

欠驱动飞艇平面路径跟踪控制

左宗玉[†], 王欣欣

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100191)

摘要: 针对欠驱动飞艇模型, 提出一种基于制导向量场的平面路径跟踪控制方法. 首先, 基于牛顿-欧拉方程建立欠驱动飞艇动力学模型; 然后, 基于向量场理论构造制导向量场以获得期望偏航角, 结合反步法设计路径跟踪控制律, 并通过稳定性分析证明所设计的控制律能够使路径跟踪误差收敛到零而且闭环系统状态有界; 最后, 通过仿真对比了所提出方法与已有方法的控制效果, 仿真结果验证了所提出方法的有效性和优越性.

关键词: 制导向量场; 路径跟踪; 欠驱动飞艇; 反步法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Planar path-following control for an under-actuated airship

ZUO Zong-yu[†], WANG Xin-xin

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. The Seventh Research Division, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: A guidance vector field based path-following control method for an under-actuated airship is presented. Firstly, the under-actuated airship dynamic model is established based on Newton-Euler equations. Then the guidance vector field is constructed based on the vector field theory to obtain the desired yaw angle, and the path-following controller is proposed by using backstepping technique. It is proved that the proposed controller can make the airship track the desired path and the other closed-loop states are bounded. Finally, compared with an existing method, simulation results show the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

Keywords: guidance vector field; path-following; under-actuated airship; backstepping

0 引 言

作为一种轻于空气的浮空器, 飞艇具有载荷大、驻空时间长等优点, 在军事和民用领域展现了广阔的应用前景, 因此成为研究重点^[1-2]. 不同于轨迹跟踪问题, 路径跟踪对期望位置无时间跟踪要求. 鉴于飞艇体积大、运动缓慢、操纵性差的特点, 路径跟踪控制具有更实际的意义. 近年来, 关于非线性系统路径跟踪的研究结果可参考文献 [3]. 路径跟踪控制问题主要有两种解决方案: 1) 基于参数化的路径跟踪控制, 目标是设计路径参数更新律来跟踪期望路径上的虚拟点^[4]; 2) 设计控制器来镇定由隐式函数表示的路径跟踪误差^[5-6]. 飞艇的路径跟踪控制近年来也取得了一定成果. 文献 [7] 基于反步法实现了对期望路径上虚拟点的跟踪; 文献 [8-9] 在基于参数化的制导路径跟踪理论下, 分别用轨迹线性化方法和反步法实现了欠

驱动飞艇对平面期望路径的跟踪. 然而, 上述飞艇的路径跟踪控制大都是通过跟踪期望路径上的虚拟参考点实现的, 可能导致飞艇暂时偏离期望路径较远.

受文献 [10] 启发, 本文提出一种基于制导向量场的平面隐式路径跟踪控制方法, 使得期望路径为一个不变集, 飞艇一旦到达期望路径便始终保持在期望路径上. 首先, 基于向量场理论构造制导向量场, 以获得期望偏航角; 然后, 结合反步法设计路径跟踪控制律, 并给出参数选取条件; 最后, 通过仿真对比本文方法与已有方法的控制效果.

1 问题描述

本文采用椭球体构型研究欠驱动飞艇, 艇体沿纵轴对称, 飞艇质心位于体心正下方, 结构如图 1 所示.

推力由一对同步矢量桨产生, 可绕 Oy 轴旋转, $\{T, \mu\}$ 表示单个螺旋桨的推力大小以及螺旋桨绕 Oy

收稿日期: 2016-04-19; 修回日期: 2016-11-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61673034); 航空科学基金项目 (2012CZ51029); 航天支撑技术基金项目.

作者简介: 左宗玉 (1982-), 男, 讲师, 博士, 从事非线性控制、无人飞行器控制、自适应控制等研究; 王欣欣 (1991-), 男, 硕士生, 从事欠驱动飞行器跟踪控制的研究.

