

新型动态控制力矩陀螺操纵律设计

刘向东, 辛 星, 李 震[†], 陈 振

(1. 北京理工大学 自动化学院, 北京 100081; 2. 北京电子工程总体研究所, 北京 100854)

摘 要: 首先提出一类新型控制力矩陀螺(CMG)操纵律, 改变使用静态数据求逆构造力矩分配矩阵的设计思路, 利用近似的动态微分特性构造力矩分配矩阵, 进而对新型操纵律奇异性进行分析. 基于奇异分析结果, 设计一种切换型 CMG 奇异回避策略, 使 CMG 能在首选力矩分配矩阵接近奇异时, 使用非奇异的备选分配矩阵将之替换. 仿真结果表明, 所设计的 CMG 操纵律具有较高的计算精度, 同时具有一定的奇异适应性.

关键词: 控制力矩陀螺; 操纵律; 构形奇异; 姿态控制

中图分类号: TP29 文献标志码: A

Novel dynamic CMG steering law based on differential approximation

LIU Xiang-dong, XIN Xing, LI Zhen[†], CHEN Zhen

(1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China)

Abstract: To address the control momentum gyros(CMG) control issue, a novel steering law is proposed, characterized by the approximate differential dynamics used in the control allocation to replace the statically calculated pseudo-inverse methods. The analysis is proceeded to figure out the singularity robustness. As a result, a switching strategy is proposed to handle the singularity by replacing the allocation matrix with a nonsingular one. Numerical simulations are applied to verify the performance of the algorithm which provides better accuracy and certain singularity robustness.

Keywords: control moment gyro; steering law; singularity; attitude control

0 引 言

现代航天器对姿态控制的快速性和精确性有较高要求^[1]. 单框架控制力矩陀螺(SGCMG、CMG)能够输出连续、精确的角动量交换控制力矩, 且具有力矩放大作用, 是先进航天器的首选之一^[2-3]. CMG 常以非对称构形安装, 需要设计操纵律实现三轴控制力矩对冗余执行机构的分配. 此外, 奇异现象会严重削弱 CMG 的三轴力矩输出能力, 回避奇异也是设计 CMG 操纵律必须考虑的问题.

所有的 CMG 操纵律依据其对输入输出信息的处理方式可分为全局操纵律和局部操纵律两类^[4]. 全局操纵律通过引入框架角位置约束限制 CMG 的运动, 能够可靠回避内部奇异, 但同时也需要牺牲一部分角动量交换能力^[4-5]; 或通过离线计算对 CMG 的动量或框架运动进行全局规划, 能实现对内部奇异状态的可靠回避^[6], 但实际应用中会受到星载计算机资源或上注数据时窗的限制^[4,7-8].

局部操纵律根据实时状态对控制量进行优化, 其计算量小, 在轨实现的代价较低^[4,8] 以构造力矩分配矩阵的方式为区别, 当前主要的局部操纵律包括 GI 型 (generalized inverse)、SR 型 (singularity robust inverse)、GSR 型 (generalized singularity robust inverse)、SDA 型 (singularity direction avoidance)、PSR 型 (predicted singularity robustness) 操纵律等^[9-11]. 这些操纵律的原理相似, 并且已被证明可以归纳为统一的 BI 型 (blended inverse) 操纵律的二次优化形式^[10]. 局部操纵律在 CMG 接近奇异时都会输出一定的力矩误差. 相较之下, SDA 操纵律仅在奇异的特征向量方向上引入误差, 具有更高的输出精度. 同时, GSR 操纵律通过在分配矩阵中引入摄动, 使得操纵律具有脱离局部优化极值的能力, 其回避奇异的能力较强^[10]. 此外, SR 操纵律也可以设计成反馈形式, 从而避免进行矩阵求逆运算^[12].

一些改进型操纵律是在求逆型操纵律之上引入

收稿日期: 2016-03-24; 修回日期: 2016-08-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51407011, 11372034, 51207145).

作者简介: 刘向东(1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事高精度伺服控制与飞行器控制等研究; 辛星(1986—), 男, 博士, 从事航天器控制及软件仿真的研究.

