

基于EKF的超流体陀螺噪声抑制方法

郑睿^{1,2†}, 赵伟³, 方明星¹, 杜友武¹

(1. 安徽师范大学物理与电子信息学院, 安徽芜湖 241000; 2. 东南大学仪器科学与工程学院, 南京 210096; 3. 南京航空航天大学导航研究中心, 南京 210016)

摘要: 超流体陀螺是基于物质波萨格纳克效应的干涉式陀螺仪, 存在输出噪声较大致使其高测量精度的潜力不能发挥等问题. 为此, 基于超流体陀螺的工作机理, 推导其状态方程和测量方程, 构建其运动模型. 对测量方程在工作点处进行泰勒级数展开, 将其线性化, 提出超流体陀螺的扩展卡尔曼滤波(EKF)算法, 从信号处理角度抑制该陀螺噪声. 仿真结果表明, 基于该方法得到的角速度测量值误差有了较大改善, 超流体陀螺的测量精度有了显著提高.

关键词: 超流体; 陀螺仪; 扩展卡尔曼滤波; 噪声; 抑制

中图分类号: U666.1; V214.5 **文献标志码:** A

Method for noise suppression of superfluid gyroscope based on EKF

ZHENG Rui^{1,2†}, ZHAO Wei³, FANG Ming-xing¹, DU You-wu¹

(1. College of Physics and Electronic Information, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China; 2. School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The superfluid gyroscope is an interferometric gyroscope based on the matter wave, which faces a problem that output noises very high, so its potential of high-accuracy cannot be exerted. Therefore, based on the principle of superfluid gyroscope, and its state equation and measurement equations are deduced, and its movement model is studied. Then, the measurement equation is linearized at the working point with the Taylor series expansion, an EKF method of superfluid gyroscope is presented, and the gyroscope noise is suppressed by the way of signal process. Simulation result shows that the error of angular velocity detected value is improved greatly by using the proposed method, and the detected accuracy of superfluid gyroscope increases remarkably.

Keywords: superfluid; gyroscope; EKF; noise; suppression

0 引言

陀螺仪用于检测载体的角运动, 其精度对惯性导航系统的精度具有决定性作用^[1]. 基于超流体氦 4 物质波萨格纳克效应, 超流体陀螺具有实现超高精度陀螺仪的潜力, 其测量精度理论上可达 $10^{-10}/(\text{rad/s}/\sqrt{\text{Hz}})^{[2-4]}$. 超流体陀螺的研究已有近十年的时间, 随着仪器系统模型的构建、驱动机理、量程扩展技术等研究的相继开展, 超流体陀螺具有了稳定的工作状态和大量程, 今后有望应用于宇航、深空探测、核潜艇等具有长期高精度要求的领域^[5-11].

陀螺仪的精度与其噪声密切相关. 在上述研究成果的基础上, 近年来国内外学者开展了超流体陀螺

噪声特性的相关研究^[12-16]. 研究表明, 在不考虑超流体陀螺应用环境干扰的情况下, 热能量、温度控制系统的误差、化学势能差控制系统的误差、薄膜位移检测系统的噪声等干扰导致超流体陀螺输出产生了约 $10^{-7}/(\text{rad/s}/\sqrt{\text{Hz}})$ 数量级的近似白噪声^[16].

超流体陀螺噪声导致其输出产生误差, 使其高测量精度的潜力不能发挥. 为了抑制超流体陀螺的噪声, 文献[11]提出了增加超流体管路环绕圈数的思想, 文献[14]提出了增加弱连接处微孔阵列的数量的方法. 上述两种方法都是从改变陀螺系统结构的角度抑制噪声的; 而另一种主要方法是从信号处理的角度抑制陀螺噪声, 但目前还没有文献的研究涉及该

收稿日期: 2016-05-12; 修回日期: 2016-11-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074162); 高等学校省级自然科学基金项目(sjky2015015, KJ2016A698); 安徽师范大学博士科研启动基金项目(2014bsqj37); 安徽师范大学校创新基金项目(2015exjj14).

