文章编号: 1001-0920(2017)06-1137-06　　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2016.0330

状态变化下的连续时间动态投资组合选择

陈志英†

(西南政法大学 经济学院，重庆 401120)

摘　要: 运用两状态隐马尔可夫模型刻画金融资产收益率序列的非线性变化,建立状态变化下的连续时间动态投资组合模型,利用动态规划得到最优投资决策的一般解,使用蒙特卡罗方法模拟投资者的投资决策行为. 仿真结果表明:状态变化产生了对冲需求,对冲组合的大小依赖于投资者对市场状态的预期;当风险资产的波动率越小时,投资者状态信念的轻微变化都会引起对冲组合较大幅度的变化;当风险厌恶程度越大时,对冲组合对初始状态信念的变化越不敏感.

关键词: 最优投资组合选择；状态变化；隐马尔可夫模型；对冲组合

中图分类号: F830　　**文献标志码:** A

Continuous-time optimal portfolio choice under regime-switching

CHEN Zhi-ying†

(School of Economics，Southwest University of Political Science & Law，Chongqing 401120，China)

Abstract: In view of nonlinear time series of assets' returns, two states hidden Markov model is used to construct a continuous-time model of portfolio choice under regime-switching, and explicit optimal investment policies are obtained by using the dynamic programming method. The investors' portfolio choice behaviors are simulated by using the Monte Carlo method. The market state uncertainty will cause investors to hedge against the uncertainty risk. The hedging portfolio is depended on investors' beliefs. When the smaller the volatility of risky assets, a slight change of investors' beliefs will cause more changes of hedging portfolio. The bigger the risk-aversion is, the less the sensitive to investors' state belief the hedging portfolio is.

Keywords: optimal portfolio choice；state dynamics；hidden Markov model；hedging portfolio

0　引　言

传统投资组合理论假设投资机会集的参数是线性生成的,而且投资者准确地知道与金融资产相关的各种参数(如资产的预期收益率、波动率等). 然而,大量的实证研究表明,金融资产的收益率常常表现出非线性、动态的结构性变化[1-2]. 而且,现实中由于信息不对称和投资者自身因素的限制,投资者往往只能观测到过去和当前的资产价格,却无法直接观测到这些参数的真实值,即信息是不完全的. 因此,在进行投资决策时,投资者只能利用各种可获得的信息对这些参数进行估计,再基于估计值进行投资决策.

近年来,大量的学者利用马尔可夫机制转换模型刻画投资机会集参数的非线性特征. 马尔可夫机制转换模型包含多个结构方程,可以刻画宏观经济变量或金融时间序列变量在不同状态下的变化及转换过程. Ang等[3]运用马尔可夫机制转换模型研究了状态变化下的国际化资产组合选择,但他们假设投资者对市场状态拥有完全信息,即市场状态是可观测的,这显然与现实不符. Guidolin等[4-6]推广Ang等[3]的模型,相继研究了离散时间情形下金融资产的预期收益率、波动率以及高阶矩服从一个状态不可观测的马尔可夫机制转换过程的最优资产配置问题. 蒙特卡罗模拟结果表明,在不同的市场机制下,最优投资比重不同,而且忽略参数的潜在转换特征会造成一定的效用损失. 陈志英[7]研究了状态变化和学习行为下的最优资产组合选择,数值分析结果表明,考虑市场状态变化的投资组合选择能够显著提高投资者的总体效用. 但这些学者研究的都是离散时间模型. 与离散时间模型相比,在连续时间框架下研究最优资产组合选择往往能得到一些非常有用的结论. Honda[8]率先采用隐马尔可夫链刻画不可观测的市场状态,建立了连续时间情形下的最优消费和投资组合问题,并用

收稿日期: 2016-03-21；**修回日期:** 2016-06-21.

基金项目: 重庆市教委科技项目(KJ1500104).

作者简介: 陈志英(1983−),女,讲师,博士,从事投资组合理论、资产定价等研究.

†通讯作者. E-mail: zhi_ying_chen@163.com

数值方法计算了幂效用下的最优投资和消费. 最优解表明,最优风险资产投资除了短视的投资比重外,还包括对市场状态不确定性的对冲需求. Sass等[9]将Honda[8]的模型拓展到均值和波动率均不可观测的,使用鞅方法和Malliavin积分得到了最优投资组合选择的闭式解. 更进一步地, Liu[10]研究了非对称市场状态、投资者模糊厌恶下的连续时间最优资产组合问题.

