文章编号: 1001-0920(2017)10-1789-07 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2016.1163

交会对接模拟系统姿态位置耦合有限时间控制

黄 成†, 王 岩, 周乃新

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系，哈尔滨 150001)

摘 要: 针对航天器交会对接模拟系统的姿态同步和位置跟踪控制问题,在存在外界扰动和系统不确定性的情况下,基于改进的快速非奇异终端滑模面和改进的自适应律,采用双闭环控制结构分别设计内环和外环有限时间姿态位置耦合控制器. 所提出的自适应律不仅能有效地抑制扰动和不确定性且能保证控制器是连续的. 李雅普诺夫理论推导和仿真结果表明,所提出的控制方法能保证系统内环和外环跟踪误差的有限时间稳定性和准确收敛性.

关键词: 交会对接；姿态位置耦合；有限时间收敛；终端滑模

中图分类号: V526 **文献标志码:** A

Coupled attitude and position finite-time control for rendezvous and docking simulator

HUANG Cheng†, *WANG Yan*, *ZHOU Nai-xin*

(Department of Control Science and Engineering，Harbin Institute of Technology，Harbin 150001，China)

Abstract: For attitude synchronization and position tracking control of spacecraft rendezvous and docking simulator, based on an improved fast nonsingular terminal sliding mode surface and an improved adaptive control architecture, an inner loop finite-time coupled attitude and position controller and a outer loop finite-time coupled attitude and position controller are designed by using a double closed loops control structure under the condition of external disturbances and inertia uncertainties existing. The proposed adaptive control architecture not only can inhibit the disturbances and uncertainties effectively, but also can guarantee the continuity of the controllers. The Lyapunov theory and simulation results show that the proposed controllers can guarantee the finite-time stability of inner loop tracking errors and outer loop tracking errors, and the errors can converge to the equilibrium point accurately.

Keywords: rendezvous and docking；coupled attitude and position；finite-time convergence；terminal sliding mode

0 引 言

航天器的交会对接技术是在轨装配、与空间站对接等太空任务的关键因素,其核心技术是姿态同步和位置跟踪,如果追踪航天器没有实现与目标航天器的姿态同步和位置跟踪,则上述的空间任务不能安全和准确地得以实现[1]. 通常,航天器姿态同步和位置跟踪控制器的设计都是分开的. 例如, H_∞ 状态反馈控制[2]、输出反馈跟踪控制[3] 和基于线性矩阵不等式的非线性控制[4] 等方法被用来解决航天器姿态同步控制问题;鲁棒控制[5] 和最优控制[6] 等技术被应用到航天器位置跟踪控制器的设计中. 然而,在航天器交会对接中,上述分开设计的姿态同步和位置跟踪控制方法忽略了相对姿态运动和相对位置运动之间的动力学耦合作用,这将严重影响控制的准确性,因此有关姿态轨道耦合控制的研究得到了广泛的关注. 为实现航天器交会对接,文献 [7] 在存在测量噪声的情况下提出了一种自适应控制方法. 文献 [8] 设计了基于线性反馈方法的针对卫星交会对接近距离运动控制问题的自适应反馈非线性控制器. 文献 [9] 针对挠性航天器的姿轨控制问题,设计了一种不需要知道航天器质量特性参数的自适应姿态位置耦合控制器.

与上述这些渐近稳定的控制方法相比,有限时间控制框架能够提供更快的收敛性和更强的鲁棒性,在航天器的运动控制中得到了广泛的应用. 文献 [10-11] 利用终端滑模控制方法设计了航天器有限时间姿态控制器. 文献 [12] 采用加幂积分技术设计了双星串行编队相对位置有限时间控制器. 文献 [13] 在执行机构存在安装偏差的情况下,利用终端滑模技术

收稿日期: 2016-09-12；**修回日期:** 2016-11-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61174037)；国家自然科学基金创新群体项目 (61321062).

作者简介: 黄成 (1986−), 男, 博士生, 从事气浮台姿态和位置控制的研究；王岩 (1972−), 男, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、高精度运动控制、挠性航天器控制等研究.

