

基于相对位置信息的多智能体系统自适应跟踪控制

徐 勇^{1†}, 赵 蕊¹, 荣自兴², 朱美玲¹

(1. 河北工业大学 理学院, 天津 300401; 2. 河北大学 数学与信息科学学院, 河北 保定 071002)

摘 要: 针对带有动态领导者的多智能体系统, 为了使其达到跟踪一致性, 设计只依赖于相对位置信息的自适应跟踪控制律. 根据接收到的相对位置信息为每个跟随者设计动态输出反馈控制律, 并根据控制律估计出智能体之间的相对速度信息. 在此基础上设计自适应跟踪控制律, 并且通过 Lyapunov 稳定性理论和矩阵理论分析得到使系统达到跟踪一致性的充分条件. 最后通过数值仿真验证了所提出的设计方法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 跟踪控制; 自适应控制; 一致性

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A

Adaptive tracking control for multi-agent systems with relative position measurement

XU Yong^{1†}, ZHAO Rui¹, RONG Zi-xing², ZHU Mei-ling¹

(1. School of Science, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China; 2. College of Mathematics and Information Science, Hebei University, Baoding 071002, China)

Abstract: For the consensus problem for multi-agent systems with an active leader, in order to tracking the leader, the adaptive tracking control law which only depends on the relative position measurement information is designed for each follower. According to the relative position measurement information for each of the follower, a dynamic output feedback control law is designed, and the dynamic output feedback control law is used to estimate the relative velocity information. On this basis, the adaptive tracking control law is proposed for each follower, and based on the theory of Lyapunov stability and matrix theory, the sufficient conditions which guarantee the system to reach a leader-follower tracking are obtained. Finally, a simulation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: multi-agent systems; tracking control; adaptive control; consensus

0 引 言

一致性作为多智能体系统协调控制的基本问题, 广泛应用于生物系统、传感器网络、无人机编队控制、水下机器人等领域, 成为控制学科中的热点问题, 被许多学者所研究, 并得到了大量研究成果^[1-5]. 对于二阶多智能体系统, 一致性在许多现实系统中有比较实际的应用(如机械系统), 并且在稳定性分析中通过构造合适的 Lyapunov 方程来证明闭环系统的稳定性问题是比较困难的, 因此二阶多智能体系统的一致性是一个具有挑战性的问题.

对于非线性多智能体系统, 在设计含有参数的控制协议时, 一般需要速度信息实现一致性. 但是, 在实际系统中由于受到空间、重量和成本等因素的限制, 智能体往往不能得到准确的速度测量, 因此

设计只依赖位置信息的一致性控制协议十分有意义. 文献[6]对于由一阶二阶积分模型构成的多智能体系统, 给出了使系统达到一致性的分布式控制律. 文献[7]在文献[6]的基础上, 设计了只依赖于相对位置信息的一致性协议. 文献[8]针对二阶系统设计了状态观测器估计领导者的速度. 对于二阶多智能体系统, 文献[9]给出了使系统达到一致性的只依赖于位置信息的包含控制律. 文献[10]对于带有固有非线性动态的多智能体系统设计了基于速度滤波器的一致性控制协议. 文献[11]对于带有领导者的系统, 设计了基于观测器的一致性跟踪控制协议. 一般情况下, 在二阶多智能体系统中, 如果耦合控制增益和 Laplacian 矩阵的特征值满足某些条件, 则系统可达到一致性^[12-13]. 文献[14]给出了只依赖相对位

收稿日期: 2016-04-17; 修回日期: 2016-06-30.

基金项目: 河北省自然科学基金项目(A2013202198, F2014202206).

作者简介: 徐勇(1971—), 男, 教授, 从事非线性系统控制、复杂网络控制与优化等研究; 赵蕊(1991—), 女, 硕士生, 从事多智能体系统一致性的研究.