作者简介: 郑睿(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事高精度惯性传感器等研究; 赵伟(1971—), 男, 副教授, 博士, 从事高精度惯性传感器、卫星导航技术等研究.

†通讯作者. E-mail: zrxw0609@nuaa.edu.cn

方法. 因此本文提出超流体陀螺的EKF算法, 对其输出信号进行滤波处理, 对于开发其高测量精度的潜力有重要意义.

1 超流体陀螺运动模型的构建

为了从信号处理的角度抑制超流体陀螺的噪声, 需要在超流体陀螺工作机理的基础上, 推导其状态方程和测量方程, 由此构建其运动模型.

1.1 状态方程

超流体陀螺的结构和原理如图1所示, 图1(a)是结构图, 图1(b)表示超流体物质波干涉原理, 超流体管路被等效为环形. 图1中白色部分为超流体氦4, “×”表示弱连接阵列, 由数千个孔径为几十纳米的微孔组成, 内腔由薄膜与弱连接组成, 其余部分组成外腔, R_1 和 R_2 是热阻.

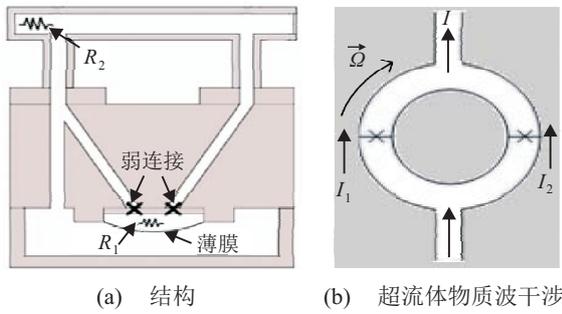


图1 超流体陀螺结构和原理

对热阻 R_1 进行加热, 弱连接两侧因受热会产生化学势能差, 于是弱连接处的超流体发生约瑟夫森效应, 两路物质波 I_1 和 I_2 由此产生^[3], 即

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{c1} \sin(\Delta\phi_1) = I_{c1} \sin(2\pi f_J t_1), \\ I_2 &= I_{c2} \sin(\Delta\phi_2) = I_{c2} \sin(2\pi f_J t_2). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: I 为超流体的质量流量, I_c 为 I 的峰值, h 为普朗克常数, f_J 为约瑟夫森频率, t 为时间, 双弱连接处的相位差分别为 $\Delta\phi_1$ 和 $\Delta\phi_2$. 在角速度矢量 $\vec{\Omega}$ 和热阻 R_2 共同作用下, $\Delta\phi_1$ 和 $\Delta\phi_2$ 产生了相移 $\Delta\phi_e$ ^[3], 即

$$\begin{aligned} \Delta\phi_e &= \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = \\ \Delta\phi_s + \Delta\phi_h &= \frac{4\pi m_4 \vec{\Omega} \vec{A}}{h\kappa_4} + \Delta\phi_h. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $\Delta\phi_s$ 为萨格纳克相移 (由 $\vec{\Omega}$ 产生); $\Delta\phi_h$ 为热相移 (由热阻 R_2 产生); \vec{A} 为感应面积矢量, $\vec{\Omega} \vec{A} = \Omega A \cos\theta$, Ω 和 A 表示矢量的大小, θ 表示矢量间夹角; m_4 为氦4原子质量. 由图1(b)可知, 总流量 I_t 等于 I_1 与 I_2 之和, 即

$$\begin{aligned} I_t &= 2I_c \cos\left(\frac{\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2}{2}\right) = \\ &2I_c \cos\frac{\Delta\phi_e}{2} \sin\left(2\pi f_J t + \frac{\Delta\phi_e}{2}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

由式(3)可得

$$\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 = 2(2\pi f_J t + \Delta\phi_e). \quad (4)$$

令 $x_1 = \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$, $x_2 = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2$, 并对式(2)和(4)进行离散化, 可得

$$\begin{aligned} x_{1(k+1)} &= x_{1(k)} + \delta\Delta\phi_s + \delta\Delta\phi_h, \\ x_{2(k+1)} &= x_{2(k)} + 2(2\pi f_J \Delta T + \delta\Delta\phi_e). \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $\delta\Delta\phi_s$ 、 $\delta\Delta\phi_h$ 、 $\delta\Delta\phi_e$ 分别表示从 k 时刻到 $k+1$ 时刻 $\Delta\phi_s$ 、 $\Delta\phi_h$ 和 $\Delta\phi_e$ 的变化量, ΔT 表示采样时间. 超流体相位是超流体陀螺中最重要的状态变量, 因此式(5)构成超流体陀螺的状态方程.

