文章编号: 1001-0920(2017)06-1069-06 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2016.0295

基于后悔理论的灰色随机多准则决策方法

钱丽丽[1,2†], 刘思峰[1], 方志耕[1], 刘 勇[3]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院，南京 210016；2. 上海立信会计金融学院 统计与数学学院,上海 201209；3. 江南大学 商学院，江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对准则值和状态概率均为区间灰数的灰色随机多准则决策问题,在考虑决策者的风险态度及心理行为的情境下,给出一种基于后悔理论的决策方法. 首先将原始准则值转化为标准灰数, 同时进行规范化处理, 得到各状态下的标准灰色风险决策矩阵;然后依据后悔理论,定义灰色感知效用函数,构造决策者对方案集的灰色综合感知效用最大化的多目标优化模型,并解出最优权重向量,得到各方案的最优灰色感知效用值且排序;最后,通过实例验证所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 灰色随机；多准则决策；区间灰数；后悔理论；灰色感知效用；最优权重

中图分类号: N941.5 **文献标志码:** A

Method for grey-stochastic multi-criteria decision-making based on regret theory

QIAN Li-li[1,2†], *LIU Si-feng*[1], *FANG Zhi-geng*[1], *LIU Yong*[3]

(1. College of Economics and Management，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics，Nanjing 210016，China；2. School of Statistics and Mathematics，Shanghai Lixin University of Accounting and Finance，Shanghai 201209，China；3. School of Business，Jiangnan University，Wuxi 214122，China)

Abstract: In the situation of considering the decision-maker’s risky attitude and psychological behavior, a decision analysis method based on the regret thoery is proposed to solve the problem of grey-stochastic multi-criteria decision-making in which the criteria value of alternatives and the probability are both grey numbers. Firstly, original criteria values are converted into standard grey numbers, and the standard grey risky decision matrix under various conditions is obtained by using the normative approach. Then, the grey perceived utility function is defined based on the regret thoery. A multi-objective optimization model which produces the maximum grey overall perceived utility values of alternatives is constrcted to get the optimum weight vector, so that the optimal grey perceived utility value of each scheme is ranked by the sorting rules of interval grey numbers. Finally, an example is provided to illustrate the practicability and effectiveness of the proposed method.

Keywords: grey-stochastic；multi-criteria decision-making；grey numbers；regret thoery；grey perceived utility；optimal weight

0 引 言

在现代社会经济管理、工程军事等领域,通常需要解决具有多个准则的有限备选方案集的评价、排序等问题,且决策过程中常伴随着不确定性,如模糊性、随机性、灰色性等. 在现实问题背景的推动下,多准则决策理论方法的发展也十分活跃,相关研究已不再局限于单一不确定情况. 很多学者对双重不确定性多准则决策问题作了深入讨论,包括随机模糊性、灰色模糊性以及灰色随机性. 相对而言,灰色随机变量的研究起步较晚,但文献[1]指出,许多随机性方法体现了灰思想和灰观念,而灰色问题在一定条件下也可以从随机性角度去认识、研究和处理. 因此,对于准则值信息同时具有灰色性和随机性的多准则决策问题,已逐渐成为研究焦点.

收稿日期: 2016-03-14；**修回日期:** 2016-06-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11101283,71503103)；国家社科基金重点项目 (12AZD102)；欧盟第 7 研究框架玛丽居里国际人才引进计划 Fellow 项目 (FP7-PIIF-GA-2013-629051)；江苏自然科学基金项目 (BK20150157)；江苏社科基金项目 (14GLC008).

作者简介: 钱丽丽 (1979−), 女, 讲师, 博士生, 从事灰色系统理论和决策分析的研究；刘思峰 (1955−), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、系统方法与模型等研究.

†通讯作者. E-mail: liliqianlili@126.com

文献[2]针对准则权重已知而准则值为灰色随机变量的多准则问题,通过定义其期望值和标准差,给出了一种决策方法; 文献[3]将随机支配规则推广到灰色随机变量的处理中,得出了灰色随机多准则的优劣势排序法; 文献[4]提出了灰色多指标风险型决策模型,建立了两种决策算法. 以上文献的研究都是针对准则值为区间灰数、概率为确定实数的情形. 文献[5]和文献[6]则在此基础上进一步考虑了概率分别为区间数和区间灰数的情况,其中文献[5]定义了一种灰色隶属函数,提出基于最大隶属度的灰色随机多准则决策方法; 文献[6]则考虑了决策者面临收益和损失时不同的风险态度,提出基于前景理论的灰色随机多准则决策理论. 在决策过程中,决策者对方案往往有主观上的偏好,将风险态度引入到决策中是有必要、也是有意义的.

