

多智能体系统的旋转目标跟踪控制

陈 磊[†], 秦开宇

(电子科技大学 航空航天学院, 成都 611731)

摘 要: 介绍对一个旋转目标实现跟踪控制的多智能体系统协调控制问题. 提出一个包含领航者及多个跟随者的多智能体系统, 该领航者是一个进行匀速圆周运动的智能体, 为实现对领航者的跟踪, 设计一种能实现旋转跟踪控制的协议, 并通过李雅普诺夫方法证明协议能实现旋转目标的跟踪控制. 最后, 通过数值仿真实验验证了所设计的协议的有效性.

关键词: 多智能体系统; 旋转目标; 跟踪控制; 二阶控制协议

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Tracking control of multi-agent systems with a rotating leader

CHEN Lei[†], QIN Kai-yu

(School of Aeronautics and Astronautics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: A tracking control problem for the multi-agent systems with a rotating leader is studied. The system is a second-order multi-agent system, including followers and a leader, and the leader is an uniform circular motion agent. A control protocol is proposed for the rotating leader to track such a leader, by using the Lyapunov approach, it is proved that all the agents can follow the leader. Finally, some simulation results show the effectiveness of the proposed protocol.

Keywords: multi-agent systems; rotating leader; tracking control; second-order protocol

0 引 言

近年来,多智能体协调控制理论受到了越来越多的研究者的关注,并已被应用于多个领域,其中包括无人机协调控制^[1]、机器人编队^[2]以及多传感器融合等^[3].

跟踪控制问题作为多智能体协调控制的一种,也受到了越来越多研究者的关注.文献[4]研究了目标速度未知情况下的跟踪控制问题;文献[5]提出并分析了只有少数目标能获取一时变状态的跟踪控制问题;文献[6]研究了只通过目标位置信息实现对目标的跟踪控制;文献[7]研究了时延变化系统中的多智能体跟踪控制问题;文献[8]研究了联合联通拓扑结构下多智能体系统实现跟踪控制的问题.

机器人及智能体的旋转一致性问题作为多智能体协调控制的一种,也受到许多关注,如文献[9-10]研究了机器人平面运动旋转一致性的问题,文献[11]研究了机器人旋转编队的问题,文献[12]研究了旋转一致性的鲁棒问题.文献[9-12]主要研究了多智能体

系统的旋转一致性问题,本文在以上研究的基础上,在系统中引入一个作旋转运动的领航者,提出多智能体旋转目标跟踪控制问题.旋转目标跟踪问题存在于卫星移动、机器人巡航、无人机定点环绕侦查等领域,对此问题的研究有实际工程意义.

本文根据旋转目标的特点,提出针对旋转目标实现跟踪的控制算法,通过李雅普诺夫方法证明所设计的控制协议的可行性以及获得相关参数要求.与目前部分跟踪控制研究中需要知道目标加速度的控制协议不同,该算法只需知道目标速度和位置就能实现无误差跟踪.

1 问题描述

1.1 图 论

用图论描述多智能体之间的通讯结构.考虑一个多智能体系统,包括1个领航者(标记为 ε_0)及 n 个跟随者, n 个跟随者之间的通讯拓扑结构可以描述为一个无向图 G ,包含领航者的多智能体系统通讯拓扑

收稿日期: 2016-05-18; 修回日期: 2016-08-12.

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20130185110023).

作者简介: 陈磊(1983—),男,博士生,从事多智能系统理论、线性系统理论的研究;秦开宇(1967—),男,教授,博士生导师,从事复杂电子系统仿真、测试、验证与评估技术、空间复杂电子系统等研究.