[†]通讯作者. E-mail: xuyongshd@sina.com

置信息的一致性控制协议. 但是上述文献的控制参数都很依赖Laplacian矩阵的特征值, 在设计控制协议时, Laplacian矩阵的特征值和依赖于Laplacian矩阵特征值的一些信息都是需要预先获知的全局信息. 一方面, 当智能体的数量较多时, 估计Laplacian矩阵的谱半径比较困难; 另一方面, 全局信息对控制协议的影响不利于设计出完全分布式的控制协议. 自适应协同控制方法可以解决确定系统或者随机系统中的不确定性问题, 例如参数不确定性和存在不确定性的扰动. 最近, 一些研究者将研究重点放在二阶多智能体系统的自适应协同控制问题上^[15]. 对于带有未知扰动的多智能体系统, 文献[16]构造了一个辅助速度向量估计相对速度信息. 文献[17]在文献[12]的基础上, 对于带有领导者的多智能系统, 给出了依赖于位置和速度信息的自适应跟踪控制律, 解决了耦合强度依赖于Laplacian矩阵的特征值的问题. 文献[15-16]都同时利用了相对位置信息和相对速度信息. 考虑到在实际系统中, 相对速度信息的测量要难于相对位置的测量这一情况, 研究只依赖于相对位置信息的一致性协议是很有现实意义的, 同时, 也有必要设计自适应控制协议来避免全局信息的不确定性. 基于上述多智能体系统在速度不可测的情况下的一致性研究成果和自适应协同控制理论, 本文在现有文献的基础上, 尤其在文献[14,17]的基础上, 针对文献[14]控制参数依赖于Laplacian矩阵特征值的问题, 设计了自适应控制律, 从而设计出完全分布式的控制协议; 针对文献[17]同时利用相对位置信息和相对速度信息这一情况, 设计了只利用相对位置信息的控制协议, 可以解决实际情况中相对速度信息的测量比较困难的问题.

本文针对带有动态领导者的多智能体系统的跟踪一致性问题进行研究, 考虑跟随者之间通信拓扑为无向图, 领导者与跟随者之间的信息传递是单向的, 且相对速度信息不可测. 根据跟随者之间的相对位置信息设计一个动态反馈控制律, 并根据该控制律构造一个新的变量. 在此基础上提出一种自适应跟踪控制律, 并通过构造合适的Lyapunov函数证明在自适应跟踪控制律的作用下, 系统达到跟踪一致性.

1 预备知识及问题陈述

文中将用到以下相关概念: R^n 表示 n 维列向量空间, $\mathbf{1}$ 表示元素都是1的适当维数的列向量, I_N 表示 N 维单位矩阵; $\text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n)$ 表示对角线上为 b_i 的对角矩阵; 对于实对称阵 X 和 Y , $X < Y$ 表示

$$\text{矩阵 } X - Y \text{ 是负定的; } A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

表示矩阵 A 和矩阵 B 的Kronecker积, 对于实对称矩阵 A , 如果其所有特征值都小于零, 则称 A 是负定的.

本文考虑由一个动态领导者和 N 个跟随者构成的多智能体系统. 领导者的动态方程为

$$\dot{x}_0(t) = v_0(t), \quad \dot{v}_0(t) = a_0(t), \quad (1)$$

其中 $x_0(t)$ 、 $v_0(t)$ 、 $a_0(t) \in R^n$ 为领导者的位置、速度和控制输入. N 个跟随者的动态方程为

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t), \quad \dot{v}_i(t) = u_i(t), \quad (2)$$

其中 $x_i(t)$ 、 $v_i(t)$ 、 $u_i(t) \in R^n$ 分别为第 i 个跟随者智能体的位置、速度和控制输入 ($i = 1, 2, \dots, N$). 由于根据Kronecker积很容易将系统推广到 $n > 1$ 的情况, 本文假设 $n = 1$.