1.2 测量方程

超流体的约瑟夫森效应会引起薄膜位置改变, 所以超流体物质波是通过测量薄膜位置的变化而探测到的. 薄膜位移检测的原理如图2所示, 薄膜表面放置了可产生磁场的金属, 超流体流量 I 的流动引起薄膜位移 d 变化, 此时薄膜与拾波线圈之间的磁场发生变化, 因此输入线圈中的磁通也发生了变化. 最后, 利用超导量子干涉仪检测该磁通的变化, 由此检测薄膜位移.

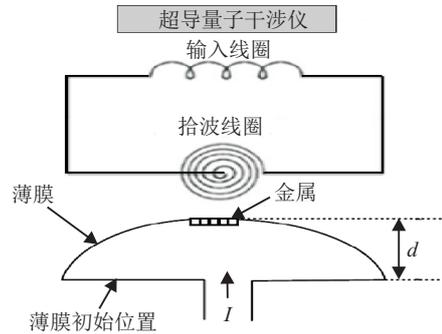


图2 薄膜位移检测原理

根据上述分析可知, 薄膜位移与超流体流量的积分成正比, 即

$$d = \frac{1}{\rho A_d} \int_0^t I dt. \quad (6)$$

其中: ρ 表示超流体密度, A_d 表示薄膜的表面积. 由式(3)和(6)可得, 从 k 时刻到 $k+1$ 时刻, 薄膜位移的变化量 $\Delta d_{(k+1)}$ 为

$$\begin{aligned} \Delta d_{(k+1)} &= \\ &\frac{\int_k^{k+1} 2I_c \cos\left(\frac{\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2}{2}\right) dt}{\rho A_d}. \end{aligned} \quad (7)$$

考虑到在采样时间 ΔT 范围内, 状态量的变化范围很小, 对式(7)进行离散化处理, 可得

$$\Delta d_{(k+1)} = \frac{2I_c \Delta T}{\rho A_d} \cos\frac{x_{1(k+1)}}{2} \sin\frac{x_{2(k+1)}}{2}. \quad (8)$$

目前,检测薄膜位移是监测超流体物质波的唯一方法,因此式(8)构成超流体陀螺的测量方程。

1.3 噪声

超流体的相位噪声主要是由热能量引起的,近似为白噪声^[3]。当超流体陀螺的弱连接处有 N 个微孔阵列时,热能量引起 $\Delta\phi_1$ 和 $\Delta\phi_2$ 波动的标准偏差 $\sigma(\Delta\phi_1)$ 和 $\sigma(\Delta\phi_2)$ 为^[14]

$$\sigma(\Delta\phi_1) = \sigma(\Delta\phi_2) = \sqrt{\frac{2\pi K_B T m_4}{I_{c0} h}} \quad (9)$$

其中: $K_B T$ 表示热能量, K_B 为玻尔兹曼常数, T 为超流体陀螺的工作温度, h 为普朗克常数, I_{c0} 表示单个小孔中流量的最大值。

超流体陀螺的双弱连接位置上相互独立,从而 $\Delta\phi_1$ 与 $\Delta\phi_2$ 是相互独立的随机变量,因此状态量 $x_{1(k)}$ 的噪声 $x_{1(k)n}$ 以 $x_{2(k)}$ 的噪声 $x_{2(k)n}$ 类型近似为白噪声,即

$$E(x_{1(k)n}) = E(x_{2(k)n}) \approx 0. \quad (10)$$

其中: E 表示随机变量的期望,而 $x_{1(k)n}$ 的方差 $D(x_{1(k)n})$ 为

$$D(x_{1(k)n}) = D(\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2) = D(\Delta\phi_1) + D(\Delta\phi_2) = \frac{4\pi K_B T m_4}{I_{c0} h} \quad (11)$$

