

基于证据理论的偏好型直觉模糊群决策方法

陈云翔, 王攀[†], 罗承昆

(空军工程大学 装备管理与安全工程学院, 西安 710051)

摘要: 针对直觉模糊多属性群决策问题, 研究属性和专家权重的确定以及信息的集结方法. 利用直觉模糊熵确定属性客观权重, 并根据偏好信息确定合理的属性综合权重; 在属性层面区分专家权重, 将直觉模糊评价价值作为 Mass 函数, 构建证据冲突度模型确定专家权重, 并利用犹豫度加以修正, 避免综合支持度低而对方案排序影响大的专家权重过分削弱; 采用证据理论集结决策信息, 根据得分值进行方案排序. 最后通过算例分析, 验证了所提出方法的合理性和有效性.

关键词: 多属性群决策; 直觉模糊; 证据理论; 直觉模糊熵; 犹豫度

中图分类号: C93

文献标志码: A

Method for intuitionistic fuzzy group decision-making with preference based on evidence theory

CHEN Yun-xiang, WANG Pan[†], LUO Cheng-kun

(Equipment Management & Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Aiming at the intuitionistic fuzzy multi-attribute group decision-making problem, the methods of attribution-weight and expert-weight determination and information integration are proposed. The intuitionistic fuzzy entropy is used to obtain the objective weight of attribution. The attribution's subjective weight and objective weight are synthesized based on the preference information to determine the reasonable weight. In order to determine more reasonable expert-weight, diffident weight is given to diffident expert for the same attribution. The intuitionistic fuzzy value of attribution is turned into Mass function, and the method on expert-weight determination based on the evidence conflict degree is proposed. The hesitating degree is used to modify the expert's weight whose comprehensive support is low but has great influence on project ranking. The decision-making information is integrated according to evidence synthesis rules, and the score function is used to rank projects. The rationality and effectiveness of the proposed method are verified by an example.

Keywords: multi-attribute group decision-making; intuitionistic fuzzy; evidence theory; intuitionistic fuzzy entropy; hesitating degree

0 引言

在直觉模糊多属性群决策问题中, 如何确定合理的属性和专家权重并有效集结决策信息, 对备选方案的排序至关重要.

属性权重有主观和客观之分. 主观权重带有一定的主观色彩; 客观权重虽具有数学理论支撑, 但说服力不强, 同时还存在所得权重与属性实际重要程度相悖的可能. 将两者加以结合, 用于确定属性综合权重的方法得到广泛使用, 如文献[1-2]所述. 随着直觉模糊集(IFS)的提出、熵理论的发展, 直觉模糊熵^[3]成为通过直觉模糊信息获取客观权重的常用方法.

在群决策问题中, 由于专业背景存在差异, 决策专家对同种属性的把握程度不同, 且对属性在不同方案中的体现掌握程度也不一样, 因此专家权重在属性层面就应有所区分. 当前比较常见的专家权重确定方法是根据专家个体决策结果与群体之间的差别程度进行区分, 以追求评价结果的一致, 如文献[4-5]. 但是, 差别程度大的专家个体对方案排序影响程度大, 过分削弱其权重, 就会失去群体决策的意义.

直觉模糊多属性群决策的信息集结方法得到了国内外学者的广泛研究. 文献[6]构建直觉判断矩阵和残缺直觉判断矩阵进行决策分析; 文献[7]采用有

收稿日期: 2016-04-17; 修回日期: 2016-08-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(1524032); 陕西省自然科学基金项目(2014JQ2-7045).

作者简介: 陈云翔(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事装备管理与决策、装备维修保障等研究; 王攀(1990-), 男, 博士生, 从事装备管理与决策、装备维修保障的研究.

[†]通讯作者. E-mail: wangpan817916@163.com

序加权平均算子进行信息综合;文献[8]针对直觉梯形模糊信息,利用改进的逼近于理想解法进行决策分析.学者对于将证据理论应用于直觉模糊信息集结也有所研究:文献[9]利用证据理论,对5类直觉模糊偏好信息进行了合成;文献[10]将直觉模糊集转化为证据进行信息集结.但文献[9]和文献[10]构造的Mass函数都没有考虑犹豫度,不能较好地反映直觉模糊数的本质特性.

本文在专家给定属性主观权重且属性评价采用直觉模糊数描述的前提下,提出了合理的属性和专家权重确定方法,以及信息集结方法.首先,针对直觉模糊熵在隶属度和非隶属度相等的情况下会失效的问题,利用改进的直觉模糊熵计算属性客观权重;同时,为缓解主、客观权重间的冲突,根据主观偏好进行线性加权综合,获得较合理的属性权重.其次,在专家权重确定方面,根据证据理论,将专家关于属性的直觉模糊评价转化为Mass函数,构建证据冲突度模型描述不同属性下不同专家之间的证据冲突,通过综合支持度进行专家赋权;同时,为防止综合支持度低而对方案排序影响大的专家权重过分削弱,利用犹豫度加以修正.最后,采用证据合成规则集结信息,所得直觉模糊数根据得分函数进行方案排序.

