

# 非线性系统的模糊混合 $H_2/H_\infty$ 采样控制

杜贞斌<sup>1†</sup>, 胡寿松<sup>2</sup>

(1. 烟台大学 计算机与控制工程学院, 山东 烟台 264005; 2. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 210016)

**摘要:** 针对一类非线性系统, 提出模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制方案. 应用 T-S 模糊系统表征非线性系统, 控制器是零阶保持采样信号. 采用输入时延方法, 闭环系统转换成连续时延系统. 应用 Lyapunov-Krasovskii 函数和 Leibniz-Newton 公式, 由线性矩阵不等式给出模糊采样控制器存在的一个新充分性条件. 所提出的模糊采样控制方案在确保系统稳定意义下取得了期望的  $H_2/H_\infty$  性能. 通过卡车拖车系统实验验证了采样控制设计方案的可行性和有效性.

**关键词:** T-S 模糊系统; 采样控制; 非线性系统;  $H_2/H_\infty$  控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Fuzzy mixed $H_2/H_\infty$ sampled-data control for nonlinear systems

DU Zhen-bin<sup>1†</sup>, HU Shou-song<sup>2</sup>

(1. School of Computer Science and Control Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China; 2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A fuzzy mixed  $H_2/H_\infty$  sampled-data control scheme is proposed for nonlinear systems. A Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy system is used to approximate a nonlinear system and the control input is a sampled-data signal implemented by a zero-order holder. By using the input delay approach, the closed-loop system can be converted to be a continuous delay system. By using the Lyapunov-Krasovskii functional with Leibniz-Newton formula, a new sufficient condition for the existence of fuzzy sampled-data controller is given in terms of linear matrix inequalities(LMIs). The proposed fuzzy sampled-data control scheme achieves the anticipant  $H_2/H_\infty$  performance in the sense that the system stability is guaranteed. A computer simulated truck-trailer system is given to illustrate the effectiveness and feasibility of the sampled-data control design.

**Keywords:** T-S fuzzy system; sampled-data control; nonlinear systems;  $H_2/H_\infty$  control

## 0 引言

模糊控制方法是一种处理非线性的系统控制方法理论, 应用 T-S 模糊模型将非线性系统表征为一些简单线性子系统的加权形式<sup>[1]</sup>. 该模型为非线性系统提供了一种固定结构, 并且极大地方便了控制系统的分析和综合. 因此, 过去的十几年 T-S 模糊模型引起了学者的广泛关注, 许多重要成果也被报道.

在工程实践中, 计算机通常作为数字控制器控制连续被控系统. 数字计算机对连续测量信号进行采样和量化生成离散信号, 然后采用零阶保持产生离散控制信号, 因此在连续时间框架下包含连续时间信号和离散时间信号的控制系统称为采样控制系统. 到目前为止, 已有大量文献研究了模糊采样控制

系统的分析和综合<sup>[2-9]</sup>, 所研究的控制问题包括稳定性分析问题<sup>[2]</sup>、镇定问题<sup>[3]</sup>、 $H_\infty$  控制问题<sup>[4-5]</sup>、 $H_2$  保值控制问题<sup>[6-7]</sup>、跟踪控制问题<sup>[8]</sup>、滤波问题<sup>[9]</sup>等.

$H_\infty$  控制研究系统的抗干扰能力, 所设计的控制器要使调节误差和外部扰动的抑制系数衰减到给定最低水平.  $H_2$  控制是最优控制, 所设计的控制器要使关于系统状态和系统输入的代价函数极小. 通常, 在  $H_\infty$  控制或  $H_2$  控制中, 仅能实现单一控制性能. 在控制系统设计中, 如果控制系统同时满足  $H_\infty$  性能和  $H_2$  性能, 则系统整体性能会得到极大的改善. 因此, 在工程实践中, 为了取得满意的系统性能, 混合  $H_2/H_\infty$  控制更加具有吸引力, 因为它融合了  $H_\infty$  控制和  $H_2$  控制的优点; 另一方面, 模糊采样  $H_\infty$  控制和

收稿日期: 2016-03-10; 修回日期: 2016-07-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203320, 61403329, 61572419).

作者简介: 杜贞斌(1978—), 男, 副教授, 博士, 从事模糊控制、采样控制、时延系统等研究; 胡寿松(1937—), 男, 教授, 博士生导师, 从事容错控制等研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zhenbindu@126.com

模糊采样  $H_2$  控制被分别讨论, 其中线性矩阵不等式的维数庞大, 从而导致保守性的结果. 因此, 设计一个更加简单、容易实现、有着更大采样间隔的模糊采样控制器成为广受关注的问题, 特别是对于工程系统.

