

含摩擦非线性系统的自适应滑模控制

田 宇¹, 孙国法^{2†}, 王 亮¹

(1. 北京航天自动控制研究所 宇航智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100854; 2. 青岛理工大学 自动化工程学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 针对摩擦非线性的扰动抑制和输出反馈控制问题, 提出一种高阶滑模扩张状态观测器(ESO), 实时获得系统的状态信号. 在此基础上, 设计神经网络自适应权值调节律, 以得到控制信号设计参数与输出跟踪性能之间的关系; 同时, 给出保证系统动态性能的观测器状态初值与自适应调节律参数初值的充要条件. 最后, 通过稳定性证明和仿真算例验证了所提出控制算法的有效性.

关键词: 滑模控制; 摩擦; 扩张状态观测器; 神经网络

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Adaptive sliding mode control for nonlinear systems with friction

TIAN Yu¹, SUN Guo-fa^{2†}, WANG Liang¹

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China; 2. College of Automation Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China)

Abstract: Aiming at the disturbance suppression of nonlinear friction and the output feedback control problem, this paper presents a high order sliding mode extended state observer(ESO) to obtain real-time state signals. On this basis, an adaptive neural update law is designed, obtaining the relationship between the control signal parameters setting and output tracking performance. Meanwhile, the necessary and sufficient conditions of observer state initial value and adaptive parameter initial value are given to guarantee system dynamic performance. Finally, the stability proof and simulation results verify the effectiveness of the proposed control algorithm.

Keywords: sliding mode control; friction; extended state observer; neural networks

0 引 言

在所有机械系统中都存在摩擦现象^[1]. 为了更深入地认识摩擦现象并消除摩擦带来的不利影响, 学者们对摩擦现象进行了深入广泛的研究, 提出多种数学模型来描述实际摩擦力. 例如, 神经网络智能摩擦模型^[2]、非线性回归模型^[3]、动态模型^[4]等. 复杂模型虽然能够提高对实际对象的逼近精度, 但也带来了参数难以确定的问题. 近年来, 基于动态摩擦模型, 自适应摩擦补偿成为一种有效的算法设计工具. 而在改善含摩擦的非线性系统的调节时间^[5]方面, 非线性控制算法的设计成为主流. 基于一种连续可微摩擦模型^[6], 本文将设计采用输出反馈形式的一种自适应滑模控制策略.

滑模变结构控制^[7]是非线性控制领域中处理系统不确定性的有效方法之一. 该方法也在不断地研

究和改进, 例如, 基于描述函数法的线性二阶滑模^[8]、提高瞬态控制性能的非线性滑模^[9]、采用等效控制的二阶滑模^[10]被提出. 与此同时, 基于标准的 ESO, 文献[11]提出了符合匹配条件的串联积分系统的一般化基于 ESO 的控制. 该控制算法对 ESO 与滑模控制相结合具有指导意义.

本文提出一种自适应输出反馈滑模控制算法, 考虑含摩擦输入的二阶非线性不确定系统状态未测量的情况, 针对这一存在扰动的观测器设计问题, 提出一种扰动下的高阶滑模 ESO 的结构. 在此基础上, 提出神经网络滑模控制律, 得到调节律初值与闭环系统动态性能之间的关系, 给出保证动态性能的观测器状态初值满足的重要条件. 根据这一条件来设置观测器状态和自适应参数初值, 保证观测误差和跟踪误差的收敛速度和稳态误差满足要求, 使输出信号获得期

收稿日期: 2016-07-03; 修回日期: 2016-12-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61640302).

作者简介: 田宇(1983—), 男, 工程师, 从事控制理论、飞行控制的研究; 孙国法(1985—), 讲师, 博士, 从事非线性系统自适应控制及性能分析、控制理论与应用等研究.

†通讯作者. E-mail: sunguofa_bo@163.com

望的跟踪性能.最后通过数值仿真验证了所提出的输出反馈滑模控制算法的有效性.

1 系统描述

考虑如下形式的二阶非线性被控对象:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + F_f(x_2) + g_2u. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $f_1(x_1), f_2(x_2)$ 为未知光滑非线性函数, $F_f(x_2)$ 为未知摩擦扰动, g_1 和 g_2 为已知正常数.