[†]通讯作者. E-mail: zhenli@bit.edu.cn

新的优化或加权逻辑得到的,如基于2阶模型近似和数值迭代寻优的二次型控制逻辑^[13],又如在进行奇异回避时对可回避与不可回避奇异点采用不同回避策略的混合操纵逻辑^[14]等。

大多数局部操纵律在求解控制量的过程中将力矩分配过程归纳为对静态数据方程的求逆问题。事实上,CMG力矩的输出是动态过程,框架位置、框架角速度和框架角加速度之间是级联微分关系,而这三者的变化均与CMG力矩相关。在PSR中,操纵律的优化逻辑考虑了使用一阶微分近似的框架角预测信息^[11]。

本文同样考虑将框架角速度动态特性代入力矩分配方程,通过对框架角加速度的近似使得力矩分配矩阵的构造形式产生变化。基于这种新型的动态分配矩阵,设计了两种新的CMG操纵律,同时对力矩分配矩阵的奇异性进行分析,设计了可以保证操纵律奇异鲁棒性的奇异回避策略。

1 控制力矩陀螺的动力学特性

有 N 个执行机构的控制力矩陀螺群 (CMGs) 的力矩分配方程^[15]可写为

$$\mathbf{T}_G = -I_{ws} \mathbf{A}_t \text{diag}(\boldsymbol{\Omega}) \dot{\boldsymbol{\delta}} - I_g \mathbf{A}_g \ddot{\boldsymbol{\delta}} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{T}_G \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 为输出力矩; $\mathbf{A}_t = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_N]$, $\mathbf{A}_g = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_N] \in \mathbf{R}^{3 \times N}$, $t_j, g_j \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 分别为第 j 个CMG的陀螺力矩和框架旋转方向的单位矢量坐标; I_{ws} 为CMG的飞轮轮体转动惯量, I_g 为CMG旋转部分在框架轴向的转动惯量; $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_N]^T$ 为CMGs的框架角位置矢量坐标, $\dot{\boldsymbol{\delta}}$ 和 $\ddot{\boldsymbol{\delta}}$ 分别为CMGs的框架角速度和角加速度矢量坐标; $\boldsymbol{\Omega} = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \dots \ \Omega_N]^T$ 为CMGs的飞轮转速矢量坐标。

2 基于微分近似的动态CMG操纵律

基于式(1)设计的常规操纵律通常将小量 $\ddot{\boldsymbol{\delta}}$ 忽略,本节将针对完整的式(1)设计操纵律。

2.1 基于一阶差分近似的操纵律

首先构造如下两个分配矩阵:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{D}_t(t_k) + \Delta t_k^{-1} \mathbf{D}_g, \quad (2)$$

$$\mathbf{Q}_k^* = \mathbf{D}_t(t_k) + \Delta \hat{t}_k^{-1} \mathbf{D}_g. \quad (3)$$

其中: $\mathbf{D}_t = -I_{ws} \mathbf{A}_t \text{diag}(\boldsymbol{\Omega})$, $\mathbf{D}_g = -I_g \mathbf{A}_g$; $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ 为控制的采样时间间隔, $\Delta \hat{t}_k^{-1} = \frac{a_t(m_s)}{\Delta t_k} = \frac{a_t(m_s)}{t_k - t_{k-1}}$, $a_t(m_s)$ 取为

$$a_t(m_s) = \begin{cases} 1, & m_s \geq \mu_1; \\ 1 + \mu_2(m_s - \mu_1)^2, & m_s < \mu_1. \end{cases} \quad (4)$$

$m_s \in [0, \infty]$ 为奇异度量参数, μ_1 和 μ_2 为正的常量, $\mu_1^2 \mu_2 \gg 1$ 。针对 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{Q}_k^* 分别定义奇异度量,有

$$m_s = \det(\bar{\mathbf{Q}}_k \bar{\mathbf{Q}}_k^T) = \frac{1}{\lambda_k^2} \det(\mathbf{Q}_k \mathbf{Q}_k^T), \quad (5)$$

$$m_s^* = \det(\bar{\mathbf{Q}}_k^* (\bar{\mathbf{Q}}_k^*)^T) = \frac{1}{(\lambda_k^*)^2} \det(\mathbf{Q}_k^* (\mathbf{Q}_k^*)^T). \quad (6)$$

