

一类随机系统基于干扰观测器的抗干扰控制

魏新江[†], 张林青

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264025)

摘要: 针对一类带有多源干扰的随机系统, 研究其抗干扰控制问题. 针对可以由未知参数的外源系统产生, 代表频率、振幅和初相都未知的干扰, 构建随机自适应干扰观测器对其进行估计. 基于此, 结合自适应控制和随机控制的方法, 提出基于干扰观测器的抗干扰控制策略, 保证复合系统的所有信号均为均方渐近有界. 仿真结果验证了所提出方法的正确性和有效性.

关键词: 随机系统; 自适应干扰观测器; 基于干扰观测器控制; 抗干扰控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Anti-disturbance control for a stochastic systems with disturbances based on disturbance observer

WEI Xin-jiang[†], ZHANG Lin-qing

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264025, China)

Abstract: Anti-disturbance control problem is studied for a class of stochastic systems with multiple disturbances. A stochastic adaptive disturbance observer is constructed to estimate the disturbance which can be generated by a linear exogenous system with unknown parameter, and it can represent unknown frequency, amplitude and initial phase. Based on this, a disturbance observer-based anti-disturbance control scheme is proposed by combining adaptive control and stochastic control. It is guarantee that all the signals in the composite system are asymptotically bounded in mean square. Finally, simulation example is given to demonstrate the correctness and effectiveness of the proposed method.

Keywords: stochastic system; adaptive disturbance observer; disturbance observer-based control; anti-disturbance control

0 引 言

基于干扰观测器的控制 (DOBC) 是由日本学者 Nakao 等^[1] 于 1987 年提出的, 其基本思想是在频域内利用干扰观测器估计干扰, 并在前馈通道加以补偿. 随着研究的深入, Chen 等^[2] 首次提出基于时域 DOBC 的方法; Guo 等^[3] 研究了带有中立稳定干扰的多输入多输出 (MIMO) 非线性系统, 结合 DOBC 方法和常规的控制来抵消干扰, 从而保证复合闭环系统的全局稳定性. 以上方法主要针对单一干扰. 近年来, 针对多源干扰, Guo 等^[4] 提出复合分层抗干扰控制, 如复合 DOBC 和 H_∞ 控制、复合 DOBC 和滑模控制^[5]、复合 DOBC 和鲁棒自适应控制^[6] 等. 文献 [7] 将 DOBC 方法拓展到了带有多源干扰的一类随机系统, 其中多源干扰为部分信息已知的干扰和白噪声. 以上方法主要针对频率已知的干扰, 然而在实际工程

中, 频率未知的干扰更为广泛存在, 情况也变得更为复杂. 文献 [8] 研究了带有频率未知干扰的非线性系统. 然而到目前为止, 针对带有频率未知干扰的随机系统的研究还比较少.

本文针对带有干扰的一类随机系统, 基于 DOBC 方法设计随机自适应观测器, 提出了基于干扰观测器的抗干扰控制策略. 本文的主要工作有: 将目前 DOBC 与自适应控制相结合的工作拓展到一类随机系统中, 并将频率已知的干扰推广至频率未知的干扰, 进一步拓宽了干扰的描述范围.

1 问题描述

考虑如下带有多源干扰的随机系统:

$$dx(t) = x(t)dt + B_0(u(t) + D(t))dt + B_1dW(t). \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$ 和 $u \in R$ 分别是系统的状态和控制输入; $A \in R^{n \times n}$, $B_0 \in R^{n \times 1}$, $B_1 \in R^{n \times 1}$ 是系数矩阵;

收稿日期: 2016-03-23; 修回日期: 2016-08-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61374108).

作者简介: 魏新江 (1977—), 男, 教授, 从事随机控制、鲁棒控制、非线性控制等研究; 张林青 (1987—), 女, 硕士生, 从事随机控制的研究.

[†]通讯作者. E-mail: weixinjiang@163.com

$D(t) \in R$ 是未知干扰; $W(t)$ 是定义在完备概率空间 (Ω, F, P) 上的独立标准Wiener过程. 针对系统(1), 给出如下假设条件.

假设1 对于系统(1), 干扰 $D(t)$ 是有界的, 可由如下外源系统生成:

$$\begin{cases} dz(t) = Cz(t)dt, \\ D(t) = Vz(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $z \in R^m$ 是外源系统的状态; $C \in R^{m \times m}$, $V \in R^{1 \times m}$ 是未知的系数矩阵. (A, B_0) 是完全能控的, (C, V) 是完全能观测的, 矩阵 C 的所有特征根在虚轴上.