鉴于此, 本文研究了一类非线性系统的模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制问题. 应用 T-S 模糊系统表征非线性系统, 控制器为零阶保持采样信号. 采用输入时延方法和 Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论, 由线性矩阵不等式给出的稳定性条件确保了系统的稳定性. 基于所提出的模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制器, 不仅实现了次优的  $H_2$  控制性能, 而且  $H_\infty$  控制性能的抑制系数也衰减到了给定的水平. 最后, 通过卡车拖车系统实验, 表明了采样控制设计方案的可行性和有效性.

### 1 问题描述

考虑如下由 T-S 模糊系统表征的非线性动态系统:

$$R^{(i)} : \text{if } \xi_1(t) \text{ is } M_{i1}, \dots, \xi_p(t) \text{ is } M_{ip};$$

$$\text{then } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + \omega(t),$$

$$i = 1, 2, \dots, L. \quad (1)$$

其中:  $x(t)$  为系统状态向量;  $u(t) \in R^m$  为控制输入向量;  $\omega(t)$  为外部扰动; 矩阵  $A_i, B_i$  为定常适维矩阵;  $L$  是规则数;  $M_{ij}$  为模糊集;  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p$  为可量测的模糊规则的前件变量.

对局部模型 (1) 加权得到全局系统为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + \omega(t)]. \quad (2)$$

其中

$$\lambda_i(\xi(t)) = \frac{\beta_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^L \beta_i(\xi(t))},$$

$$\beta_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\xi_j(t)),$$

$M_{ij}(\cdot)$  为隶属度函数,  $\xi(t) = [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_p]^T$ . 假定对于任意的  $\xi(t)$ , 有  $\beta_i(\xi(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, L, \sum_{i=1}^L \beta_i(\xi(t)) > 0$ , 则对于任意的  $\xi(t)$ , 有  $\lambda_i(\xi(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, L, \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t)) = 1$ .

采样控制输入为如下输入时延控制:

$$u(t) = u(t_k) = u(t - (t - t_k)) = u(t - \tau(t)).$$

其中:  $u$  为零阶保持控制信号,  $t_k \leq t \leq t_{k+1}, \tau(t) = t - t_k$ , 时变时延  $\tau(t)$  是分段连续线性的,  $0 \leq \tau(t) = t - t_k, \dot{\tau}(t) = 1 (t \neq t_k)$ . 采样时刻  $t_k$  满足  $0 < t_1 < t_2 <$

$\dots < t_k < \dots$ , 采样间隔  $t_{k+1} - t_k = h_k$  的上界为  $h$ , 即  $\tau(t) \leq t_{k+1} - t_k = h_k \leq h$ .

针对模糊系统 (1), 设计如下采样控制器:

$$R^{(i)} : \text{if } \xi_1(t) \text{ is } M_{i1}, \dots, \xi_p(t) \text{ is } M_{ip};$$

$$\text{then } u(t) = K_i x(t_k), i = 1, 2, \dots, L. \quad (3)$$

其中  $K_i$  为待定反馈增益. 对式 (3) 加权得到总的采样控制器为

$$u(t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t_k)) K_i x(t_k). \quad (4)$$

采用输入时延方法, 将状态反馈控制器 (4) 改写为

$$u(t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t_k)) K_i x(t - \tau(t)). \quad (5)$$

将式 (5) 代入 (2), 得到模糊闭环系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \lambda_i(\xi(t)) \lambda_j(\xi(t_k)) [A_i x(t) + B_i K_j x(t - \tau(t)) + \omega(t)]. \quad (6)$$

考虑如下  $H_\infty$  性能:

$$\int_0^\infty x^T(t) Q_1 x(t) dt \leq \rho^2 \int_0^\infty \omega^T(t) \omega(t) dt. \quad (7)$$

其中:  $\rho$  为给定的抑制水平,  $Q_1 > 0$  根据设计预先给定.

考虑如下  $H_2$  性能:

$$J = \int_0^\infty (x^T(t) Q_2 x(t) + u^T(t) R u(t)) dt, \quad (8)$$

其中  $Q_2 > 0$  和  $R > 0$  根据设计预先给定.