[†]通讯作者. E-mail: chenleiuestc@126.com

结构可以描述为一个有向图 $\bar{\mathcal{G}}$. 其中: $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, E, A)$, $\mathcal{V} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n\}$ 是 n 个节点的集合, $E \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 是节点之间边界的集合, $A = [a_{ij}]$ 是加权邻接矩阵, $a_{ii} = 0$. 当节点 ε_i 与节点 ε_j 联通时, $a_{ij} = a_{ji} > 0$, 此时节点 j 被称为节点 i 的邻居, 定义为 N_i . 定义出度矩阵为

$$D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \in R^{n \times n},$$

其中 $d_i = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}, i = \{1, 2, \dots, n\}$, 则图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵为

$$L = D - A.$$

定义 $\bar{\mathcal{V}} = \mathcal{V} \cup \{\varepsilon_0\}$, 显然 \mathcal{G} 是 $\bar{\mathcal{G}}$ 的子图. 邻接矩阵表示为

$$B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n),$$

当领导者与第 i 个跟随者之间实现通讯时, $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$. 当至少有一个跟随者能与领导者进行通讯时, 称图 $\bar{\mathcal{G}}$ 是联通的.

引理1^[13] 若图 \mathcal{G} 是联通的, 则其拉普拉斯矩阵 L 满足: 1) 0是矩阵 L 中的一个特征值, 其相应的特征向量是 1_n ; 2) 矩阵 L 的另 $n - 1$ 个特征值都是正定的.

引理2^[4] 定义一个矩阵 $H, H = L + B, L$ 是图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵, B 是图 \mathcal{G} 的领航者的邻接矩阵. 若图 \mathcal{G} 是联通的, 则矩阵 H 是正定的.

1.2 问题描述

考虑一个多智能体系统, 各智能体在一个2维状态空间 R^2 , 以图1为例, 第 i 个智能体的位置为 p_i , 速度向量为 v_i , 其动态模型为

$$\begin{cases} \dot{p}_i(t) = v_i(t), & i = 1, 2, \dots, n; \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t), & i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $p_i, v_i, u_i \in R^2, u_i$ 是第 i 个智能体的控制输入.

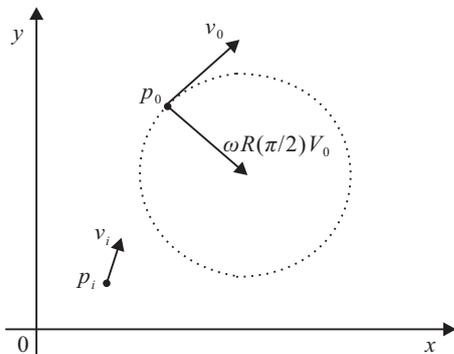


图1 智能体旋转运动示例

目标是一个以 ω 为角速度的匀速旋转的智能体, 以图1为例, 虚线是其运动轨迹, 其位置为 p_0 , 速度为

向量 v_0 , 动态模型为

$$\begin{cases} \dot{p}_0(t) = v_0(t), \\ \dot{v}_0(t) = \omega R\left(\frac{\pi}{2}\right)v_0(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $p_0, v_0 \in R^2, R\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 是向量旋转矩阵, 是对线速度向量 v 实现 90° 的旋转, $\omega R\left(\frac{\pi}{2}\right)v_0$ 是目标的向心加速度, 且有

$$R\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & \sin \frac{\pi}{2} \\ -\sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

当所有智能体的速度、位置一致时, 既 $\lim_{t \rightarrow \infty} (p_i(t) - p_0(t)) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (v_i(t) - v_0(t)) = 0$, 智能体实现了对旋转目标的跟踪.

2 控制协议设计

为了实现对本文1.2节所描述的一个旋转目标的跟踪控制, 根据目标及相邻智能体的位置与速度信息, 提出跟随者的控制协议

$$\begin{aligned} u_i(t) = & \omega R\left(\frac{\pi}{2}\right)v_i(t) - k \left[\sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(t)(p_i(t) - p_j(t)) + \right. \\ & \left. b_i(t)(p_i(t) - p_0(t)) \right] - \gamma k \left[\sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(t)(v_i(t) - \right. \\ & \left. v_j(t)) + b_i(t)(v_i(t) - v_0(t)) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $k > 0, \gamma > 1$.