1 预备知识

1.1 直觉模糊集

定义1^[11] 设 X 是一个给定的论域,若存在以下映射关系: $\mu_A : X \rightarrow [0, 1], \nu_A : X \rightarrow [0, 1]$,使得 $x \in X \rightarrow \mu_A(x) \in [0, 1]$ 和 $x \in X \rightarrow \nu_A(x) \in [0, 1]$,且 $\forall x \in X$,满足 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$,则称 A 为 X 上的一个直觉模糊集,记为

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \},$$

其中 $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 分别为 x 属于 A 的隶属度和非隶属度,两者之间的差异程度 $f_A(x) = 1 - |\mu_A(x) - \nu_A(x)|$ 反映直觉模糊集的模糊性.

x 属于 A 的隶属度、非隶属度和犹豫度构成直觉模糊数 $(\mu_A(x), \nu_A(x), \pi_A(x))$.

1.2 直觉模糊熵

定义2^[3] 设 A 和 B 为直觉模糊集,对于 X 上所有直觉模糊集IFS(X)存在的映射 $E: \text{IFS}(X) \rightarrow [0, 1]$ 称为直觉模糊熵,如 E 满足下列条件:

- 1) $E(A) = 0 \Leftrightarrow A$ 为非模糊集.
- 2) $E(A) = 1 \Leftrightarrow \forall x \in X, \mu_A(x) = \nu_A(x) = 0$.
- 3) $\forall x \in X$,若 $\pi_A(x) = \pi_B(x)$ 且 $f_A(x) \leq f_B(x)$,则 $E(A) \leq E(B)$;若 $f_A(x) = f_B(x)$ 且 $\pi_A(x) \leq \pi_B(x)$,则 $E(A) \leq E(B)$.
- 4) $E(A) = E(A^C)$.

1.3 证据理论

定义3^[10] 设 Θ 为识别框架,若集函数 $m : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 满足 $m(\phi) = 0$ 且 $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$,则称函数 m 为 Θ 上的Mass函数.若 $A \subseteq \Theta$,且 $m(A) > 0$,则称 A 为焦点.

定义4^[9] 设 Θ 为识别框架, m 为识别框架 Θ 上的Mass函数, $\forall A, B \subseteq \Theta$,则称由 $\text{Bel}(A) : \sum_{B \subseteq A} m(B)$ 所定义的函数 $\text{Bel}: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 为 Θ 上的信任函数.

定义5^[9] 设 $\text{Bel}_1, \text{Bel}_2, \dots, \text{Bel}_n$ 为同一识别框架 Θ 的信任函数, m_1, m_2, \dots, m_n 为对应的Mass函数,有

$$[m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n](A) = \begin{cases} 0, & A = \phi; \\ \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = A} m_1(A_1)m_2(A_2) \dots m_n(A_n)}{1 - k}, & \\ A \neq \phi. \end{cases} \quad (1)$$

其中 k 为冲突系数,且

$$k = \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \phi} m_1(A_1)m_2(A_2) \dots m_n(A_n). \quad (2)$$

2 属性权重确定

2.1 问题描述

对于 n 个备选方案 $x_j(j = 1, 2, \dots, n)$ 构成的方案集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,由 K 名专家 $P_k(k = 1, 2, \dots, K)$ 组成的决策群对 n 个方案的 m 个属性 $o_i(i = 1, 2, \dots, m)$ 组成属性集 $O = \{o_1, o_2, \dots, o_m\}$ 进行评价.

专家 P_k 对方案 x_j 关于属性 o_i 的评价采用直觉模糊数 $d_{ij}^k = \langle \mu_{ij}^k, \nu_{ij}^k, \pi_{ij}^k \rangle$ 描述, μ_{ij}^k 为专家 P_k 对方案 x_j 关于属性 o_i 的满意程度, ν_{ij}^k 为不满意程度, π_{ij}^k 为不确定程度,则专家 P_k 的直觉模糊集决策矩阵 $D^k = (d_{ij}^k)_{m \times n}$ 为

$$D^k = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \begin{matrix} o_1 \\ o_2 \\ \vdots \\ o_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \langle \mu_{11}^k, \nu_{11}^k, \pi_{11}^k \rangle & \langle \mu_{12}^k, \nu_{12}^k, \pi_{12}^k \rangle & \dots & \langle \mu_{1n}^k, \nu_{1n}^k, \pi_{1n}^k \rangle \\ \langle \mu_{21}^k, \nu_{21}^k, \pi_{21}^k \rangle & \langle \mu_{22}^k, \nu_{22}^k, \pi_{22}^k \rangle & \dots & \langle \mu_{2n}^k, \nu_{2n}^k, \pi_{2n}^k \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mu_{m1}^k, \nu_{m1}^k, \pi_{m1}^k \rangle & \langle \mu_{m2}^k, \nu_{m2}^k, \pi_{m2}^k \rangle & \dots & \langle \mu_{mn}^k, \nu_{mn}^k, \pi_{mn}^k \rangle \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

根据Mass函数定义,将专家 P_k 对方案 x_j 关于属性 o_i 的直觉模糊评价值 $d_{ij}^k = \langle \mu_{ij}^k, \nu_{ij}^k, \pi_{ij}^k \rangle$ 作为证据信息,将 π_{ij}^k 作为识别框架 Θ 的不确定性程度,构建Mass函数为

$$m_{ij}^k(A) = \mu_{ij}^k, m_{ij}^k(B) = \nu_{ij}^k, m_{ij}^k(\Theta) = \pi_{ij}^k.$$

2.2 属性客观权重的确定

IFS 发展了 Zadeh 教授提出的模糊集,熵理论也得到了进一步拓展. Burillo 等^[12]于 1996 年提出直觉模糊熵的概念后,直觉模糊熵的公理化定义及公式构造形式得到不断地改进和完善. 文献[13]通过仿真实验对比分析了基于几何距离、不确定性、相似度量和犹豫度等 4 个不同直觉模糊熵之间的差异性;文献[14]和文献[15]在分析现有直觉模糊熵定义和公式缺陷的基础上进行改进,提出了新的度量方法,并证明了全面性和合理性.

