

交会对接模拟系统姿态跟踪有限时间抗干扰控制

黄 成[†], 王 岩

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对交会对接模拟系统的姿态同步问题, 在存在扰动和系统不确定性的情况下, 利用改进的快速非奇异终端滑模面和改进的自适应律设计两个有限时间抗干扰控制器. 改进的自适应律保证了两个控制器的连续性和对扰动的鲁棒性, 且第 2 个控制器能解决边界层理论存在的边界层内有限时间稳定性丢失的问题. 李雅普诺夫理论推导和仿真结果表明, 提出的两个控制器能保证系统的有限时间稳定性, 系统能快速收敛到平衡点.

关键词: 交会对接; 姿态控制; 有限时间收敛; 抗干扰

中图分类号: V526

文献标志码: A

Finite-time active disturbance rejection attitude tracking control for rendezvous and docking simulator

HUANG Cheng[†], WANG Yan

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: For attitude tracking control of the spacecraft rendezvous and docking simulator, this paper designs two finite-time active disturbance rejection controllers by using an improved fast nonsingular terminal sliding mode surface and an improved adaptive law under the condition of external disturbances and inertia uncertainties existing. The proposed controllers of the improved adaptive control architecture are continuous, which can inhibit the disturbance effectively, meanwhile, the second controller can resolve the problem of the boundary layer theory that finite-time stability is lost within the boundary layer. The Lyapunov theory and simulation results show that the two proposed controllers can guarantee the finite-time stability of the system, and the system can converge to the equilibrium point quickly.

Keywords: rendezvous and docking; attitude control; finite-time convergence; active disturbance rejection

0 引 言

航天器的交会对接技术已经成为许多太空任务的关键因素, 如在轨装配、在轨维修、与空间站对接等. 交会对接的一个核心技术是姿态同步, 因此有关航天器的姿态动力学控制越来越受到广泛关注^[1]. 近年来, 许多用于解决航天器姿态跟踪控制问题的方法被提出, 例如基于反步法的积分控制^[2]、状态反馈控制^[3]、输出反馈跟踪控制^[4]、基于线性矩阵不等式的非线性控制^[5]和逆最优自适应控制^[6]等. 然而, 在这些方法中系统都是渐近稳定的, 即当时间趋于无穷时状态误差才会收敛到平衡点, 收敛速度较慢. 为了满足空间任务的快速性要求和航天器更高的可操作性, 控制策略的快速收敛是必需的. 有限时间控制框架下的终端滑模控制具有快速收敛和高精度的性能, 已被广泛地应用到航天器的姿态控制中. 文献[7]设计了

一种有限时间姿态补偿控制策略, 解决了飞轮安装存在偏差的过驱动航天器姿态跟踪控制问题. 文献[8]针对存在扰动的卫星姿态控制设计了两个鲁棒滑模控制器. 文献[9]提出应用基于终端滑模面的有限时间控制器来解决存在执行器故障的航天器姿态控制问题. 然而, 初始终端滑模控制具有奇异和振动问题, 且在远离平衡点时收敛速度慢^[10]. 因此, 文献[11]设计了快速终端滑模面, 并基于双闭环结构采用快速终端滑模控制器解决卫星姿态有限时间跟踪问题. 文献[12-13]设计了非奇异终端滑模面用于航天器姿态控制. 文献[14]应用一种带有约束的快速非奇异终端滑模面设计了有限时间姿态跟踪控制器. 另外, 在控制器的设计中, 对于系统存在的不确定性和外界扰动, 以及航天器姿态描述的不唯一性也应充分考虑.

航天器一旦进入轨道, 对其系统的测试和调整极

收稿日期: 2016-05-07; 修回日期: 2016-11-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174037); 国家自然科学基金创新群体项目(61321062).

作者简介: 黄成(1986—), 男, 博士生, 从事气浮台姿态、位置控制的研究; 王岩(1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、高精度运动控制和挠性航天器控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: huangchengkobe@163.com

其困难,风险极大,因此对航天器动力学和控制策略进行严格的地面测试可以有效地降低空间活动的风险^[15].气浮台是航天器地面仿真试验的一种重要设备,它能够在地面提供无摩擦转动和微重力的类空环境^[16],气浮台的航天器模拟器能够逼真地模拟交会对接中航天器的运动,因此在轨操作之前,基于由气浮台组成的交会对接模拟系统对交会对接中航天器姿态控制方法的设计和测试是必不可少的.

为此,本文应用两个六自由度气浮台搭建交会对接模拟系统,并基于此系统对航天器交会对接中姿态跟踪控制进行研究.首先结合交会对接技术的相关理论,推导交会对接模拟系统姿态模型,采用一种新的姿态误差表示形式解决了姿态描述的不唯一性问题,设计了一种改进的快速非奇异终端滑模面,解决了初始终端滑模面的缺点和新的姿态误差表示形式的奇异问题.其次设计了两个有限时间控制器,通过应用边界层定理和改进的自适应方法有效地抑制了系统存在的不确定性和外界扰动,且保证了控制器的连续性,避免了控制的抖振.最后通过李雅普诺夫理论分析和数值仿真,表明了控制系统的有限时间稳定性和有效性.