其中

$$\bar{\mathbf{Q}}_k = \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{Q}_k, \lambda_k = (I_{ws}^2 \Omega_i^2 + \Delta t_k^{-2} I_g^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$\bar{\mathbf{Q}}_k^* = \frac{1}{\lambda_k^*} \mathbf{Q}_k^*, \lambda_k^* = (I_{ws}^2 \Omega_i^2 + \Delta \hat{t}_k^{-2} I_g^2)^{\frac{1}{2}}.$$

$\bar{\mathbf{Q}}_k$ 和 $\bar{\mathbf{Q}}_k^*$ 都由单位向量组成。若令 $\bar{Q}_{k,i} = I_{ws} \Omega_i t_i + \Delta t_k^{-1} I_g g_i$ 为 $\bar{\mathbf{Q}}_k$ 的第 i 列, 考虑到 $t_i \perp g_i$, 对 $\forall i \in [1, N]$, 则有

$$|\bar{Q}_{k,i}|^2 = \frac{1}{\lambda_k^2} ((I_{ws} \Omega_i)^2 + (\Delta t_k^{-1} I_g)^2) = 1.$$

基于式(2)和(6)的定义,给出基于一阶差分近似的CMG操纵律为

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}(t_k) = \begin{cases} \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{T}_F(k, \Delta t_k^{-1}), & m_s \geq m_s^*; \\ (\mathbf{Q}_k^*)^{-1} \mathbf{T}_F(k, \Delta \hat{t}_k^{-1}), & m_s < m_s^*. \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{T}_F(k, a) = \hat{\mathbf{T}}_G(t_k) + a \mathbf{D}_g(t_k) \dot{\boldsymbol{\delta}}(t_{k-1})$ 为对时序 k 和参数 a 定义的算子, $\hat{\mathbf{T}}_G$ 为期望控制力矩。对于矩阵变量,符号 $(\cdot)^{-1}$ 表示矩阵伪逆,以下相同。

式(7)的力矩分配作用可通过将近似 $\dot{\boldsymbol{\delta}}(t_k) \approx \Delta t_k^{-1} (\dot{\boldsymbol{\delta}}(t_k) - \dot{\boldsymbol{\delta}}(t_{k-1}))$ 代入 t_k 时刻的式(1)中进行验证,有

$$\mathbf{T}_G(t_k) \approx \mathbf{P}_k (\hat{\mathbf{T}}_G(t_k) + \Delta \hat{t}_k^{-1} \mathbf{D}_g \dot{\boldsymbol{\delta}}(t_{k-1})) - \Delta t_k^{-1} \mathbf{D}_g \dot{\boldsymbol{\delta}}(t_{k-1}),$$

其中 $\mathbf{P}_k = \mathbf{Q}_k(t_k) (\mathbf{Q}_k^*(t_k))^T (\mathbf{Q}_k^*(t_k) (\mathbf{Q}_k^*(t_k))^T)^{-1}$ 。

考虑CMG远离奇异的情形,有 $m_s \geq \mu_1$, $a_t(m_s) = 1$, 进而有 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_k^*$ 和 $\Delta t_k^{-1} = \Delta \hat{t}_k^{-1}$ 。由此得到等式关系

$$\mathbf{T}_G(t_k) = (\hat{\mathbf{T}}_G(t_k) + \Delta t_k^{-1} \mathbf{D}_g \dot{\boldsymbol{\delta}}(t_{k-1})) - \Delta t_k^{-1} \mathbf{D}_g \dot{\boldsymbol{\delta}}(t_{k-1}) = \hat{\mathbf{T}}_G(t_k),$$

可见,式(7)能够以框架角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}$ 复现控制力矩 \mathbf{T}_G 。同时,式(7)额外考虑了 $\dot{\boldsymbol{\delta}}$, 因此相较于常规操纵律具有一定的精度优势。