对于带有领导者的多智能体系统(1)和(2), 所有智能体之间的通信关系可以用图 G 和 \mathbf{G} 表示. 图 $G = (V, E, A)$ 为一个无向图, $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 为顶点集, $E \subseteq V \times V$ 为无向边组成的边集. 顶点 $i \in V$ 代表跟随者 i , 当且仅当跟随者 i 与 j 之间可以相互通信时边 $(i, j) \in E$ 存在, 同时跟随者 i 与 j 互相称为邻居, 并且用 $N_i(t) = \{j | (i, j) \in E\}$ 表示 t 时刻跟随者 i 的邻居智能体组成的集合. $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ 为图 G 的加权邻接矩阵, 其中 $a_{ii} = 0$, $a_{ij} \geq 0$ 为边 e_{ij} 的权重. 当且仅当 i 与 j 之间有边相连时 $a_{ij} = a_{ji} > 0$, 否则 $a_{ij} = a_{ji} = 0$. 为了简单, 文中假设 A 为 $(0, 1)$ 矩阵. 无向图 G 中, 若存在一个顶点序列 $i, i_1, i_2, \dots, i_m, j$, 使得 $(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_m, j)$ 均属于 E , 则称顶点 i 与顶点 j 存在一条路径. 如果任意两个不同顶点 i 与 j 之间有一条路径相连, 则称图 G 是连通图. 本文假设只有部分跟随者可以接收领导者的信息, 并且领导者不从任何一个跟随者那里接收信息, 即动态领导者与跟随者之间的信息传递是单向的. 因此领导者与跟随者之间的通信关系用有向图 $\mathbf{G} = (V, \mathbf{E})$ 来描述, $V = \{0\} \cup V$, $\mathbf{E} \subseteq V \times V$, $E \subseteq \mathbf{E}$, 顶点 0 代表动态领导者. 如果跟随者 i 可以接收领导者的信息, 则存在一条由顶点 0 指向顶点 i 的有向边 $(0, i)$, b_i 表示边 $(0, i)$ 的权重. 若存在顶点 0 指向顶点 i 的有向边 $(0, i)$, 则记 $b_i = 1$, 否则, $b_i = 0$. $B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_N)$ 表示动态领导者与跟随者之间的邻接关系, 显然图 G 是图 \mathbf{G} 的一个子图. 顶点 i 的度为

$$d_i = \text{deg}(i) = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

记

$$D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N) \in R^{N \times N},$$

图 G 的 Laplacian 矩阵定义为 $L = D - A$, L 为对称阵, 并具有如下代数性质.

引理 1^[18] 图 G 的 Laplacian 矩阵 L 至少有一个零特征值, $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)^T \in R^N$ 是零特征值的特征向量, 且其余非零特征值都是正的, 当且仅当图 G 是连通图时矩阵 L 有单零特征值.

在实际系统中, 通信拓扑 G 通常不是保持不变的, 而是动态变化的. 因此, 研究动态切换拓扑条件下的一致性问题的现实意义. 假设通信拓扑图 G 根据一个连续的切换信号 $\sigma : [t_0, \infty) \rightarrow P = \{1, 2, \dots, M\}$ 进行切换, 其中 M 为切换拓扑图的总个数. 有限的时间区间序列 $[t_s, t_{s+1})$ ($s = 0, 1, \dots$) 是有界且不重合的, $t_0 = 0, t_{s+1} - t_s \geq \tau, \tau > 0$. 假设图 $G_{\sigma(t)}$ 在每个时间区间 $[t_s, t_{s+1})$ 内保持不变.

对于切换拓扑图 $G_{\sigma(t)}$, 定义矩阵 $H_p = L_p + B_p, p \in P$. $\lambda_{\max}(H_p)$ 表示矩阵 H_p 的最大特征值.

引理 2^[19] 矩阵 H_p 的特征值是非负的, 当且仅当图 G_p 在时间区间 $[t_s, t_{s+1})$ ($s = 0, 1, \dots$) 内为连通图时矩阵 H_p 是对称正定的.

由引理 2 和指标集 P 的有限性可知 $\mu_{\max} = \max\{\lambda_{\max}(H_p) | p \in P\} > 0$.

引理 3^[20] S 为一个对称阵, 将它写成分块矩阵的形式 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$, 其中 S_{11}, S_{22} 为对称方阵. $S < 0$ 当且仅当下面两个条件中的 1 个成立:

- 1) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{21}S_{11}^{-1}S_{12} < 0$;
- 2) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12}S_{22}^{-1}S_{21} < 0$.

引理 4 (Barbalat 引理)^[21] 如果函数 $f(t)$ 是一致连续的, $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(s)ds$ 存在且有界, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$.

研究多智能体系统的跟踪一致性问题, 在设计控制律时, 跟随者一般很依赖于与邻居智能体之间的一些相对测量信息, 一般可以分为如下两类相对信息的测量:

- 1) 与邻居智能体之间的相对位置信息

$$\xi_i(t) = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) + b_i(x_i(t) - x_0(t)). \quad (3)$$

- 2) 与邻居智能体之间的相对速度信息

$$\varsigma_i(t) = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(v_i(t) - v_j(t)) + b_i(v_i(t) - v_0(t)), \quad (4)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N$.