本文将Guidolin等[4-6]的模型推广到连续时间模型,采用隐马尔可夫模型(HMM)刻画不可观测的市场状态,接着建立市场状态变化下的连续时间投资组合选择模型,运用随机动态规划原理获得最优解的显示解,从理论上考察市场状态变化下的最优投资决策行为以及影响因素. Honda[8]仅给出了风险厌恶系数为0.5情形下的一般解,本文采用随机最优化方法获得了最优解的显示解. 另外,以往的研究侧重于模型的数理推导,忽略了其经济含义. 本文在注重数理模型时更注重模型的经济含义, 从多个角度解释模型中蕴含的经济含义.

1 参数描述

假设市场无摩擦(无交易成本和税收),并且可以买空卖空;投资者理性且无投资以外的收入. 市场中的无风险资产的收益率为常数r. 风险资产的价格S_t服从几何布朗运动

$$\mathrm{d}S_t = S_t\mu(Y_t)\mathrm{d}t + S_t\sigma\mathrm{d}W_t, \tag{1}$$

其中W_t为完备概率空间(Ω, F_t, P)上的标准布朗运动, $F_t = \sigma(\mu_\tau, W_\tau; 0 \leqslant \tau \leqslant t)$. 与预期收益率相比,波动率更容易预测[11],本文假设波动率σ不依赖于状态变量,是个常数;风险资产的预期收益率$\mu(Y_t)$依赖于状态变量Y_t, Y_t表示t时刻的市场状态,是一个连续时间、不可观测的、与W_t独立的两状态平稳马尔可夫链;转移强度矩阵为$\begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ v & -v \end{bmatrix}$,状态空间为$\{0,1\}$. 令$\mu_H = \mu(1), \mu_L = \mu(0)$,假设$\mu_H > \mu_L$,即状态1表示高预期收益率状态(牛市),状态0表示低预期收益率状态(熊市).

记$\pi_t = P(Y_t = 1|F_t^s), F_t^S = \sigma(S_\tau; 0 \leqslant \tau \leqslant t)$, π_t称为滤波概率(filtered probability),表示在给定信息下,投资者认为当前市场处于好状态的可能性大小,是一个先验概率. 根据Y_t的定义,有$\pi_t = E[Y_t|F_t^S]$,即π_t反映了投资者对市场状态的预期(信念). π_t越接近1,投资者越乐观; π_t越接近0,投资者越悲观. $\pi_t = 0.5$时,表明投资者对当前状态一无所知. Ozoguz[12]利用π_t定义投资者不确定指数(investors' uncertainty index): $UC_t = \pi_t(1-\pi_t)$,用来反映投资者对当前市场状态的不确定性程度,他发现UC_t与股票价格负相关.

根据Liptser等[13]的非线性滤波理论, π_t满足如下随机微分方程:

$$\mathrm{d}\pi_t = \\ [\lambda - (\lambda+v)\pi_t]\mathrm{d}t + \pi_t(1-\pi_t)\frac{\mu_H-\mu_L}{\sigma}\mathrm{d}\hat{W}_t. \tag{2}$$

其中$\hat{W}_t$是定义在F_t^S上的标准布朗过程,满足

$$\mathrm{d}\hat{W}_t = \frac{\mathrm{d}S_t - S_t\hat{\mu}_t\mathrm{d}t}{S_t\sigma}, \tag{3}$$

这里$\hat{\mu}_t = E[\mu_t|F_t^S] = \pi_t\mu_H + (1-\pi_t)\mu_L$. 由式(3)可得

$$\mathrm{d}\pi_t = \Big[\lambda - (\lambda+v)\pi_t + \frac{\pi_t(\mu_H-\hat{\mu}_t)(\mu_t-\hat{\mu}_t)}{\sigma^2}\Big]\mathrm{d}t + \\ \frac{\pi_t(\mu_t-\hat{\mu}_t)}{\sigma}\mathrm{d}W_t. \tag{4}$$