注1 在实际工程中, 模型(2)经常用来描述一大类干扰, 例如频率、振幅和初相都未知的谐波干扰.

下面给出随机系统稳定性的定义和引理.

考虑如下非线性随机微分方程(SDE):

$$\begin{aligned} dx(t) &= f(x(t), t)dt + g(x(t), t)dB(t), \\ t &\geq t_0 \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $B(t)$ 是 m 维独立标准Wiener过程; Borel可测函数 $f: R^n \times R_+ \rightarrow R^n$ 和 $g: R^n \times R_+ \rightarrow R^{n \times m}$ 是局部有界, 关于 $x \in R^n$ 是局部Lipschitz连续, 并且对所有 $t \geq 0$, 有 $f(0, t) = 0, g(0, t) = 0$.

定义1^[9] 令 $p > 0$, 若存在正常数 H , 对所有的 $(t_0, x_0) \in R_+ \times R^n$, 满足

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} E|x(t; t_0, x_0)|^p \leq H, \quad (4)$$

则称系统(3)是依 p 阶矩渐近有界的. 当 $p = 2$ 时, 称方程(3)是均方渐近有界的.

引理1^[9] 假设存在 $V \in C^{2,1}(R^n \times R_+)$, $\kappa \in K_\nu \subset K_\infty$ 和正数 p, β, λ 对于所有的 $(x, t) \in R^n \times R_+$, 满足

$$\kappa(|x|^p) \leq V(x, t), \quad LV(x, t) \leq -\lambda V(x, t) + \beta, \quad (5)$$

使得

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} E|x(t; t_0, x_0)|^p \leq \kappa^{-1}\left(\frac{\beta}{\lambda}\right), \quad (6)$$

则称系统(3)是依 p 阶矩渐近有界的.

2 主要结果

本节假设系统状态是可测量的. 设计干扰观测器估计干扰, 提出基于干扰观测器的抗干扰控制策略.

2.1 随机自适应干扰观测器

利用文献[8], 对于任意Hurwitz矩阵 $G \in R^{m \times m}$, 存在唯一常矢量 $\theta \in R^m$, 使得系统(2)表示为

$$D(t) = \theta^T \zeta(t) + \theta^T e_D(t). \quad (7)$$

其中

$$d\zeta(t) = G\zeta(t)dt + lD(t)dt, \quad (8)$$

$\zeta \in R^m$, (G, l) 是能控的, $e_D(t)$ 满足

$$de_D(t) = Ge_D(t)dt. \quad (9)$$

这里 $e_D(0) = Mz(0) - \zeta(0)$, 并且有 $\theta^T = VM^{-1}$, 矩阵 M 是如下Sylvester矩阵方程的解:

$$MC - GM = lV. \quad (10)$$

上述是将干扰 $D(t)$ 的参数 C, V 未知问题转换为常矢量 θ 未知问题. 然而, 由于 $D(t)$ 不可获得, 导致式(8)不可实现, 为此设计观测器去估计 $\zeta(t)$, 构建

$$\begin{cases} \hat{\zeta}(t) = \eta(t) + Nx(t), \\ d\eta(t) = G\eta(t)dt + (GN - NA)x(t)dt - \\ \quad NB_0u(t)dt. \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\eta(t)$ 是辅助变量, 矩阵 N 满足

$$NB_0 = l. \quad (12)$$

定义干扰估计误差 $e_\zeta = \zeta - \hat{\zeta}$, 基于式(1)、(2)、(11)和(12), 有

$$de_\zeta(t) = Ge_\zeta(t)dt - NB_1dW(t). \quad (13)$$

这里 $e_\zeta(0) = \zeta(0) - \eta(0) - Nx(0)$. 定义 $e(t) = e_D(t) + e_\zeta(t)$, 得到

$$de(t) = Ge(t)dt - NB_1dW(t), \quad (14)$$

其中 $e(0) = Mz(0) - \eta(0) - Nx(0)$. 将 $e_\zeta(t)$ 和 $e(t)$ 代入式(7), 得到未知干扰 $D(t)$ 的如下形式:

$$D(t) = \theta^T \hat{\zeta}(t) + \theta^T e(t). \quad (15)$$

设计DOBC控制器

$$u(t) = -Kx(t) - \hat{D}(t). \quad (16)$$

其中: $K \in R^{m \times n}$ 是控制增益, $\hat{D}(t) = \hat{\theta}^T \hat{\zeta}(t)$, $\hat{\theta}$ 是 θ 的估计值. 将式(15)和(16)代入(1), 得到如下闭环系统:

$$\begin{aligned} dx(t) &= \\ &Ax(t)dt + B_0(-Kx(t) + \tilde{\theta}^T \hat{\zeta}(t) + \\ &\theta^T e(t))dt + B_1dW, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$. 联立式(14)和(17), 得到如下复合系统:

$$\begin{aligned} d\bar{x}(t) &= \\ &(\bar{A} + \bar{B}_{02}\theta^{*T})\bar{x}(t)dt + \bar{B}_{01}\tilde{\theta}^T \hat{\zeta}(t)dt + \bar{B}_1dW. \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A - B_0K & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_{01} &= \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_{02} = \begin{bmatrix} 0 & B_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_1 &= \begin{bmatrix} B_1 \\ -NB_1 \end{bmatrix}, \quad \theta^{*T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \theta^T \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

注2 由方程(12)可知, 其解 N 不是唯一的, 为研究方便, 选取其中的一个解 $N = \frac{1}{B_0^T B_0} lB_0^T$.

2.2 基于干扰观测器的抗干扰控制

本节的目的是设计基于干扰观测器的抗干扰控制器,使复合系统(18)的所有信号均为均方渐近有界.

定理1 针对带有干扰(2)的随机系统(1)在满足假设1的条件下,如果存在常数 $\alpha > 0$,矩阵 $Q_1 > 0, P_2 > 0$ 和 R 满足

$$\Theta_1 := \begin{bmatrix} \Pi & B_0 \\ B_0^T & -\alpha I \end{bmatrix} < 0, \quad (19)$$

$$\Theta_2 := P_2 G + G^T P_2 + \alpha I < 0. \quad (20)$$

其中

$$\Pi = A Q_1 + Q_1 A^T - B_0 R - R^T B_0^T.$$

通过设计观测器(11)和控制器(16),选取观测增益 $N = \frac{1}{B_0^T B_0} l B_0^T$ 和控制增益 $K = R Q_1^{-1}$,并设计自适应律

$$\dot{\hat{\theta}} = 2\gamma \hat{\zeta} x^T P_1 B_0 - \sigma \hat{\theta}, \quad (21)$$

这里 $\gamma > 0, \sigma > 0$ 是要设计的参数, $P_1 = Q_1^{-1} > 0$,则复合系统(18)为均方渐近有界.

证明 考虑如下Lyapunov函数:

$$V(t) = \bar{x}^T(t) P \bar{x}(t) + \frac{\tilde{\theta}^T \tilde{\theta}}{2\gamma}. \quad (22)$$

这里 $\gamma > 0$,定义

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & k P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1^{-1} & 0 \\ 0 & k P_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (23)$$

其中 $k = \lambda_{\max}(\theta \theta^T) > 0$.由文献[10]、式(18)、(22)和(23)得

$$\begin{aligned} LV = & \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \bar{x}} [\bar{A} \bar{x}(t) + \bar{B}_{01} \tilde{\theta}^T \hat{\zeta}(t) + \bar{B}_{02} \theta^{*T} \bar{x}(t)] + \text{Tr}(\bar{B}_1^T P \bar{B}_1) = \\ & \bar{x}^T(t) [\bar{A}^T P + P \bar{A} + \theta^* \bar{B}_{02}^T P + P \bar{B}_{02} \theta^{*T}] \bar{x}(t) + \\ & 2\bar{x}^T(t) P \bar{B}_{01} \tilde{\theta}^T \hat{\zeta}(t) + \text{Tr}(\bar{B}_1^T P \bar{B}_1) + \frac{\tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}}{\gamma} \leq \\ & x^T(t) \Theta_3 x(t) + e^T \Theta_4 e(t) + \\ & 2x^T(t) P_1 B_0 \tilde{\theta}^T \hat{\zeta} - \frac{\tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}}{\gamma} + \rho = \\ & \bar{x}^T(t) \Theta \bar{x}(t) + 2x^T(t) P_1 B_0 \tilde{\theta}^T \hat{\zeta} - \frac{\tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}}{\gamma} + \rho. \quad (24) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta & := \text{diag}\{\Theta_3, \Theta_4\}; \\ \Theta_3 & = (A - B_0 K)^T P_1 + P_1 (A - B_0 K) + \\ & \quad \alpha^{-1} P_1 B_0 B_0^T P_1; \\ \Theta_4 & = k(P_2 G + G^T P_2) + \alpha k I, \alpha > 0; \\ \rho & = \text{Tr}(B_1^T P_1 B_1) - k \text{Tr}(B_1^T N^T P_2 N B_1). \quad (25) \end{aligned}$$