文献[18]给出的一致性自适应控制律为

$$u_i(t) = f(x_i(t), v_i(t), t) + \alpha c_i(t) \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \beta c_i(t) \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}(v_j(t) - v_i(t)),$$

同时利用了相对位置和相对速度信息. 文献[14]只给出了依赖相对位置信息的一致性控制律

$$u_i(t) = -l\theta_i(t) - (k + rl)\xi_i(t) + \phi_0^T(t)\hat{\omega}_{0i}(t) - \phi_i^T(t)\hat{\omega}_i(t),$$

耦合参数和矩阵 H_p 的特征值需要满足

$$\frac{2}{\mu_{\min}}[r - \sqrt{r(r-1)}] < l < \frac{2}{\mu_{\max}}[r + \sqrt{r(r-1)}],$$

$$0 < k < \frac{1}{\mu_{\max}}[3r - 1 + 2\sqrt{2r^2 - 3r + 1}],$$

即所有的跟随者需要预先知道 H_p 的最大、最小特征值. 但是, 当智能体个数非常多时, 计算 H_p 的特征值比较困难, 且必然会增加一些额外的成本, 因此本文设计了自适应跟踪控制律, 有效地避免了上述缺点.

本文设计了只依赖于相对位置信息(3)的一致性自适应控制律, 如果对于每一个跟随者 $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 都有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(t) - x_0(t)) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (v_i(t) - v_0(t)) = 0$, 则称系统达到了跟踪一致性.

2 自适应跟踪控制设计

通过以下步骤设计自适应跟踪控制律.

Step 1: 通过式(3)和(4)将系统(1)和(4)转化为一个新的误差系统.

Step 2: 根据智能体的相对位置信息(3)构造一个动态输出反馈自适应控制律, 再通过动态输出反馈估计相对速度信息.

Step 3: 根据设计出的自适应控制律分析闭环系统的稳定性.

对式(3)和(4)求导得到

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i(t) &= \varsigma_i(t), \\ \dot{\varsigma}_i(t) &= \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}(u_i(t) - u_j(t)) + b_i(u_i(t) - a_0(t)). \end{aligned} \quad (5)$$

定义跟踪误差

$$\bar{x}(t) = x(t) - x_0(t)\mathbf{1}, \quad \bar{v}(t) = v(t) - v_0(t)\mathbf{1},$$

其中 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))^T$ 和 $v(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_N(t))^T$ 为列向量. 式(3)和(4)可以分别写成如下向量形式:

$$\begin{aligned} & -2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ \leftarrow & \begin{bmatrix} 2(1-r)I_N & \rightarrow \\ -2lH_p\bar{c} + 2rI_N + lH_p \\ (k-l)H_p\bar{c} - kH_p \\ -2lH_p\bar{c} + 2rI_N + lH_p \\ 2lH_p\bar{c} - 2(rI_N + lH_p) \end{bmatrix}, \\ \hat{C} = & \text{diag}(\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_N), \hat{c}_i = \bar{c} > 0. \end{aligned}$$

下面证明 Q_p 是负定的. 首先证明

$$\begin{bmatrix} -2kH_p\bar{c} & \rightarrow \\ -2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ -2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ 2(1-r)I_N \end{bmatrix}$$

是负定的. 由 $k > 0, H_p$ 正定, 有 $-2kH_p\bar{c}$ 负定. 取充分大的 \bar{c} , 有

$$\begin{aligned} & 2(1-r)I_N - \frac{1}{2k\bar{c}}(-2kH_p\bar{c} + kH_p + \\ & (r+1)I_N)H_p^{-1}(-2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N) \leq \\ & 2(1-r)I_N - \frac{1}{2k\bar{c}\mu_{\max}}(-2kH_p\bar{c} + kH_p + \\ & (r+1)I_N)^2 < 0. \end{aligned}$$

由 Schur 补引理有

$$\begin{bmatrix} -2kH_p\bar{c} & \rightarrow \\ -2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ -2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ 2(1-r)I_N \end{bmatrix} \quad (16)$$

是负定的, 同理可得

$$\begin{bmatrix} -2kH_p\bar{c} & \rightarrow \\ 2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ -2kH_p\bar{c} + kH_p + (r+1)I_N \\ 2(1-r)I_N \end{bmatrix} - \frac{1}{(2l\bar{c} - 2l)\mu_{\max} - 2r} \begin{bmatrix} (k-l)H_p\bar{c} - kH_p \\ -2lH_p\bar{c} + 2rI_N + lH_p \end{bmatrix} ((k-l)H_p\bar{c} - kH_p - 2lH_p\bar{c} + 2rI_N + lH_p) < 0.$$

定义 $\beta = \min\{\lambda_{\min}(Q_p) | p \in P\}$, 由于 Q_p 是负定的且指标集 P 是有限的, $\beta < 0$. 则有

$$\dot{V}(t) < \beta \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) < 0, \quad (17)$$

因此 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = V(\infty)$ 存在.