1 交会对接模拟系统姿态模型

1.1 航天器交会对接模拟系统

交会对接模拟系统如图1所示,用于在地面对航天器姿态和轨道运动的模拟及其控制算法的分析和验证,主要包括两个可以实现6个自由度气浮无摩擦运动的六自由度气浮台.气浮台姿态平台是航天器的运动模拟器,两个航天器模拟器分别用来模拟交会对接中的追踪航天器和目标航天器,进而在地面实现完整的交会对接动力学和运动学仿真以及航天器相对姿态和位置控制的物理仿真实验.



图1 交会对接模拟系统

1.2 交会对接模拟系统姿态模型

本文应用旋转矩阵 R 描述模拟器姿态.在追踪模拟器本体坐标系下,追踪模拟器姿态运动学和动力学模型如下:

$$\dot{R}_c = R_c \omega_c^\times, \quad (1)$$

$$(J_c + \Delta J_c) \dot{\omega}_c + \omega_c^\times (J_c + \Delta J_c) \omega_c = u + \bar{d}. \quad (2)$$

其中: R_c 为将追踪模拟器本体坐标系旋转到惯性坐标系的旋转矩阵; $\omega_c \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 为追踪模拟器角速度; $u \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 和 $\bar{d} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 分别为作用于追踪模拟器的控制力矩和扰动力矩; $J_c \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为追踪模拟器惯量矩阵; ΔJ_c 为系统不确定性; ω_c^\times 为对应于角速度的叉乘矩阵,即

$$\omega_c^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{c3} & \omega_{c2} \\ \omega_{c3} & 0 & -\omega_{c1} \\ -\omega_{c2} & \omega_{c1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

整理式(2)可得

$$J_c \dot{\omega}_c + \omega_c^\times J_c \omega_c = u + d, \quad (4)$$

其中 $d = \bar{d} - \Delta J_c \dot{\omega}_c - \omega_c^\times \Delta J_c \omega_c = [d_1, d_2, d_3]^T$.

同理,在目标模拟器本体坐标系下,目标模拟器姿态运动学和动力学模型如下:

$$\dot{R}_t = R_t \omega_t^\times, \quad (5)$$

$$J_t \dot{\omega}_t + \omega_t^\times J_t \omega_t = 0. \quad (6)$$

其中: R_t 为将目标模拟器本体坐标系旋转到惯性坐标系的旋转矩阵; $\omega_t \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 为目标模拟器角速度; $J_t \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为目标模拟器惯量矩阵.

在追踪模拟器本体坐标系下, $R_e = R_t^T R_c$ 为追踪模拟器相对于目标模拟器的姿态误差, $\omega_e = \omega_c - R_e^T \omega_t$ 为角速度误差.然而, R_e 是矩阵形式,不能够直接应用到控制器设计中,文献[17]构造了一种新的姿态误差表示形式,即

$$e = \frac{1}{2\sqrt{1 + \text{tr}(R_e)}} (R_e - R_e^T)^\vee. \quad (7)$$

其中: $\text{tr}(R_e)$ 表示姿态误差矩阵的迹, $-1 < \text{tr}(R_e) \leq 3$, \vee 表示叉乘的逆运算.

结合式(1)、(4)~(7),在追踪模拟器本体坐标系下,交会对接模拟系统姿态模型如下:

$$\dot{e} = E \omega_e, \quad (8)$$

$$J_c \dot{\omega}_e = F + u + d, \quad (9)$$

$$E = \frac{1}{2\sqrt{1 + \text{tr}(R_e)}} (\text{tr}(R_e) I - R_e^T + 2ee^T), \quad (10)$$

$$F = -\omega_c^\times J_c \omega_c + J_c \omega_e^\times R_e^T \omega_t - J_c R_e^T \dot{\omega}_t. \quad (11)$$

2 控制器设计

本文的控制目标是驱动交会对接模拟系统中追踪模拟器完成对目标模拟器的姿态跟踪.为此,本节设计两个连续有限时间抗干扰控制器,下面的引理^[18-19]和假设将会应用到控制器的设计中.

引理1 假设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 都是正数, $0 < \rho < 2$, 则下面不等式成立:

$$(\alpha_1^2 + \dots + \alpha_n^2)^\rho \leq (\alpha_1^\rho + \dots + \alpha_n^\rho)^2. \quad (12)$$

引理2 给定描述有限时间稳定的扩展李雅普诺夫函数为 $\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \beta V(x)^\gamma \leq 0, \alpha > 0, \beta > 0, 0 < \gamma < 1$, 设初始状态 $x(0) = x_0$, 则系统在有限时间 $T \left(T \leq \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \ln \frac{\alpha V(x_0)^{1-\gamma} + \beta}{\beta} \right)$ 内将会收敛到平衡点.

引理3 惯量矩阵 J_c 是正定对称矩阵, λ_{\min} 和 λ_{\max} 分别为矩阵 J_c 特征值中的最小值和最大值, 对于 $x \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$, 有 $\lambda_{\min} x^T x \leq x^T J_c x \leq \lambda_{\max} x^T x$.