[†]通讯作者. E-mail: zzybobby@buaa.edu.cn

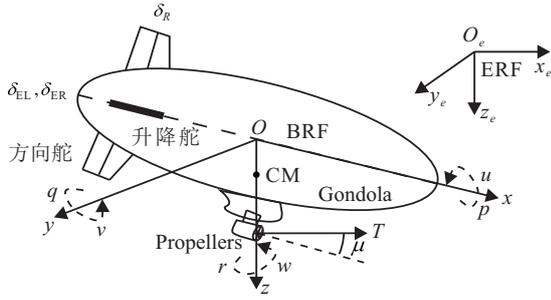


图1 飞艇结构

轴旋转的角度,上下方向舵为联动而左右升降舵可差动, \$\delta_R\$ 和 \$\{\delta_{EL}, \delta_{ER}\}\$ 分别表示方向舵偏角以及左右升降舵偏角. \$\{T, \mu, \delta_R, \delta_{EL}, \delta_{ER}\}\$ 构成了飞艇的控制量,而飞艇具有6个自由度,因此该飞艇属于欠驱动系统.以飞艇体积中心 \$O\$ 为原点建立艇体坐标系 (BRF) \$Oxyz\$, \$Ox\$ 轴指向艇首, \$Oz\$ 轴垂直于 \$Ox\$ 轴指向下方.选择地面上某一固定点 \$O_e\$ 为原点建立地面惯性坐标系 (ERF) \$O_e x_e y_e z_e\$, \$O_e x_e\$ 轴指向北, \$O_e z_e\$ 轴指向地心. \$\boldsymbol{\eta} = [x, y, z]^T\$ 表示飞艇体心在 ERF 中的坐标; \$\boldsymbol{\xi} = [\phi, \theta, \psi]^T\$ 表示 BRF 相对于 ERF 的姿态角; \$\mathbf{v} = [u, v, w]^T\$ 表示飞艇体心速度在 BRF 中的坐标; \$\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T\$ 表示飞艇体心角速度在 BRF 中的坐标. 根据文献[9]可得飞艇模型如下:

位置运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\theta)c(\psi)s(\phi) - s(\psi)c(\phi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\theta)s(\psi)s(\phi) + c(\psi)c(\phi) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\phi) \end{bmatrix} \mathbf{v} \triangleq {}^g R_b(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{v}. \quad (1)$$

姿态运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \begin{bmatrix} 1 & t(\theta)s(\phi) & t(\theta)c(\phi) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & s(\phi)/c(\theta) & c(\phi)/c(\theta) \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \triangleq \mathbf{W}_\xi \boldsymbol{\omega}. \quad (2)$$

动力学方程为

$$\bar{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{N}} + \bar{\mathbf{G}} + \bar{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_F \\ \mathbf{u}_\delta \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中: \$\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{N}}, \bar{\mathbf{G}}\$ 和 \$\bar{\mathbf{B}}\$ 的表达式如下:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} m + \rho \nabla k_1 & 0 & 0 & 0 & m z_c & 0 \\ 0 & m + \rho \nabla k_2 & 0 & -m z_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m + \rho \nabla k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m z_c & 0 & I_x & 0 & -I_{xz} \\ m z_c & 0 & 0 & 0 & I_y + \rho \nabla k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_z + \rho \nabla k_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} (B - G) \sin \theta \\ -(B - G) \cos \theta \sin \phi \\ -(B - G) \cos \theta \cos \phi \\ -z_c G \cos \theta \sin \phi \\ -z_c G \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} (m + \rho \nabla k_2)(vr - wq) - m z_c pr + X_a \\ (m + \rho \nabla k_2)wp - (m + \rho \nabla k_1)ur - m z_c qr + Y_a \\ (m + \rho \nabla k_1)uq - (m + \rho \nabla k_2)vp + m z_c (q^2 + p^2) + Z_a \\ (I_y - I_z)qr + I_{xz}pq + m z_c (ur - wp) + L_a \\ (\rho \nabla k_3 + I_z - I_x)pq - I_{xz}(p^2 - r^2) + m z_c (vr - wq) + M_a \\ (I_x - I_y - \rho \nabla k_3)pq - I_{xz}qr + N_a \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q C_{Y4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -Q C_{Z4} & -Q C_{Z4} \\ 0 & 0 & 0 & Q C_{L4} & -Q C_{L4} \\ z_t - x_t & 0 & -Q C_{M4} & -Q C_{M4} \\ 0 & 0 & -Q C_{N4} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

其中: \$s(\cdot) \triangleq \sin(\cdot)\$, \$c(\cdot) \triangleq \cos(\cdot)\$, \$t(\cdot) \triangleq \tan(\cdot)\$, \$m\$ 和 \$\nabla\$ 分别为飞艇质量和体积, \$G\$ 和 \$B\$ 为飞艇的重力和受到的浮力, \$z_c\$ 为飞艇质心在 BRF 中 \$O_e z_e\$ 轴上的坐标, \$\{k_1, k_2, k_3\}\$ 为椭球惯性因子, \$\{I_x, I_y, I_z\}\$ 和 \$I_{xz}\$ 分别为转动惯量和惯性积, \$Q_\infty = \rho V^2/2\$ 和 \$V_\infty = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}\$ 分别为动压系数和飞艇空速, \$\{C_{L4}, C_{M4}, C_{N4}, C_{Y4}, C_{Z4}\}\$ 为气动系数, \$\{X_a, Y_a, Z_a\}\$ 和 \$\{L_a, M_a, N_a\}\$ 分别为在 BRF 中的气动力和气动力矩, 具体表达式见文献[11].