其中 D 表示随机变量的方差。同理可得

$$D(x_{2(k)n}) = D(x_{1(k)n}). \quad (12)$$

在超流体陀螺运动模型的测量方程中,薄膜位移噪声 $d_{(k+1)n}$ 的类型近似为白噪声^[12],即

$$E(d_{(k+1)n}) \approx 0. \quad (13)$$

$d_{(k+1)n}$ 的方差 $D(d_{(k+1)n})$ ^[12] 为

$$D(d_{(k+1)n}) = \frac{L}{M I_0 \alpha} D(\Delta H). \quad (14)$$

其中: M 为感应线圈匝数, I_0 为感应线圈电流, L 为感应线圈的电感系数, α 为薄膜位移检测系统的标定系数, $D(\Delta H)$ 表示磁场变化量 ΔH 的方差。

1.4 运动模型

根据式(5)和(8),考虑超流体陀螺中的噪声,把超流体陀螺的状态方程表示为 $X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + T_{k+1,k} U_k + \Gamma_{k+1,k} W_k$ 的标准形式,测量方程表示为 $Z_{k+1} = H_{k+1} X_{k+1} + V_{k+1}$ 的标准形式,与标准形式对应的超流体陀螺的运动模型为

$$\begin{bmatrix} x_{1(k+1)} \\ x_{2(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1(k)} x_{2(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1(k)n} \\ x_{2(k)n} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\Delta\phi_{s(k)} + \delta\Delta\phi_{h(k)} \\ 2\pi f_j \Delta T \end{bmatrix},$$

$$d_{(k+1)} = \frac{2I_c \Delta T \cos \frac{x_{1(k+1)}}{2} \sin \frac{x_{2(k+1)}}{2} + d_{(k+1)n}}{\rho A_d}. \quad (15)$$

在构建了超流体陀螺运动模型的基础上,进一步需要研究滤波算法,对噪声进行有效抑制。

2 超流体陀螺EKF滤波算法的设计

由式(8)可知,超流体陀螺的运动模型具有非线性成分,卡尔曼滤波方法难以适用。考虑到为扩展超流体陀螺量程,需控制图1(a)中热阻 R_2 实时锁定总流量幅值,工作点选择在工作曲线的斜率较高处,所以动模型的特点是非线性程度较小。因此本文采用先把超流体陀螺运动方程线性化,再利用卡尔曼滤波算法对其输出进行处理,提出一种基于EKF的方法,该方法原理如图3所示。

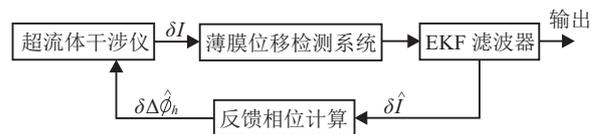


图3 基于EKF的超流体陀螺噪声抑制方法

为了消除超流体陀螺运动方程的非线性,在陀螺的工作点处,对式(8)采用级数展开,此时有

$$H(X_{k+1}) = H(X_0) + H'_{k+1}(X_{k+1} - X_0) + \Delta h. \quad (16)$$

其中: $X_0 = (x_{1(k+1)0} \ x_{2(k+1)0})^T$ 为状态变量的工作点, Δh 为泰勒级数余项, H'_{k+1} 为 $H(X_{k+1})$ 的一次项系数,即

$$H'_{k+1} = \frac{\partial H}{\partial x_{1(k+1)}} \Big|_{X_{k+1}=X_0} + \frac{\partial H}{\partial x_{2(k+1)}} \Big|_{X_{k+1}=X_0} = \frac{\cos \frac{x_{1(k+1)0}}{2} \cos \frac{x_{2(k+1)0}}{2}}{2} - \frac{\sin \frac{x_{1(k+1)0}}{2} \sin \frac{x_{2(k+1)0}}{2}}{2}. \quad (17)$$