为了简化系统, 设定

$$\bar{p}_i(t) = p_i(t) - p_0(t), \bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0(t). \quad (4)$$

同时, 有

$$\begin{aligned} \bar{p}(t) &= [\bar{p}_1(t), \bar{p}_2(t), \dots, \bar{p}_n(t)]^T, \\ \bar{v}(t) &= [\bar{v}_1(t), \bar{v}_2(t), \dots, \bar{v}_n(t)]^T, \\ u(t) &= [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T. \end{aligned}$$

多智能体系统(1)可写成

$$\begin{cases} \dot{\bar{p}}(t) = \bar{v}(t), \\ \dot{\bar{v}}(t) = \omega R\left(\frac{\pi}{2}\right)\bar{v}(t) - k(L_\sigma + B_\sigma) \otimes I_2 \bar{p}(t) - \\ \quad \gamma k(L_\sigma + B_\sigma) \otimes I_2 \bar{v}(t). \end{cases} \quad (5)$$

设

$$\delta(t) = \begin{bmatrix} \bar{p}(t) \\ \bar{v}(t) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

则 $\delta(t)$ 为跟踪误差, 当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = 0$ 时, 所有智能体实现了对目标的旋转跟踪. 同时, 考虑系统存在切换拓扑结构的情况, 设系统的切换信号为 σ , 则有

$$\sigma : [0, \infty) \rightarrow \mathcal{P}\{1, 2, \dots, m_*\},$$

其中 m_* 为系统拓扑结构的数量, 设定所切换的每个拓扑结构都是联通的. 根据式(6), 式(5)可写成

$$\dot{\delta}(t) = F_\sigma \delta(t), \quad (7)$$

其中

$$F_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & I_{2n} \\ -kH_\sigma \otimes I_2 & I_n \otimes \omega R\left(\frac{\pi}{2}\right) - \gamma kH_\sigma \otimes I_2 \end{bmatrix},$$

$$H_\sigma = L_\sigma + B_\sigma.$$

3 定 理

定理1 当 k, γ 满足下式时:

$$\frac{1 + \gamma \|\omega\|}{(\gamma^2 + 1)\underline{\mu}} > k > \frac{\gamma + \|\omega\|^2}{4(\gamma^2 - 1)\underline{\mu}},$$

多智能体系统(1)能实现对旋转目标的跟踪控制.

证明 根据系统(7), 设定一个李雅普诺夫方程

$$V(t) = \delta^T(t)P\delta(t), \quad P = \begin{bmatrix} \gamma I_n & I_n \\ I_n & \gamma I_n \end{bmatrix} \otimes I_2.$$

由 $\gamma > 1$ 可知 $P > 0$, 则 $V(t) > 0$.

对 $V(t)$ 求导, 可得

$$\dot{V}(t) = \delta^T(t)(F_\sigma^T P + P F_\sigma)\delta(t) = \delta^T(t)Q_\sigma \delta(t),$$

此时

$$Q_\sigma = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \otimes I_2.$$

其中

$$J_1 = -k(H_\sigma \otimes I_2 + H_\sigma^T \otimes I_2),$$

$$J_2 =$$

$$\gamma I_{2n} + I_n \otimes \omega R\left(\frac{\pi}{2}\right) - \gamma k(H_\sigma \otimes I_2 + H_\sigma^T \otimes I_2),$$

$$J_3 =$$

$$\gamma I_{2n} + I_n \otimes \omega R^T\left(\frac{\pi}{2}\right) - \gamma k(H_\sigma \otimes I_2 + H_\sigma^T \otimes I_2),$$

$$J_4 = 2I_{2n} + I_n \otimes \gamma \omega \left(R\left(\frac{\pi}{2}\right) + R^T\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) -$$

$$\gamma^2 k(H_\sigma \otimes I_2 + H_\sigma^T \otimes I_2).$$

由于所切换的每个拓扑结构都是联通的, 根据引理1和引理2, H_σ 是正定矩阵. 设 $\mu_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是矩阵 H_σ 的第 i 个特征值, 则 $\mu_i > 0$. 此外, 矩阵 Q_σ 的 $2n$ 个特征值可以写成如下形式:

$$\lambda_{i,1} = (1 + \gamma^2)k\mu_i - 1 - \|\omega\|\gamma + \sqrt{\phi},$$

$$\lambda_{i,2} = (1 + \gamma^2)k\mu_i - 1 - \|\omega\|\gamma - \sqrt{\phi}.$$

$$\phi = [(1 + \gamma^2)k\mu_i - 1 - \|\omega\|\gamma]^2 +$$

$$4k\mu_i(1 + \|\omega\|\gamma - \gamma^2 k\mu_i) +$$

$$(\gamma + \|\omega\| - 2\gamma k\mu_i)^2. \quad (8)$$

设 $\bar{\lambda}$ 为 Q_σ 的最大特征值, $\underline{\mu}$ 为矩阵 H_σ 所有特增值中的最小特征值, $\bar{\mu}$ 为矩阵 H_σ 所有特增值中的最大特征值. 由式(8)可知, 当 $\frac{1 + \gamma \|\omega\|}{(\gamma^2 + 1)\bar{\mu}} > k > \frac{\gamma + \|\omega\|^2}{4(\gamma^2 - 1)\underline{\mu}}$ 时, 矩阵 Q_σ 的最大特征值满足

$$\bar{\lambda} \leq (1 + \gamma^2)k\underline{\mu} - 1 - \|\omega\|\gamma + \frac{\sqrt{[(1 + \gamma^2)k\underline{\mu} - 1 - \|\omega\|\gamma]^2}}{4k\underline{\mu}(1 + \|\omega\|\gamma - \gamma^2 k\underline{\mu}) + (\gamma \|\omega\| - 2\gamma k\underline{\mu})^2}$$

且 $\bar{\lambda} < 0$. 此时可以得到

$$\dot{V}(t) \leq \bar{\lambda} \|\delta(t)\|^2 < 0. \quad (9)$$

现对系统的收敛性进行分析. 由于有 $(\gamma - 1) \times \|\delta(t)\|^2 \leq V(t) \leq (\gamma + 1) \|\delta(t)\|^2$, 且 $(\gamma - 1)$ 与 $(\gamma + 1)$ 分别是矩阵 P 的最小与最大特征值, 则由式(9)可以得到

$$\dot{V}(t) \leq \frac{\bar{\lambda}}{\gamma + 1} V(t), \quad (10)$$

即

$$V(t) \leq V(t_i) e^{\frac{\bar{\lambda}}{\gamma + 1}(t - t_i)}, \quad t > t_i. \quad (11)$$

由此可得

$$\|\delta(t)\|^2 \leq \|\delta(t_i)\|^2 e^{\frac{\bar{\lambda}}{\gamma + 1}(t - t_i)}, \quad t > t_i. \quad (12)$$

根据式(12), 当 $\bar{\lambda} < 0$ 时, 系统的跟踪误差满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = 0$. \square

4 数值仿真

考虑一组多智能体系统, 其包括6个跟随者(标记为1~6)及一个领航者(标记为0), 如图2所示.

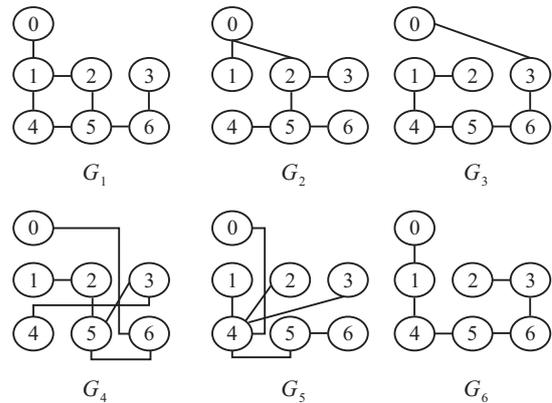


图2 多智能体系统

设定跟随者与领航者之间的通讯结构是每1秒变化一次, 顺序为 $G_1 \rightarrow G_6$. 设 $\gamma = 2$, 并根据定理1计算出 $k = 2$.