动力学方程中, \$\mathbf{u}_\delta \triangleq \{\delta_R, \delta_{EL}, \delta_{ER}\}\$, \$\mathbf{u}_F \triangleq \{F_{T,x}, 0, F_{T,z}\}\$, 其中 \$F_{T,x} = 2T \cos \mu\$, \$F_{T,z} = 2T \sin \mu\$. 控制输入 \$\mathbf{u}_F\$ 与实际控制输入 \$\{T, \mu\}\$ 之间的关系由下式确定:

$$\mu = \text{atan2}(F_{T,z}, F_{T,x});$$

$$T = \begin{cases} \frac{F_{T,x}}{2 \cos \mu}, & \cos \mu \neq 0; \\ \frac{F_{T,z}}{2}, & \cos \mu = 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中 \$\text{atan2}(\cdot, \cdot)\$ 表示四象限反正切函数. 求得动力学方程中的控制输入后,即可由式(4)得到实际的控制输入. 为了方便后续控制器设计,将动力学方程(3)写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{N}_v + \boldsymbol{\tau}_v, \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{N}_\omega + \boldsymbol{\tau}_\omega. \end{cases} \quad (5)$$

其中: \$[\mathbf{N}_v^T, \mathbf{N}_\omega^T]^T = \bar{\mathbf{A}}^{-1}(\bar{\mathbf{N}} + \bar{\mathbf{G}})\$, \$\boldsymbol{\tau}_v = \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{B}} \mathbf{u}_F\$, \$\boldsymbol{\tau}_\omega = \bar{\mathbf{A}}^{-1} \bar{\mathbf{B}} \mathbf{u}_\delta\$.

基于制导向量场的欠驱动飞艇平面路径跟踪控制问题可以描述为:对于满足条件 \$\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V} g^e + e^{-\kappa V} g^e}\$

$\leq M (M > 0)$ 的平面期望路径 $l_2: f(x, y) = 0$, 设计控制量 $\{T, \mu, \delta_R, \delta_{EL}, \delta_{ER}\}$ 使得飞艇以期望速率 $V_d > 0$ 前飞, 且其位置最终收敛到期望路径 l_2 上, 即 $f(x, y) \rightarrow 0$.

2 基于向量场的隐式路径跟踪控制设计

2.1 制导向量场构造

假设1 通过姿态和速度控制子系统, 状态量 $\{u, w, \phi, \theta\}$ 已经达到期望值, 即 $\{u, w, \phi, \theta\} = \{V_d, 0, 0, 0\}$.

在假设1的条件下, 由式(1)可得飞艇的平面运动学方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ v \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{R}(\psi) \begin{bmatrix} V_d \\ v \end{bmatrix}, \quad (6)$$

进一步

$$\begin{cases} \dot{x} = V_g \cos(\psi + \alpha), \\ \dot{y} = V_g \sin(\psi + \alpha). \end{cases} \quad (7)$$

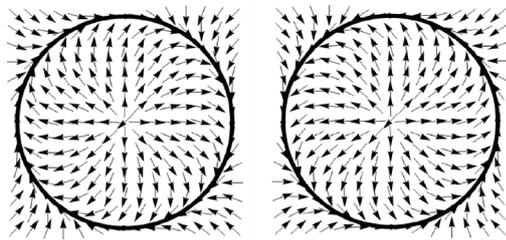
其中: $V_g = \sqrt{V_d^2 + v^2}$, $\alpha = \text{atan2}(v, V_d)$. $l_2: f(x, y) = 0$ 表示期望平面路径, 定义飞艇路径跟踪误差为 $\epsilon = f(x, y)$, $\epsilon = 0$ 意味着飞艇已经位于期望路径 l_2 上. l_2 的一组梯度向量场 σ_c 和螺旋向量场 σ_s 为^[10]

$$\sigma_c = \frac{1}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad \sigma_s = \frac{1}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \begin{bmatrix} -f_y \\ f_x \end{bmatrix}. \quad (8)$$

构造单位制导向量场如下:

$$\sigma_d = -\tanh(\kappa V_g \epsilon) \sigma_c + n \operatorname{sech}(\kappa V_g \epsilon) \sigma_s. \quad (9)$$

其中: $\kappa > 0$ 为待设计参数, $n = \pm 1$ 决定了向量场 σ_d 的方向. 图2表示关于期望路径 $l_2: f(x, y) = x^2 + y^2 - 4 = 0$ 的 σ_d 示意图(这里 $\kappa V_g = 1$), 图2(a)表示当 $n = 1$ 时, σ_d 沿顺时针方向, 图2(b)表示当 $n = -1$ 时, σ_d 沿逆时针方向.