设计如下自适应律:

$$\dot{\hat{\theta}} = 2\gamma \hat{\zeta} x^T P_1 B_0 - \sigma \hat{\theta}. \quad (26)$$

将式(26)代入(24),得

$$LV \leq \bar{x}^T(t) \Theta \bar{x}(t) + \frac{\sigma}{\gamma} \tilde{\theta}^T \hat{\theta} + \rho. \quad (27)$$

基于式(18)、(25)和(27),由Schur补定理和矩阵的初等变换可知,存在常量 $p_1 > 0, p_2 > 0$,有

$$\begin{cases} \Theta_1 < 0 \Leftrightarrow \Theta_3 < 0 \Rightarrow \Theta_3 + p_1 I < 0, \\ \Theta_2 < 0 \Leftrightarrow \Theta_4 < 0 \Rightarrow \Theta_4 + p_2 I < 0. \end{cases} \quad (28)$$

考虑到

$$\frac{\sigma}{\gamma} \tilde{\theta}^T \hat{\theta} \leq -\frac{\sigma}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{\sigma}{2\gamma} \theta^T \theta, \quad (29)$$

基于式(22)、(27)~(29),选择函数 $k = \lambda_{\min}(P) |\bar{x}|^p$ 和正数 $p = 2$,有

$$k(|\bar{x}|^p) = \lambda_{\min}(P) |\bar{x}|^p \leq \bar{x}^T(t) P \bar{x}(t) \leq V, \quad (30)$$

$$LV \leq -aV + b. \quad (31)$$

其中

$$\begin{aligned} a & = \min \left\{ \frac{p_1}{\lambda_{\max}(P_1)}, \frac{p_2}{k \lambda_{\max}(P_2)}, \sigma \right\}, \\ b & = \frac{\sigma \theta^T \theta}{2\gamma} + \rho. \end{aligned}$$

由式(22)、(30)和(31)可得

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} E|\bar{x}(t; t_0, \bar{x}_0)|^p \leq \frac{b}{a \lambda_{\max}(P)}. \quad (32)$$

根据引理1,复合系统(18)是均方渐近有界的. \square

注3 定义 $\bar{e}(t) = D(t) - \hat{D}(t)$,则有 $\bar{e}(t) = \tilde{\theta}^T \hat{\zeta}(t) + \theta^T e(t)$.由定理1可得 $\tilde{\theta}$ 和 $e(t)$ 是均方渐近有界的,并且基于假设1和式(7),可得 $\hat{\zeta}(t)$ 是均方渐近有界的,那么 $\bar{e}(t)$ 是均方渐近有界的,则可证明 $\hat{D}(t)$ 以均方渐近有界的形式估计 $D(t)$,因此控制器(15)为DOBC控制器.

注4 由式(32)可知,通过适当地调整参数 γ ,可以令 b 相对较小,从而使复合系统状态趋于较小的界.

3 仿真算例

选取随机系统(1)的参数如下:

$$\begin{aligned} A & = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C & = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = [10 \ 0]. \end{aligned}$$

式(10)中的 G 和 l 设为

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -10 \end{bmatrix}, \quad l = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

初值设定为 $[x_1(0), x_2(0)]^T = [2, 2]^T, [\hat{\theta}_1(0), \hat{\theta}_2(0)]^T = [0, 0]^T$.根据 $\theta^T = V M^{-1}$ 和式(10),得到参考参数 $[\theta_1, \theta_2]^T = [16, 10]^T$.按照定理1,设计自适应参数 $\gamma = 50, \sigma = 0.01$,得到 $\alpha = 29.667$,

$$K = [-0.4720 \quad 1.6064], N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

仿真结果见图1~图4.