2.2 基于一阶微分近似的操纵律

考虑另一种力矩分配矩阵的选取方法

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{D}_t(t_k) + \Delta \tau_k \mathbf{D}_g, \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_k^* = \mathbf{D}_t(t_k) + \Delta \hat{\tau}_k \mathbf{D}_g. \quad (9)$$

其中: $\Delta \tau_k = \tau_g e^{-\tau_g(t_k - t_{k-1})}$, $\Delta \hat{\tau}_k = a_t(m_s) \Delta \tau_k$ 。

对应地,改写式(5)和(6),令 $\lambda_k = (I_{ws}^2 \Omega_i^2 + \Delta \tau_k^2 I_g^2)^{\frac{1}{2}}$, $\lambda_k^* = (I_{ws}^2 \Omega_i^2 + \Delta \hat{\tau}_k^2 I_g^2)^{\frac{1}{2}}$, 可得到针对矩阵

(8)和矩阵(9)的奇异度量,进而得到基于一阶微分近似的CMG操纵律

$$\dot{\delta}(t_k) = \begin{cases} \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{T}_F(k, \Delta\tau_k), & m_s \geq m_s^*; \\ (\mathbf{Q}_k^*)^{-1} \mathbf{T}_F(k, \Delta\hat{\tau}_k), & m_s < m_s^*. \end{cases} \quad (10)$$

为验证式(7)的动态力矩分配能力,考虑如下阶段线性微分特性:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &\approx \\ \dot{\delta}(t_{k-1}) &+ (1 - e^{-\tau_g(t-t_{k-1})})(\dot{\delta}(t_k) - \dot{\delta}(t_{k-1})), \\ \ddot{\delta}(t) &\approx \tau_g e^{-\tau_g(t-t_{k-1})}(\dot{\delta}(t_k) - \dot{\delta}(t_{k-1})). \end{aligned}$$

在上述线性近似关系下,考虑 $t = t_k$ 时刻的式(1),得到

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_G(t_k) &= \\ \mathbf{P}_k(\hat{\mathbf{T}}_G(t_k) + \Delta\hat{\tau}_k \mathbf{D}_g \dot{\delta}(t_k - 1)) &- \Delta\tau_k \mathbf{D}_g \dot{\delta}(t_{k-1}). \end{aligned}$$

依然考虑CMG远离奇异的情形,令 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_k^*$, $\Delta t_k^{-1} = \Delta\hat{t}_k^{-1}$,由此得到等式关系

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_G(t_k) &\approx \hat{\mathbf{T}}_G(t_k) + \Delta\hat{\tau}_k \mathbf{D}_g(t_k) \dot{\delta}(t_{k-1}) - \\ \Delta\tau_k \mathbf{D}_g \dot{\delta}(t_{k-1}) &= \hat{\mathbf{T}}_G(t_k). \end{aligned}$$

上述关系表明式(10)能够完成控制力矩的分配,同时考虑常规操纵律忽略的 $\ddot{\delta}$ 的影响.特别地,式(10)使用一阶线性微分近似CMG的瞬时动态,如果已知驱动CMG的无刷直流电机的等效直流参数,则可将 τ_g 设为等效的电机惯性时间常数,此时式(10)的动态微分近似将具有明确的物理意义.

2.3 微分近似操纵律的奇异鲁棒性

本节深入分析操纵律(7)和(10)的奇异鲁棒性,并设计相应的奇异回避策略.

首先,给出关于矩阵 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{Q}_k^* 奇异性的定理.

定理1 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{Q}_k^* 中至少有一个是非奇异的.

证明 针对 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{Q}_k^* 的构成,设 $\mathbf{A}_\alpha = \mathbf{D}_t + \alpha \mathbf{D}_g \in R^{3 \times N}$, $\mathbf{A}_\beta = \mathbf{D}_t + \beta \mathbf{D}_g \in R^{3 \times N}$, $\alpha \neq \beta$ 是正的常量.假设 \mathbf{A}_α 和 \mathbf{A}_β 都是奇异矩阵,且有 $\text{rank} \mathbf{A}_\alpha = \text{rank} \mathbf{A}_\beta = 2$.