(a) 顺时针 $n=1$ (b) 逆时针 $n=-1$

图2 单位制导向量场

选取 Lyapunov 函数

$$L_\epsilon = \frac{1}{2} \epsilon^2, \quad (10)$$

求导得

$$\dot{L}_\epsilon = \epsilon \dot{\epsilon} = \epsilon(f_x \dot{x} + f_y \dot{y}). \quad (11)$$

设计飞艇期望惯性速度为

$$[\dot{x}_d, \dot{y}_d]^T = V_g \sigma_d. \quad (12)$$

由式(7)和(12)可得期望偏航角 $\psi_d = \text{atan2}(\dot{y}_d, \dot{x}_d) - \alpha$, 令 $\psi_e = \psi - \psi_d$, 由式(11)和(12)可得

$$\begin{aligned} \dot{L}_\epsilon &= \epsilon(f_x \dot{x} + f_y \dot{y}) = \\ &= \epsilon[f_x V_g \cos(\psi + \alpha) + f_y V_g \sin(\psi + \alpha)] = \\ &= \epsilon f_x V_g \cos(\psi_d + \psi_e + \alpha) + \epsilon f_y V_g \sin(\psi_d + \psi_e + \alpha) = \\ &= \epsilon f_x V_g \cos(\psi_d + \alpha) \cos \psi_e - \epsilon f_x V_g \sin(\psi_d + \alpha) \sin \psi_e + \\ &= \epsilon f_y V_g \sin(\psi_d + \alpha) \cos \psi_e + \epsilon f_y V_g \cos(\psi_d + \alpha) \sin \psi_e = \\ &= \epsilon[f_x V_g \cos(\psi_d + \alpha) + f_y V_g \sin(\psi_d + \alpha)] \cos \psi_e + \\ &= \epsilon[f_y V_g \cos(\psi_d + \alpha) - f_x V_g \sin(\psi_d + \alpha)] \sin \psi_e = \\ &= \epsilon V_g [(f_x \dot{x}_d + f_y \dot{y}_d) \cos \psi_e + (f_y \dot{x}_d - f_x \dot{y}_d) \sin \psi_e] = \\ &= -\epsilon V_g \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \tanh(\kappa V_g \epsilon) \cos \psi_e + \\ &= \epsilon V_g n \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \operatorname{sech}(\kappa V_g \epsilon) \sin \psi_e. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $\sqrt{f_x^2 + f_y^2} > 0$, $V_g > 0$. 当 $\psi_e = 0$ 时, 由式(13)可得 $\dot{L}_\epsilon \leq 0$, 则有 $\epsilon \rightarrow 0$.

2.2 姿态运动学控制

期望滚转角和期望俯仰角分别为 $\phi_d = 0$ 和 $\theta_d = 0$. 定义期望姿态角 $\xi_d = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$, 令 $\phi_e = \phi - \phi_d$, $\theta_e = \theta - \theta_d$, $\xi_e = [\phi_e, \theta_e, \psi_e]^T$.

选取 Lyapunov 函数

$$V_1 = L_\epsilon + \frac{1}{2} \lambda \xi_e^T \xi_e, \quad \lambda > 0, \quad (14)$$

求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\epsilon V_g \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \tanh(\kappa V_g \epsilon) \cos \psi_e + \\ &= \frac{2\epsilon V_g n \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \sin \psi_e}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} + \lambda \xi_e^T (\mathbf{W}_\xi \omega - \dot{\xi}_d). \end{aligned} \quad (15)$$

设计期望角速度为

$$\omega_d = [p_d, q_d, r_d]^T = \mathbf{W}_\xi^{-1}(-k_\xi \xi_e + \dot{\xi}_d), \quad (16)$$

其中 $k_\xi > 0$. 代入式(15)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\epsilon V_g \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \tanh(\kappa V_g \epsilon) \cos \psi_e + \\ &= \frac{2\epsilon V_g n \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \sin \psi_e}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} - \lambda k_\xi \|\xi_e\|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

假设2 $|\psi_e| \leq \pi/4$, 则 $\cos \psi_e \geq \sqrt{2}/2$, $|\sin \psi_e| \leq |\psi_e|$.

由此可知, 式(17)可以缩放为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \epsilon V_g \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \tanh(\kappa V_g \epsilon) - \\ &= \lambda k_\xi \|\xi_e\|^2 + \frac{2V_g \sqrt{f_x^2 + f_y^2} |\epsilon| |\psi_e|}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}}. \end{aligned} \quad (18)$$

因为 $|e^{\kappa V_g \epsilon} - e^{-\kappa V_g \epsilon}| \geq \kappa V_g |\epsilon|$, 所以 $\epsilon \tanh(\kappa V_g \epsilon) \geq \kappa V_g |\epsilon|^2 / (e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon})$, 因此式(18)可以进一步缩

放为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\frac{\sqrt{2}}{2} \kappa \frac{V_g^2 \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} |\epsilon|^2 - \lambda k_\xi \|\bar{\xi}_e\|^2 + \\ & \frac{V_g \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} (|\epsilon|^2 + |\psi_e|^2) - k_\xi |\psi_e|^2 = \\ & -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \kappa - \frac{1}{4}\right) \frac{V_g^2 \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} |\epsilon|^2 - \\ & \left(\lambda k_\xi - 2 \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}}\right) |\psi_e|^2 - \lambda k_\xi \|\bar{\xi}_e\|^2, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\bar{\xi}_e = [\phi_e, \theta_e]^T$. 若期望路径 L_2 满足

$$\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} \leq M, \quad M > 0, \quad (20)$$