文献[10]采用直觉模糊熵计算属性权重,但是在隶属度和非隶属度相等的情况下无法有效区分,不够完善. 如:存在两组直觉模糊数 $a = \langle 0.43, 0.43, 0.14 \rangle$ 和 $b = \langle 0.39, 0.39, 0.22 \rangle$. 由文献[10]的方法可得, $E(a) = E(b) = 1$. 但是,由于 $\pi_a = 0.14 < 0.22 = \pi_b$, 得到 $E(a) < E(b)$. 前后矛盾.

为了避免上述失效问题,本文采用文献[14]中所构造的直觉模糊熵公式计算属性的客观权重

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1 - (\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i))^2 + 2\pi_A^2(x_i)}{2 - (\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i))^2 + \pi_A^2(x_i)}. \quad (3)$$

根据式(3),由专家 P_k 评价值所确定属性 o_i 的直觉模糊评价值的熵为

$$E_i^k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1 - (\mu_{ij}^k - \nu_{ij}^k)^2 + 2(\pi_{ij}^k(x_i))^2}{2 - (\mu_{ij}^k - \nu_{ij}^k)^2 + (\pi_{ij}^k(x_i))^2}, \quad (4)$$

则由专家 P_k 评价值所确定的属性 o_i 的客观权重可以表示为

$$\omega_i^k = (1 - E_i^k) / \sum_{i=1}^m (1 - E_i^k). \quad (5)$$

2.3 属性综合权重的确定

在实际直觉模糊决策问题中,可能出现这种情况:根据专家关于属性的直觉模糊评价值,采用直觉模糊熵获得的客观权重与专家给出的主观权重不一致,甚至相违背,造成评价结果的不稳定,失去准确决策的意义. 因此,为了有效缓解两者之间的矛盾,根据

决策者主观偏好,通过折衷系数加以综合. 最终,获得属性 o_i 在专家 P_k 评价下的综合权重为

$$\bar{\omega}_i^k = \varepsilon \omega_i^{k'} + \eta \omega_i^k. \quad (6)$$

其中: $\omega_i^{k'}$ 为主观权重, ω_i^k 为客观权重; ε, η 为折衷系数,且 $0 \leq \varepsilon \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1, \varepsilon + \eta = 1$. ε, η 的值根据决策者意愿确定,若看重主观判断,则取 $0.5 \leq \varepsilon \leq 1$; 若偏向客观判断,则取 $0.5 \leq \eta \leq 1$; 如无偏好,则取 $\varepsilon = \eta = 0.5$.

决策专家地位平等,通过线性平均,获得属性集的综合权重向量为

$$W_i = [\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \dots, \bar{\omega}_i],$$

其中

$$\bar{\omega}_i = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^k \bar{\omega}_i^k. \quad (7)$$

3 专家权重确定

3.1 基于证据冲突度的专家权重计算

由于专家之间知识背景的不同,关于方案对于同一属性,不同专家的把握程度不同,因此同一属性针对不同专家应赋予不同的权重. 采用证据理论确定专家权重的核心思想是,根据不同专家之间意见的差异或冲突程度,赋予不同的权重. 冲突程度较小,即综合支持程度较高的专家分配较高的权重;反之,削弱权重. 对证据冲突程度的度量主要有冲突系数和距离. 两种度量方法的出发点有所不同:第 1 种反映相异信息间的矛盾程度;第 2 种反映相似信息间的差异大小. 在专家权重的确定过程中,若单独采用其中一种方法存在片面性,因此,本文结合两种度量方法,构建证据冲突度^[9,16]计算模型,度量证据信息的冲突程度,进而确定专家权重.

定义 6^[15] 设识别框架 Θ 上有两个 Mass 函数 m_1 和 m_2 ,两者之间的距离可以表示为

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle)}, \quad (8)$$

其中

$$\langle m_1, m_2 \rangle = \sum_{i=1}^{2^N} \sum_{j=1}^{2^N} m_1(A_i) m_2(B_j) \frac{|A_i \cap B_j|}{|A_i \cup B_j|}, \quad (9)$$

$|\cdot|$ 为集合中元素个数.

对于方案 x_j 关于属性 o_i ,专家 P_k 与专家 P_l 之间的证据冲突度为

$$c_{kl}^{ij} = \begin{cases} 0, & \forall \theta \in 2^\Theta, m_k(\theta) = m_l(\theta); \\ 1, & (\cup A_k) \cap (\cup B_l) = \phi, \text{ where } (m_k(A_k) > 0) \text{ and } (m_l(B_l) > 0); \\ \sqrt{\frac{k_{kl}^{ij} + d_{kl}^{ij}}{2}}, & (\cup_{\theta \in \Theta} (\arg \max(\text{Bet} P_{m_k}(\theta)))) \cap (\cup_{\theta \in \Theta} (\arg \max(\text{Bet} P_{m_l}(\theta)))) = \phi; \\ \frac{k_{kl}^{ij} + d_{kl}^{ij}}{2}, & \text{else.} \end{cases} \quad (10)$$

其中 k_{kl}^{ij} 和 d_{kl}^{ij} 分别为专家 P_k 与专家 P_l 对于方案 x_j 关于属性 o_i 的证据信息间冲突系数和距离; θ 为识别框架 Θ 上的任一假设; $\arg \max_{\theta \in \Theta} (\text{Bet} P_m(\theta))$ 为识别框架 Θ 上的最大支持假设.