式(2)和(4)刻画了投资者的信念更新过程. 从式(2)可以看出: 当其他条件不变时,投资者下一期信念的更新与上期不确定性指数$\pi_t(1-\pi_t)$、$\mu_H-\mu_L$正相关,与资产价格的波动率σ负相关. 也就是说,不确定性程度越大,高低预期收益率的差距越大, π_t的波动率就越大,投资者对市场的看法越会反复波动;资产价格的波动率σ越小, π_t的波动率越大. 这是因为资产价格的波动率σ越小,说明资产价格所含噪音较小,从而π_t对资产价格的变化越敏感. 这些与现实实际相吻合,说明式(2)和(4)很好地刻画了投资者的信念更新过程.

2 最优投资选择模型

假设投资者的投资期限为$[t,T]$,效用函数为幂效用函数,即$U(X_t) = X_t^{1-\gamma}/(1-\gamma)$. 其中: X_t为投资者在t时刻的财富; γ为风险厌恶系数, $\gamma > 0$. 用b_t表示投资者投资于风险资产的财富比例,则$1-b_t$是投资于无风险资产的财富比例. b_t是F_t^S适应的,满足$\int_t^T |b_s|^2\,\mathrm{d}s < \infty$. 给定初始财富为$X_0$,投资者的财富过程$X_t$满足如下的随机微分方程:

$$\mathrm{d}X_t = [r + b_t(\mu_t - r)]X_t\mathrm{d}t + b_t\sigma X_t\mathrm{d}W_t. \tag{5}$$

根据式(3),可将财富过程重新写为

$$\mathrm{d}X_t = [r + b_t(\hat{\mu}_t - r)]X_t\mathrm{d}t + b_t\sigma X_t\mathrm{d}\hat{W}_t. \tag{6}$$

在信息集F_t^S的基础上,投资者通过最大化预期期末效用$U(X_T)$来确定最优投资策略:

$$\max_b\ E[U(X_T)|F_t^S]; \\ \text{s.t. } \mathrm{d}X_t = [r + b_t(\mu_t - r)]X_t\mathrm{d}t + b_t\sigma X_t\mathrm{d}W_t. \tag{7}$$

经典投资组合理论假设投资者基于信息集F_t进

行投资决策,但在实际中,投资者往往只能观测到资产价格S_t,无法观测到漂移项μ_t和扰动项W_t,因此投资者的信息集是F_t^S,即投资者的信息是不完全的. 根据式(2)和(7),可以将最优化问题改写为

$$\begin{aligned}&\max_b \ E[U(X_T)|F_t^S];\\ &\text{s.t. } \mathrm{d}X_t=[r+b_t(\hat{\mu}_t-r)]X_t\mathrm{d}t+b_t\sigma X_t\mathrm{d}\hat{W}_t,\\ &\qquad \mathrm{d}\pi_t=[\lambda-(\lambda+v)\pi_t]\mathrm{d}t+\\ &\qquad\qquad \pi_t(1-\pi_t)\frac{\mu_H-\mu_L}{\sigma}\mathrm{d}\hat{W}_t.\end{aligned} \tag{8}$$

因为$\hat{W}_t$、$\hat{\mu}_t$和π_t是F_t^S适应的,所以式(8)中的所有过程都是F_t^S适应的. 因此,式(8)是一个完全信息最优化模型,可以利用动态最优化求解上述最优化问题.

定义价值函数

$$J^{(b)}(t,X,\pi)=\max_b E[U(X_t|F_t^S)],$$

由随机最优控制理论可知,价值函数满足如下HJB(Hamilton-Jacobi-Bellman)偏微分方程:

$$\begin{aligned}0=\max\Big\{&J_t+[r+b_t(\hat{\mu}_t-r)]X_tJ_X+\\ &[\lambda-(\lambda+v)\pi_t]J_\pi+\frac{1}{2}b_t^2\sigma^2X_t^2J_{XX}+\\ &\frac{1}{2}\pi_t^2(1-\pi_t)^2\frac{(\mu_H-\mu_L)^2}{\sigma^2}J_{\pi\pi}+\\ &b_t\pi_t(1-\pi_t)(\mu_H-\mu_L)X_tJ_{X\pi}\Big\}.\end{aligned} \tag{9}$$