假设1 $d_i (i = 1, 2, 3)$ 都是有界的, $|d_i| \leq d_{Mi}$, $d_{Mi} (i = 1, 2, 3)$ 都是未知的正数, $\tilde{d}_{Mi} = d_{Mi} - \hat{d}_{Mi}$ 都是估计误差, ω_t 和 $\dot{\omega}_t$ 都是有界的.

传统的快速终端滑模面如下所示:

$$S_i = \dot{y}_i + \theta_1 y_i + \theta_2 y_i^{p/q}, i = 1, 2, 3. \quad (13)$$

其中: θ_1 和 θ_2 都是正数, $q > p > 0$ 是整数且是奇数, $y = [y_1, y_2, y_3]^T$. 将式(13)对时间求导, 得 $\dot{S}_i = \ddot{y}_i + \theta_1 \dot{y}_i + \theta_2 \frac{p}{q} y_i^{p/q-1} \dot{y}_i$, 由 \dot{S}_i 的形式可知, 当 $y_i = 0$ 且 $\dot{y}_i \neq 0$ 时, 因为 $p/q - 1 < 0$, 式(13)将会出现奇异. 另外, 分数幂 p/q 是不连续的.

为解决上述两个问题和姿态误差 e 存在的奇异问题, 保证 $\|e\| < 1$, 一个改进的快速非奇异终端滑模面设计如下:

$$S = \omega_e + (\alpha - \lambda \ln(1 - e^T e))e + \beta f(e). \quad (14)$$

其中

$$f(e_i) = \begin{cases} r_1 e_i + r_2 \operatorname{sgn}(e_i) e_i^2, & |e_i| \leq \eta, i = 1, 2, 3; \\ \operatorname{sig}(e_i)^\gamma, & |e_i| > \eta, i = 1, 2, 3; \end{cases} \quad (15)$$

$\alpha > 0, \beta > 0, \lambda > 0, 0 < \gamma < 1, \eta$ 为很小的正数; $\operatorname{sig}(e_i)^\gamma = |e_i|^\gamma \operatorname{sgn}(e_i)$; $r_1 = (2 - \gamma)\eta^{\gamma-1}, r_2 = (\gamma - 1)\eta^{\gamma-2}; \operatorname{sgn}(e_i) = \operatorname{sign}(e_i)$.

引理4 当系统(9)具有的滑模面(14)满足 $S = 0$ 时, 在有限时间内 $\omega_e \equiv 0$ 和 $e \equiv 0$ 能达到.

借助边界层定理, 第1个控制器设计如下:

$$u_1 = -F - J_c(\alpha \dot{e} + \beta \dot{f}(e)) + J_c \left(\lambda \ln(1 - e^T e) \dot{e} - \frac{2\lambda e^T \dot{e}}{1 - e^T e} e \right) - k_1 S - k_2 \operatorname{sig}(S)^\gamma - u_a. \quad (16)$$

其中: $k_1 > 0, k_2 > 0, n_1$ 为很小的正数, $\operatorname{sig}(S)^\gamma = [|\operatorname{sig}(S_i)|^\gamma \operatorname{sgn}(S_i)]^T, i = 1, 2, 3, u_a = [u_{a1}, u_{a2}, u_{a3}]^T$, 满足

$$u_{ai} = \begin{cases} \frac{S_i}{|S_i|} \hat{d}_{Mi}, & |S_i| \hat{d}_{Mi} > n_1; \\ \frac{S_i}{n_1} \hat{d}_{Mi}^2, & |S_i| \hat{d}_{Mi} \leq n_1. \end{cases}$$

改进的自适应更新律设计如下:

$$\dot{\hat{d}}_{Mi} = -\varepsilon \hat{d}_{Mi} + p |S_i|. \quad (17)$$

其中: $\varepsilon > 0, p > 0$.

选取李雅普诺夫函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} S^T J_c S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p} \tilde{d}_{Mi}^2, i = 1, 2, 3. \quad (18)$$

对其沿着系统轨迹求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= S^T J_c \dot{S} + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p} \tilde{d}_{Mi} \dot{\tilde{d}}_{Mi} = \\ &S^T \left(F + u + d + J_c (\alpha \dot{e} + \beta \dot{f}(e)) - \right. \\ &\left. \lambda \ln(1 - e^T e) \dot{e} + \frac{2\lambda e^T \dot{e}}{1 - e^T e} e \right) - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p} \tilde{d}_{Mi} \dot{\tilde{d}}_{Mi}. \end{aligned} \quad (19)$$

将式(16)和(17)代入(19), 根据引理1和引理3, 当 $|S_i| \hat{d}_{Mi} > n_1$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= S^T d - k_1 S^T S - k_2 S^T \operatorname{sig}(S)^\gamma - \\ &S^T u_a - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p} \tilde{d}_{Mi} \dot{\tilde{d}}_{Mi} \leq \\ &-k_1 S^T S - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} \tilde{d}_{Mi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} d_{Mi}^2 = \\ &-\frac{2k_1}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \varepsilon \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p} \tilde{d}_{Mi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} d_{Mi}^2 \leq \\ &-\eta_1 V_1 + \varsigma_1. \end{aligned}$$

其中: $\eta_1 = \min \left(\frac{2k_1}{\lambda_{\max}}, \varepsilon \right), \varsigma_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} d_{Mi}^2$.