下面需要证明 $\lim_{x \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$. 考虑无限数列 $\{V(t_s) | s = 0, 1, \dots\}$, 由柯西收敛准则, 对于 $\forall \alpha > 0$, 存在正整数 N_α , 使得 $|V(t_{s+1} - t_s) - V(t_s)| < \alpha, \forall s \geq N_\alpha$. 同样地, 有 $\int_{t_s}^{t_{s+1}} \dot{V}(t) dt < \alpha$ 或 $\int_{t_s}^{t_{s+1}} \dot{V}(t) dt >$

$-\alpha$. 根据式(16), 得到

$$\int_{t_s}^{t_{s+\tau}} \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) dt < \int_{t_s}^{t_{s+1}} \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) dt < \frac{\alpha}{\beta},$$

即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+\tau} \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) dt = 0.$$

根据式(14)和(16), 对于任意 $t > 0, \varepsilon(t)$ 是一致有界的, $\dot{\varepsilon}(t)$ 是一致有界的, 因此 $\varepsilon^T(t) \varepsilon(t)$ 是一致连续的. 由 Barbalat 引理得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon^T(t) \varepsilon(t) = 0. \quad (18)$$

即有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varsigma(t) = 0.$$

由命题1可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{v}(t) = 0$, 即系统(1)和(2)达到跟踪一致性. \square

3 数值仿真

下面通过数值仿真验证设计方法的有效性. 考虑由4个跟随者和1个领导者组成的系统, 其动态方程由式(1)和(2)给出. 两个通信拓扑图如图1所示. 容易看出, 图 G_1 是连通的而 G_2 是不连通的, 但是 G_1 和 G_2 是连通的. 假设通信拓扑图按照 $G_1, G_2, G_1, G_2, \dots$ 的顺序进行周期性切换, 周期 $T_{\sigma(t)} = 5$ s, 取

$$r = 2, k = 2, l = 0.9,$$

$$a_0(t) = \sin t + 0.5 \cos t + \cos(x_0(t) + v_0(t)).$$

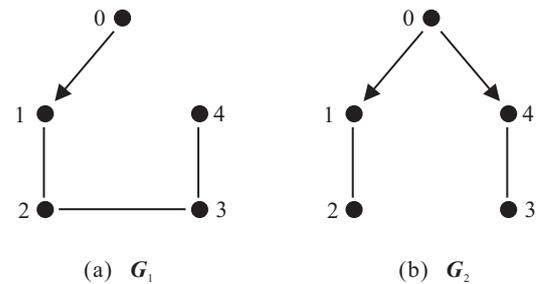


图1 4个跟随者和1个领导者的通信拓扑

图2和图3表明跟踪误差 $x_i(t) - x_0(t), v_i(t) - v_0(t)$ 趋于零, 即在动态反馈控制律(7)和自适应跟踪控制律(9)的作用下, 所有的跟随者跟踪到领导者. 图4表明耦合权重收敛于有限的稳定值.