考虑对如下的矩阵进行初等变换:

$$\mathbf{D}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\beta & \mathbf{A}_\beta \\ \mathbf{A}_\alpha & \mathbf{0}_{3 \times N} \end{bmatrix},$$

$$\text{rank} \mathbf{D}_A =$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_t + \beta \mathbf{D}_g & \mathbf{D}_t + \beta \mathbf{D}_g \\ \mathbf{D}_g & \frac{-1}{\alpha - \beta} (\mathbf{D}_t + \beta \mathbf{D}_g) \end{bmatrix} =$$

$$\text{rank}[\mathbf{D}_B \ \mathbf{D}_C].$$

其中: $\mathbf{D}_B = [\mathbf{D}_t^T \ \mathbf{D}_g^T]^T$, $\mathbf{D}_C = [\alpha \mathbf{A}_\beta^T - \mathbf{A}_\alpha^T]^T$.

进而,如果设 $\mathbf{d}_{B,i}$ 、 $\mathbf{d}_{C,i}$ 和 β_i 分别是 \mathbf{D}_B 、 \mathbf{D}_C 和

\mathbf{A}_β 的第 i 列,则有

$$\mathbf{d}_{B,i} = [\mathbf{t}_i^T \ \mathbf{g}_i^T]^T, \ \mathbf{d}_{C,i} = [\alpha \beta_i^T - \beta_i^T]^T.$$

如果假设 $\mathbf{d}_{B,i} \in \text{span}\{\mathbf{d}_{C,i}, i = 1, 2, \dots, N\}$, 则存在不全为0的 x_1, x_2, \dots, x_N , 使得如下线性相关性成立:

$$\mathbf{d}_{B,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i \\ \mathbf{g}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N x_j \alpha \beta_j \\ -\sum_{j=1}^N x_j \beta_j \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N x_j \mathbf{d}_{C,j}. \quad (11)$$

从以上关系可以得到 $\mathbf{t}_i = -\alpha \mathbf{g}_i$, 但实际上有 $\mathbf{t}_i \perp \mathbf{g}_i$, 上述矛盾表明 $\mathbf{d}_{B,i} \notin \text{span}\{\mathbf{d}_{C,i}, i = 1, 2, \dots, N\}$, 即 \mathbf{D}_B 的每一列都与 \mathbf{D}_C 线性无关. 因为对于常值的框架轴矢量矩阵 \mathbf{D}_g , 必有 $\text{rank} \mathbf{D}_g = 3$, 进而得到

$$\text{rank}[\mathbf{D}_B \ \mathbf{D}_C] = \text{rank} \mathbf{D}_B + \text{rank} \mathbf{D}_C = 5.$$

另一方面,由 \mathbf{D}_A 的定义可知

$$\text{rank}[\mathbf{D}_B \ \mathbf{D}_C] = \text{rank}(\text{diag}(\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{A}_\beta)) = 4.$$

上述矛盾表明 $\text{rank} \mathbf{A}_\alpha = \text{rank} \mathbf{A}_\beta = 2$ 的假设不成立, \mathbf{A}_α 和 \mathbf{A}_β 中至少有一个满秩. 考虑到 \mathbf{A}_α 和 \mathbf{A}_β 就是 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{Q}_k^* 的一般形式, 从而定理得证. \square

定理1表明,式(7)和(10)的切换机制能使操纵律的求逆运算总是可行. 当 $m_s \geq \mu_1$ 时,操纵律的力矩分配矩阵是 \mathbf{Q}_k , 只有当 $m_s < \mu_1$ 且 $m_s < m_s^*$ 时,才使用候选的 \mathbf{Q}_k^* . 因此,操纵律(7)和(10)的力矩分配矩阵的奇异度量是 $\max(m_s, m_s^*)$. 同时,注意到 \mathbf{Q}_k^* 的组成分量 \mathbf{D}_g 总是满秩的,只要保证 $\mu_1^2 \mu_2 \gg 1$, 操纵律(7)和(10)便能凭借占优的 \mathbf{D}_g 分量在 $m_s \rightarrow 0$ 时回避奇异.

