.25, 0.15, 0.15)$ , 结果如表5第3部分所示. 决策者2、3、4对方案的排序发生了变化, 决策者权重排序也发生了变化, 这说明决策者由于类别的偏好不同对决策者排序、决策者方案的排序产生了影响.

3) 只考虑决策者对方案有类别偏好的情况, 即只

考虑决策者2的类别约束. 得到属性权重 $\omega = (0.15, 0.2, 0.15, 0.15, 0.2, 0.15)$ , 结果如表5第4部分所示. 决策者2、4对方案的排序发生了变化, 并且群的方案排序也发生了变化, 这说明如果只单独考虑对方案的类别偏好优化属性权重不容易被大多数决策者认可.

4) 只考虑决策者属性偏好的情况, 即只考虑决策者1、3、4的类别偏好约束. 得到属性权重 $\omega = (0.1, 0.2, 0.15, 0.21, 0.19, 0.15)$ , 结果如表5第5部分所示. 决策者2、3对方案的排序发生了变化, 虽然对群体决策排序没有产生影响, 但是本文的方法更好地考虑了专家对方案的偏好程度, 使各个方案的综合靶心距更加接近(例如排序第1和第2的方案综合靶心距在考虑属性值偏好信息和双重偏好信息两种情况下的结果分别为 $-3.3634$ 和 $-2.9855$ ,  $-4.4549$ 和 $-3.7214$ ), 这个现象说明单一的类别偏好约束条件下在方案排序时体现得没有本文约束条件下明显, 只是在本例中的影响不足以改变群决策环境下方案的排序.

5) 不考虑专家权重的调整, 取 $\mu = 0.05, \eta = 0$ , 得到属性权重 $\omega = (0.1, 0.2, 0.15, 0.15, 0.25, 0.15)$ , 结果如表5第6部分所示. 考虑专家主观权重调整后, 虽然对个体和群体决策排序没有产生影响, 但是本文方法使各方案的综合靶心距更加接近(例如最优和最劣方案的综合靶心距分别为 $-3.3634$ 和 $2.5120$ ,  $-4.3875$ 和 $2.8821$ ), 这个现象说明基于决策关联度的专家权重调整算法改变群体决策的方案排序的可能性完全存在, 同时也是合理的.

6) 由于本文提出的群体对方案有不完全类别偏好的决策方法是一种新的偏好类型, 专家给出的偏好假设条件<sup>[11-14]</sup>和决策过程中对专家偏好的分析方法<sup>[11-15]</sup>不尽相同, 从结果上直接比较较难. 从类别区分的规则、类别完整性、决策者的权重、信息不一致这4个方面比较本文方案与已有的类别偏好决策方法<sup>[11,16,19]</sup>异同, 具有表6的特征.

表6 具有类别偏好的决策方法比较

方法	类别偏好形式	类别完整性	决策者权重	信息冲突性
文献[11]	类别具有偏好强度	不完整	考虑	不考虑
文献[16]	类别用效用函数表示	完整	考虑	考虑
文献[19]	类别的级别与类别关系并存	完整	不考虑	不考虑
本文方法	直觉的类别偏好	不完整	考虑	考虑

## 4 结论

本文提出了多个决策者有属性不完全判断的语言案例决策方法, 充分考虑了不同决策者在自身专业

背景和视域范围下对方案的类别判断难度, 更好地融合了决策者的“直觉判断”. 本文设置了群决策的正负靶心, 基于案例学习的思想, 通过计算属性值的公共提及因子和信息增益系数对属性优化模型进行约束, 相较于以往的一般只考虑群体一致度决定属性权重的方法, 使决策信息利用更加充分、完整和全面. 同时, 考虑公共提及及部分可能存在的冲突性, 调整学习系数, 并且对决策者权重进行优化, 令决策偏好信息利用更加充分和合理. 本文的研究成果适用于群体对方案有不完全类别偏好的多属性决策问题, 下一步将研究多决策情景下的方案类别偏好决策问题.

## 参考文献(References)

- [1] 燕婧, 梁吉业. 混合多属性群决策中的群体一致性分析方法[J]. 中国管理科学, 2011, 19(6): 133-140.  
(Yan Q, Liang J Y. A method for consensus analysis in hybrid multiple attribute group decision making[J]. Chinese J of Management Science, 2011, 19(6): 133-140.)
- [2] Xu Z S. A method based on distance measure for interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making[J]. Information Sciences, 2010, 180(1): 181-190.
- [3] 王博, 李琼. 收费公路特许经营中的多方利益博弈分析[J]. 统计与决策, 2013, 18(16): 44-51.  
(Wang B, Li Q. Game analysis of multi benefit in concession operation of toll road[J]. Statistics and Decision, 2013, 18(16): 44-51.)
- [4] Agha S R, Jarbo M H, Matr S J. A multi-criteria multi-stakeholder industrial projects prioritization in Gaza Strip[J]. Arabian J for Science and Engineering, 2013, 38(5): 1217-1227.
- [5] Kaushal R K, Nema A K. Multi-stakeholder decision analysis and comparative risk assessment for reuse-recycle oriented e-waste management strategies: A game theoretic approach[J]. Waste Management and Research, 2013, 31(9): 881-895.
- [6] 郭亚军, 易平涛. 一种基于部分方案偏好强度的多属性决策方案[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2007, 28(12): 1782-1785.  
(Guo Y J, Yi P T. Multi-attribute decision making in view of degree of preference for part of alternatives[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2007, 28(12): 1782-1785.)
- [7] 王嵩华, 朱建军, 方志耕. 基于案例分析的语言信息灰靶决策分类模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(12): 3172-3181.  
(Wang H H, Zhu J J, Fang Z G. Grey target cluster decision method on linguistic evaluation case-based[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2013, 33(12): 3172-3181.)
- [8] 李金鹏, 岳超源, 李武. 一类基于优势关系的不完全信息多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 229-234.