设计模糊采样状态反馈控制器使得闭环系统 (6) 满足混合  $H_2/H_\infty$  性能, 即系统 (6) 在  $H_\infty$  性能 (7) 约束下最小化  $H_2$  性能 (8).

**引理 1**<sup>[10]</sup> 对于任意的对称正定常矩阵  $M \in R^{n \times n}$ , 标量  $r_1, r_2$  满足  $r_1 \leq r_2$ , 向量函数  $\varpi : [r_1, r_2] \rightarrow R^n$ , 则有如下积分不等式成立:

$$\left( \int_{r_1}^{r_2} \varpi(s) ds \right)^T M \left( \int_{r_1}^{r_2} \varpi(s) ds \right) \leq (r_2 - r_1) \int_{r_1}^{r_2} \varpi^T(s) M \varpi(s) ds.$$

**注 1** 当前模糊采样控制技术分为两类: 一类是输入时延方法, 另一类是离散化方法. 输入时延方法将采样控制器转化为时延控制器, 然后解决输入时延问题. 离散化方法将连续模型离散化, 然后解决离散时间闭环系统的稳定性问题. 本文采用输入时延方法.

### 2 模糊混合 $H_2/H_\infty$ 采样控制

本节将设计模糊采样控制器 (5), 使得闭环系统 (6) 稳定并满足混合  $H_2/H_\infty$  性能 (7) 和 (8), 设计过程如下: 首先, 分别讨论  $H_\infty$  模糊采样控制设计和  $H_2$  模

糊采样控制设计;然后,由线性矩阵不等式给出模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制的设计方法.

**2.1 模糊  $H_\infty$  采样控制**

本节讨论 T-S 模糊系统的  $H_\infty$  采样控制,给出闭环系统(6)稳定并满足  $H_\infty$  性能(7)的充分性条件.

**定理1** 对于给定的矩阵  $Q_1 > 0$ , 标量  $\rho > 0$ ,  $h > 0, \mu > 0$ , 如果存在矩阵  $\bar{P} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0$ , 使得如下线性矩阵不等式对于  $i, j = 1, 2, \dots, L$  成立:

$$\Xi_{ij} = \begin{bmatrix} \Xi_{ij11} & \Xi_{ij12} & \Xi_{ij13} & \Xi_{ij14} & 0 \\ * & \Xi_{ij22} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Xi_{ij33} & \Xi_{ij34} & 0 \\ * & * & * & \Xi_{ij44} & 0 \\ * & * & * & * & \Xi_{ij55} \end{bmatrix} < 0. \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi_{ij11} &= A_i \bar{P} + \bar{P} A_i^T + \bar{R}_1 - \bar{R}_2 + \frac{1}{\rho^2} I, \\ \Xi_{ij12} &= \bar{P}, \quad \Xi_{ij13} = B_i \bar{K}_j + \bar{R}_2, \\ \Xi_{ij14} &= \mu \bar{P} A_i^T, \quad \Xi_{ij22} = -\frac{1}{1+\mu} Q_1^{-1}, \\ \Xi_{ij33} &= -\bar{R}_2, \quad \Xi_{ij34} = \mu \bar{K}_j^T B_i^T, \\ \Xi_{ij44} &= -2\mu \bar{P} + h^2 \bar{R}_2 + \frac{\mu}{\rho^2} I, \quad \Xi_{ij55} = -\bar{R}_1. \end{aligned}$$

则存在采样控制器(4)使得闭环系统(6)有界稳定,且满足  $H_\infty$  性能(7). 反馈增益  $K_j = \bar{K}_j \bar{P}^{-1} (j = 1, 2, \dots, L)$ .

**证明** 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 函数:

$$V(x_t) = V_1(x) + V_2(x_t) + V_3(x_t).$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(x) &= x^T(t) P x(t), \\ V_2(x_t) &= \int_{t-h}^t x^T(s) R_1 x(s) ds, \\ V_3(x_t) &= h \int_{-h}^0 \int_{+\theta}^t \dot{x}^T(s) R_2 \dot{x}(s) ds d\theta, \\ P &> 0, \quad R_1 > 0, \quad R_2 > 0. \end{aligned}$$

对  $V(x_t)$  求导数可得证.  $\square$

**注2** 采用  $H_\infty$  性能(7)消除模糊系统(2)中扰动  $\omega(t)$  的影响,对于一个控制系统的整体性能而言是不够的,因此  $H_2$  控制更加具有吸引力,下一步,将考虑  $H_2$  采样控制方案.