容易得到, 风险资产的最优投资比例为

$$\begin{aligned}b_t=&\frac{\hat{\mu}_t-r}{\sigma^2}\Big(\frac{-J_X}{J_{XX}X_t}\Big)+\\ &\frac{\pi_t(1-\pi_t)(\mu_H-\mu_L)}{\sigma^2}\Big(\frac{-J_{X\pi}}{J_{XX}X_t}\Big).\end{aligned} \tag{10}$$

在幂效用函数下,$J(X,\pi,t)=\dfrac{1}{1-\gamma}g(\pi,t)^\gamma X^{1-\gamma}$,这时最优投资组合权重为

$$b_t=\frac{(\hat{\mu}_t-r)}{\gamma\sigma^2}+\frac{\pi_t(1-\pi_t)(\mu_{\mathrm{H}}-\mu_{\mathrm{L}})g_\pi(\pi_t,t)}{\sigma^2g(\pi_t,t)}. \tag{11}$$

将b_t代入HJB方程中,整理可得$g(\pi,\ t)$满足如下偏微分方程:

$$\begin{aligned}0=&\frac{1-\gamma}{\gamma}\Big[r+\frac{1}{2\gamma}\frac{(\hat{\mu}_t-r)^2}{\sigma^2}\Big]g+\\ &\Big[\lambda-(\lambda+v)\pi_t+\frac{1-\gamma}{\gamma}\pi_t(1-\\ &\pi_t)(\mu_H-\mu_L)\frac{\hat{\mu}_t-r}{\sigma^2}\Big]g_\pi+g_t+\\ &\frac{\pi_t^2(1-\pi_t)^2(\mu_H-\mu_L)^2}{2\sigma^2}g_{\pi\pi},\end{aligned} \tag{12}$$

其中边界条件为$g(\pi,T)=1,\ \pi\in[0,1]$. 由Feynman-Kac公式可得方程(12)的解为

$$\begin{aligned}g(x,t)=E\Big[&\exp\Big(\frac{1-\gamma}{\gamma}r(T-t)+\\ &\int_t^T\frac{1-\gamma}{2\gamma^2}\frac{(\hat{\mu}(\pi_s)-r)^2}{\sigma^2}\mathrm{d}s\Big)\Big|\pi_t=x\Big].\end{aligned} \tag{13}$$

记π_t^x为初始条件$\pi_0=x$下,方程(2)的解. 根据Protter[14],π_t^x对x可微. 令$B_t=\dfrac{\partial\pi_t^x}{\partial x}$,由式(13)可得$g_x(x,\,t)$的表达式为

$$\begin{aligned}&g_x(x,t)=\\ &E\Big[\exp\Big(\frac{1-\gamma}{\gamma}r(T-t)+\\ &\int_t^T\frac{1-\gamma}{2\gamma^2}\frac{(\hat{\mu}(\pi_s)-r)^2}{\sigma^2}\mathrm{d}s\Big)\times\\ &\int_t^T\frac{1-\gamma}{\gamma^2}\frac{(\hat{\mu}(\pi_s)-r)(\mu_H-\mu_L)}{\sigma^2}B_s\mathrm{d}s\Big|\pi_t=x\Big].\end{aligned} \tag{14}$$

B_t满足如下随机偏微分方程:

$$\mathrm{d}B_t=-(\lambda+v)B_t\mathrm{d}t+(1-2\pi_t)\frac{\mu_H-\mu_L}{\sigma}B_t\mathrm{d}W_t, \tag{15}$$