根据文献[6],摩擦非线性可以描述为如下形式的一种光滑可微模型:

$$F_f(x_n) = \alpha_1(\tanh(\beta_1x_n) - \tanh(\beta_2x_n)) + \alpha_2 \tanh(\beta_3x_n) + \alpha_3x_n. \quad (2)$$

其中: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是与实际对象有关的正常数,具体而言, α_1, α_2 为静摩擦因数,而 $\tanh(\beta_1x_n) - \tanh(\beta_2x_n)$ 表征 Stribeck 效应,库伦摩擦和粘滞摩擦由 $\alpha_2 \tanh(\beta_3x_n)$ 和 α_3x_n 两项体现.当参数取值为 $\alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.5, \alpha_3 = 0.005$ 和 $\beta_1 = 100, \beta_2 = 5, \beta_3 = 100$ 时摩擦扰动的函数曲线如图1所示.

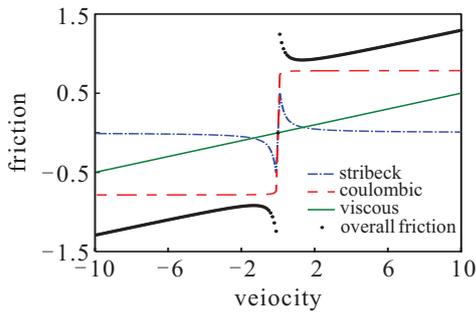


图1 摩擦非线性

如图2所示,对于含输入端摩擦非线性环节(2)的非线性系统(1),给定有界的期望参考信号 x_d ,假设参考信号具有 $(n - 1)$ 阶有界导数.本文的控制目标是设计一个自适应自抗扰滑模控制信号 $u(t)$,使得闭环系统输出信号 y 能够快速跟踪参考信号 x_r ,并且跟踪误差 e_1 尽可能小.该控制信号 u 具有较强的鲁棒性和自抗扰能力.

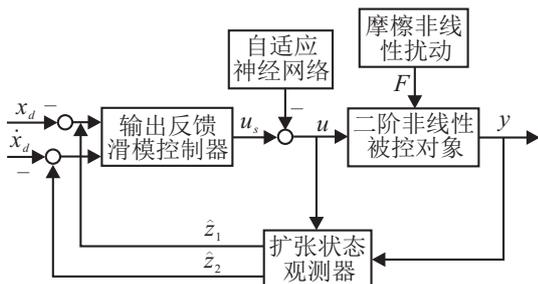


图2 摩擦扰动非线性闭环系统

2 观测器设计

针对由式(1)描述的非线性被控对象,定义一个坐标变换映射 $z = T(x)$ 的形式为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = z_3, \\ y = z_1 = x_1, \end{cases} \quad (3)$$

其中 z_1, z_2, z_3 表示新定义的系统状态.

根据参考文献[12]中的前期工作,通过上述坐标变换,存在一个反馈信号 $v = a_2(x_2) + b_nu(t)$,使得

$$\dot{z} = Az + bv \quad (4)$$

可控.其中系统矩阵 A 和控制矩阵 b 定义为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由此,扩张状态观测器的形式取为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = v_1, \\ v_1 = -\lambda_1|\hat{z}_1 - y|^{\frac{2}{3}}\text{sign}(\hat{z}_1 - y) + \hat{z}_2, \\ \dot{\hat{z}}_2 = v_2 + b_2u, \\ v_2 = -\lambda_2|\hat{z}_2 - v_1|^{\frac{2}{3}}\text{sign}(\hat{z}_2 - v_1) + \hat{z}_3, \\ \dot{\hat{z}}_3 = -\lambda_3\text{sign}(\hat{z}_3 - v_2). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为设计参数,实际应用中应取为正常数,扩张状态 z_3 用来估计系统的总的扰动信号.