因为 λ 为任意大于零的数, 可以通过选择合适的参数 $\{\lambda, k_\xi, \kappa\}$ 满足下式, 则 $\dot{V}_2 \leq 0$:

$$\kappa > \frac{\sqrt{2}}{4}, \quad \lambda k_\xi > 2M. \quad (21)$$

注1 对于平面上的正则曲线, 条件(20)是容易满足的, 下面以3种最常见的曲线为例进行讨论:

1) 直线 $ax + by + c = 0$, 取 $f(x, y) = ax + by + c$, 则 $\sqrt{f_x^2 + f_y^2} / (e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}) \leq \sqrt{a^2 + b^2} / 2 \triangleq M$;

2) 正弦曲线 $y = a \sin x (a \neq 0)$, 取 $f(x, y) = y/a - \sin x$, 则 $\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} \leq \sqrt{1/a^2 + 1} / 2 \triangleq M$;

3) 圆 $x^2 + y^2 = a^2$, 取 $f(x, y) = (x^2 + y^2)/a^2 - 1$, 则 $\epsilon = (x^2 + y^2)/a^2 - 1$, $\sqrt{f_x^2 + f_y^2} / (e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}) = 2\sqrt{\epsilon + 1} / (|a| (e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon})) \triangleq F(\epsilon)$, 即有 $F^2(\epsilon) = \frac{4(\epsilon + 1)}{a^2(e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon})^2} \leq \frac{4|\epsilon| + 4}{a^2(e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon})^2} \leq \frac{4|\epsilon|}{2a^2 \kappa V_g |\epsilon|} + \frac{1}{a^2} \leq \frac{2}{a^2 \kappa V_d} + \frac{1}{a^2}$, 故 $F(\epsilon) \leq \sqrt{\frac{2}{a^2 \kappa V_d} + \frac{1}{a^2}} \triangleq M$.

以上内容只讨论了3种典型的平面曲线, 对于其他的平面曲线可作类似的讨论.

2.3 姿态动力学控制

定义角速度跟踪误差 $\omega_e = \omega - \omega_d$, 取Lyapunov函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \lambda \omega_e^T \omega_e, \quad (22)$$

求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \kappa - \frac{1}{4}\right) \frac{V_g^2 \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} |\epsilon|^2 - \\ & \lambda k_\xi \|\bar{\xi}_e\|^2 - \left(\lambda k_\xi - 2 \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}}\right) |\psi_e|^2 + \\ & \lambda \xi_e^T W_\xi \omega_e + \lambda \omega_e^T (N_\omega + \tau_\omega - \dot{\omega}_d). \end{aligned} \quad (23)$$

设计控制量 τ_ω 为

$$\tau_\omega = -N_\omega + \dot{\omega}_d - W_\xi^T \bar{\xi}_e - k_\omega \omega_e, \quad k_\omega > 0, \quad (24)$$

由此可得

$$\dot{V}_2 \leq -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \kappa - \frac{1}{4}\right) \frac{V_g^2 \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} |\epsilon|^2 - \lambda k_\xi \|\bar{\xi}_e\|^2 -$$

$$\left(\lambda k_\xi - \frac{2\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}}\right) |\psi_e|^2 - \lambda k_\omega \|\omega_e\|^2 \leq 0. \quad (25)$$

注2 上述推导是基于假设2成立, 若假设2不成立, 则当 $\{\phi, \theta\} \rightarrow 0$, 由式(2), (16)和(24)可得

$$\begin{aligned} r_d &= -k_\xi \psi_e + \dot{\psi}_e \Rightarrow \dot{\psi}_e + k_\xi \psi_e - r_e = 0, \\ \dot{r}_e + k_\omega r_e + \psi_e &= 0, \end{aligned} \quad (26)$$

意味着

$$\ddot{\psi}_e + (k_\xi + k_\omega) \dot{\psi}_e + (1 + k_\xi k_\omega) \psi_e = 0, \quad (27)$$

则 $\{\psi_e, \dot{\psi}_e\} \rightarrow 0$, 因此存在有限时间 t_s , 当 $t > t_s$, $|\psi_e| < \pi/4$, 假设2成立.

2.4 速度控制

定义期望速度 $\bar{v}_d = [u_d, w_d]^T = [V_d, 0]^T$, 令 $\bar{v}_e = \bar{v} - \bar{v}_d$, 选取Lyapunov函数

$$L_{\bar{v}} = \frac{1}{2} \bar{v}_e^T \bar{v}_e, \quad (28)$$

求导得

$$\dot{L}_{\bar{v}} = \bar{v}_e^T (\tau_{\bar{v}} + N_{\bar{v}} - \dot{\bar{v}}_d), \quad (29)$$

设计控制量 $\tau_{\bar{v}}$ 为

$$\tau_{\bar{v}} = -N_{\bar{v}} + \dot{\bar{v}}_d - k_{\bar{v}} \bar{v}_e, \quad (30)$$

其中 $k_{\bar{v}} > 0$, $\tau_{\bar{v}}$ 为式(5)中 τ_v 的第1行和第3行. 由此可得

$$\dot{L}_{\bar{v}} \leq -k_{\bar{v}} \|\bar{v}_e\|^2 \leq 0. \quad (31)$$

注3 求出 $\{\tau_\omega, \tau_{\bar{v}}\}$ 后, 可以由式(4)和(5)反解出实际控制量.