通过数值仿真得到多智能体系统跟随者与领航

者之间的位置跟踪误差、速度跟踪误差以及跟踪状态,分别如图3~图5所示。

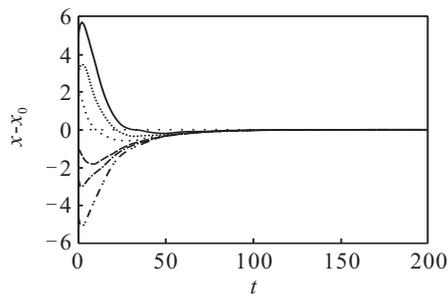


图3 位置跟踪误差

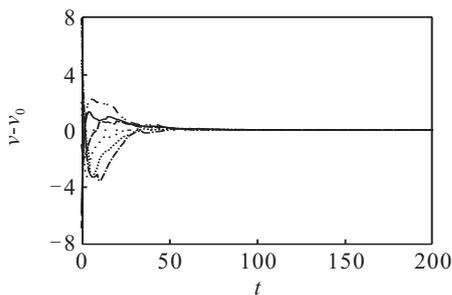


图4 速度跟踪误差

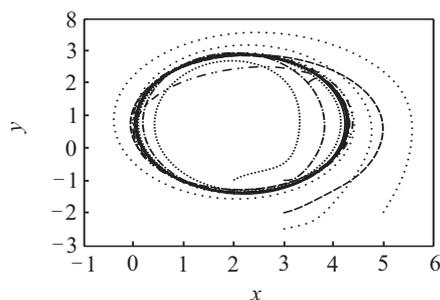


图5 跟踪状态

由图3和图4可以看出,随着时间的变化,6个跟随者与目标之间的速度跟踪误差和位置跟踪误差逐渐趋于0。由图5可以得到,6个跟随者最终实现了对旋转目标的跟踪。通过数值模拟可以验证,所设计的控制协议可以使得多智能体实现对旋转目标的跟踪控制。

5 结论

本文研究了多智能体系统的跟踪控制问题,提出了智能体对一个旋转目标实现跟踪控制的控制协议,并通过李雅普诺夫方法证明了协议的有效性并获得协议中的参数要求。通过数值仿真对整个多智能体系统进行数值模拟,得出了在本文的协议及参数要求

下,多智能体能实现对一个旋转目标的跟踪控制。

参考文献(References)

- [1] Bai He, Arcak M. Instability mechanisms in cooperative control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(1): 258-263.
- [2] Shao J, Xie G, Wang L. Leader-following formation control of multiple mobile vehicles[J]. IET Control Theory and Applications, 2006, 1(2): 545-552.
- [3] Hu Jiangping, Hu Xiaomin. Nonlinear filtering in target tracking using cooperative mobile sensors[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2041-2046.
- [4] Hong Yiguang, Hu Jiangping, Gao Lixin. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology[J]. Automatica, 2006, 42(7): 1177-1182.
- [5] Ren Wei. Multi-vehicle consensus with a time-varying reference state Systems[J]. System and Control Letters, 2007, 56(7/8): 474-483.
- [6] Hu Jiangping, Zheng Weixing. Adaptive tracking control of leader-follower systems with unknown dynamics and partial measurements[J]. Automatica, 2014, 50(5): 1416-1423.
- [7] Peng Ke, Yang Yupu. Leader-following consensus problem with a varying-velocity leader and time-varying delays[J]. Physica A, 2009, 388(388): 193-208.
- [8] Chen Lei, Qin Kaiyu, Hu Jiangping. Tracking control for second-order agents with an active leader and jointly-connected topologies[C]. The 34th Chinese Control Conf. Hangzhou: IEEE, 2015: 7374-7379.
- [9] Rodolphe Sepulchre, Derek A Paley, Naomi Ehrich Leonard. Stabilization of planar collective motion: All-to-all communication[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(5): 811-824.
- [10] Sepulchre R, Paley D A, Leonard N E. Stabilization of planar collective motion with limited communication[J]. IEEE Trans on Automatic Control. 2008, 53(3): 706-719.
- [11] Peng Lin, Yingmin Jia. Distributed rotating formation control of multi-agent systems[J]. Systems and Control Letters, 2010, 59(10): 587-595.
- [12] Li Ping, Qin Kaiyu, Shi Mengji. Distributed robust H -infinity rotating consensus control for directed networks of second-order agents with mixed uncertainties time-delay[J]. Neurocomputing, 2015, 148: 332-339.
- [13] Godsil C, Royle G. Algebraic graph theory[M]. Leeds: Springer-Verlag, 2001: 1-15.

(责任编辑: 闫妍)