根据参考文献[13]的证明方法,扩张状态观测器(6)的状态观测器误差满足

$$\begin{cases} |\tilde{z}_1| = |\hat{z}_1 - y| \leq \mu_1, \\ |\tilde{z}_2| = |\hat{z}_2 - z_2| \leq \mu_2\varepsilon^{\frac{2}{3}}, \\ |\tilde{z}_3| = |\hat{z}_3 - z_3| \leq \mu_3\varepsilon^{\frac{1}{3}}, \end{cases} \quad (7)$$

其中 ε 代表滤波器输入信号的误差上界.

3 滑模控制器设计

在进行控制器设计之前,定义如下有用的符号:

$$\mathbf{x}_d = [x_d, \dot{x}_d]^T, \mathbf{e} = \mathbf{z} - \mathbf{x}_d. \quad (8)$$

其中: \mathbf{x}_d 和 \mathbf{e} 分别为参考信号和系统输出信号跟踪误差, \mathbf{z} 为未扩展的状态向量.

3.1 等效控制律

选取滑模面形式如下:

$$s = \lambda e_1 + e_2, \quad (9)$$

其中 $\lambda > 0$ 为设计的正常数.滑模 s 的面的估计信号为

$$\hat{s} = \Lambda \hat{\mathbf{e}} = \Lambda[\hat{e}_1 \quad \hat{e}_2], \quad (10)$$

其中 $\Lambda = [\lambda \quad 1]$.

求取上述滑模面的导数,得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{e}_2 + \lambda e_2 = \\ &a_2(\mathbf{x}_2) + b_2 u(t) - \ddot{x}_d + [0 \quad \lambda] \mathbf{e}. \end{aligned} \quad (11)$$

反馈线性化的控制信号 u 设计为

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{b_2}(k\hat{s} + a_2(\mathbf{x}_2) + [0 \quad \lambda] \mathbf{e} + \ddot{x}_d + \omega) = \\ &u_s - a_2(\mathbf{x}_2). \end{aligned} \quad (12)$$

其中: k 为设计参数, ω 为鲁棒项, $u_s = -k\hat{s} + [0 \quad \lambda] \mathbf{e} + \ddot{x}_d + \omega$.

3.2 RBF 神经网络

根据 RBF 神经网络的函数逼近能力,存在一个以任意精度逼近未知光滑非线性函数的神经网络

$$a_2 = \theta^T \sigma(X) + \epsilon. \quad (13)$$

其中: θ 为神经网络权值向量, σ 为基函数向量, X 为神经网络输入向量, ϵ 为函数逼近误差.

通过设计权值向量 θ 的自适应调节律,未知非线性函数的估计形式改写为

$$\hat{a}_n(\mathbf{x}_2) = \hat{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2). \quad (14)$$

权向量的估计误差记为

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*, \quad (15)$$

θ^* 为权值向量的最优值.

本文中, RBF 神经网络的基函数向量选为如下形式的高斯函数:

$$\sigma_l(X) = \exp \left\{ -\frac{(X - \zeta)^T (X - \zeta)}{\eta^2} \right\}, \quad (16)$$

其中 l 为网络结点的个数. 不难证明, RBF 神经网络基向量 $\sigma(X)$ 的范数满足不等式 $\|\sigma(X)\| \leq C_\sigma$.

在逼近非线性函数时,假设逼近误差满足

$$\epsilon \leq \epsilon_M, \quad (17)$$

其中 ϵ_M 为误差的上确界. 因此,实际控制信号设计为

$$u = -\frac{1}{b_n}(k\hat{s} + \hat{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2) + [0 \quad \lambda] \hat{\mathbf{e}} + \ddot{x}_d + \omega), \quad (18)$$

其中鲁棒项的形式为

$$\omega = \epsilon_M \text{sign}(\hat{s}), \quad (19)$$

sign 为符号函数.

将控制信号 u 代入式(15),得滑模面 s 的动态为

$$\dot{s} = -k\hat{s} - \tilde{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2) + \epsilon_M - \omega - [0 \quad \lambda] \tilde{\mathbf{e}}. \quad (20)$$

其中: \hat{s} 包含状态观测误差, ϵ_M 为神经网络估计误差的边界.