根据工作点处线性化程度高的特点,只保留式(17)中一阶和常数项,此时式(8)可以近似表示为

$$d_{(k+1)} = \frac{I_c \Delta T}{\rho A_d} \left[d_{(k+1)n} + H(X_0) - \sin \frac{x_{1(k+1)0}}{2} \sin \frac{x_{2(k+1)0}}{2} (x - x_{1(k+1)0}) H(X_0) + \cos \frac{x_{1(k+1)0}}{2} \cos \frac{x_{2(k+1)0}}{2} (x - x_{2(k+1)0}) H(X_0) \right]. \quad (18)$$

运动方程的非线性消除后,采用卡尔曼滤波算法对输出进行处理,得到超流体相位的最优估计值,接

着通过式(3)得到总流量幅值变化量的估计值 $\delta\hat{I}$. 通过比较估计值与参考幅值的偏离程度, 控制图1(a)中热阻 R_2 产生热相移变化量的最优估计值 $\delta\Delta\hat{\phi}_h$ 实时注入到超流体环路中, 从而锁定超流体总流量幅值. 把所有测量周期内的 $\delta\Delta\hat{\phi}_h$ 累加起来, 可以得到总的热相移的估计值 $\Delta\hat{\phi}_h$, 此时超流体陀螺输出的角速度测量值 Ω_d 为

$$\Omega_d = -\frac{h}{4\pi A \cos \theta m_4} \Delta\hat{\phi}_h. \quad (19)$$

3 仿真与分析

为了验证基于EKF的超流体陀螺噪声抑制方法的有效性, 在超流体陀螺半物理仿真平台上设置典型的输入角速度, 选取通用的参数, 模拟超流体陀螺的工作过程, 对超流体的相位误差、角速度测量值误差(以下简称角速度误差)进行仿真和分析. 仿真的基本参数设置如下.

1) 结构参数^[3]: 面积矢量大小 $A = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ 弱连接处的微孔数量为 $N = 4225$, 微孔孔径为 $7 \times 10^{-8} \text{ m}$, 薄膜面积为 $A_d = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$.

2) 工作参数^[3]: 工作温度为 $T = 2.169 \text{ K}$, 约瑟夫森频率为 $f_J = 1000 \text{ Hz}$, $I_c = 4.5 \times 10^{-12} \text{ kg/s}$.

3) EKF 参数^[3,16]: 超流体相位波动方差为 $D(x_{2(k)n}) = D(x_{1(k)n}) = (3 \times 10^{-3} \text{ rad})^2$, 薄膜位移检测系统的方差为 $D(d_{(k+1)n}) = (4 \times 10^{-14} \text{ m})^2$, 采样时间为 10^{-5} s . 超流体陀螺由静止启动, 设置初始最优滤波值误差协方差阵 $P_1 = \text{diag}[9 \times 10^{-6}, 9 \times 10^{-6}]$.

4) 输入角速度 Ω 设置为两种典型的类型: 第一种是恒定角加速度, $\Omega = 0.008t$; 第二种是正弦输入, $\Omega = 0.0005 \sin(2\pi \times 10t)$, 仿真时间都为 0.1 s .

根据设置的参数, 滤波前后的超流体相位误差、角速度误差曲线如图4和图5所示.

在图4和图5中, 超流体相位误差和角速度误差的统计特性如表1所示.

表1 超流体相位误差和角速度误差的统计特性

图 状态	相位误差 / rad		角速度误差 / 10^{-6} rad/s	
	期望	标准偏差 / 10^{-2}	期望	标准偏差
图4 滤前	约为0	3.8	约为0	1.4
图4 滤后	约为0	0.2	-0.1	0.1
图5 滤前	约为0	3.3	-0.3	1.1
图5 滤后	约为0	0.6	约为0	0.2