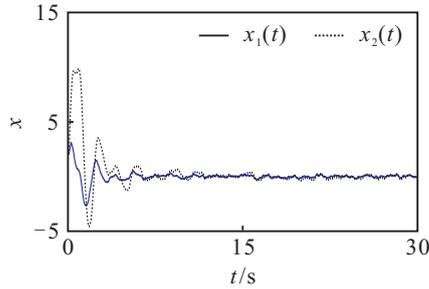


图1 系统状态响应曲线

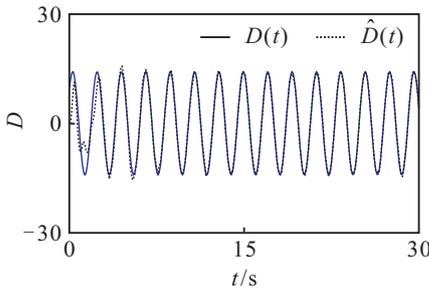


图2 干扰D(t)与其估计值D-hat(t)响应曲线

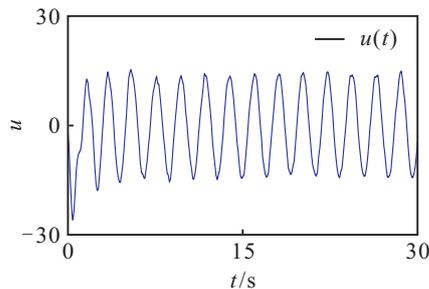
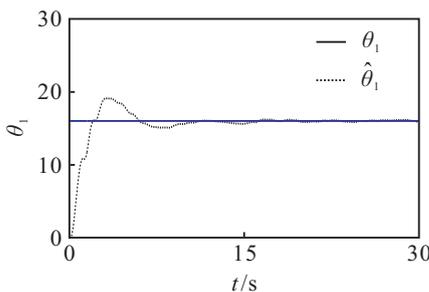
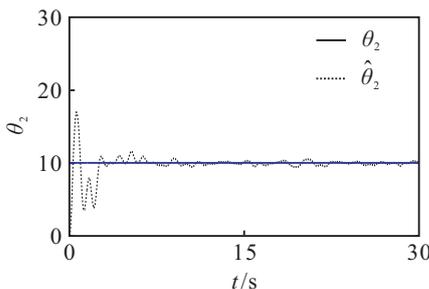


图3 控制输入曲线



(a) 参数 θ_1 与其估计值 $\hat{\theta}_1$ 的响应曲线



(b) 参数 θ_2 与其估计值 $\hat{\theta}_2$ 的响应曲线

图4 参数 θ 与其估计值 $\hat{\theta}$ 的响应曲线

从图1可以看出,系统状态在控制器 $u(t)$ 的作用下是均方渐近有界的;图2显示出 $\hat{D}(t)$ 能够在较短的时间内较好地估计外部干扰 $D(t)$;图3为控制输入曲线;从图4可以看出,自适应律 $\hat{\theta}(t)$ 在参照参数 θ 的上下波动,说明了 $\hat{\theta}(t)$ 能够有效地估计 θ .

4 结 论

本文考虑了一类随机系统的抗干扰问题,提出了基于干扰观测器的抗干扰控制方法,使复合系统达到均方渐近有界.下一步的研究工作是针对带有干扰的非线性随机系统,提出新的干扰建模方法和抗干扰控制方法.

参考文献(References)

- [1] Nakao M, Ohnishi K, Miyachi K. A robust decentralized joint control based on interference estimation[J]. Proceedings of IEEE Int Conf on Robotics and Automation, 1987, 4: 326-331.
- [2] Chen W H, Ballance D J, Gawthrop P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2000, 47(4): 932-938.
- [3] Guo L, Chen W H. Disturbance attenuation and rejection for systems with nonlinearity via DOBC approach[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2005, 15(3): 109-125.
- [4] Wei X J, Guo L. Composite disturbance-observer-based control and H_∞ control for complex continuous models[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20(1): 106-118.
- [5] Chen M, Wu Q X, Cui R X. Terminal sliding mode tracking control for a class of SISO uncertain nonlinear systems[J]. ISA Trans, 2013, 52(2): 198-206.
- [6] Wei X J, Chen N. Composite hierarchical anti-disturbance control for nonlinear systems with DOBC and fuzzy control[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24: 362-373.
- [7] Wei X J, Hamid R K, Wu Z J. Disturbance observer-based anti-disturbance control for a class of stochastic systems[J]. Automatica, 2016, 162: 105-109.
- [8] Nikiforov V. Nonlinear servocompensation of unknown external disturbance[J]. Automatica, 2001, 37(10): 1647-1653.
- [9] Mao X R, Yuan C G. Stochastic differential equations with Markovian switching[M]. London: Imperial College Press, 2006: 157-158.
- [10] Deng H, Krstic M. Stabilization of stochastic nonlinear systems driven by noise of unknown covariance[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(8): 1237-1253.

(责任编辑: 齐 霖)