其中$B_0=1$. 根据式(11),风险资产的最优投资由两项组成. 第1项是短视的投资需求,但此时的预期收益率是投资者基于信息集F_t^S的估计值$\hat{\mu}_t$,而不是μ_t. 短视的投资需求只与风险厌恶水平、预期超额收益率和风险资产的波动率相关,第2项是对冲组合,是投资者为了规避未知的市场状态所产生的风险资产需求,其大小取决于市场不确定性指数$\pi_t(1-\pi_t)$、高低预期收益率之差$\mu_{\mathrm{H}}-\mu_L$、风险资产的波动率σ以及$g_\pi(\pi,t)/g(\pi,t)$. 当其他条件不变时,$\mu_{\mathrm{H}}-\mu_L$越大,风险资产的波动率σ越小,投资者对市场状态不确定性的避险需求越大. 当π_t越接近边界0或1时,投资者对市场状态的不确定性越小,所以避险需求越小. 当π_t取0.5时,投资者对市场的不确定性达到最大,避险需求也达到最大. 另外,$g_\pi(\pi,t)/g(\pi,t)$可以看作是对冲需求$\pi_t(1-\pi_t)(\mu_H-\mu_L)/\sigma^2$的调整项. 由于$g(\pi,T)=1$对所有的$\pi$都成立,对短期投资者来说,$g_\pi$几乎为0对所有的$\pi$都成立. 因此当投资期限很短时,对冲组合非常小,可忽略不计,这是因为一种状态一般都会持续一段时间,当期限很短时,这段时间内市场状态没有发生变化,因此不存在市场状态的不确定性风险,从而就不会有对冲这种不确定性风险的需求. 但对于长期投资来说,以上分析未必成立. $g_\pi(\pi,t)/g(\pi,t)$对对冲组合的影响可能很大,因为对于长期投资者来说,对冲组合大小也与g_π/g相关,而g_π/g是依赖于参数的. 因此,长期投资者的最优投资权重与短期投资者会有很大的区别.

3 仿真分析

为了更直观地分析状态变化下投资者的最优资产配置行为,本文接下来使用蒙特卡罗仿真,仿真次数为50 000次,$r=0.05$,$\mu_H=0.2$,$\mu_L=0.07$,$\lambda=\nu$

$= 0.25, \sigma = 0.25$.

表1列出了不同状态概率和不同风险厌恶水平下的最优投资组合和对冲组合的权重. 其中前一个数值是最优投资组合的权重,方括号中的数值是对冲组合的权重.

从表1可以看出,投资者对当前市场状态的判断显著地影响了其投资决策. $\gamma > 1$时,当市场越有可能处于好状态,即π_0越来越大时,投资者投资于风险资产的财富比重也越来越大. $\gamma < 1$时,最优风险资产权重随π_0的增长呈先增加再减少再增加的变化,在$\pi_0 = 0.5$时,最优组合权重达到最小. $\gamma = 0.5$时,最优风险资产权重对π_0的变化很敏感,随着γ越来越大,最优风险资产权重对π_0的变化越来越不敏感. 例如$\gamma = 0.5$时: 当$\pi_0 = 0.5$时,最优权重为0.344; 当$\pi_0 = 0.6$时,最优权重为1.721; 当$\pi_0 = 0.7$时,最优权重为3.73. 也就是说,只要市场发生变化,风险偏好的投资者就会马上增加风险资产的投资比重.

对于对冲组合而言,从表1可以看出: 当$\pi_0 = 0$或1,即市场状态完全可以确定时,对冲组合为0; 当π_0越接近边界时,对冲组合越小. $\gamma = 0.5$的对冲组合头寸与$\gamma > 1$的对冲组合头寸相反. 当$\gamma = 0.5, \pi_0 > 0.6$,即投资者表现为风险偏好且市场处于好状态时,对冲组合为正,投资者买入风险资产; 当$\gamma = 0.5, \pi_0 < 0.6$,即投资者表现为风险偏好且市场处于坏状态时,对冲组合为负,投资者卖空风险资产. $\gamma > 1$的情形正好相反. $\gamma = 1$是对数效用,投资者是短视的,所以对冲组合投资权重为0.

表2给出了不同的投资期限下,最优投资组合和对冲组合的大小,其中: $\gamma = 1.5$, $r = 0.05$, $\mu_H = 0.2$, $\mu_L = 0.07$, $\lambda = \nu = 0.25$, $\sigma = 0.25$. 表中前一个数值是最优投资组合的权重,方括号中的数值是对冲组合的权重.