3 稳定性分析

定理1 考虑式(1)~(3)所描述的飞艇模型, 根据式(24)和(30)设计控制律, 当所跟踪曲线满足条件(20)且控制参数满足条件(21)时, 路径跟踪误差 ϵ 收敛到零, 且所有的闭环系统状态有界.

证明 选择Lyapunov函数

$$V = V_2 + L_{\bar{v}}, \quad (32)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \kappa - \frac{1}{4}\right) \frac{V_g^2 \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}} |\epsilon|^2 - \lambda k_\xi \|\bar{\xi}_e\|^2 - \left(\lambda k_\xi - \right. \\ & \left. 2 \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{e^{\kappa V_g \epsilon} + e^{-\kappa V_g \epsilon}}\right) |\psi_e|^2 - \lambda k_\omega \|\omega_e\|^2 - k_{\bar{v}} \|\bar{v}_e\|^2 \leq 0, \end{aligned} \quad (33)$$

所以路径跟踪误差 ϵ 渐近收敛到零且 $\xi_e, \omega_e, \bar{v}_e$ 有界. 接着证明横侧向速度 v 的有界性, 当 $\{\phi, \theta, u, w\} \rightarrow \{0, 0, V_d, 0\}$ 时, 由式(3)可得

$$\dot{v} = n_1 V_d r_d + n_2 L_a + n_3 N_a + n_4 Y_a +$$

$$Q_\infty [n_5, n_6, -n_6] \mathbf{u}_\delta, \quad (34)$$

其中: $\mathbf{u}_\delta = \{\delta_R, \delta_{EL}, \delta_{ER}\}$, 常系数 $n_i (i = 1, 2, \dots, 7)$ 可由式(3)求得. 由于在 $\{L_a, N_a, Y_a\}$ 中, 横侧向气动力 $n_4 Y_a$ 起决定性作用, 式(34)可近似为

$$\begin{aligned} \dot{v} &\approx n_1 V_d r_d + n_4 Y_a + Q_\infty [n_5, n_6, -n_6] \mathbf{u}_\delta = \\ &n_4 Q_\infty [C_{Y1} \cos(\beta/2) \sin(2\beta) + C_{Y2} \sin(2\beta)] - \\ &n_4 Q_\infty C_{Y3} \sin \beta \sin |\beta| + Q_\infty [n_5, n_6, -n_6] \mathbf{u}_\delta + n_1 V_d r_d = \\ &-n_4 \rho (V_d^2 + v^2) \frac{2C_{Y1} V_d v}{V_d^2 + v^2} \cos(\beta/2) + n_1 V_d r_d + \\ &Q_\infty [n_5, n_6, -n_6] \mathbf{u}_\delta - n_4 \rho (V_d^2 + v^2) \times \\ &\left(\frac{2C_{Y2} V_d v}{V_d^2 + v^2} + \frac{C_{Y3} v \sin |\beta|}{\sqrt{V_d^2 + v^2}} \right), \end{aligned} \quad (35)$$

其中 $\{C_{Y1}, C_{Y2}, C_{Y3}\}$ 是已知气动参数. 将式(35)近似线性化为

$$\dot{v} \triangleq -av + b. \quad (36)$$

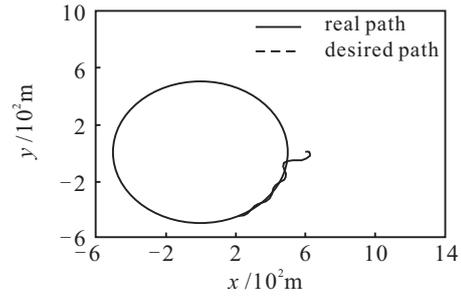
因为 $V_d > 0, w_d = 0$, 而 $\beta = \text{atan2}(vV_d/\sqrt{V_d^2 + w^2}, V_d) = \text{atan2}(v, V_d) \in (-\pi/2, \pi/2)$, 故 $\cos(\beta/2) > 0, \sin |\beta| > 0$. 又 $\{n_4, \rho\} > 0$, 故通过机械的代数计算可得 $a > 0$. 此外, 当角速度以及速度达到期望值时, b 是一个常数. 因此, 由式(36)可知横侧向速度 v 收敛到 b/a , v 有界. 由 ξ_d, ω_d 以及 \bar{v}_d 有界可知 ξ, ω 和 \bar{v} 有界, 因此所有闭环系统状态有界. □