对于式(7)而言, $a_t(m_s)$ 的增大可视为令输出 $\mathbf{T}_G(t_k)$ 力矩的时刻从 $t_k = t_{k-1} + \Delta t_k$ 提前至 $\hat{t}_k = t_{k-1} + a_t^{-1}(m_s) \Delta t_k$. 假设 \hat{t}_k 时刻, δ 和 $\dot{\delta}$ 已经达到 t_k 时刻的期望值, 则有 $\mathbf{A}_t(\hat{t}_k) = \mathbf{A}_t(t_k)$, $\dot{\delta}(\hat{t}_k) = \dot{\delta}(t_k)$, 此时有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{T}}_G(t_k) &= \mathbf{D}_t(\hat{t}_k) \dot{\delta}(\hat{t}_k) + \Delta\hat{t}_k^{-1} \mathbf{D}_g \Delta\hat{\delta}_k \approx \\ \mathbf{D}_t(t_k) \dot{\delta}(t_k) &+ a_t \mathbf{D}_g \ddot{\delta}(t_k), \end{aligned}$$

其中 $\Delta\hat{\delta}_k = \dot{\delta}(\hat{t}_k) - \dot{\delta}(t_{k-1})$.

由上述关系可见,式(7)假想框架驱动器从位置 $\delta(t_{k-1})$ 和速度 $\dot{\delta}(t_{k-1})$ 过渡到给定状态 $\delta(t_k)$ 和 $\dot{\delta}(t_k)$ 的时间可以任意提前至 \hat{t}_k , 使得此时的 $\ddot{\delta}(\hat{t}_k)$ 任意大, 从而以飞轮力矩 $\mathbf{D}_g \ddot{\delta}$ 补偿因奇异减小的陀螺力矩 $\mathbf{D}_t \dot{\delta}$. 然而, $\dot{\delta}$ 在 $t_{k-1} \sim t_k$ 之间的变化由框架伺服驱动机构的伺服特性决定, 实际的 $\dot{\delta}$ 响应与式(7)的期望值之间必存在差异, 此即操纵律在奇异时输出

的力矩误差.

操纵律(10)进行奇异回避时输出误差的原理与式(7)类似.

3 仿真分析

本节通过一个数值仿真测试动态CMG操纵律的力矩分配能力和奇异鲁棒性. 测试对象为标称角动量 $20\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$,用于控制 $1\,000\text{kg}$ 级别小卫星的CMG. 设CMGs以金字塔构形安装^[16],单个CMG的三轴转动惯量为 I_s 、 I_t 和 I_g ,框架驱动器的响应时间常数为 10s (与 τ_g 相同),最大框架角速度限制为 15°s^{-1} ,控制采样时间 $\Delta t_k = 25\text{ms}$. 主要模型参数见表1.

表1 仿真参数

Parameters	Values	Units
I_s, I_t, I_g, I_{W_s}	0.13, 0.05, 0.05, 0.09	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
$\dot{\Omega}_i$	2000	rpm
$J_{b,0}^b$	$\begin{bmatrix} 1481.2 & -46.7 & 82.9 \\ -4.67 & 1522.0 & 25.4 \\ 82.9 & 25.4 & 1128.0 \end{bmatrix}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
μ_2, μ_1, τ_g	0.3, $105\mu_1^2, 10$	—

首先测试CMG操纵律的输出精度,设置 $\delta(t_0) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} & \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$,此时CMG处于远离奇异的位置. 令CMG分别在操纵律(7)和(10)的控制下跟踪正弦信号给定的 \hat{T}_G ,同时以精度较高的SDA操纵律作为参考,使用SDA方法的鲁棒逆力矩分配律作为对比分析. 3种操纵律输出的 T_G 对 \hat{T}_G 的跟踪情况如图1~图3所示. 由仿真结果可见,CMG的输出由于受限于框架驱动器的带宽而相对给定有所滞后. 图1和图2的差分/微分动态操纵律对同一力矩指令的跟踪精度与SDA操纵律基本相当,在跟踪高动态信号时滞后更小,这表明本文所提出的动态微分近似操纵律具有较高的执行精度.