关于灰色随机多准则决策问题,以上研究还存在不足之处: 1) 对于准则值以及状态概率为区间灰数的情形,大部分文献对于区间灰数的运算体系、排序等都只是借鉴了区间数的方法,没有体现出区间灰数本身的特征; 2) 文献[6]虽然已将前景理论运用到灰色随机决策中,其结果也是能够反映决策者的心理因素的,但由于一般需要决策者事先确定参照点信息,且计算过程中有不少未知的待定参数,使得实际应用有些不方便. 因此,在考虑决策者的风险态度及心理行为的情境下,需要进一步研究准则值和概率同时不确定的灰色随机多准则决策方法.

值得注意的是,目前很多学者都在关注由Bell[7]和Loomes等[8]提出的后悔理论,并尝试将其引入到决策问题中. 文献[9]考虑了决策者风险厌恶和后悔规避的情况,利用后悔理论研究了路径选择和交通均衡问题;文献[10]针对属性值和状态概率均为区间数的风险型多属性决策问题,通过计算属性值的效用值和后悔值,提出了基于后悔理论的决策方法;文献[11]通过计算方案两两比较的后悔值和欣喜值得到风险型多属性决策的排序结果,有效地将后悔规避的心理行为引入到决策过程中;文献[12]将后悔理论融入到方案对多维偏好信息下的模糊多属性群决策问题中;文献[13]建立了基于后悔理论的多目标灰靶决策方法模型;文献[14]和文献[15]分别将后悔理论应用到突发事件应急响应风险决策问题和属性具有二元期望的随机多属性决策问题中. 文献[7-14]都指出,与前景理论相比,后悔理论在应用上具有一定的优势. 例如,决策者不需要事先给定参考点,且计算中涉及的参数也相对较少. 后悔理论为决策理论提供了新的方法,不仅应用于个人消费决策、医学、资产定价等方面,而且还被广泛应用于解释一些期望效用理论不能解释的“悖论”或“异象”[16]. 但如何将后悔理论应用到灰色随机多准则决策问题中,目前尚未见到相关报道.

基于此,本文针对准则值和状态概率均为区间灰数、准则权重不完全确定的灰色随机多准则决策问题,提出一种基于后悔理论的决策方法. 该方法以决策者对方案集的灰色综合感知效用最大化为目标,求解最优权重向量,得到每个方案的最优灰色综合感知效用值,并依据区间灰数的大小对所有方案进行排序. 最后,运用本文的模型去分析解决文献[6]中的案例,同时进行方法比较,以此说明所提出方法的实用性和有效性.

1 基本定义

1.1 区间灰数

在实际生活中,由于信息本身的模糊性以及人类自身认知的局限性,决策信息往往是不确定的,有的信息只知其取值范围而不知其确切值,称之为灰数[17]. 灰数实际上是指在某一个区间或某个一般的数集内取值的不确定数,通常用符号$\otimes$表示. 既有上界又有下界的灰数称为区间灰数,记为$\otimes \in [\underline{a}, \overline{a}]$.

定义1[17] 设区间灰数$\otimes \in [\underline{a}, \overline{a}]$产生的背景或论域为$\Omega$, $\mu(\otimes)$为区间灰数$\otimes$取数域的测度,则定义

$$g^0(\otimes) = \frac{\mu(\otimes)}{\mu(\Omega)} \tag{1}$$

为区间灰数$\otimes$的灰度,简记为g^0;

$$\hat{\otimes} = E(\otimes) \tag{2}$$

为区间灰数$\otimes$的核.