由于方案之间重要程度相同,可以得到关于属性 o_i , 专家 P_k 与专家 P_l 之间的证据冲突度为

$$cf_{kl}^i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n cf_{kl}^{ij}, \quad (11)$$

则专家 P_k 关于属性 o_i 的权重表示为

$$\phi_k^i = \frac{\sum_{l=1, l \neq k}^K (1 - cf_{kl}^i)}{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K (1 - cf_{kl}^i)}. \quad (12)$$

3.2 基于犹豫度的专家权重修正

基于证据冲突度的专家权重确定方法,其本质还是通过判断专家个体决策结果与群体决策结果之间的偏离程度进行区分. 类似方法往往带有一定的片面性,即为追求结果的一致性,削弱综合支持度低的专家权重. 而综合支持度低的专家,其决策结果对方案排序的影响程度较大. 专家对属性评价的犹豫度反映了其对该属性信息的把握程度,犹豫度小,说明该专家对属性的了解程度高,应赋予较大的权重. 文献[17]为合理确定不同属性中各专家权重,提出一种根据非犹豫度进行精确加权的方法,并验证该方法的单调性和尺度不变性,给出了利用非犹豫度确定专家权重的有效性. 结合上述方法,为有效防止专家权重的过分削弱,本文根据不同专家关于属性的直觉模糊评价中犹豫度的大小对同种属性下不同专家的权重加以修正.

对于一组直觉模糊数 $\alpha_i = (\mu_i, \nu_i, \pi_i), i = 1, 2, \dots, n$, 根据犹豫度 π_i 进行加权,得到的权重向量为

$$\varphi_i = (1 - \pi_i) / \sum_{i=1}^n (1 - \pi_i). \quad (13)$$

对于方案 x_j 关于属性 o_i 由专家给出的直觉模糊数组 $d_k^{ij} = \langle \mu_k^{ij}, \nu_k^{ij}, \pi_k^{ij} \rangle$, 由式(13)可得专家 P_k 对于方案 x_j 关于属性 o_i 的修正权重 φ_k^{ij} , 通过线性平均获得专家 P_k 关于属性 o_i 的修正权重 φ_k^i , 则专家 P_k 关于属性 o_i 最终权重为

$$\psi_k^i = \frac{\phi_k^i + \varphi_k^i}{2}. \quad (14)$$

4 决策信息集结

4.1 基于证据权的证据信息修正

采用合成规则进行证据信息合成之前,必须保证每条证据信息处于相同的重要程度. 考虑到信息的

不可靠性造成的证据之间重要程度的差异,需要进行修正. 本文采用证据权^[18]对 Mass 函数进行修正,确保证据信息的同等地位.

定义7 设识别框架 Θ 有 n 条证据 e_1, e_2, \dots, e_n , 对应 Mass 函数为 $m_1, m_2, \dots, m_n, \alpha(m_i)$ 为第 i 条证据的综合支持度或重要程度,若 $\alpha(m_j) = \max_{1 \leq i \leq n} \{\alpha(m_i)\}$, 则称 e_j 为关键证据. 其他证据关于 e_j 的证据权为

$$\gamma_i = \frac{\alpha(m_i)}{\alpha(m_j)}, \quad (15)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, n$.

根据证据权相关算法,对 Mass 函数进行修正:

$$\begin{cases} m'_i(A) = \gamma_i m_i(A), \\ m'_i(\Theta) = 1 - \sum_{i=1}^n m'_i(A), \\ \forall A \in 2^\Theta, A \neq \Theta. \end{cases} \quad (16)$$

4.2 证据信息合成

Step 1: 针对属性 o_i , 利用证据权修正专家权重. 修正后得到专家 P_k 对方案 x_j 关于属性 o_i 的 Mass 函数为

$$\begin{aligned} \hat{m}_{ij}^k(A) &= \lambda_k m_{ij}^k(A), \\ \hat{m}_{ij}^k(B) &= \lambda_k m_{ij}^k(B), \\ \hat{m}_{ij}^k(\Theta) &= 1 - \hat{m}_{ij}^k(A) - \hat{m}_{ij}^k(B). \end{aligned}$$

其中

$$\lambda_k = \frac{\psi_k^i}{\psi_{\max}^i}, \quad (17)$$

$$\psi_{\max}^i = \max(\psi_1^i, \psi_2^i, \dots, \psi_k^i). \quad (18)$$

Step 2: 针对属性 o_i , 根据证据合成规则,合成所有专家,得到方案 x_j 关于属性 o_i 的 Mass 函数矩阵为

$$\hat{M}_{ij} = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & \cdots & x_j \\ \begin{matrix} o_1 \\ o_2 \\ \vdots \\ o_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \hat{m}_{11} & \hat{m}_{12} & \cdots & \hat{m}_{1j} \\ \hat{m}_{21} & \hat{m}_{22} & \cdots & \hat{m}_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{m}_{m1} & \hat{m}_{m2} & \cdots & \hat{m}_{mj} \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Step 3: 针对方案 x_j , 利用证据权修正属性权重, 得到修正后方案 x_j 关于属性 o_i 的 Mass 函数为

$$\begin{aligned} m_{ij}(A) &= \beta_i \hat{m}_{ij}(A), \\ m_{ij}(B) &= \beta_i \hat{m}_{ij}(B), \\ m_{ij}(\Theta) &= 1 - \hat{m}_{ij}(A) - \hat{m}_{ij}(B). \end{aligned}$$