4 仿真结果

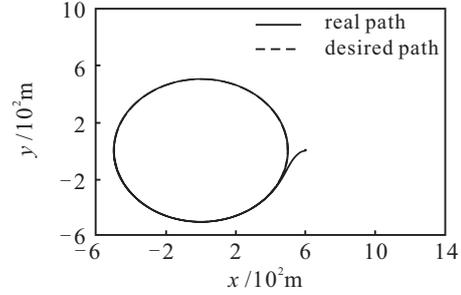
利用 Matlab/Simulink 仿真软件对所提出的控制器的有效性进行验证, 飞艇的相关系数和参数可以参见文献[9]. 飞艇跟踪的期望路径为圆形 $x^2/250\,000 + y^2/250\,000 - 1 = 0$. 控制器参数 $\{\kappa, k_\xi, k_\omega, k_{\bar{v}}\} = \{0.5, 1, 2, 2\}$. 仿真时间为 800 s, 期望速率 $V_d = 6/(m/s)$, 飞艇初始位置 $\eta_{p,0} = [600, 0]^T/m$, 初始速度 $\mathbf{v}_0 = [2, 0, 2]^T/(m/s)$, 初始姿态角 $\xi_0 = [0.1, 0.1, 1]^T/\text{rad}$, 其他状态为零. 为了验证本文方法相对于文献[9]的方法的优越性, 对两种方法的控制效果进行对比.

图3和图4显示了当 $n = 1$ 时飞艇顺时针沿圆路径运动的仿真结果, 而图5和图6显示了当 $n = -1$ 时飞艇逆时针沿圆路径运动的仿真结果, 为了显示得更清楚, 图4和图6只选取了 0 ~ 200 s 的仿真结果.

由图3(a)和图5(a)可以看出, 文献[9]的方法有可能导致飞艇暂时偏离期望路径较远; 而由图3(b)和图5(b)可以看出, 期望路径为一不变集, 飞艇一旦到达期望路径, 就始终保持在期望路径上, 这是本文方法相对于文献[9]方法的优越性. 然而, 从图4和图6可以看出, 飞艇的横侧向速度 v 是有界的, 验证了定理1的正确性.

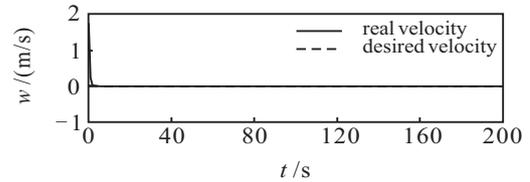
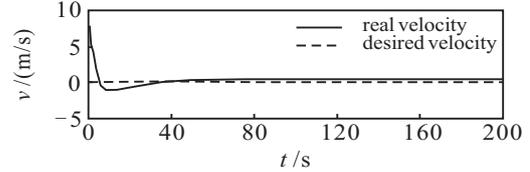
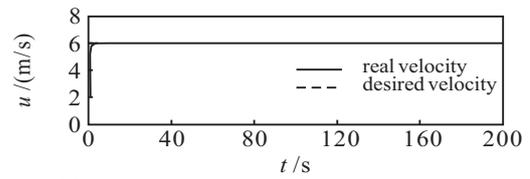


(a) 文献[9]方法

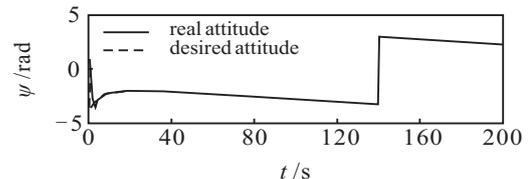
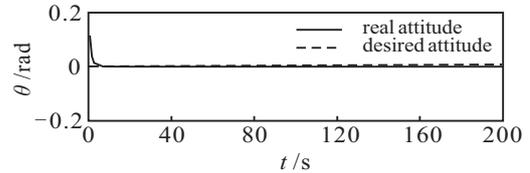
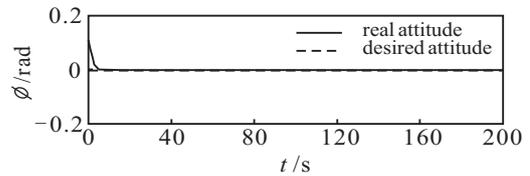


(b) 本文方法

图3 平面圆路径跟踪 ($n = 1$)



(a) 飞艇速度



(b) 飞艇姿态角

图4 飞艇速度和姿态角 ($n = 1$)

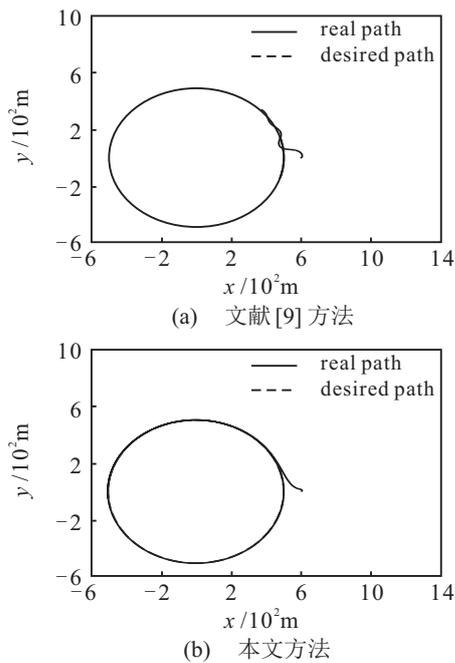


图5 平面圆路径跟踪($n = -1$)