由图4、图5和表1可知, 采用EKF滤波前和滤波后, 超流体相位误差的期望约为0, 呈现近似白噪声特性. 滤波前, 角速度误差的期望约为0, 呈现出近似白

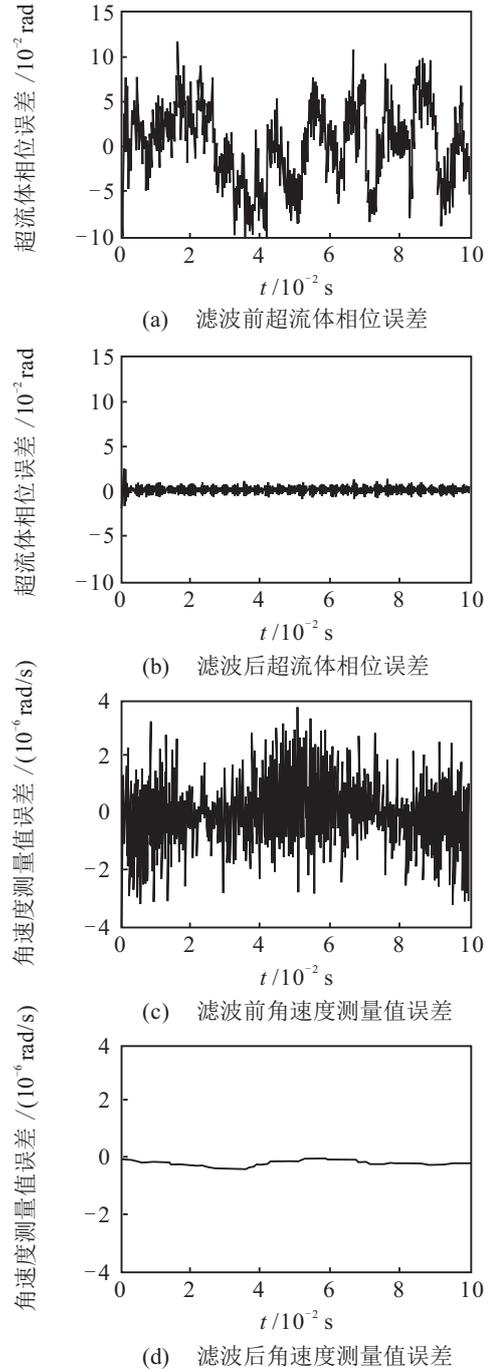


图4 角加速度恒定时滤波前后效果对比

噪声的特性; 滤波后, 其误差的期望不为0, 因此不再呈现白噪声特性. 当角加速度恒定时, 通过EKF滤波, 超流体相位误差和角速度误差都有了较大改善, 其中超流体相位误差的标准偏差比滤波前减小了约3倍, 角速度误差的标准偏差比滤波前减小了约14倍. 当角加速度变化时, 通过EKF滤波, 超流体相位误差和角速度误差也有了较大改善, 其中超流体相位误差的标准偏差比滤波前减小了约3倍, 角速度误差的标准偏差比滤波前减小了约6倍.

由以上分析可知, 基于EKF滤波算法, 超流体相位误差和角速度误差都得到了明显改善.