其中

$$\beta_i = \frac{\bar{\omega}_i^k}{\bar{\omega}_{\max}^k}, \quad (19)$$

$$\bar{\omega}_{\max}^k = \max(\bar{\omega}_1^k, \bar{\omega}_2^k, \dots, \bar{\omega}_m^k). \quad (20)$$

Step 4: 针对方案 x_j , 根据证据合成规则, 合成所有属性, 得到方案 x_j 的Mass函数矩阵为

$$M_j = \begin{matrix} & m_j(A) & m_j(B) & m_j(\Theta) \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} & \left[\begin{matrix} \langle \mu_1, \nu_1, \pi_1 \rangle \\ \langle \mu_2, \nu_2, \pi_2 \rangle \\ \vdots \\ \langle \mu_n, \nu_n, \pi_n \rangle \end{matrix} \right] \end{matrix}.$$

Step 5: 根据得分函数 $S_j = \mu_j - \nu_j$ 和精确函数 $H_j = \mu_j + \nu_j$ 进行方案排序^[11].

5 算例分析

为了有效解决当前飞机修理备件筹措与供应困难的问题, 提升飞机基地级维修保障能力, 满足未来航空装备精确化修理的发展需要, 需进行备件供应商的选择合作.

假设某飞机大修厂需要订购一批修理备件, 目前有6家备件供应商 $x_j (j = 1, 2, \dots, 6)$ 生产相关备件, 挑选一家进行合作. 现邀请4名专家, 通过调查分析, 即属性 $o_i (i = 1, 2, 3, 4)$ (选取4个评价指标: 质量(o_1)、成本(o_2)、交货时间(o_3)、服务态度(o_4)), 进行选择. 通过打分, 确定专家关于4个属性的主观权重, 见表1. 专家给出每家供应商关于属性的直觉模糊评价价值, 具体数据见表2~表5.

表1 属性的主观权重

属性	专家			
	P_1	P_2	P_3	P_4
o_1	0.45	0.35	0.50	0.40
o_2	0.20	0.10	0.15	0.35
o_3	0.25	0.30	0.30	0.15
o_4	0.10	0.25	0.05	0.10

表2 专家 P_1 属性的直觉模糊评价价值

属性	专家					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
o_1	$\langle 0.80, 0.11, 0.09 \rangle$	$\langle 0.75, 0.12, 0.13 \rangle$	$\langle 0.60, 0.31, 0.09 \rangle$	$\langle 0.78, 0.10, 0.12 \rangle$	$\langle 0.76, 0.10, 0.14 \rangle$	$\langle 0.57, 0.22, 0.23 \rangle$
o_2	$\langle 0.75, 0.15, 0.10 \rangle$	$\langle 0.73, 0.12, 0.15 \rangle$	$\langle 0.56, 0.19, 0.25 \rangle$	$\langle 0.84, 0.12, 0.04 \rangle$	$\langle 0.62, 0.29, 0.09 \rangle$	$\langle 0.65, 0.30, 0.05 \rangle$
o_3	$\langle 0.47, 0.30, 0.23 \rangle$	$\langle 0.65, 0.15, 0.20 \rangle$	$\langle 0.77, 0.16, 0.07 \rangle$	$\langle 0.48, 0.39, 0.13 \rangle$	$\langle 0.77, 0.08, 0.15 \rangle$	$\langle 0.63, 0.28, 0.09 \rangle$
o_4	$\langle 0.60, 0.35, 0.05 \rangle$	$\langle 0.55, 0.07, 0.38 \rangle$	$\langle 0.53, 0.20, 0.27 \rangle$	$\langle 0.70, 0.18, 0.12 \rangle$	$\langle 0.53, 0.23, 0.24 \rangle$	$\langle 0.55, 0.29, 0.16 \rangle$

表3 专家 P_2 属性的直觉模糊评价价值

属性	专家					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
o_1	$\langle 0.75, 0.16, 0.09 \rangle$	$\langle 0.58, 0.34, 0.08 \rangle$	$\langle 0.85, 0.05, 0.10 \rangle$	$\langle 0.79, 0.10, 0.11 \rangle$	$\langle 0.68, 0.18, 0.14 \rangle$	$\langle 0.68, 0.21, 0.11 \rangle$
o_2	$\langle 0.80, 0.14, 0.06 \rangle$	$\langle 0.58, 0.32, 0.10 \rangle$	$\langle 0.60, 0.32, 0.08 \rangle$	$\langle 0.84, 0.12, 0.04 \rangle$	$\langle 0.56, 0.29, 0.15 \rangle$	$\langle 0.64, 0.29, 0.07 \rangle$
o_3	$\langle 0.33, 0.47, 0.20 \rangle$	$\langle 0.80, 0.16, 0.04 \rangle$	$\langle 0.65, 0.20, 0.15 \rangle$	$\langle 0.51, 0.43, 0.06 \rangle$	$\langle 0.71, 0.13, 0.16 \rangle$	$\langle 0.64, 0.27, 0.09 \rangle$
o_4	$\langle 0.40, 0.35, 0.25 \rangle$	$\langle 0.65, 0.15, 0.20 \rangle$	$\langle 0.75, 0.20, 0.05 \rangle$	$\langle 0.70, 0.19, 0.11 \rangle$	$\langle 0.53, 0.27, 0.20 \rangle$	$\langle 0.63, 0.20, 0.17 \rangle$