同理, 当 $|S_i| \hat{d}_{Mi} \leq n_1$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -k_1 S^T S - \sum_{i=1}^3 \left(\frac{S_i}{\sqrt{n_1}} \hat{d}_{Mi} - \frac{\sqrt{n_1}}{2} \right)^2 + \\ &\frac{n_1}{4} + \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} \tilde{d}_{Mi} \hat{d}_{Mi} \leq \\ &-k_1 S^T S + \frac{n_1}{4} + \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} \tilde{d}_{Mi} \hat{d}_{Mi} \leq \\ &-\frac{2k_1}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \varepsilon \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p} \tilde{d}_{Mi}^2 + \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} d_{Mi}^2 + \frac{n_1}{4} \leq -\eta_1 V_1 + \varsigma_2, \end{aligned}$$

其中 $\varsigma_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{p} d_{Mi}^2 + \frac{n_1}{4}$.

综上, 因为 ς_1 和 ς_2 都是有界的, 由有界性定理可知 S_i 和 \tilde{d}_{Mi} 都是一致最终有界的.

定理1 由式(8)和(9)描述的交会对接模拟系统中的姿态系统, 基于假设1和 $k_1 - c_1 > 0$, 在控制律(16)和(17)的控制下, 可以实现如下目标:

1) 滑模面 S 在有限时间内收敛到区域 $\|S\| \leq \Omega$,

其中 $\Omega = \min \left(\sqrt{\frac{c_2}{k_1 - c_1}}, \gamma^{+1} \sqrt{\frac{c_2}{k_2}} \right), c = \sum_{i=1}^3 \frac{\tilde{d}_{Mi}^2}{4c_1}$,

$c_2 = n_1/4 + c, c_1$ 为一个正数.

2) 姿态误差 e 和角速度误差 ω_e 在有限时间内分别收敛到区域 $|e_i| \leq \Lambda$ 和 $|\omega_{ei}| \leq \Delta$, 其中

$$\Lambda = \max\left(\eta, \max\left(\frac{\Omega}{2\alpha}, \sqrt{\frac{\Omega}{2\beta}}\right)\right),$$

$$\Delta = \Omega + \left(\alpha - \lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 \Lambda^2\right)\right)\Lambda + \beta\Lambda^\gamma.$$

证明 1) 选取李雅普诺夫函数 $V_2 = S^T J_c S/2$, 对其沿着系统轨迹求导, 得

$$\dot{V}_2 = S^T d - k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma - S^T u_a.$$

当 $|S_i| \hat{d}_{Mi} > n_1$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma + \sum_{i=1}^3 |S_i| \hat{d}_{Mi} \leq \\ & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma + \sum_{i=1}^3 c_1 |S_i|^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{\hat{d}_{Mi}^2}{4c_1} \leq \\ & -\frac{2(k_1 - c_1)}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S + c - \\ & \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}} k_2}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}} \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}. \end{aligned} \quad (20)$$

取 $\eta_2 = \frac{2(k_1 - c_1)}{\lambda_{\max}}, \eta_3 = \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}} k_2}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}}$, 则上式变为

$$\dot{V}_2 \leq -\eta_2 \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \eta_3 \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} + c. \quad (21)$$

进一步整理式(21), 可得如下两种形式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\left(\eta_2 - \frac{2c}{\lambda_{\max} S^T S}\right) \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \\ & \eta_3 \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}, \\ \dot{V}_2 \leq & -\eta_2 \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \left(\eta_3 - \right. \\ & \left. \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}} c}{(\lambda_{\max} S^T S)^{\frac{\gamma+1}{2}}}\right) \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}. \end{aligned}$$

由引理2和引理3可知: 对于第1种形式, 在有限时间内滑模面 S 将会收敛到区域 $\|S\| \leq \sqrt{c/(k_1 - c_1)}$; 对于第2种形式, 在有限时间内滑模面 S 将会收敛到区域 $\|S\| \leq \sqrt{\gamma+1} \sqrt{c/k_2}$.

当 $|S_i| \hat{d}_{Mi} \leq n_1$ 时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma + \sum_{i=1}^3 |S_i| \hat{d}_{Mi} - \sum_{i=1}^3 \frac{S_i^2}{n_1} \hat{d}_{Mi}^2 = \\ & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma - \\ & \sum_{i=1}^3 \left(\frac{S_i \hat{d}_{Mi}}{\sqrt{n_1}} - \frac{\sqrt{n_1}}{2}\right)^2 + \frac{n_1}{4} + \sum_{i=1}^3 |S_i| \hat{d}_{Mi} \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma + \\ & \sum_{i=1}^3 c_1 |S_i|^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{\hat{d}_{Mi}^2}{4c_1} + \frac{n_1}{4} \leq \\ & -\frac{2(k_1 - c_1)}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S + \\ & c_2 - \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}} k_2}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}} \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)的形式和 $n_1 > 0$ 可知, 此时 S 的有限时间收敛区域与 $|S_i| \hat{d}_{Mi} > n_1$ 时的情形一样, 但比其收敛区域大, 滑模面 S 在有限时间内将会收敛到区域 $\|S\| \leq \sqrt{c_2/(k_1 - c_1)}$ 或 $\|S\| \leq \sqrt{\gamma+1} \sqrt{c_2/k_2}$. 问题1) 得证.