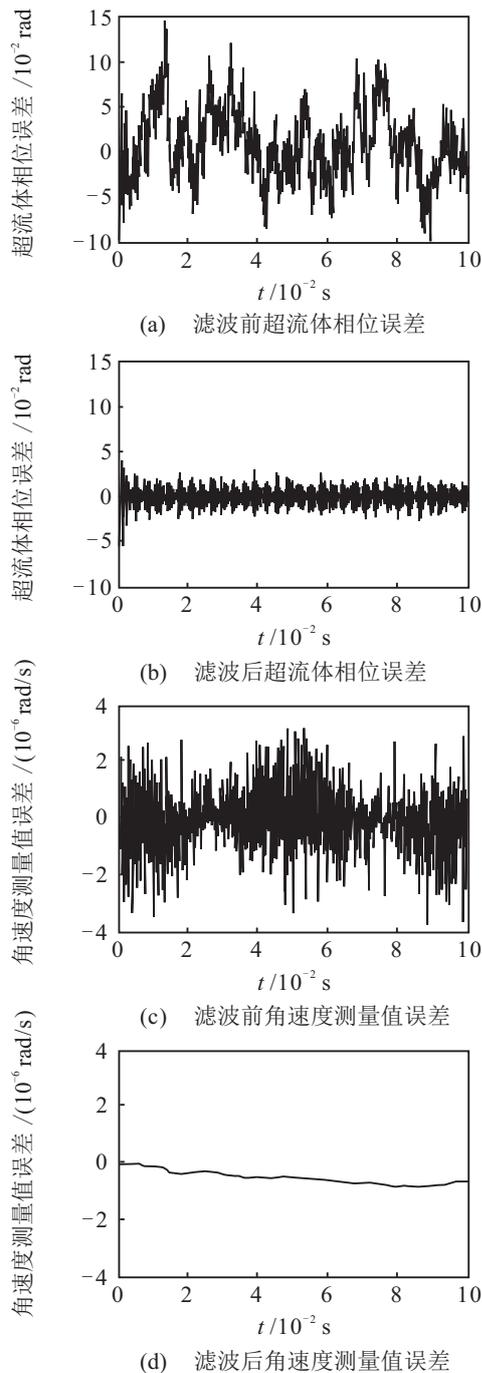


图5 角加速度变化时滤波前后效果对比

4 结论

为了从信号处理的角度抑制超流体陀螺的噪声,本文推导了超流体陀螺的状态方程和测量方程,构建了其运动模型,提出了基于EKF的噪声抑制方法.仿真结果表明,基于EKF算法,角速度测量值误差有了较大改善,超流体陀螺的测量精度得到显著提高.

参考文献(References)

- [1] Wang W. Status and development trend of inertial technology[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 723-729.
- [2] Sato Y, Parkard R. Superfluid helium interferometers[J]. Phys Today, 2012, 65(10): 31-36.

- [3] Sato Y, Parkard R. Superfluid Helium quantum interference devices: Physics and applications[J]. Report Progress Physics, 2012, 75, 016401.1-016401.27.
- [4] Golovashkin A I, Zherikhina L N, Tskhovrebov A M, et al. Ordinary SQUID interferometers and superfluid helium matter wave interferometers: The role of quantum fluctuations[J]. J of Experimental and Theoretical Physics, 2010, 111(2): 332-339.
- [5] Xie Z, Liu J Y, Zhao W, et al. The exploratory research of a novel gyroscope based on superfluid josephson effect[C]. Position Location and Navigation Symposium. USA: IEEE, 2010: 14-19.
- [6] Zheng R, Zhao W, Liu J Y, et al. Mathematical model of 4He quantum interferometer gyroscope[J]. Trans of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 29(4): 360-366.
- [7] Feng M Y, Zhao W, Liu J Y, et al. Amplitude-Locking technology in the superfluid gyroscope[C]. American Institute of Aeronautics and Astronautics(AIAA). USA: IEEE, 2011.
- [8] 郑睿, 赵伟, 刘建业, 等. 基于全程监测的超流体陀螺量程扩展方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(5): 848-852. (Zheng R, Zhao W, Liu J Y, et al. Method for measure range extension of superfluid gyroscope based on tracing whole pattern[J]. Control and Decision, 2014, 29(5): 848-852.)
- [9] Nie W. The research on the superfluid interference gyroscope system and noise suppression[D]. Master Degree Paper of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [10] Liu J Y, Xie Z, Feng M Y, et al. Current status and development of superfluid gyroscope[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(1): 1-10.
- [11] Narayana S, Sato Y. Superfluid quantum interference in multiple-turn reciprocal geometry[J]. Physical Review Letters, 2011, 106(6): 255301.1-255301.4.
- [12] Sato Y. DC-SQUID based neodymium magnet displacement sensor for superfluid experiments[J]. Review of Scientific Instruments, 2009, 80: 055102.1-055102.5.
- [13] Joshi A, Packard R. A continuously operating, flux locked, superfluid interferometer[J]. J of Low Temperature Physics, 2013, 172(1): 162-174.
- [14] Zheng R, Zhao W, Liu J Y, et al. Analysis on thermal noise in superfluid gyroscope[J]. J of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(6): 739-743.
- [15] Sato Y. Fiske-amplified superfluid interferometry[J]. Physical Review B, 2010, 81(17): 172502.1-172502.4.
- [16] Zhao W, Zheng R, Liu J Y, et al. Research on the noises of superfluid matter wave interference gyroscope[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(4): 902-908.