表4 专家 P_3 属性的直觉模糊评价价值

属性	专家					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
o_1	$\langle 0.78, 0.10, 0.12 \rangle$	$\langle 0.64, 0.26, 0.10 \rangle$	$\langle 0.82, 0.08, 0.10 \rangle$	$\langle 0.55, 0.36, 0.09 \rangle$	$\langle 0.80, 0.13, 0.07 \rangle$	$\langle 0.47, 0.37, 0.26 \rangle$
o_2	$\langle 0.84, 0.11, 0.05 \rangle$	$\langle 0.67, 0.21, 0.12 \rangle$	$\langle 0.55, 0.41, 0.04 \rangle$	$\langle 0.83, 0.15, 0.02 \rangle$	$\langle 0.66, 0.27, 0.07 \rangle$	$\langle 0.60, 0.31, 0.09 \rangle$
o_3	$\langle 0.43, 0.46, 0.11 \rangle$	$\langle 0.75, 0.06, 0.19 \rangle$	$\langle 0.62, 0.30, 0.08 \rangle$	$\langle 0.54, 0.33, 0.13 \rangle$	$\langle 0.75, 0.08, 0.17 \rangle$	$\langle 0.65, 0.26, 0.09 \rangle$
o_4	$\langle 0.62, 0.17, 0.21 \rangle$	$\langle 0.49, 0.08, 0.43 \rangle$	$\langle 0.76, 0.10, 0.14 \rangle$	$\langle 0.72, 0.15, 0.13 \rangle$	$\langle 0.68, 0.17, 0.15 \rangle$	$\langle 0.66, 0.27, 0.07 \rangle$

表5 专家 P_4 属性的直觉模糊评价价值

属性	专家					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
o_1	$\langle 0.77, 0.10, 0.13 \rangle$	$\langle 0.73, 0.13, 0.14 \rangle$	$\langle 0.56, 0.21, 0.23 \rangle$	$\langle 0.64, 0.28, 0.08 \rangle$	$\langle 0.70, 0.15, 0.15 \rangle$	$\langle 0.77, 0.13, 0.10 \rangle$
o_2	$\langle 0.86, 0.12, 0.02 \rangle$	$\langle 0.58, 0.31, 0.11 \rangle$	$\langle 0.63, 0.30, 0.07 \rangle$	$\langle 0.54, 0.22, 0.24 \rangle$	$\langle 0.78, 0.21, 0.01 \rangle$	$\langle 0.73, 0.15, 0.12 \rangle$
o_3	$\langle 0.44, 0.43, 0.13 \rangle$	$\langle 0.76, 0.08, 0.16 \rangle$	$\langle 0.60, 0.31, 0.09 \rangle$	$\langle 0.55, 0.34, 0.11 \rangle$	$\langle 0.74, 0.10, 0.16 \rangle$	$\langle 0.65, 0.21, 0.14 \rangle$
o_4	$\langle 0.72, 0.17, 0.11 \rangle$	$\langle 0.49, 0.27, 0.24 \rangle$	$\langle 0.46, 0.37, 0.17 \rangle$	$\langle 0.82, 0.09, 0.09 \rangle$	$\langle 0.66, 0.27, 0.07 \rangle$	$\langle 0.56, 0.27, 0.17 \rangle$

根据表2提供的直觉模糊评价值,在无偏好情况下($\varepsilon = \eta = 0.5$),由式(4)~(7)获得属性综合权重向量为

$$W_i = [0.3437, 0.2278, 0.2477, 0.1808].$$

由式(10)和(11)计算关于属性 o_i ,专家 P_k 与专家 P_l 之间的证据冲突度为

$$cf_{kl}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1778 & 0.1957 & 0.1541 \\ 0.1778 & 0 & 0.1913 & 0.1858 \\ 0.1957 & 0.1913 & 0 & 0.1962 \\ 0.1541 & 0.1858 & 0.1962 & 0 \end{bmatrix},$$

$$cf_{kl}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1779 & 0.1778 & 0.2116 \\ 0.1779 & 0 & 0.1875 & 0.2060 \\ 0.1778 & 0.1875 & 0 & 0.2114 \\ 0.2116 & 0.2060 & 0.2114 & 0 \end{bmatrix},$$

$$cf_{kl}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0.2129 & 0.2075 & 0.1689 \\ 0.2129 & 0 & 0.1742 & 0.2165 \\ 0.2075 & 0.1742 & 0 & 0.1901 \\ 0.1689 & 0.2165 & 0.1901 & 0 \end{bmatrix},$$