**2.2 模糊  $H_2$  采样控制**

本节给出 T-S 模糊系统的  $H_2$  采样控制,并极小化  $H_2$  性能(8)的上界.

**定理2** 对于给定的矩阵  $Q_2 > 0, R > 0$ , 标量  $h > 0, \mu > 0$ , 如果存在矩阵  $\bar{P} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0$  使

得如下线性矩阵不等式对于  $i, j = 1, 2, \dots, L$  成立:

$$\Sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \Sigma_{ij11} & \Sigma_{ij12} & \Sigma_{ij13} & 0 & \Sigma_{ij15} & 0 \\ * & \Sigma_{ij22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Sigma_{ij33} & \Sigma_{ij34} & \Sigma_{ij35} & 0 \\ * & * & * & \Sigma_{ij44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Sigma_{ij55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{ij66} \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij11} &= A_i \bar{P} + \bar{P} A_i^T + \bar{R}_1 - \bar{R}_2, \\ \Sigma_{ij12} &= \bar{P}, \quad \Sigma_{ij13} = B_i \bar{K}_j + \bar{R}_2, \\ \Sigma_{ij15} &= \mu \bar{P} A_i^T, \quad \Sigma_{ij22} = -Q_2^{-1}, \\ \Sigma_{ij33} &= -\bar{R}_2, \quad \Sigma_{ij34} = \bar{K}_j^T, \quad \Sigma_{ij44} = -R^{-1}, \\ \Sigma_{ij55} &= -2\mu \bar{P} + h^2 \bar{R}_2, \quad \Sigma_{ij66} = -\bar{R}_1. \end{aligned}$$

则存在采样控制器(4)使得无扰动闭环系统(6)渐近稳定,且满足  $H_2$  性能(8). 反馈增益  $K_j = \bar{K}_j \bar{P}^{-1} (j = 1, 2, \dots, L)$ .

**证明** 构造如 2.1 节中的 Lyapunov-Krasovskii 函数,对其求导数可得定理 2.  $\square$

**2.3 模糊  $H_2/H_\infty$  采样控制**

**定理3** 假定对于给定的矩阵  $Q_1 > 0, Q_2 > 0, R > 0$ , 标量  $\rho > 0, h > 0, \mu > 0$ , 如果存在矩阵  $\bar{P} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0, \bar{K}_j (j = 1, 2, \dots, L)$ , 使得不等式(9)和(10)成立,则存在采样控制器(4)使得闭环系统(6)稳定,且同时满足  $H_2/H_\infty$  性能(7)和(8). 反馈增益  $K_j = \bar{K}_j \bar{P}^{-1} (j = 1, 2, \dots, L)$ .

**证明** 综合第 2.1 节和第 2.2 节的分析过程可得证.  $\square$

T-S 模糊系统混合  $H_2/H_\infty$  的采样控制问题概括为如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{P}} & x^T(0) \bar{P}^{-1} x(0); \\ \text{s.t.} & \bar{P} > 0, \bar{R}_1 > 0, \bar{R}_2 > 0, \text{式(9)和(10)}. \end{aligned} \quad (11)$$

进一步,此优化问题等价于如下次优控制问题:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{P}} & \text{Trace}(U); \\ \text{s.t.} & \text{式(11)}, \quad \begin{bmatrix} U & I \\ * & \bar{P} \end{bmatrix} > 0. \end{aligned} \quad (12)$$

设计步骤总结如下.

**Step 1:** 选择对系统(1)建模的隶属度函数和模糊规则.

**Step 2:** 给定抑制水平  $\rho > 0$ , 采样间隔上界  $h > 0$ , 标量  $\mu > 0$ . 根据设计目的选择权重矩阵  $Q_1 > 0, Q_2 > 0, R > 0$ .

Step 3: 求解不等式(9)和(10), 得到  $\bar{K}_j(j = 1, 2, \dots, L)$  和  $\bar{P}$ , 进而得到反馈增益  $K_j = \bar{K}_j \bar{P}^{-1}(j = 1, 2, \dots, L)$ .

Step 4: 减小  $\rho$ , 增加  $h$ , 重复 Step 3 直到  $\bar{K}_j(j = 1, 2, \dots, L)$  和  $\bar{P}$  无解.

Step 5: 构建模糊采样控制器(4).