记$\hat{\otimes}(g^0)$为区间灰数$\otimes$的简化形式,区间灰数的运算法则[17]如下:

$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} \pm \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 \pm \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)};$$
$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} \times \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 \times \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)};$$
$$\hat{\otimes}_{1(g_1^0)} / \hat{\otimes}_{2(g_2^0)} = (\hat{\otimes}_1 / \hat{\otimes}_2)_{(g_1^0 \vee g_2^0)};$$
$$k \cdot \hat{\otimes}_{(g^0)} = (k \cdot \hat{\otimes})_{(g^0)},\ k \in R;$$
$$(\hat{\otimes}_{(g^0)})^k = (\hat{\otimes})^k_{(g^0)},\ k \in R.$$

白数与区间灰数进行和差积商等运算时,运算结果的灰度与区间灰数的灰度相同. 另外,区间灰数的排序问题一直备受关注,特别是对于不确定性灰色决策而言,灰数的排序结果是进行科学决策的有效依据. 但是,目前关于区间灰数排序的文献较少,且争议较多. 如对于文献[18]中的例2,若运用文献[19]的方法进行排序,则所得结果与文献[18]并不相同. 本文

认为文献[18]的特点是抓住了区间灰数的本质特征,但提出的两个概念——相对核和精确度,对排序意义有限,因为仅仅由核和灰度的概念就可以得出相关结论. 基于此,本文提出如下排序方法.

定义2　设

$$\otimes_1 \in [\underline{a_1}, \overline{a_1}] \subset [0,1],$$
$$\otimes_2 \in [\underline{a_2}, \overline{a_2}] \subset [0,1].$$

若$\hat{\otimes}_1 < \hat{\otimes}_2$,则$\otimes_1 < \otimes_2$. 若$\hat{\otimes}_1 = \hat{\otimes}_2$,当$g_1^0 < g_2^0$时,则$\otimes_1 > \otimes_2$;当$g_1^0 = g_2^0$时,则$\otimes_1 = \otimes_2$.

运用定义2对文献[18]中的例2进行排序,所得结果与用文献[19]方法的结果相同.

定义3[18]　设$R(\otimes)$是论域为$\Omega = [\underline{e}, \overline{e}]$上的区间灰数集,$\overline{R}(\overline{\otimes})$是论域为$\Omega = [0,1]$上的区间灰数集,映射$f: R(\otimes) \to \overline{R}(\overline{\otimes})$将$\otimes \in [\underline{a}, \overline{a}] \in R(\otimes)$对应为$D$上的$\overline{\otimes} \in \overline{R}(\overline{\otimes})$.记

$$\overline{\otimes} = f(\otimes) \in \left[\frac{\underline{a} - e}{\mu(\Omega)}, \frac{\overline{a} - e}{\mu(\Omega)}\right] \subset [0,1], \tag{3}$$

称$\overline{\otimes}$为$\otimes$的标准灰数.

1.2　区间灰数概率灰色随机变量

定义4[5]　当随机变量的可能取值为区间灰数,所对应的概率也为区间灰数时,称这样的随机变量为离散型区间灰数概率灰色随机变量,记为$\xi(\otimes)$,其取值的概率分布如表1所示.

表1　$\xi(\otimes)$的概率分布

$\xi(\otimes)$	$\otimes_1$	$\otimes_2$	$\cdots$	$\otimes_i$	$\cdots$	$\otimes_n$
$p(\otimes)$	$p_1(\otimes)$	$p_2(\otimes)$	$\cdots$	$p_i(\otimes)$	$\cdots$	$p_n(\otimes)$

2　基于后悔理论的灰色随机决策方法

2.1　问题描述

设对某灰色随机多准则决策问题,方案集$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_m\}$,准则集$C = \{c_1, c_2, \cdots, c_j, \cdots, c_n\}$,各准则相互独立,相应的准则权重向量为$\omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_j, \cdots, \omega_n\}^{\mathrm{T}}$,且满足约束条件$\sum\limits_{j=1}^{n} \omega_j = 1, \omega_j \geqslant 0, j = 1, 2, \cdots, n$. 由于环境的复杂性和不确定性,该决策问题面临$s$种可能的自然状态,且每种状态出现的概率也不确定. 设状态集为$\theta = \{\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k, \cdots, \theta_s\}$,第$k$种状态$\theta_k$发生的概率为区间灰数$p_k(\otimes) = [\underline{p_k}, \overline{p_k}]$.