2) 滑模面 S 在有限时间内可收敛到区域 $\|S\| \leq \Omega$, 可得 $|S_i| \leq \Omega, i = 1, 2, 3$. 下面对 e_i 和 ω_{ei} 的有限时间收敛性进行分析.

定义

$$S_i = \omega_{ei} + \left(\alpha - \lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 e_i^2\right)\right) e_i + \beta f(e_i) = \sigma_i, \quad (23)$$

当 $|e_i| \leq \eta$ 时, 可得

$$S_i = \omega_{ei} + \left(\alpha - \lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 e_i^2\right)\right) e_i +$$

$$\beta(r_1 e_i + r_2 \text{sgn}(e_i) e_i^2) = \sigma_i,$$

$$|\omega_{ei}| \leq \Omega + \left(\alpha - \lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 \eta^2\right)\right) \eta + \beta \eta^\gamma.$$

当 $|e_i| > \eta$ 时, 可得

$$S_i =$$

$$\omega_{ei} + \left(\alpha - \lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 e_i^2\right)\right) e_i + \beta \text{sig}(e_i)^\gamma = \sigma_i.$$

进一步整理得

$$\omega_{ei} + \left(\alpha - \frac{\sigma_i}{2e_i}\right) e_i + \left(\beta - \frac{\sigma_i}{2\text{sig}(e_i)^\gamma}\right) \text{sig}(e_i)^\gamma -$$

$$\lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 e_i^2\right) e_i = 0. \quad (24)$$

根据引理4, 当 $\alpha - \sigma_i/2e_i > 0$ 且 $\beta - \sigma_i/2\text{sig}(e_i)^\gamma > 0$ 时, 式(24)满足滑模面(14)等于零的形式, 因此在有限时间内有

$$|e_i| \leq \max\left(\frac{\Omega}{2\alpha}, \sqrt{\frac{\Omega}{2\beta}}\right),$$

$$|\omega_{ei}| \leq \Omega + \left(\alpha - \lambda \ln\left(1 - \sum_{i=1}^3 \Lambda^2\right)\right) \Lambda + \beta \Lambda^\gamma.$$

问题(2)得证, 综上所述定理1得证. \square

注1 改进的自适应更新律(17)中右侧不会一直是正的, 这样便避免了传统自适应更新律中估计值可能会无限制增加的缺点.

注2 通过应用边界层定理, 控制器(16)有效地抑制了由控制不连续引起的抖振, 但在这个边界层 n_1 里不能保证系统的有限时间稳定性.

为解决这个问题, 设计本文的第2个控制器如下:

$$u_2 = -F - J_c(\alpha \dot{e} + \beta \dot{f}(e)) + J_c(\lambda \ln(1 - e^T e) \dot{e} - \frac{2\lambda e^T \dot{e}}{1 - e^T e} e) - k_1 S - k_2 \text{sig}(S)^\gamma - u_a S. \quad (25)$$

其中: $k_1 > 0, k_2 > 0, u_a = \text{diag}(u_{ai}), i = 1, 2, 3, u_{ai} = \chi^{-2} \hat{\psi}_i / 2, \psi_i = d_{Mi}^2, \tilde{\psi}_i = \psi_i - \hat{\psi}_i$.

改进的自适应更新律设计如下:

$$\dot{\hat{\psi}}_i = -\varepsilon_1 \hat{\psi}_i + \frac{1}{2} p_1 \chi^{-2} |S_i|^2. \quad (26)$$

其中: $\varepsilon_1 > 0, p_1 > 0, \chi > 0$.

选取李雅普诺夫函数为

$$V_3 = \frac{1}{2} S^T J_c S + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p_1} \tilde{\psi}_i^2, \quad i = 1, 2, 3. \quad (27)$$

对其沿着系统轨迹求导, 得

$$\dot{V}_3 = S^T (F + u + d + J_c(\alpha \dot{e} + \beta \dot{f}(e) - \lambda \ln(1 - e^T e) \dot{e} + \frac{2\lambda e^T \dot{e}}{1 - e^T e} e)) - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p_1} \tilde{\psi}_i \dot{\psi}_i. \quad (28)$$

将式(25)和(26)代入(28), 由引理1和引理3, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma + \sum_{i=1}^3 \frac{\psi_i |S_i|^2}{2\chi^2} - \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\tilde{\psi}_i}{p_1} \left(-\varepsilon_1 \hat{\psi}_i + \frac{p_1 |S_i|^2}{2\chi^2} \right) + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\chi^2}{2} - \sum_{i=1}^3 \frac{\hat{\psi}_i |S_i|^2}{2\chi^2} \leq \\ & -\frac{2k_1}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \varepsilon_1 \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\tilde{\psi}_i^2}{p_1} + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon_1 \psi_i^2}{p_1} + \sum_{i=1}^3 \frac{\chi^2}{2} \leq \\ & -\eta_4 V_3 + \varsigma_3. \end{aligned}$$

其中

$$\eta_4 = \min \left(\frac{2k_1}{\lambda_{\max}}, \varepsilon_1 \right), \quad \varsigma_3 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon_1 \psi_i^2}{p_1} + \sum_{i=1}^3 \frac{\chi^2}{2}.$$

因为 ς_3 是有界的, 由有界性定理可知 S_i 和 $\tilde{\psi}_i$ 都是一致最终有界的, 所以有 $|\tilde{\psi}_i| \leq \tilde{\psi}_{im}, \tilde{\psi}_{im} (i = 1, 2, 3)$ 都为很小的正数.