注3 采用  $H_\infty$  控制<sup>[4]</sup>、 $H_2$  控制<sup>[7]</sup>、定理1和定理2的方法, 表1给出了线性矩阵不等式的维数对比结果. 其中: 系统状态  $x(t) \in R^n$ , 控制输入  $u(t) \in R^m$ . 表1表明, 所提出方法极大地约简了线性矩阵不等式的维数, 从而改进了系统性能.

表1 线性矩阵不等式维数对比

维数	$H_\infty$ 控制	定理1	$H_2$ 控制	定理2
$n = 2, m = 1$	20	10	19	11
$n = 3, m = 1$	30	15	28	16
$n = 4, m = 1$	40	20	37	21

### 3 实验算例

为验证本文提出的模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制方案的可行性和有效性, 给出卡车拖车系统的实验结果.

算例1 考虑如下卡车拖车系统<sup>[11]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -\frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t) + \frac{v\bar{t}}{lt_0}u(t) + \omega(t), \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{v\bar{t}}{Lt_0}x_1(t), \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{v\bar{t}}{Lt_0}\sin(x_2(t) + (v\bar{t}/2L)x_1(t)). \end{aligned} \quad (13)$$

其中:  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T$ ,  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  为角度,  $x_3(t)$  为位移, 外部扰动  $\omega(t)$  不确定有界, 且有

$$\begin{aligned} l &= 2.8, L = 5.5, v = -1.0, \bar{t} = 2.0, \\ t_0 &= 0.5, x_1(t) \in [-\pi/2, \pi/2], \dot{x}_1(t) \in [-3, 3], \\ \dot{x}_1(t) &\in [-3, 3], x_2(t) \in [-\pi/2, \pi/2], \dot{x}_2(t) \in [-2, 2], \\ [x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0)] &= [1.5 \ -2 \ 5]. \end{aligned}$$

应用两规则的模糊 T-S 系统表征非线性卡车拖车系统.

规则1 如果  $\theta(t) = x_2(t) + (v\bar{t}/2L)x_1(t)$  为0, 则

$$\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + w(t). \quad (14)$$

规则2 如果  $\theta(t) = x_2(t) + (v\bar{t}/2L)x_1(t)$  为  $\pi$  或  $-\pi$ , 则

$$\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + w(t). \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ \frac{v^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{v\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ \frac{v\bar{t}}{Lt_0} & 0 & 0 \\ \frac{dv^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{dv\bar{t}}{t_0} & 0 \end{bmatrix}, \\ B_1 = B_2 &= \begin{bmatrix} \frac{v\bar{t}}{lt_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \omega(t) = \begin{bmatrix} (t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, d = 10t_0/\pi. \end{aligned}$$

隶属度函数为

$$\begin{aligned} \lambda_1(\theta(t)) &= \left(1 - \frac{1}{1 + \exp(-3(\theta(t) - 0.5\pi))}\right) \times \\ &\quad \left(\frac{1}{1 + \exp(-3(\theta(t) + 0.5\pi))}\right), \\ \lambda_2(\theta(t)) &= 1 - \lambda_1(\theta(t)). \end{aligned}$$

设计如下两规则模糊采样控制器确保系统稳定性并满足  $H_2/H_\infty$  性能:

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i(\theta(t_k))K_i x(t_k).$$

当  $h = 0.31$  时, 由定理3可得最小抑制水平  $\rho = 0.0008$ . 设计参数为  $h = 0.31, \rho = 0.0008, \mu = 0.5$ . 基于定理3, 得到反馈增益

$$\begin{aligned} K_1 &= [1.4373 \ -0.5029 \ 0.0148], \\ K_2 &= [1.4373 \ -0.5029 \ 0.0148]. \end{aligned}$$

应用采样控制器控制卡车拖车系统得到状态响应  $x_1, x_2, x_3$  和控制输入  $u$  的实验结果如图1~图4所示. 图1~图3证实了系统稳定性, 图4表明了控制器采样特性.