方案a_i在准则c_j下的信息值为ξ_{ij}, ξ_{ij}是信息完全的、概率为区间灰数的灰色随机变量,方案a_i的准则c_j在状态θ_k下的值为区间灰数$\xi_{ij}^{(k)}(\otimes)$, $\xi_{ij}^{(k)}(\otimes) \in [\underline{\xi_{ij}^{(k)}}, \overline{\xi_{ij}^{(k)}}]$, $1 \leqslant i \leqslant m, 1 \leqslant j \leqslant n, 1 \leqslant k \leqslant s$,从而可得$s$个自然状态下的灰色决策矩阵

$$D(\otimes) = (\xi_{ij}^{(k)}(\otimes))_{m \times n},\ k = 1, 2, \cdots, s. \tag{4}$$

由于各准则具有不同的量纲,需要将原始数据规范化处理,以便能够直接比较指标. 对于效益型准则值,可采用上限效果测度

$$x_{ij}^{(k)}(\otimes) = \frac{\xi_{ij}^{(k)}(\otimes) - \min\limits_i \xi_{ij}^{(k)}(\otimes)}{\max\limits_i \xi_{ij}^{(k)}(\otimes) - \min\limits_i \xi_{ij}^{(k)}(\otimes)}; \tag{5}$$

对于成本型准则值,可采用下限效果测度

$$x_{ij}^{(k)}(\otimes) = \frac{\max\limits_i \xi_{ij}^{(k)}(\otimes) - \xi_{ij}^{(k)}(\otimes)}{\max\limits_i \xi_{ij}^{(k)}(\otimes) - \min\limits_i \xi_{ij}^{(k)}(\otimes)}. \tag{6}$$

由此可以得到s个自然状态的标准化灰色风险决策矩阵

$$X(\otimes) = (x_{ij}^{(k)}(\otimes))_{m \times n},\ k = 1, 2, \cdots, s. \tag{7}$$

现欲对上述灰色随机多准则决策问题确定方案集A的最佳方案.

2.2　后悔理论在灰色随机决策方法中的应用

文献[20,10,12]分别针对属性值为实数、区间数以及模糊数情形给出了后悔-欣喜值以及感知效用值的计算方法. 然而,在实际问题中往往会出现只知其取值范围而不知其具体值的区间灰数,本文考虑的是准则值为区间灰数情形下的感知效用计算方法,且以经典的后悔理论为依据,研究如何将后悔理论融入到灰色随机多准则决策模型中.

定义5[21]　设$[R]$为全体区间灰数集合,设$A \subseteq R, \forall a, b \in A$,称$\otimes \in [a, b]$或$\otimes \in [b, a]$为由$A$中元素生成的区间灰数. 由$A$中任意元素生成的全体区间灰数集合记为$[A]$.

定义6　设$v(x)$为实数x的经典效用函数, $x \in R$, R为实数域,满足$v'(x) > 0, v''(x) < 0$,称$v(\otimes): [A] \to [R]$为区间灰数$\otimes$的灰色效用函数.

定义7　设a_i表示第i个备选方案, $\otimes_i$为a_i的结果,设$R(x)$为后悔-欣喜函数[8],满足$R'(x) > 0$, $R''(x) < 0$,且$R(0) = 0$. 根据文献[22]关于多方案选择的后悔理论,称

$$R_i(\otimes) = R(v(\otimes_i) - v(\otimes^*)) \tag{8}$$

为决策者选择方案a_i的灰色后悔-欣喜函数,其中

$$\otimes^* = \max_{i=1,2,\cdots,m} \{\otimes_i\}. \tag{9}$$

定义8　称

$$U_i(\otimes) = v(\otimes_i) + R(v(\otimes_i) - v(\otimes^*)) \tag{10}$$

为决策者对方案a_i的灰色感知效用函数.

根据文献[23],本文采用幂函数

$$v(x) = x^{\alpha} (0 < \alpha < 1) \tag{11}$$

作为准则值的效用函数. 决策者的风险厌恶程度越大, α越小, α被称为决策者的风险厌恶系数.