如果把$\pi_0 > 0.5$认为市场处于牛市,$\pi_0 \leqslant 0.5$认为市场处于熊市,则从表2可以看出: 熊市时,投资期限越长,风险资产的投资比重越大; 而牛市时,投资期限越长,风险资产的投资比重反而越小. 这是因为即使当前市场处于熊市,但投资者相信市场会慢慢变好,期限越长,市场变好的可能性就越大,因此熊市时投资者反而会增加投资. 而牛市时的情形则正好相反,因为即使当前市场是牛市,投资期限越长,未来的不确定性越大,投资者减少投资. 当投资期限小于10时,投资者投资于风险资产的财富比重随π_0的增加而增加,即当市场越来越有可能是好状态时,投资者越有意愿增加风险资产的投资比重. 但当投资期限越来越长,市场越来越有可能是好状态时,风险资产的投资比重反而越来越小. 从表中还可以看出,投资期限越长,对冲组合越大. 因为期限越长,投资机会集的不确定性越大,投资者就越关注这种变化.

表1　不同风险厌恶水平下的最优投资和对冲组合的权重

π_0	$\gamma = 0.5$	$\gamma = 1$	$\gamma = 1.5$	$\gamma = 2$	$\gamma = 4$	$\gamma = 8$
0	0.64[0.00]	0.32[0.00]	0.21[0.00]	0.16[0.00]	0.08[0.00]	0.04[0.00]
0.1	0.72[−0.31]	0.53[0.00]	0.46[0.10]	0.38[0.11]	0.22[0.09]	0.12[0.02]
0.2	1.09[−0.35]	0.74[0.00]	0.64[0.15]	0.53[0.17]	0.31[0.12]	0.16[0.03]
0.3	1.15[−0.91]	0.94[0.00]	0.77[0.14]	0.63[0.16]	0.36[0.12]	0.19[0.03]
0.4	0.44[−1.84]	1.15[0.00]	0.88[0.11]	0.70[0.13]	0.39[0.10]	0.20[0.03]
0.5	0.34[−2.45]	1.36[0.00]	0.98[0.07]	0.76[0.08]	0.40[0.06]	0.21[0.02]
0.6	1.72[−1.37]	1.57[0.00]	1.08[0.03]	0.82[0.03]	0.42[0.03]	0.21[0.00]
0.7	3.73[0.19]	1.78[0.00]	1.18[−0.01]	0.88[−0.01]	0.44[−0.01]	0.22[−0.00]
0.8	4.32[0.35]	1.98[0.00]	1.29[−0.04]	0.95[−0.01]	0.46[−0.03]	0.23[−0.02]
0.9	4.68[0.29]	2.19[0.00]	1.42[−0.04]	1.05[−0.05]	0.51[−0.03]	0.25[−0.02]
1.0	4.80[0.00]	2.40[0.00]	1.60[0.00]	1.20[0.00]	0.60[0.00]	0.30[0.00]

表2　不同的投资期限下最优投资组合和对冲组合的权重

π_0	$T = 1$	$T = 5$	$T = 10$	$T = 20$	$T = 30$
0	0.21[0.00]	0.21[0.00]	0.21[0.00]	0.21[0.00]	0.21[0.00]
0.1	0.35[−0.00]	0.37[0.02]	0.46[0.10]	0.84[0.49]	1.59[1.23]
0.2	0.49[−0.01]	0.52[0.03]	0.64[0.15]	1.10[0.61]	1.82[1.33]
0.3	0.62[−0.01]	0.66[0.03]	0.77[0.14]	1.12[0.49]	1.54[0.91]
0.4	0.76[−0.01]	0.80[0.03]	0.88[0.11]	1.08[0.31]	1.25[0.49]
0.5	0.90[−0.01]	0.94[0.03]	0.98[0.07]	1.04[0.13]	1.06[0.15]
0.6	1.04[−0.01]	1.07[0.02]	1.08[0.03]	1.00[−0.04]	0.88[−0.17]
0.7	1.18[−0.01]	1.20[0.02]	1.18[−0.01]	0.97[−0.21]	0.66[−0.53]
0.8	1.32[−0.01]	1.33[0.01]	1.29[−0.04]	0.98[−0.35]	0.43[−0.90]
0.9	1.46[−0.00]	1.46[0.00]	1.42[−0.04]	1.14[−0.32]	0.54[−0.53]
1.0	1.60[0.00]	1.60[0.00]	1.60[0.00]	1.60[0.00]	1.60[0.00]

表3分析了不同的σ和μ_L对最优风险投资的影响. 其中对σ的分析是在$T=10,\gamma=1.5,r=0.05,\mu_H=0.2,\mu_L=0.07,\lambda=\nu=0.25$的情形下;对$\mu_L$的分析是在$T=10,\gamma=1.5,r=0.05,\mu_H=0.2,\lambda=\nu=0.25,\sigma=0.25$的情形下. 表中前1个数值是最优投资组合的权重,方括号中的数值是对冲组合的权重.