$$cf_{kl}^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1869 & 0.1659 & 0.1909 \\ 0.1869 & 0 & 0.1720 & 0.2227 \\ 0.1659 & 0.1720 & 0 & 0.1879 \\ 0.1909 & 0.2227 & 0.1879 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\hat{M}_{ij} = \begin{bmatrix} \langle 0.9953, 0.0044, 0.0003 \rangle & \langle 0.9711, 0.0284, 0.0005 \rangle & \langle 0.9892, 0.0103, 0.0005 \rangle \\ \langle 0.9976, 0.0024, 0.0000 \rangle & \langle 0.9501, 0.0491, 0.0008 \rangle & \langle 0.8796, 0.1200, 0.0003 \rangle \\ \langle 0.4970, 0.4994, 0.0036 \rangle & \langle 0.9922, 0.0072, 0.0006 \rangle & \langle 0.9586, 0.0410, 0.0004 \rangle \\ \langle 0.9109, 0.0871, 0.0020 \rangle & \langle 0.9220, 0.0622, 0.0159 \rangle & \langle 0.9557, 0.0432, 0.0011 \rangle \\ \langle 0.9790, 0.0206, 0.0004 \rangle & \langle 0.9905, 0.0090, 0.0005 \rangle & \langle 0.9497, 0.0490, 0.0013 \rangle \\ \langle 0.9877, 0.0120, 0.0003 \rangle & \langle 0.9406, 0.0590, 0.0004 \rangle & \langle 0.9132, 0.0843, 0.0025 \rangle \\ \langle 0.7434, 0.2560, 0.0006 \rangle & \langle 0.9932, 0.0058, 0.0011 \rangle & \langle 0.9485, 0.0511, 0.0004 \rangle \\ \langle 0.9903, 0.0093, 0.0004 \rangle & \langle 0.9303, 0.0680, 0.0017 \rangle & \langle 0.9197, 0.0790, 0.0013 \rangle \end{bmatrix}.$$

由式(16)、(19)和(20)修正方案 x_j 关于属性 o_i 的Mass函数,结合式(1)和(2),针对方案 x_j ,合成所有属性,得到方案 x_j 的Mass函数矩阵

$$M_j = \begin{bmatrix} x_1 & \langle 0.9987, 0.0008, 0.0005 \rangle \\ x_2 & \langle 0.9977, 0.0017, 0.0006 \rangle \\ x_3 & \langle 0.9986, 0.0008, 0.0006 \rangle \\ x_4 & \langle 0.9975, 0.0020, 0.0005 \rangle \\ x_5 & \langle 0.9989, 0.0006, 0.0005 \rangle \\ x_6 & \langle 0.9946, 0.0038, 0.0016 \rangle \end{bmatrix}.$$

6种方案的得分值和精确值见表6.由表6可知: $S_{x_5} > S_{x_1} > S_{x_3} > S_{x_2} > S_{x_4} > S_{x_6}$, $H_{x_1} = H_{x_4} = H_{x_5} > H_{x_2} = H_{x_3} > H_{x_6}$.因此,备件供应商排序为 $x_5 > x_1 > x_3 > x_2 > x_4 > x_6$,即第5家供应商为最满意的合作伙伴.

由式(12)确定专家 P_k 关于属性 o_i 的权重矩阵

$$\phi_k^i = \begin{matrix} & o_1 & o_2 & o_3 & o_4 \\ p_1 & \begin{bmatrix} 0.2523 & 0.2519 & 0.2496 & 0.2520 \\ 0.2495 & 0.2515 & 0.2481 & 0.2481 \\ 0.2467 & 0.2510 & 0.2514 & 0.2538 \\ 0.2515 & 0.2456 & 0.2510 & 0.2461 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

由式(13)确定专家 P_k 关于属性 o_i 的修正权重矩阵

$$\varphi_k^i = \begin{matrix} & o_1 & o_2 & o_3 & o_4 \\ p_1 & \begin{bmatrix} 0.2475 & 0.2432 & 0.2456 & 0.2406 \\ 0.2559 & 0.2517 & 0.2540 & 0.2545 \\ 0.2502 & 0.2567 & 0.2506 & 0.2445 \\ 0.2464 & 0.2484 & 0.2498 & 0.2605 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

由式(14)确定专家 P_k 关于属性 o_i 最终权重矩阵

$$\psi_k^i = \begin{matrix} & o_1 & o_2 & o_3 & o_4 \\ p_1 & \begin{bmatrix} 0.2500 & 0.2476 & 0.2476 & 0.2463 \\ 0.2527 & 0.2516 & 0.2510 & 0.2513 \\ 0.2484 & 0.2538 & 0.2510 & 0.2492 \\ 0.2489 & 0.2470 & 0.2504 & 0.2532 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

由式(16)~(18)修正专家 P_k 对方案 x_j 关于属性 o_i 的Mass函数,结合式(1)和(2),针对属性 o_i ,合成所有专家,得到方案 x_j 关于属性 o_i 的Mass函数矩阵

表6 方案得分值和精确值

方案	S	H
x_1	0.9979	0.9995
x_2	0.9960	0.9994
x_3	0.9978	0.9994
x_4	0.9955	0.9995
x_5	0.9983	0.9995
x_6	0.9908	0.9984

6 结论

本文研究了直觉模糊多属性群决策问题中属性和专家权重确定以及信息集结方法.首先,采用更加合理的直觉模糊熵确定属性客观权重,针对属性客观权重与专家赋予的主观权重可能相违背问题,利用偏好系数加以综合,获得合理的综合权重.其次,明确了

在属性层面区分不同专家的权重,通过构造证据冲突度模型进行计算,根据犹豫度进行权重修正以防止专家权重的过分削弱,所得专家权重更加合理. 再次,提出了基于证据理论的信息集结方法,为体现直觉模糊数特性,将隶属度、非隶属度以及犹豫度作为Mass函数元素,进行证据合成,排序分析. 最后,通过实例分析表明了所提方法的有效性,为解决直觉模糊多属性群决策问题提供了一种行之有效的科学方法.