根据文献[7, 9-10],本文采用

$$R(\Delta v) = 1 - \exp(\delta \Delta v) \tag{12}$$

表示后悔-欣喜函数. 决策者的后悔规避程度越大, $\delta(\delta > 0)$越大, δ被称为决策者的后悔规避系数[10]; Δv表示关于两个方案结果效用值之差的变量. 可证, 若$\Delta v_0 > 0$,则有$|R(-\Delta v_0)| > R(\Delta v_0)$. 这表明,与$\Delta v_0$相比较,决策者对$-\Delta v_0$的心理感知更加敏感,即决策者是后悔规避的[10]. 而心理学的大量研究也表明,后悔作为一种负面情绪,对效用的影响要比欣喜这种正面情绪更强.

本文以式(10)为切入点,将后悔理论融入到灰色随机多准则决策模型中. 设方案a_i的准则c_j在状态θ_k下的值为区间灰数$x_{ij}^{(k)}(\otimes)$,则决策者对方案a_i的灰色感知效用函数可以表示为

$$u_{ij}^{(k)}(\otimes) = \\ (x_{ij}^{(k)}(\otimes))^{\alpha} + 1 - \exp\{-\delta[(x_{ij}^{(k)}(\otimes))^{\alpha} - (x_{i^*j}^{(k)}(\otimes))^{\alpha}]\}. \tag{13}$$

这里

$$x_{i^*j}^{(k)}(\otimes) = \max_{i=1,2,\cdots,m}\{x_{ij}^{(k)}(\otimes)\}, \tag{14}$$

$(x_{i^*1}^{(k)}(\otimes), x_{i^*2}^{(k)}(\otimes), \cdots, x_{i^*n}^{(k)}(\otimes))$表示在状态$\theta_k$下的灰色理想点. 从而可建立状态$\theta_k$下的灰色感知效用矩阵为

$$U^{(k)}(\otimes) = (u_{ij}^{(k)}(\otimes))_{m\times n}. \tag{15}$$

根据“综合感知效用越大,方案越优”的理念,以决策者对方案集的综合感知效用最大化为目标,建立多准则的灰色优化模型如下:

$$\max\ U(\otimes) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{s}\omega_j p_k(\otimes) u_{ij}^{(k)}(\otimes);$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^{n}\omega_j = 1,\ 0 \leqslant a_j \leqslant \omega_j \leqslant b_j. \tag{16}$$

用Matlab软件求解,可得权重最优解$\omega^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \cdots, \omega_n^*)$,则决策者对方案$a_i$的最优灰色综合感知效用值为

$$u_i(\otimes) = \sum_{k=1}^{s}\sum_{j=1}^{n}\omega_j^* p_k(\otimes) u_{ij}^{(k)}(\otimes). \tag{17}$$

依据区间灰数$u_i(\otimes)$的大小比较,可得所有方案的排序结果, $u_i(\otimes)$越大,方案a_i越优.

2.3 决策方法步骤

综上所述,基于后悔理论和区间灰数信息的随机多准则决策方法步骤如下.

Step 1: 依据定义3,将准则值由普通区间灰数转换为标准灰数,并化为核和灰度的简化形式;

Step 2: 依据式(5)和(6),对准则值进行规范化处理,求得各状态下的标准化灰色风险决策矩阵;

Step 3: 由式(13)和(15),建立各状态下的灰色感知效用矩阵;

Step 4: 以决策者对方案集的灰色综合感知效用最大化为目标,依据式(16)建立优化模型,求解最优权重向量;

Step 5: 将最优权重代入式(17),得到到各方案的灰色感知效用值并排序,得到最优方案.

3 案例分析

以文献[6]中的算例作为本文的案例进行分析. 设某投资银行拟对3家公司进行投资,方案集$A = \{a_1, a_2, a_3\}$;主要评估准则有年产值、社会效益、环境污染程度,即$C = \{c_1, c_2, c_3\}$;准则权重空间为$H = \{0.1 \leqslant \omega_1 \leqslant 0.3, 0.2 \leqslant \omega_2 \leqslant 0.4, 0.5 \leqslant \omega_3 \leqslant 0.7, \omega_1+\omega_2+\omega_3 = 1\}$. 在投资期间,市场“好”、“中”、“差”的概率分别为区间灰数[0.3, 0.5]、[0.4, 0.9]、[0.1, 0.5]. 现欲确定投资的最佳公司,具体数据参见文献[6]中的表2～表4.