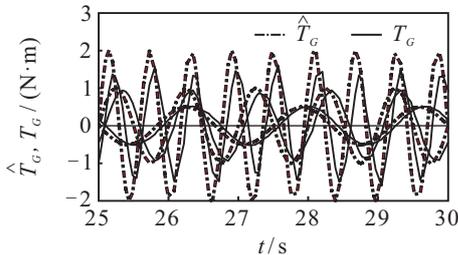


图1 差分操纵律

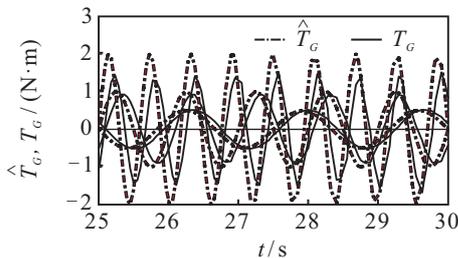


图2 微分操纵律

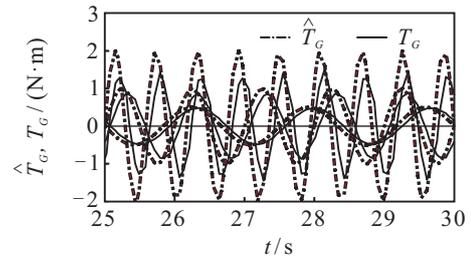


图3 SDA操纵律

使用一个对太阳同步回归轨道卫星的大角度快速姿态机动算例检验CMG操纵律的奇异鲁棒性. 使卫星从随机初始姿态开始,通过机动转入对地面目标的凝视状态,机动开始时姿态误差的主轴角超过了 100° ,而卫星的静态转动惯量 $J_{b,0}^b$ 已在表1中给出. 分别使用动态差分、动态微分和SDA方法的鲁棒逆力矩分配律进行控制,得到的3种姿态机动误差以主轴角为表征显示在图4中,其中 θ_{e1} 、 θ_{e2} 和 θ_{e3} 分别对应使用差分动态、微分动态和SDA操纵律的情形. 图5为3次姿态机动过程中,以 $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ 表示的CMG奇异度量的变化情况,其中 σ_{\min} 和 σ_{\max} 分别表示 A_t 的最小和最大奇异值,曲线 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别对应差分动态、微分动态和SDA操纵律的情形. 图6为差分动态操纵律的两种奇异度量 m_s 和 $\max(m_s, m_s^*)$ 的变化.

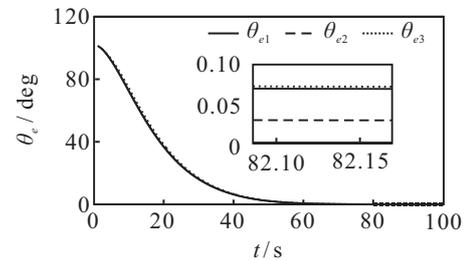


图4 姿态机动误差

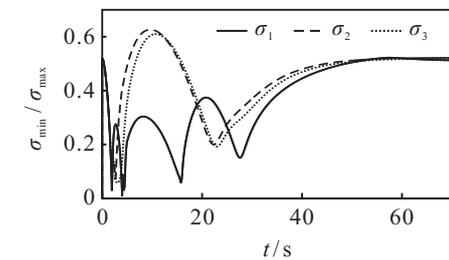


图5 奇异度量比较

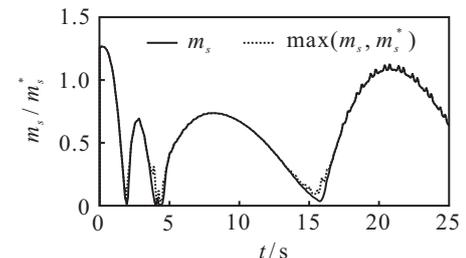


图6 差分操纵律奇异度量

由图4和图5可见,CMG在机动过程中框架角一度接近奇异,但所测试的3种操纵律均具备回避代数奇异的能力:能以引入误差为代价,使操纵律在奇异状态下仍输出连续而平滑的控制力矩.3次机动过程中,CMG均能从奇异状态脱离,此时 T_G 的输出有一定误差,但仍能控制航天器继续向目标运动,使航天器在80s时实现单轴精度优于 0.1° 的指向.3次机动过程的姿态误差变化过程平稳且响应曲线几乎重合,表示本文设计的操纵律执行效果与SDA操纵律相近.