3.3 神经网络自适应调节律

定理 1 给定一个二阶不确定性系统(1),同时存在系统内部不确定性函数和输入端摩擦非线性干扰

(2). 如果一个复合控制反馈控制信号的形式设计为(18),则整个闭环系统是最终一致有界的,其中的参数调节律设计为

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma(\hat{s}\sigma(\mathbf{x}_2) - \rho\hat{\theta}). \quad (21)$$

其中: Γ 为一个正定的常值对称矩阵,代表神经网络的学习速度, ρ 为一个小的正常数. 通过合理选择设计参数值,系统输出信号 y 能够快速无超调地跟踪光滑参考信号 x_d . 特别地,通过合理地设置系统状态和自适应参数的初始值,能够显著提高闭环系统的跟踪性能.

证明 考虑如下形式的李雅普诺夫候选泛函:

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}. \quad (22)$$

对式(22)两边取微分,得

$$\dot{V} = s\dot{s} + \tilde{\theta}^T(\hat{s}\sigma(\mathbf{x}_2) - \rho\hat{\theta}). \quad (23)$$

由式(20)和(21)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ &s(-k\hat{s} - \tilde{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2) + \epsilon_M - \omega - [0 \quad \lambda] \tilde{\mathbf{e}}) + \\ &\tilde{\theta}^T(\hat{s}\sigma(\mathbf{x}_2) - \rho\hat{\theta}) = \\ &-ks^2 - ks\tilde{s} - \tilde{s}\tilde{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2) - s[0 \quad \lambda] \tilde{\mathbf{e}} + \\ &s\epsilon_M - s\omega - \rho\tilde{\theta}^T \hat{\theta} = \\ &-ks^2 - ks\Lambda\tilde{z} - \Lambda\tilde{z}\tilde{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2) - s[0 \quad \lambda] \tilde{\mathbf{z}} + \\ &s\epsilon_M - s\omega - \rho\tilde{\theta}^T \hat{\theta}. \end{aligned} \quad (24)$$

根据 Young 不等式,可以证明以下不等式成立:

$$\begin{aligned} -ks\Lambda\tilde{z} &\leq \frac{ks^2}{2} + \frac{kc_{\lambda 1}}{2}\|\tilde{\mathbf{z}}\|^2, \\ -\Lambda\tilde{z}\tilde{\theta}^T \sigma(\mathbf{x}_2) &\leq \frac{c_{\lambda 1}c_\sigma\|\tilde{\theta}\|^2}{2} + \frac{c_{\lambda 1}c_\sigma}{2}\|\tilde{\mathbf{z}}\|^2, \\ -\rho\tilde{\theta}^T \hat{\theta} &\leq -\frac{\rho\|\tilde{\theta}\|^2}{2} + \frac{\rho\|\theta\|^2}{2}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $c_{\lambda 1} = \|\Lambda\|$.

将不等式(25)代入(24),并考虑观测器误差的有界性(7),可得

$$\dot{V} \leq -KV + \gamma. \quad (26)$$

其中: K 和 γ 定义为

$$\begin{aligned} K &= \min\{k, (\rho + c_{\lambda 1}c_\sigma), \lambda_{\min}(\Gamma)\}, \\ \gamma &= \frac{c_{\lambda 1}}{2}(k + c_\sigma)\mu^2 + \frac{\rho\|\theta\|^2}{2}. \end{aligned} \quad (27)$$

$\lambda_{\min}(\Gamma)$ 为对称矩阵 Γ 的最小特征值, μ 为误差向量 $\tilde{\mathbf{z}}$ 的范数.

对不等式(26)两边取积分运算,可得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\gamma}{K} + \left(V(0) - \frac{\gamma}{K}\right) \exp(-Kt). \quad (28)$$

进一步可以得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{\gamma}{K}. \quad (29)$$

由式(29)可以看出,闭环系统的所有误差信号都是最终一致有界的.通过合理地选择设计参数,可以尽量地减小系统的跟踪误差.□

由于参数和系统状态初值对系统的跟踪性能(尤其是动态性能)会产生较大的影响,通过初始化技术能够提高系统对参考信号 x_d 的跟踪性能.