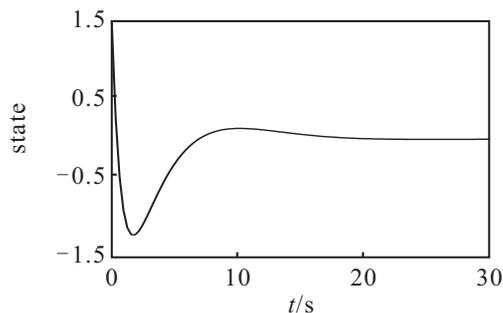


图1 状态响应  $x_1$

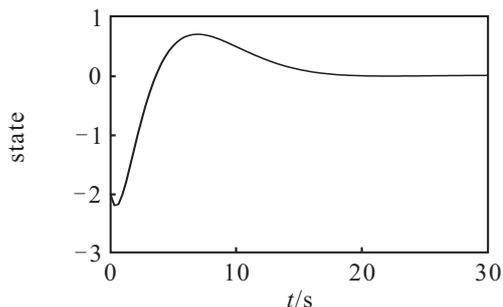
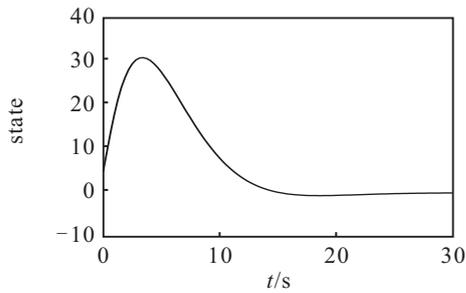
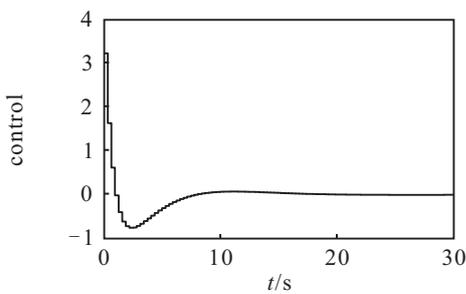


图2 状态响应  $x_2$

图3 状态响应  $x_3$ 图4 控制输入  $u$ 

由图1~图4可见,采用  $H_\infty$  控制方案中的约束条件,最小抑制水平  $\rho = 0.0008$  是不可行的,从而表明所提出的  $H_2/H_\infty$  混合采样控制方案优于已存在的  $H_\infty$  控制方法.

当  $\rho = 0.218$  时,定理3给出了最大采样间隔  $h = 1.001$ . 采用  $H_2$  控制方案中的约束条件,最大采样间隔  $h = 1.001$  是无效的,从而表明所提出的  $H_2/H_\infty$  混合采样控制方案优于已存在的  $H_2$  控制方法.

综上,实验结果表明本文所提出的采样控制设计优于已存在的设计工作.

## 4 结 论

本文讨论了非线性系统的模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制问题.由线性矩阵不等式给出系统稳定的充分性条件,以此为基础设计模糊混合  $H_2/H_\infty$  采样控制器,使得系统在  $H_\infty$  性能约束下最小化  $H_2$  性能.通过卡车拖车系统实验结果验证了采样控制设计方案的可行性和有效性.该方法推广到时延系统是下一步的研究方向.

## 参考文献(References)

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] Koo G B, Park J B, Joo Y H. Intelligent digital redesign for non-linear systems: Observer-based sampled-data fuzzy control approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(1): 1-9.
- [3] Zhu X L, Chen B, Wang Y Y, et al.  $H_\infty$  stabilization criterion with less complexity for nonuniform sampling fuzzy systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2013, 225(16): 58-73.
- [4] Yoneyama J. Robust  $H_\infty$  control of uncertain fuzzy systems under time-varying sampling[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(6): 859-871.
- [5] Kim D W, Lee H J. Direct discrete-time design approach to robust  $H_\infty$  sampled-data observer-based output-feedback fuzzy control[J]. Int J of Systems Science, 2016, 47(1): 77-91.
- [6] Yoneyama J. Robust guaranteed cost control of uncertain fuzzy systems under time-varying sampling[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(1): 249-255.
- [7] Koo G B, Park J B, Joo Y H. Guaranteed cost sampled-data fuzzy control for non-linear systems: A continuous-time Lyapunov approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(13): 1745-1752.
- [8] Hu S, Yue D, Du Z, et al. Reliable  $H_\infty$  non-uniform sampling tracking control for continuous-time non-linear systems with stochastic actuator faults[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(1): 120-129.
- [9] Ge X H, Han Q L, Jiang X F. Sampled-data  $H_\infty$  filtering of Takagi-Sugeno fuzzy systems with interval time-varying delays[J]. J Franklin Institute, 2014, 351(5): 2515-2542.
- [10] Gu K, Kharitonov V L, Chen J. Stability of time-delay system[M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [11] Tanaka K, Sano M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1994, 2(2): 119-134.

(责任编辑: 郑晓蕾)