另一方面,对于差分近似操纵律(7)而言,原始分配矩阵 Q_k 的奇异度量 m_s 在 $0\sim 5$ s时两次因为奇异接近于0,操纵律(7)的切换策略使得式(7)的奇异度量 $\max(m_s, m_s^*)$ 始终保持在0.1以上,避免了操纵律计算发生代数奇异.上述仿真结果表明了本文所提出的CMG操纵律具有对构形奇异的鲁棒性.

4 结论

本文提出了两种新的CMG操纵律.不同于传统的局部型操纵律基于对静态数据求逆获得力矩分配矩阵,将CMG框架角的一阶微分近似动态引入力矩分配方程中,得到了新的力矩分配矩阵构造方法.根据对操纵律的奇异分析结果,还设计了切换型的CMG奇异回避机制.

参考文献(References)

- [1] 宋申民, 郭永, 李学辉. 航天器姿态跟踪有限时间饱和和控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 2004-2008.
(Song S M, Guo Y, Li X H. Finite-time attitude tracking control for spacecraft with input saturation[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 2004-2008.)
- [2] Jingrui Z, Jin J, Zaozhen L. An improved installation for control moment gyros and its applications on reconfiguration and singular escape[J]. Acta Astronautica, 2013, 85(1): 93-99.
- [3] 王振, 吴忠. 基于复合执行机构的再入弹头自适应反演控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(10): 1810-1814.
(Wang Z, Wu Z. Adaptive backstepping control of reentry warhead with hybrid actuators[J]. Control and Decision, 2015, 30(10): 1810-1814.)
- [4] Jones L L, Zeledon R A, Peck M A. Generalized framework for linearly constrained control moment gyro steering[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4): 1094-1103.
- [5] Kurokawa H. Constrained steering law of pyramid-type control moment gyros and ground tests[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(3): 445-449.
- [6] Fleming A, Ross I M. Singularity-free optimal steering of control moment gyros[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2006, 123(1): 2681-2700.
- [7] Takada K, Kojima H, Matsuda N. Control moment gyro singularity-avoidance steering control based on singular-surface cost function[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(5): 1442-1450.
- [8] Kojima H. Singularity analysis and steering control laws for adaptive-skew pyramid-type control moment gyros[J]. Acta Astronautica, 2013, 85(1): 120-137.
- [9] Wie B. Singularity escape/avoidance steering logic for control moment gyro systems[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(5): 948-956.
- [10] Leve F A. Evaluation of steering algorithm optimality for single-gimbal control moment gyroscopes[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2014, 22(3): 1130-1134.
- [11] Leeghim H, Lee I H, Lee D H, et al. Singularity avoidance of control moment gyros by predicted singularity robustness: ground experiment[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 884-891.
- [12] Pechev A N. Feedback-based steering law for control moment gyros[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3): 848-855.
- [13] Yamada K, Jikuya I. Directional passability and quadratic steering logic for pyramid-type single gimbal control moment gyros[J]. Acta Astronautica, 2014, 102(1): 103-123.
- [14] Leve F A, Fitz-Coy N G. Hybrid steering logic for single-gimbal control moment gyroscopes[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(4): 1202-1212.
- [15] Leve F A. Scaled control moment gyroscope dynamics effects on performance[J]. Acta Astronautica, 2015, 110(1): 77-88.
- [16] 贾英宏, 赵楠, 徐世杰. 控制力矩陀螺驱动的空间机器人轨迹跟踪控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(3): 285-291.
(Jia Y H, Zhao N, Xu S J. Trajectory tracking control of space robot actuated by control moment gyroscopes[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(3): 285-291.)

(责任编辑: 郑晓蕾)