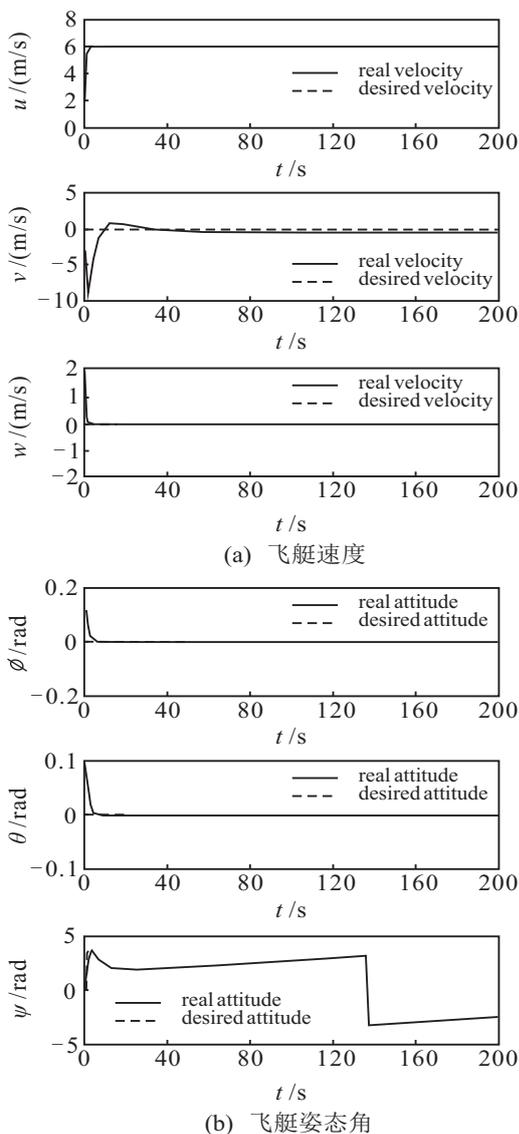


图6 飞艇速度和姿态角($n = -1$)

5 结论

本文针对欠驱动飞艇提出了一种基于制导向量场的隐式平面路径跟踪控制方法. 该方法根据向量场理论构造制导向量场, 得到期望偏航角; 然后, 结合反步法设计了路径跟踪控制律并给出了稳定性分析和参数取值条件; 最后, 通过仿真实验验证了本文方法的有效性, 并与文献[9]的方法进行对比, 验证了本文方法的优越性.

参考文献(References)

- [1] Yoshikazu I, Katsuya S, Kouichi S. Flight control testing for the development of stratospheric platform airships[C]. AIAA's 3rd Annual Aviation Technology, Integration and Operations Forum. Denver: AIAA, 2003: 1-11.
- [2] Lee Y G, Kim D M, Yeom C H. Development of Korean high altitude platform systems[J]. Int J Wireless Information Networks, 2006, 13(1): 31-42.
- [3] Dacic D B, Nestic D, Teel A R, et al. Path following for nonlinear systems with unstable zero dynamic: An averaging solution[J]. IEEE Trans on Automation Control, 2011, 56(4): 880-886.
- [4] Lapierre L, Soetanto D. Nonlinear path following control of an AUV[J]. Ocean Engineering, 2007, 34(11): 1734-1744.
- [5] Zuo Z Y, Cichella V, Xu M, et al. Three dimensional coordinated path-following control for secondorder multi-agent networks[J]. J of the Franklin Institute, 2015, 352(9): 3858-3872.
- [6] Zhu B, Huo W. 3-D path-following control for a model-scaled autonomous helicopter[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2014, 22(5): 1927-1934.
- [7] Azinheira J R, Moutinho A, de Paiva E C. A backstepping controller for path-tracking of an underactuated autonomous airship[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2009, 19(4): 418-441.
- [8] Zheng Z W, Huo W. Planar path following control for stratospheric airship[J]. IET Control Theory Applications, 2013, 7(2): 185-201.
- [9] Zheng Z W, Wu Z. Global path following control for underactuated stratospheric airship[J]. Advances in Space Research, 2013, 52(52): 1384-1395.
- [10] Liang Y Q, Jia Y M. Combined vector field approach for 2D and 3D arbitrary twice differentiable curved path following with constrained UAVs[J]. J of Intelligent and Robotic Systems, 2015, 83(1): 1-28.
- [11] Joseph B M, Michael A P. Development of an aerodynamic model and control law design for a high altitude airship[C]. The 3rd Unmanned Unlimited Technical Conf. Chicago: AIAA, 2004: 1-7.

(责任编辑: 闫妍)