表 3 不同的σ和μ_L下最优投资组合和对冲组合的权重

π_0	$\sigma=0.09$	$\sigma=0.15$	$\sigma=0.25$	$\mu_L=-0.07$	$\mu_L=0$	$\mu_L=0.07$
0	1.65[0.00]	0.59[0.00]	0.21[0.00]	−1.28[0.00]	−0.53[0.00]	0.21[0.00]
0.1	12.96[10.24]	1.97[0.99]	0.46[0.10]	−0.14[0.86]	0.03[0.34]	0.46[0.10]
0.2	8.80[5.01]	2.51[1.15]	0.64[0.15]	−0.05[0.65]	0.29[0.39]	0.64[0.15]
0.3	7.05[2.19]	2.61[0.87]	0.77[0.14]	−0.09[0.32]	0.40[0.29]	0.77[0.14]
0.4	6.99[1.07]	2.70[0.57]	0.88[0.11]	0.00[0.13]	0.49[0.17]	0.88[0.11]
0.5	7.69[0.69]	2.87[0.35]	0.98[0.07]	0.18[0.02]	0.61[0.07]	0.98[0.07]
0.6	8.60[0.53]	3.09[0.18]	1.08[0.03]	0.36[−0.09]	0.73[−0.02]	1.08[0.03]
0.7	9.45[0.30]	3.30[0.01]	1.18[−0.01]	0.48[−0.26]	0.83[−0.12]	1.18[−0.01]
0.8	9.87[−0.33]	3.47[−0.20]	1.29[−0.04]	0.46[−0.57]	0.95[−0.22]	1.29[−0.04]
0.9	9.11[−2.17]	3.75[−0.31]	1.42[−0.04]	0.54[−0.77]	1.16[−0.23]	1.42[−0.04]
1	12.35[0.00]	4.44[0.00]	1.60[0.00]	1.60[0.00]	1.60[0.00]	1.60[0.00]

从表3可以看出,给定μ_H和μ_L,σ越小风险资产越有吸引力. 因此,σ越小,风险资产的最优比重和短视的最优投资比重越大. 从对冲组合来看,σ越小,π_0的轻微变化就会引起对冲组合越大幅度的变化. 这是因为,σ越小,投资者对市场状态的变化越敏感.

从表3还可以看出,风险资产的最优比重和短视的最优投资比重与μ_L呈正相关关系. μ_L越小,风险资产越不具有吸引力,投资比重越小甚至头寸为负,即卖空该风险资产. 从式(11)可以看出,对冲组合大小与$\mu_H-\mu_L$正相关, μ_H与μ_L的差距越大,对冲组合越大. 从表3中的对冲组合权重来看,当最坏状态的预期收益率为负数,$\mu_L=-0.07$时,对冲组合的绝对比重都大于其他两种情况.

表4给出了$\pi_0=0.3$和$\pi_0=0.8$两种情形下,不同λ和ν下的对冲组合大小,其中: $T=10,\gamma=1.5,r=0.05,\mu_H=0.2,\mu_L=0.07,\sigma=0.25$.

表 4 $\pi_0=0.3$和$\pi_0=0.8$两种情形下,不同的λ和ν的对冲组合

λ	π	v			
		0.25	0.5	1	1.5
0.05	0.3	0.63	0.55	0.13	−0.65
	0.8	1.29	1.05	−0.08	−2.07
0.25	0.3	0.77	0.74	0.40	−0.29
	0.8	1.29	0.99	−0.24	−2.33
0.5	0.3	1.17	1.18	0.95	0.37
	0.8	1.32	0.96	−0.40	−2.63
1	0.3	2.65	2.78	2.76	2.39
	0.8	1.54	1.04	−0.59	−3.08
1.5	0.3	5.07	5.29	5.49	5.34
	0.8	1.94	1.31	−0.58	−3.34