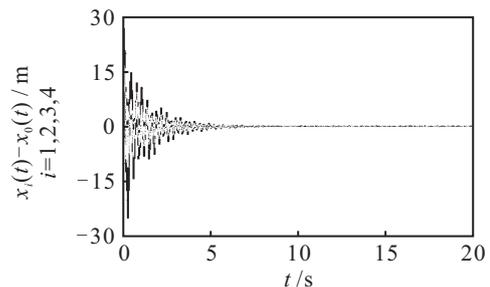


图2 跟随者与领导者的位置差轨迹

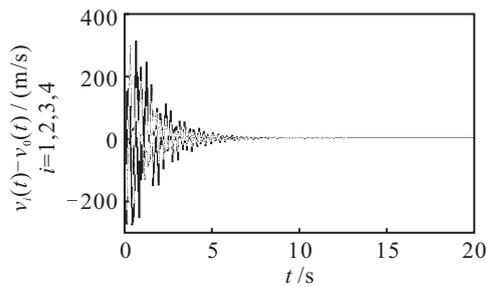


图3 跟随者与领导者的速度差轨迹

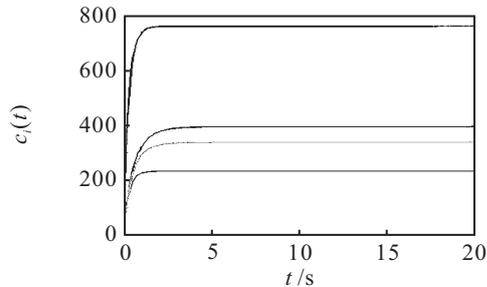


图4 耦合权重轨迹

4 结论

本文考虑带有动态领导者的二阶多智能体系统的一致性问题的,设计了只依赖于相对位置信息的自适应跟踪控制律.根据相对位置信息设计了输出反馈控制律,通过动态输出反馈控制律估计出相对的速度信息,进而得到使系统达到一致性的自适应跟踪控制律.另一方面,本文是在切换拓扑图的条件下对系统的一致性问题的讨论,更加贴合实际,而且从数值仿真也可以看出,系统在很短的时间内即可达到一致.

参考文献(References)

- [1] Cao Y C, Ren W. Distributed coordinated tracking with reduced interaction via a variable structure approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(1): 33-48.
- [2] Chen G, Lewis F L. Distributed adaptive tracking control for synchronization of unknown networked Lagrangian systems[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, 2011, 41(3): 805-816.
- [3] Cao Y C, Ren W, Egerstedt M. Distributed containment control with multiple stationary or dynamic leaders in directed networks[J]. Automatica, 2012, 48(8): 1586-1597.
- [4] Yu W W, Chen G R, Cao M. Consensus in directed networks of agents with nonlinear dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(6): 1436-1441.
- [5] Yu W W, Zheng W X, Chen G R, et al. Second-order consensus in multi-agent dynamical systems with sampled position data[J]. Automatica, 2011, 47(7): 1496-1503.
- [6] Zheng Y, Zhu Y, Wang L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems[J]. IET Control Theory & Application, 2011, 5(16): 1881-1888.
- [7] Zheng Y, Wang L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems without velocity measurements[J]. Int J of Control, 2012, 85(7): 200-206.
- [8] Hong Y G, Chen G R, Bushnell L. Distributed observers design for leader-following control of multi-agent networks[J]. Automatica, 2008, 44(3): 846-850.
- [9] Li J, Ren W, Xu S. Distributed containment control with multiple dynamic leaders for double-integrator dynamics using only position measurements[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(6): 1553-1559.
- [10] Mei J, Ren W, Ma G F. Distributed coordination for second-order multi-agent systems with nonlinear dynamics using only relative position measurements[J]. Automatica, 2013, 49(4): 1419-1427.
- [11] Hu J, Feng G. Distributed tracking control of leader-follower multi-agent systems under noisy measurement[J]. Automatica, 2010, 46(8): 1382-1387.
- [12] Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1089-1095.
- [13] Yu W W, Chen G R, Cao M, et al. Second-order consensus for multi-agent systems with directed topologies and nonlinear dynamics[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, 2010, 40(3): 881-891.
- [14] Hu J P, Zheng W X. Adaptive tracking control of leader-follower systems with unknown dynamics and partial measurements[J]. Automatica, 2014, 50(4): 1416-1423.
- [15] Das A, Lewis F L. Distributed adaptive control for networked multi-robot systems[C]. Multi-robot Systems, Trends and Development, 2011: 33-52.
- [16] Bai H, Arcak M, Wen J. Adaptive motion coordination: using relative velocity feedback to track a reference velocity[J]. Automatica, 2009, 45(4): 1020-1025.
- [17] Yu W W, Ren W, Zheng W X, et al. Distributed control gains design for consensus in multi-agent systems with second-order nonlinear dynamics[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2107-2115.
- [18] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(4): 655-661.
- [19] Hong Y G, Hu J P, Gao L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology[J]. Automatica, 2006, 42(7): 1177-1182.
- [20] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis[M]. New York: Cambridge University Press, 1985.
- [21] Slotine J J E, Li W P. Applied nonlinear control[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1991.

(责任编辑: 郑晓蕾)