定理2 由式(8)和(9)描述的交会对接模拟系统中的姿态系统, 基于假设1和 $k_1 - \tilde{\psi}_{\max} / 2\chi^2 > 0$, 在控制律(25)和(26)的控制下, 可以实现如下目标:

1) 滑模面 S 在有限时间内收敛到区域 $\|S\| \leq \Phi$,

其中: $\Phi = \min \left(\sqrt{\frac{2\eta_7}{\eta_5}}, \sqrt[{\gamma+1}]{\frac{2\tilde{\psi}_{\max}}{\eta_6}} \right), \eta_5 = 2(k_1 -$

$\frac{\tilde{\psi}_{\max}}{2\chi^2}), \eta_6 = 2^{\frac{\gamma+1}{2}} k_2, \eta_7 = \sum_{i=1}^3 \frac{\chi^2}{2}, \tilde{\psi}_{\max} = \max(\tilde{\psi}_{im}), i = 1, 2, 3$.

2) 姿态误差 e 和角速度误差 ω_e 在有限时间内分别收敛到区域 $|e_i| \leq M$ 和 $|\omega_{ei}| \leq H$. 其中

$$M = \max \left(\eta, \max \left(\frac{\Phi}{2\alpha}, \sqrt[{\gamma}]{\frac{\Phi}{2\beta}} \right) \right),$$

$$H = \Phi + \left(\alpha - \lambda \ln \left(1 - \sum_{i=1}^3 M^2 \right) \right) M + \beta M^\gamma.$$

证明 1) 考虑李雅普诺夫函数 V_2 , 对其沿着系统轨迹求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 S^T S - k_2 S^T \text{sig}(S)^\gamma + \sum_{i=1}^3 \frac{\psi_i |S_i|^2}{2\chi^2} + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\chi^2}{2} - \sum_{i=1}^3 \frac{\hat{\psi}_i |S_i|^2}{2\chi^2} \leq \\ & -\frac{2(k_1 - \frac{\tilde{\psi}_{\max}}{2\chi^2})}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S + \sum_{i=1}^3 \frac{\chi^2}{2} - \\ & \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}} k_2}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}} \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S \right)^{\frac{\gamma+1}{2}} = \\ & \eta_7 - \frac{\eta_5}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \frac{\eta_6}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}} \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S \right)^{\frac{\gamma+1}{2}}. \end{aligned}$$

经整理, 可得如下两种形式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\left(\frac{\eta_5}{\lambda_{\max}} - \frac{\eta_7}{\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S} \right) \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \\ & \frac{\eta_6}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}} \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S \right)^{\frac{\gamma+1}{2}}, \\ \dot{V}_2 \leq & -\frac{\eta_5}{\lambda_{\max}} \frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S - \left(\frac{\eta_6}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}} - \right. \\ & \left. \frac{\eta_7}{\left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S \right)^{\frac{\gamma+1}{2}}} \right) \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max} S^T S \right)^{\frac{\gamma+1}{2}}. \end{aligned}$$

由引理2和引理3可知: 对于第1种形式, 在有限时间内滑模面 S 将会收敛到区域 $\|S\| \leq \sqrt{2\eta_7/\eta_5}$; 对于第2种形式, 在有限时间内滑模面 S 将会收敛到区域 $\|S\| \leq \sqrt[{\gamma+1}]{2^{\frac{\gamma+1}{2}} \eta_7/\eta_6}$. 问题1) 得证.

2) 姿态误差 e 和角速度误差 ω_e 的有限时间收敛性证明与定理1中的证明相同. \square

注3 在没有应用边界层定理的情况下, 控制器(25)保证了控制的连续性, 同时保证了滑模面整个收敛区域的有限时间稳定性.

3 仿真实验

为验证所设计控制器的有效性, 进行如下数值仿真研究: 交会对接模拟系统进行航天器交会对接姿态跟踪模拟, 目标模拟器姿态是时变的. 追踪模拟器和目标模拟器的模型参数和初始值选择如下:

$$J_c = \begin{bmatrix} 22.7 & 0.3 & -0.2 \\ 0.3 & 23.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0.5 & 24.6 \end{bmatrix}, \Delta J_c = \text{diag}[1, 1.5, 1.5],$$

$$R_c(0) = \begin{bmatrix} -0.5414 & -0.7072 & -0.4546 \\ -0.0009 & -0.5403 & 0.8415 \\ -0.8407 & 0.4560 & 0.2919 \end{bmatrix},$$