- (Li J P, Yue C Y, Li W. A dominance relation-based decision making approach for multi-attribute decision making problems with incomplete information[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 229-234.)
- [9] Wang Y J. A fuzzy multi-criteria decision-making model by associating technique for order preference by similarity to ideal solution with relative preference relation [J]. *Information Sciences*, 2014, 268(1): 169-184.
- [10] 张小芝, 朱传喜. 多属性决策的广义等级偏好优序法[J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 11(1): 2852-2858. (Zhang X Z, Zhu C X. Generalized precedence order method with ranking preference for multi-attribute decision making[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2013, 11(1): 2852-2858.)
- [11] 刘佳鹏, 廖貅武, 蔡付龄. 基于案例比较信息的多准则群决策分类方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(4): 971-980. (Liu J P, Liao X W, Cai F L. Multiple criteria sorting method based on pairwise comparisons of alternatives in the group decision making context[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2014, 34(4): 971-980.)
- [12] Hiroshi T. An optimal current-control of permanent magnet synchronous motor by ILQ design method[J]. *Trans of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2002, 38(8): 718-725.
- [13] Sadaaki K, Takao F, Taro T. Quadratic stabilization of ILQ servo systems with generalized reference inputs[J]. *Trans of the Society of Instrument and Control Engineers*, 2003, 39(3): 307-309.
- [14] 孙晓东, 冯学刚. 群决策中基于判断相似度的专家聚类及群体意见集结方法[J]. *运筹与管理*, 2014, 23(1): 52-58. (Sun X D, Feng X G. Expert classification and aggregation method for group decision-making based on judgment similarity degree[J]. *Operations Research and Management Science*, 2014, 23(1): 52-58.)
- [15] Xu J P, Shen F. A new outranking choice method for group decision making under Atanassov's interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2014, 70(11): 177-188.
- [16] Guo W T, Vannam H, Yoshiteru N. An interval linguistic distribution model for multiple attribute decision making problems with incomplete linguistic information [J]. *Int J of Knowledge and Systems Science*, 2015, 6(4): 16-34.
- [17] Li M. Extension of axiomatic design method for fuzzy linguistic multiple criteria group decision making with incomplete weight information[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012(1/2/3/4): 1-17.
- [18] Liu S, Chan F, Ran W X. Multi-attribute group decision-making with multi-granularity linguistic assessment information: An improved approach based on deviation and TOPSIS[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(24): 10129-10140.
- [19] Dong Y C, Xu Y F, Yu S. Linguistic multiperson decision making based on the use of multiple preference relations[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2009, 160(5): 603-623.
- [20] Perez I J, Cabrerizo F J, Herrera V E. Group decision making problems in a linguistic and dynamic context[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(3): 1675-1688.
- [21] Xu Z S. Deviation measures of linguistic preference relations in group decision making[J]. *Omega*, 2005, 33(3): 249-254.
- [22] Xu Z S. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations[J]. *Information Sciences*, 2004, 166(1): 19-30.
- [23] 宋捷, 党耀国, 王正新, 等. 正负靶心灰靶决策模型[J]. *系统工程理论与实践*, 2010, 30(10): 1822-1827. (Song J, Dang Y G, Wang Z X, et al. New decision model of grey target with both the positive clout and the negative clout[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2010, 30(10): 1822-1827.)
- [24] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. *IEEE Trans on Inform Theory*, 1995, 41(3): 613-627.
- [25] 刘庆和, 梁正友. 一种基于信息增益的特征优化选择方法[J]. *计算机工程与应用*, 2011, 47(12): 130-132. (Liu Q H, Liang Z Y. Optimized approach of feature selection based on information gain[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2011, 47(12): 130-132.)
- [26] 段薇, 马丽, 路向阳. 基于信息增益和最小距离分类的决策树改进算法[J]. *科学技术与工程*, 2013, 13(6): 1643-1646. (Duan W, Ma L, Lu X Y. An improved algorithm of decision tree based on information gain and minimum distance classification [J]. *Science Technology and Engineering*, 2013, 13(6): 1643-1646.)
- [27] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 武汉: 科学出版社, 2003: 26. (Yue C Y. *Decision theory and method* [M]. Wuhan: Science Press, 2003: 26.)

(责任编辑: 郑晓蕾)