表2 市场“好”的决策表

	c_1	c_2	c_3
α_1	$0.49_{0.02}$	$0.64_{0.04}$	$0.675_{0.15}$
α_2	$0.57_{0.02}$	$0.72_{0.04}$	$0.475_{0.15}$
α_3	$0.52_{0.04}$	$0.68_{0.04}$	$0.575_{0.15}$

表3 市场“中”的决策表

	c_1	c_2	c_3
α_1	$0.71_{0.02}$	$0.77_{0.06}$	$0.55_{0.3}$
α_2	$0.67_{0.02}$	$0.69_{0.06}$	$0.35_{0.1}$
α_3	$0.59_{0.02}$	$0.74_{0.28}$	$0.25_{0.1}$

表4 市场“差”的决策表

	c_1	c_2	c_3
α_1	$0.64_{0.08}$	$0.6_{0.04}$	$0.325_{0.15}$
α_2	$0.63_{0.02}$	$0.74_{0.08}$	$0.7_{0.2}$
α_3	$0.57_{0.02}$	$0.57_{0.06}$	$0.4_{0.2}$

Step 1 设年产值c_1和社会效益c_2的论域都为$[0, 5]$,环境污染程度c_3的论域为$[0, 1]$. 由定义3投影法则,可得标准评估数据,并转化为核和灰度的标准灰数形式,如表2～表4所示.

Step 2 对效益型准则c_1和c_2、成本型准则c_3,分别采用上限效果测度和下限效果测度规范化处理后,得到3个自然状态下的标准化风险决策矩阵:

$$X^{(1)}(\otimes) = \begin{bmatrix} 0_{0.02} & 0_{0.04} & 0_{0.15} \\ 1_{0.02} & 1_{0.04} & 1_{0.15} \\ 0.375_{0.04} & 0.5_{0.04} & 0.5_{0.15} \end{bmatrix},$$

$$X^{(2)}(\otimes)=\begin{bmatrix}1_{0.02} & 1_{0.06} & 0_{0.3}\\ 0.67_{0.02} & 0_{0.06} & 0.67_{0.3}\\ 0_{0.02} & 0.625_{0.28} & 1_{0.3}\end{bmatrix},$$

$$X^{(3)}(\otimes)=\begin{bmatrix}1_{0.08} & 0.18_{0.08} & 1_{0.2}\\ 0.86_{0.08} & 1_{0.08} & 0_{0.2}\\ 0_{0.08} & 0_{0.08} & 0.8_{0.2}\end{bmatrix}.$$

Step 3 依据文献[10]和文献[23],分别构造效用函数$v(x)=x^{0.88}$、后悔-欣喜函数$R(\Delta v)=1-\mathrm{e}^{-0.3\Delta v}$. 易知,状态$\theta_k$下的理想点为$(1,1,1)$,由式(13)和(15),可得3个状态下的灰数感知效用矩阵

$$U^{(1)}(\otimes)=\begin{bmatrix}-0.3499_{0.02} & -0.3499_{0.04} & -0.3499_{0.15}\\ 1_{0.02} & 1_{0.04} & 1_{0.15}\\ 0.2324_{0.04} & 0.3966_{0.04} & 0.3966_{0.15}\end{bmatrix},$$

$$U^{(2)}(\otimes)=\begin{bmatrix}1_{0.02} & 1_{0.06} & -0.3499_{0.3}\\ 0.6098_{0.02} & -0.3499_{0.06} & 0.6098_{0.3}\\ -0.3499_{0.02} & 0.5543_{0.28} & 1_{0.3}\end{bmatrix},$$

$$U^{(3)}(\otimes)=\begin{bmatrix}1_{0.08} & -0.0421_{0.08} & 1_{0.2}\\ 0.8377_{0.08} & 1_{0.08} & -0.3499_{0.2}\\ -0.3499_{0.08} & -0.3499_{0.08} & 0.7668_{0.2}\end{bmatrix}.$$