参考文献(References)

- [1] Ma J, Fan Z P, Huang L H. A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. *European J of Operational Research*, 1999, 112(2): 397-404.
- [2] 吴坚, 梁昌勇, 李文年. 基于主观与客观集成的属性权重求解方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(3): 383-387.
(Wu J, Liang C Y, Li W N. Method to determine attribute weights based on subjective and objective integrated[J]. *System Engineering and Electronics*, 2007, 29(3): 383-387.)
- [3] 高明美, 孙涛, 朱建军. 一种改进的直觉模糊熵公理化定义和构造公式[J]. *控制与决策*, 2014, 29(3): 470-474.
(Gao M M, Sun T, Zhu J J. Revised axiomatic definition and structural formula of intuitionistic fuzzy entropy[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(3): 470-474.)
- [4] Xu Z S, Cai X Q. Nonlinear optimization models for multiple attribute group decision making with intuitionistic fuzzy information[J]. *Int J of Intelligent Systems*, 2010, 25(6): 489-513.
- [5] 万树平. 基于Vague多属性群决策专家权重的确定[J]. *应用数学与计算数学学报*, 2010, 24(1): 45-52.
(Wan S P. Congregation of the experts' weights based on vague for group decision-making problem with incomplete information[J]. *Communication on Applied Mathematics and Computation*, 2010, 24(1): 45-52.)
- [6] 戴跃强, 徐泽水, 达庆利. 基于不同直觉偏好结构的多属性决策方法[J]. *东南大学学报*, 2007, 37(4): 706-710.
(Dai Y Q, Xu Z S, Da Q L. Approach to multiple attribute decision making based on different intuitionistic preference structures[J]. *J of Southeast University*, 2007, 37(4): 706-710.)
- [7] Zhao H, Xu Z S, Ni M F, et al. Generalized aggregation operators for intuitionistic fuzzy sets[J]. *Int J of Intelligent Systems*, 2010, 25(1): 1-30.
- [8] Tian M, He Y Y, Liu S F. Extension of TOPSIS for fuzzy multi-attribute decision making problem based on experimental analysis[J]. *J of Systems Engineering and Electronics*, 2010, 21(3): 216-222.
- [9] 史超, 程咏梅, 潘泉. 基于直觉模糊和证据理论的混合型偏好信息集结方法[J]. *控制与决策*, 2012, 27(8): 1163-1168.
(Shi C, Cheng Y M, Pan Q. Method to aggregate hybrid preference information based on intuitionistic fuzzy and evidence theory[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(8): 1163-1168.)
- [10] 陈云翔, 蔡忠义, 张净敏, 等. 基于证据理论和直觉模糊集的群决策信息集结方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(3): 594-598.
(Chen Y X, Cai Z Y, Zhang Z M, et al. Method on group decision-making information integration based on evidence theory and intuitionistic fuzzy set[J]. *J of Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(3): 594-598.)
- [11] 李登峰. 直觉模糊集决策与对策分析方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012: 21-34.
(Li D F. Intuitionistic fuzzy set decision and game analysis methodologies[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012: 21-34.)
- [12] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996(78): 305-316.
- [13] 赵萌, 任嵘嵘, 邱菀华. 基于直觉模糊熵的专家权重确定方法及其验证[J]. *控制与决策*, 2015, 30(7): 1233-1238.
(Zhan M, Ren R R, Qiu W H. Experts' weights method and computational experiment analysis based on intuitionistic fuzzy entropy measures[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(7): 1233-1238.)
- [14] 王新霞, 陈孝国. 直觉模糊熵的改进研究[J]. *齐齐哈尔大学学报*, 2015, 31(4): 11-13.
(Wang X X, Chen X G. Study on improvement of intuitionistic fuzzy entropy[J]. *J of Qiqihar University*, 2015, 31(4): 11-13.)
- [15] 彭颖, 胡增辉, 沈怀荣. 一种修正证据距离[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(7): 1624-1629.
(Peng Y, Hu Z H, Shen H R. A Modified Distance of Evidence[J]. *J of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(7): 1624-1629.)
- [16] 江红莉, 何建敏, 庄亚明, 等. 基于直觉模糊集和证据理论的群决策方法[J]. *控制与决策*, 2012, 27(5): 752-756.
(Jiang H L, He J M, Zhuang Y M, et al. Approach to group decision making based on intuitionistic fuzzy sets and evidence theory[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(5): 752-756.)
- [17] 周伟, 何建敏, 余德建. 直觉模糊群决策中专家权重确定的一种精确方法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(5): 716-725.
(Zhou W, He J M, Yu D J. Accurate method of obtaining decision expert weights in intuitionistic fuzzy group decision making[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(5): 716-725.)
- [18] 刘海燕, 赵宗贵, 刘熹. D-S证据理论中冲突证据的合成方法[J]. *电子科技大学学报*, 2008, 37(5): 701-704.
(Liu H Y, Zhao Z G, Liu X. Combination of conflict evidences in D-S theory[J]. *J of University of Electronic Science and Technology of China*, 2008, 37(5): 701-704.)

(责任编辑: 齐 霁)