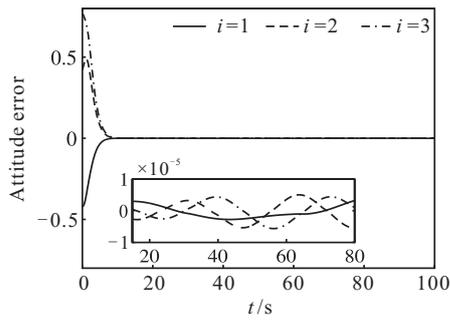
$$R_t(0) = I_3, \bar{d} = 0.01[\sin(0.5t) \sin(0.6t) \sin(1t)]^T,$$

$$\omega_t = -0.1[\sin(t/40) \sin(t/50) \sin(t/60)]^T,$$

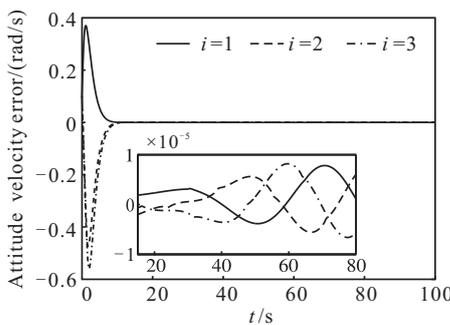
$$\omega_c(0) = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T.$$

控制器(16)的参数选择如下: $k_1 = 1, k_2 = 0.5, \eta = 0.0001, \gamma = 0.8, \lambda = 0.01, \alpha = 0.6, \beta = 0.5, n_1 = 0.0006, \varepsilon = 0.05, p = 0.1$.

图2为控制器(16)作用下的系统响应曲线. 由图2可见, 当系统存在未知上界扰动力矩和不确定性时, 追踪模拟器可在15s内跟踪上姿态时变的目标模拟器. 图3(a)为控制器(16)的控制力矩曲线, 可以看出通过应用边界层定理, 控制器避免了抖振. 为了验证控制器(25)解决了注2中提到的问题, 控制器的参数

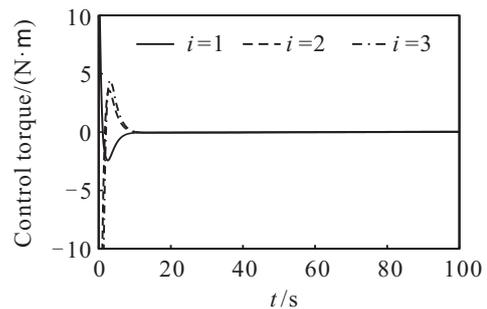


(a) 姿态误差

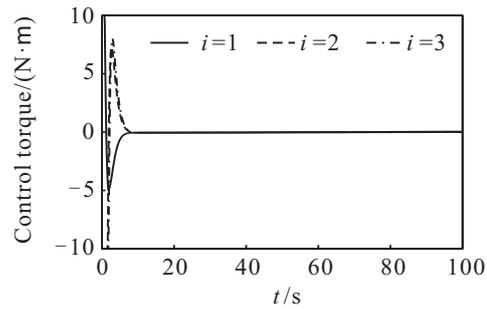


(b) 角速度误差

图2 控制器(16)作用下的响应曲线

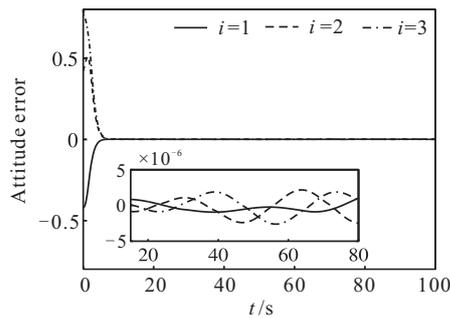


(a) 控制器(16)

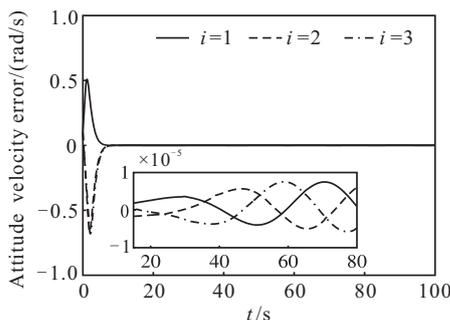


(b) 控制器(25)

图4 控制力矩曲线

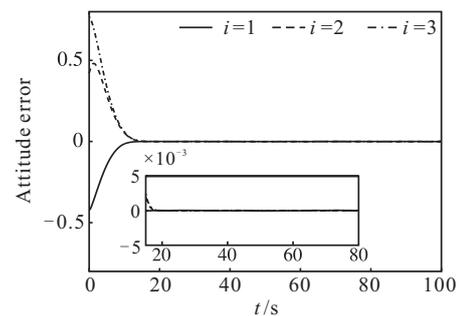


(a) 姿态误差

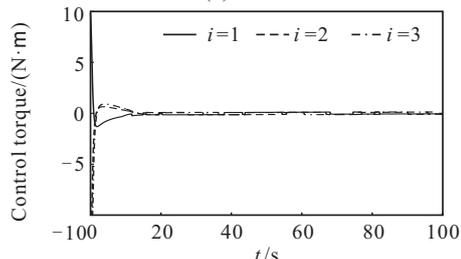


(b) 角速度误差

图3 控制器(25)作用下的响应曲线



(a) 姿态误差



(b) 控制力矩

图5 对比控制器作用下的响应曲线

选择如下: $k_1 = 1$, $k_2 = 0.5$, $\eta = 0.0001$, $\gamma = 0.8$, $\lambda = 0.01$, $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.5$, $\varepsilon_1 = 0.05$, $p_1 = 0.1$, $\chi = 0.16$.