从表4可以看出,λ和ν对对冲组合大小的影响比较复杂. 由隐马尔可夫模型的定义可知,在市场转换到熊市(牛市)之前,市场在牛市(熊市)停留的时间服从参数为$\lambda(v)$的指数分布. $\lambda(v)$越大,表示市场停留在牛市(熊市)的平均时间越短,市场波动越剧烈,市场状态不确定性风险越大. 因此,不管当前市场处于熊市($\pi_0=0.3$)还是牛市($\pi_0=0.8$),$\lambda(v)$越大,对冲组合的绝对值越大. 从表4可以看出,$v<1$时,$\pi_0=0.3$和$\pi_0=0.8$的对冲组合差别不大,都是随着λ的增大而增大,且都为正值. $v\geqslant 1$时,$\pi_0=0.8$的对冲组合都为负的,即投资者减少风险资产的头寸.

4 结 论

本文放松传统投资组合理论中金融资产收益率线性和投资者拥有完全信息这两个基本假设,建立更为贴近现实的最优投资选择模型,探讨不可预期的非对称状态变化的收益率对投资者资产配置行为的影响. 结论表明:状态变化会造成投资者产生对冲市场状态不确定的风险规避需求. 投资期限越长,市场状态的不确性增加,对冲组合越大. 风险资产的波动率越小,π_0的轻微变化都会引起对冲组合较大幅度的变化. 当$0<\gamma<1$时,π_0增大,投资者增加对风险资产的投资;π_0减小,投资者卖空风险资产来平滑自己的期末财富. 当$\gamma>1$时,随着γ越来越大,最优风险资产权重对π_0的变化越来越不敏感. 可以发现,对冲组合的大小依赖于投资者对市场状态的预期. 然而,现实中投资者显然无法确切地知道当前的市场状态,他们只能根据新获得的信息,利用贝叶斯准则进行更新,得到后验信念,继而调整他们的头寸,这意味着信

念的准确更新对投资组合起决定作用. 本文的研究对机构投资者和长期投资者的投资实践具有一定的参考价值.

参考文献(References)

[1] Longin F, Solnik B. Extreme correlation of international equity markets[J]. The J of Finance, 2001, 56(2): 649-676.

[2] Ang A, Chen J. Asymmetric correlations of equity portfolios[J]. J of Financial Economics, 2002, 63(3): 443-494.

[3] Ang A, Bekaert G. International asset allocation with regime shifts[J]. Review of Financial Studies, 2002, 15(4): 1137-1187.

[4] Guidolin M, Timmermann A. Asset allocation under multivariate regime switching[J]. J of Economic Dynamics & Control, 2007, 31(11): 3503-3544.

[5] Guidolin M, Timmermann A. Size and value anomalies under regime shifts[J]. J of Financial Econometrics, 2008, 6(1): 1-48.

[6] Guidolin M, Timmermann A. International asset allocation under regime switching, skew, and kurtosis preferences[J]. Review of Financial Studies, 2008, 21(2): 889-935.

[7] 陈志英. 状态变化和学习行为下的最优资产组合选择[J]. 管理科学, 2013, 26(2): 81-89.
(Chen Z Y. Optimal portfolio choice under Regime-Switching and Learning[J]. J of Management Science, 2013, 26(2): 81-89.)

[8] Honda T. Optimal portfolio choice for unobservable and regime-switching mean returns[J]. J of Economic Dynamics and Control, 2003, 28(1): 45-78.

[9] Sass J, Haussmann U G. Portfolio optimization under partial information: Stochastic volatility in a hidden markov model[M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2004: 387-394.

[10] Liu H. Dynamic portfolio choice under ambiguity and regime switching mean returns[J]. J of Economic Dynamics and Control, 2011, 35(4): 623-640.

[11] Merton, R. C. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation[J]. J of Financial Economics, 1980, 8(4): 323-361.

[12] Ozoguz A. Good times or bad times? Investors' uncertainty and stock returns[J]. Review of Financial Studies, 2009, 22(11): 4377-4422.

[13] Liptser R S, Shiriaev A N, Shiryaev A N. Statistics of random processes II: Applications[M]. Berlin: Springer, 2001: 177-179.

[14] Protter P. Stochastic integration and differential equations[M]. Berlin: Springer, 1990: 306-310.

（责任编辑：齐　霁）