4 动态性能分析

定理2 考虑由定理1描述的整个闭环系统,如果扩张状态观测器(10)的初始状态选为 $\hat{z}_1(0) = x_d(0)$, $\hat{z}_2(0) = \dot{x}_d(0)$, $x_d(0) = x_1(0) = z_1(0)$,神经网络自适应参数的初值选为 $\hat{\theta}(0) = 0$,则滑模面的无穷范数有界的充要条件是观测器的第2个初始状态满足 $\hat{z}_2(0) = z_2(0)$.

证明 考虑式(26),通过直接计算可得 $V(0)$ 的表达式为

$$V(0) = \frac{s^2(0)}{2} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(0) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}(0). \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} s(0) &= e_1(0) + \lambda e_2(0) = \\ z_1(0) - x_d(0) + \lambda(z_2(0) - \dot{x}_d(0)) &= \\ \tilde{z}_1(0) + \lambda(\hat{z}_2(0) - \dot{x}_d(0) + \tilde{z}_2(0)) &= \\ \tilde{z}_1(0) + \lambda \tilde{z}_2(0) = \lambda \tilde{z}_2(0), & \quad (31) \\ \tilde{\theta}(0) &= \hat{\theta}(0) - \theta = -\theta. & \quad (32) \end{aligned}$$

将式(31)和(32)中 $s(0)$ 和 $\tilde{\theta}(0)$ 的表达式代入式(30),得

$$\begin{aligned} V(0) &= \frac{\lambda^2 \tilde{z}_2^2(0)}{2} + \frac{1}{2} \theta^T \Gamma^{-1} \theta \leq \\ &= \frac{\lambda^2 \tilde{z}_2^2(0)}{2} + \frac{\rho}{K}. & \quad (33) \end{aligned}$$

同时考虑 $V(t)$ 满足的表达式(28)和 $V(0)$ 的表达式,得到 $V(t) \leq \rho/K$ 的充要条件是 $\hat{z}_2(0) = z_2(0)$.此时,再重新考虑李雅普诺夫泛函 $V(t)$ 的表达式(22),可以求得滑模面的无穷范数满足

$$\|s_1(0)\| \leq \sqrt{\frac{\rho}{K}} = \rho, \quad (34)$$

其中 ρ 为一个可通过调节设计参数尽量减小的常数.

由此定理得证. □

5 仿真算例

考虑如下形式的二阶非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 + x_2, \\ \dot{x}_2 = 0.2 \exp(-x_2^2) + x_1 \sin(x_2) + u; \end{cases} \quad (35)$$

由坐标变换式(6),可得

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = a_2(x_2) + b_2 u(t). \end{cases} \quad (36)$$

其中

$$a_2(x_2) = 2x_1(f_1 + x_2) + f_2 - F. \quad (37)$$

系统仿真模型中采用的摩擦力表达式的参数与第1节中取值相同,其他参数取值如表1所示.仿真中选择的参考信号为 $x_d = \sin t$.

表1 仿真参数取值表

参数	K	ϵ_M	λ	ϱ	λ_1	λ_2	λ_3	Γ
取值	10	0.1	1	0.001	10	5	3	$100 \times I_{125}$

仿真结果如图3~图5所示.图3给出了输出信号跟踪效果曲线,而扩张状态观测器的状态跟踪曲线由图4给出.图5为仿真中采用的神经网络参数权值范数.