通过图4与图2对比可见,控制器(25)保证了对干扰的鲁棒性,同时实现了系统更快的收敛性和更小的稳态误差.由图3(b)可见,在没有应用边界层定理的情况下,控制器(21)消除了抖振.

为了进一步研究抖振现象,对文献[20]中的不连续控制器进行仿真研究,其模型参数和初始值的设定与本文一样.将图5(a)与图2(a)和图3(a)比较可知,本文设计的两个控制器的性能更为优越,从图5(b)可以看出文献[20]的控制器存在抖振现象.

4 结 论

本文利用改进的快速非奇异终端滑模面和改进的自适应控制研究了交会对接模拟系统的有限时间姿态同步问题.所设计的两个控制器解决了奇异和抖振问题,同时在保证系统有限时间收敛的情况下有效地抑制了外界扰动和系统不确定性,具有很好的鲁棒性,快速、准确地完成了交会对接模拟中姿态同步的任务.数值仿真进一步表明了两个有限时间控制器的有效性.

参考文献(References)

- [1] Sun L, Huo W. Robust adaptive relative position tracking and attitude synchronization for spacecraft rendezvous[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 41(8): 28-35.
- [2] Ali I, Radice G, Kim J. Backstepping controller design with actuator torque bound for spacecraft attitude maneuver[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2009, 33(1): 254-259.
- [3] Gao H J, Yang X B, Shi P. Multi-objective robust control of spacecraft rendezvous[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2009, 17(4): 794-802.
- [4] Gennaro S D. Output attitude tracking for flexible spacecraft[J]. *Automatica*, 2002, 38(10):1719-1726.
- [5] Show L L, Jyh C J, Jan Y W. An LMI-based nonlinear attitude control approach[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2003, 11(1): 73-83.
- [6] Luo W, Chu Y, Ling K. Inverse optimal adaptive control for attitude tracking of spacecraft[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1639-1654.
- [7] 张爱华, 胡庆雷, 霍星. 飞轮安装偏差的过驱动航天器有限时间姿态控制[J]. *控制与决策*, 2014, 29(1): 27-32.
(Zhang A H, Hu Q L, Huo X. Finite time attitude control for over-activated spacecraft with reaction wheel misalignment[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(1): 27-32.)
- [8] Wu S, Radice G, Gao Y, et al. Quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking[J]. *Acta Astronautica*, 2011, 69(1): 48-58.
- [9] Huo X, Hu Q, Xiao B. Finite-time fault tolerant attitude stabilization control for rigid spacecraft[J]. *Isa Transactions*, 2014, 53(2): 241-250.
- [10] Zhou J, Yang J. Smooth sliding mode control for missile interception with finite-time convergence[J]. *J of Guidance Control and Dynamics*, 2015, 38(7): 1-8.
- [11] Zhan K S, Li H X, Sun K B. Finite-time control for non-linear spacecraft attitude based on terminal sliding mode technique[J]. *Isa Transactions*, 2013, 53(1): 117-124.
- [12] Li S, Wang Z, Fei S. Comments on the paper: Robust controllers design with finite time convergence for rigid spacecraft attitude tracking control[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2011, 15(15): 193-195.
- [13] Hu Q, Li B, Zhang A. Robust finite-time control allocation in spacecraft attitude stabilization under actuator misalignment[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 53-71.
- [14] Zou A M, Kumar K D, Hou Z G, et al. Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and chebyshev neural network[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 2011, 41(4): 950-963.
- [15] 曹喜滨, 董晓光, 张锦绣, 等. 基于气浮台的编队飞行地面试验建模与鲁棒控制器设计[J]. *宇航学报*, 2012, 33(5): 612-619.
(Cao X B, Dong X G, Zhang J X, et al. Modeling and robust controller design for formation flight ground tests based on air-bearing table[J]. *J of Astronautics*, 2012, 33(5): 612-619.)
- [16] 许剑, 任迪, 杨庆俊, 等. 五自由度气浮仿真试验台的动力学建模[J]. *宇航学报*, 2010, 31(1): 60-64.
(Xu J, Ren D, Yang Q J, et al. Dynamic modeling for the 5-DOF air bearing spacecraft simulator[J]. *J of Astronautics*, 2010, 31(1): 60-64.)
- [17] Lee T. Exponential stability of an attitude tracking control system on SO(3) for large-angle rotational maneuvers[J]. *Systems and Control Letters*, 2012, 61(1): 231-237.
- [18] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [19] Lu K F, Xia Y Q. Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence[J]. *Automatica*, 2013, 49(12): 3591-3599.
- [20] Guo Y, Song S M, Li X H. Terminal sliding mode control for attitude tracking of spacecraft based on rotation matrix[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015(1): 1-9.

(责任编辑: 孙艺红)