Step 4 将市场"好"、"中"、"差"的区间灰数概率转化为核和灰度的简化形式,分别为$0.4_{0.2}, 0.65_{0.5}, 0.3_{0.4}$,归一化处理后便得灰色概率向量$P(\otimes)=(0.296_{0.5}, 0.482_{0.5}, 0.222_{0.5})$.同时构建优化模型

$$\max\ U(\otimes)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\omega_j p_k(\otimes)u_{ij}^{(k)}(\otimes);$$

$$\text{s.t.}\ \omega_1+\omega_2+\omega_3=1,$$
$$0.1\leqslant\omega_1\leqslant 0.3,$$
$$0.2\leqslant\omega_2\leqslant 0.4,$$
$$0.5\leqslant\omega_3\leqslant 0.7.$$

用Matlab软件求解上述模型,可得权重最优解$\omega^*=(\omega_1^*,\omega_2^*,\omega_3^*)=(0.1,0.2,0.7)$.

Step 5 将ω^*代入式(17),得到3种方案的最优灰色综合感知效用值分别为$u_1(\otimes)=0.098704_{0.5}$, $u_2(\otimes)=0.506031_{0.5}$, $u_3(\otimes)=0.58236_{0.5}$. 按照区间灰数大小排序可知,最优方案是$a_3$.

本文认为方案a_3优于a_2,同时a_2优于a_1,这与文献[6]的决策结果是一致的. 略有区别的是,文献[6]中$P(V_2(\otimes)\geqslant V_1(\otimes))=0.6021$,而从区间灰数的大小比较来看,本文认为$a_2$大幅度优于$a_1$,这是因为$a_1$面临的后悔值较大.

由此可见,本文所提出的方法能够体现决策者的后悔心理及情绪,从而很好地解决在考虑心理行为和风险态度情境下的灰色随机多准则决策问题.与基于前景理论的灰色随机决策方法相比,本文方法不需要决策者给出参照点,且所涉及的计算公式中的参数较少,计算相对简单,具有较强的实用性和操作性;与传统的灰色随机决策方法相比,本文的方法可以很好地反映决策者风险规避的风险态度和后悔规避的心理行为,同时采用客观的、定量化的方式求解目标权重,实现了主观与客观的有效结合;另外,在实际应用中,还可以适当调整本文模型中的风险厌恶系数和后悔规避系数,以描述不同决策者不同的风险态度和心理行为.

4 结 论

本文针对准则值和概率均为区间灰数的灰色随机多准则决策问题,提出了一种基于区间灰数信息和后悔理论的决策方法.该方法的特点是考虑了决策者的风险态度和心理行为对决策分析的影响,同时抓住了区间灰数本身的信息特征,将后悔理论融入到决策过程中,以决策者对方案集的灰色综合感知效用最大化为目标构建模型并求解最优权重.本文所提方法为解决实际中考虑决策者心理行为的多准则决策问题提供了新的视角和思路,是对灰色随机多准则决策理论方法的进一步完善和补充.

参考文献(References)

[1] 寇进忠. 随机性方法与灰色性方法的互补问题[J]. 系统辩证学学报, 1998, 6(2): 81-83.
(Kou J Z. On the mutual complementarity between random methods and grey methods[J]. J of Systemic Dialectics, 1998, 6(2): 81-83.)

[2] 王坚强, 任世昶. 基于期望值的灰色随机多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 39-43.
(Wang J Q, Ren S C. Grey random multi-criteria decision-making approach based on expected value[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 39-43.)

[3] 王坚强, 任世昶, 陈晓红. 灰色随机多准则决策的优劣势排序法[J]. 控制与决策, 2009, 24(5): 701-705.
(Wang J Q, Ren S C, Chen X H. Superiority and inferiority ranking method for grey stochastic multi-criteria decision-making[J]. Control and Decision, 2009, 24(5): 701-705.)

[4] 罗党, 刘思峰. 灰色多指标风险型决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(8): 1057-1060.
(Luo D, Liu S F. Research on grey multi-criteria risk decision making method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(8): 1057-1060.)

[5] 王坚强, 周玲. 基于最大隶属度的区间概率灰色随机多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(4): 493-496.
(Wang J Q, Zhou L. Grey random multi-criteria decision-making approach based on maximum membership degree[J]. Control and Decision, 2010, 25(4): 493-496.)