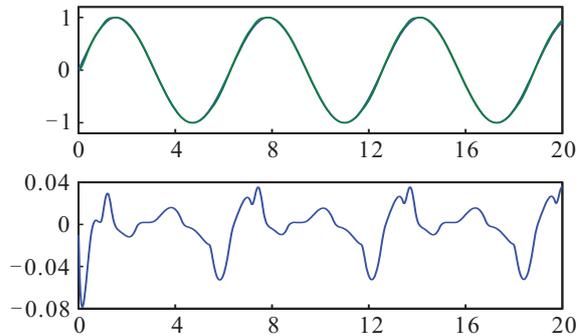


图3 跟踪性能

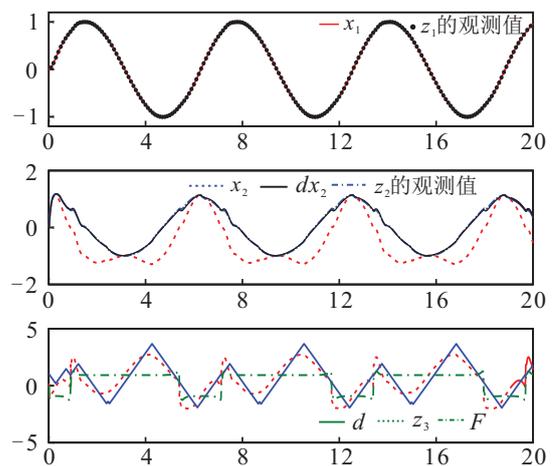


图4 扩张状态观测器的状态

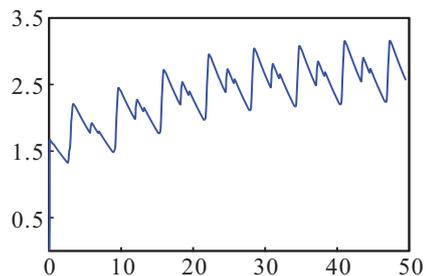


图5 网络权值范数

由仿真结果可以看出,整个闭环系统输出反馈控制的所有信号都是有界的.由图3中的曲线可以看出,输出信号能够以较小的误差跟踪参考信号 x_d .同时,由图4中状态的观测器的跟踪曲线可以看出,坐标变换后的系统状态被完整地观测出来,保证了控制信号能够实时利用估计系统状态实现输出反馈控制.

6 结论

本文在研究摩擦干扰下二阶不确定性系统的高阶观测器基础上,提出一种自适应神经网络滑模控制算法,保证了系统状态的实时获得,并且观测误差能够保证系统输出信号动态跟踪瞬态性能.得到了观测器的初始状态与系统动态性能、稳态误差之间的关系,为观测器的设计提供了理论依据.仿真结果表明,当观测器的第2个状态初值选取合适时,系统输出信号跟踪误差的动态性能较好,该结果与理论分析相符.所得到的控制算法结构简单、设计参数少,有利于观测器的设计与应用,表明了所提出的自适应滑模控制算法是有效的.

参考文献(References)

- [1] Wang Y F, Wang D H, Chai T Y. Extraction and adaptation of fuzzy rules for friction modeling and control compensation[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2011, 19(4): 682-693.
- [2] Huang S N, Tan K K. Intelligent friction modeling and compensation using neural network approximations[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2012, 59(8): 3342-3349.
- [3] Shen J C, Lu Q Z, Wu C H, et al. Sliding-mode tracking control with DNLRX model-based friction compensation for the precision Stage[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2014, 19(2): 788-797.
- [4] Lee H T, Tan K K, Huang S N. Adaptive friction compensation with a dynamical friction model[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2011, 16(1): 133-140.
- [5] Brian A, Danial G, Stephen J, et al. Nonlinear control algorithm for improving settling time in systems with friction[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2013, 21(4): 1365-1373.
- [6] Makkar C, Dixon W, Sawyer W, et al. A New continuously differentiable friction model for control systems design[C]. Proc of IEEE(ASME) Int Conf on Advanced Intelligent Mechatronics. Monterey, 2005: 600-605.
- [7] Pisano A, Usai E. Sliding mode control: A survey with applications in math[J]. Mathematics and Computers in Simulation. 2011, 81(5): 954-979.
- [8] Boiko I, Fridman L, Iriarte R, et al. Parameter tuning of second-order sliding mode controllers for linear plants with dynamic actuators[J]. Automatica, 2006, 42(5): 833-839.
- [9] Bandyopadhyay B, Fulwani D. High-performance tracking controller for discrete plant using nonlinear sliding surface[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2009, 56(9): 3628-3637.
- [10] Eker I. Second-order sliding mode control with experimental application[J]. ISA Transactions, 2010, 49(3): 394-405.
- [11] Li S, Yang J, Chen W H, et al. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2012, 59(12): 4792-4802.
- [12] Park J H, Kim S H, Moon C J. Adaptive neural control for strict-feedback nonlinear systems without backstepping[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2009, 20(7): 1204-1209.
- [13] Arie L. High-order sliding modes, differentiation and output-feedback control[J]. Int J of Control, 2003, 76(9/10): 924-941.

(责任编辑:孙艺红)