[6] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664.
(Wang J Q, Zhou L. Grey-stochastic multi-criteria decision-making approach based on prospect theory[J]. Systems Engineering — Thoery & Practice, 2010, 30(9): 1658-1664.)

[7] Bell D E. Regret in decision making under uncertainty[J]. Operations Research, 1982, 30(5): 961-981.

[8] Loomes G, Sugden R. Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty[J]. The Economic J, 1982, 92(368): 805-824.

[9] Chorus C G. Regret theory based route choices and traffic equilibria[J]. Transportmetrica, 2010, 8(4): 291-305.

[10] 张晓, 樊治平, 陈发动. 基于后悔理论的风险型多属性决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(9): 2313-1320.
(Zhang X, Fan Z P, Chen F D. Method for risky multiple attribute decision making based on regret theory[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2013, 33(9): 2313-1320.)

[11] 张晓, 樊治平, 陈发动. 考虑后悔规避的风险型多属性决策方法[J]. 系统管理学报, 2014, 23(1): 111-117.
(Zhang X , Fan Z P, Chen F D. Risky multiple attribute decision making with regret aversion[J]. J of System & Management, 2014, 23(1): 111-117.)

[12] 张世涛, 朱建军, 刘小弟.方案对多维偏好信息下基于后悔理论的群决策方法[J]. 中国管理科学, 2014, 22(特辑): 33-41.
(Zhang S T, Zhu J J, Liu X D. Group Decision-making Method based on Regret Theory under Multidimensional Preference Information of Pair-wise Alrenatives[J]. Chinese J of Management Science, 2014, 22(Special): 33-41.)

[13] 郭三党, 刘思峰, 方志耕. 基于后悔理论的多目标灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(9): 1635-1640.
(Guo S D, Liu S F, Fang Z G. Multi-objective grey target decision model based on regret theory[J]. Control and Decision, 2015, 30(9): 1635-1640.)

[14] 袁媛, 刘洋, 樊治平. 考虑后悔规避的突发事件应急响应的风险决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(10): 2630-2636.
(Yuan Y, Liu Y, Fan Z P. Risk decision making method for emergency response considering regret aversion[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(10): 2630-2636.)

[15] 梁霞, 姜艳萍. 考虑后悔行为的具有二元期望的随机多属性决策方法[J]. 系统工程学报, 2015, 30(6): 719-727.
(Liang X, Jiang Y P. Method of stochastic multi-attribute decision making with 2-tuple aspirations considering regret behavior[J]. J of Systems Engineering, 2015, 30(6): 719-727.)

[16] 张顺明, 叶军. 后悔理论述评[J]. 系统工程, 2009, 27(2): 45-50.
(Zhang S M, Ye J. Review of regret theory[J]. Systems Engineering, 2009, 27(2): 45-50.)

[17] 刘思峰, 方志耕, 谢乃明. 基于核和灰度的区间灰数运算法则[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 313-316.
(Liu S F, Fang Z G, Xie N M. Algorithm rules of interval grey numbers based on the “Kernel” and the degree of greyness of numbers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(2): 313-316.)

[18] 闫书丽, 刘思峰, 朱建军, 等. 基于相对核和精确度的灰数排序方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(2): 1-5.
(Yan S L, Liu S F, Zhu J J, et al. The ranking method of grey numbers based on relative kernel and degree of accuracy[J]. Control and Decision, 2014, 29(2): 1-5.)

[19] 谢乃明, 刘思峰. 考虑概率分布的灰数排序方法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(4): 169-175.
(Xie N M, Liu S F. On comparing grey numbers with their probability distributions[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2009, 29(4): 169-175.)

[20] Bleichrodt H, Cillo A, Diecidue E. A quantitative measurement of regret theory[J]. Management Science, 2010, 56(1): 161-175.

[21] 周伟杰, 党耀国, 熊萍萍, 等. 区间灰数的灰色变权与定权聚类模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2590-2595.
(Zhou W J, Dang Y G, Xiong P P, et al. Grey clustering model for interval grey number with variable and fixed weights[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2013, 33(10): 2590-2595.)

[22] Quiggin J. Regret theory with general choice sets[J]. J of Risk and Uncertainty, 1994, 8(2): 153-165.

[23] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

（责任编辑：齐　霁）