†通讯作者. E-mail: huangchengkobe@163.com

实现了单个航天器姿态位置耦合有限时间控制. 为解决在处理外界干扰时由控制器不连续所引起的抖振问题,文献[14]基于终端滑模思想设计了连续的主从航天器有限时间姿态位置耦合控制器. 传统的终端滑模控制具有奇异和在远离平衡点时收敛速度慢的缺点,因此,文献[15]设计了快速终端滑模面,并基于双闭环结构设计了卫星有限时间姿态跟踪控制器. 文献[16]设计了基于非奇异终端滑模面的航天器有限时间姿态控制器. 文献[17]设计了一种带有约束的快速非奇异终端滑模面,并应用到航天器有限时间姿态跟踪控制中. 另外,航天器控制策略的在轨测试和调整是风险极大的,六自由度气浮台能够在地面提供微重力的类空环境[18],其模拟器能够逼真地模拟航天器运动,因此在在轨操作之前,基于气浮台对航天器运动控制方法的设计和测试是必不可少的.

虽然上述许多文献都对航天器姿态位置耦合控制问题进行了研究,但绝大部分都没有应用有限时间控制方法,除文献[13-14]外,相比于以上文献,本文的创新之处在于: 1) 控制器是连续的,不存在抖振,文献[13]的控制器是不连续的,与文献[14]相比,在远离平衡点时本文的滑模面具有更快收敛性; 2) 控制器采用双闭环控制结构,具有更好的收敛性,且便于在实际工程中应用,与文献[15]相比,本文解决了姿态位置耦合控制问题,且滑模面不存在奇异问题; 3) 基于交会对接模拟系统建模和设计控制器.

本文首先推导交会对接模拟系统模型,设计一种改进的快速非奇异终端滑模面,克服了传统终端滑模面的缺点;然后采用双闭环控制结构分别设计系统内环和外环有限时间控制器,使追踪模拟器在有限时间内实现对目标模拟器的姿态同步和位置跟踪,此外通过应用一种改进的自适应律,内环控制器有效地抑制了系统存在的不确定性和外界扰动,且保证了控制的连续性;最后通过李雅普诺夫理论分析和数值仿真表明了所提出控制方法的有限时间稳定性和有效性.

1 交会对接模拟系统模型

1.1 航天器交会对接模拟系统实施方案

交会对接模拟系统用于在地面对航天器姿态和轨道运动的模拟以及控制算法的分析和验证,主要包括两个可以实现6个自由度气浮无摩擦运动的六自由度气浮台. 气浮台的姿态平台是航天器的运动模拟器,两个模拟器分别用来模拟交会对接中的追踪航天器和目标航天器.

交会对接模拟系统的实施方案如图1所示. 其中: $F_i \triangleq \{OX_iY_iZ_i\}$ 是以地面上一点为原点的平行于地心惯性坐标系的地面惯性坐标系; $F_c \triangleq \{CX_cY_cZ_c\}$ 和 $F_t \triangleq \{TX_tY_tZ_t\}$ 分别表示与追踪模拟器和目标模拟器固连的本体坐标系,原点是模拟器的旋转中心; Q 点为沿着目标模拟器对接端口方向且相对于目标器固定的点,是追踪模拟器的要求位置.

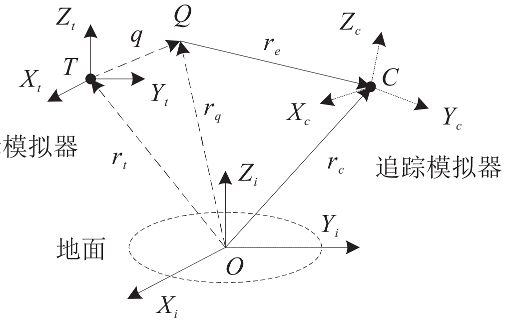


图 1 交会对接模拟系统实施方案

1.2 交会对接模拟系统模型

在 F_i 下,追踪模拟器姿态和位置运动学模型为

$$\dot{\theta}_c = R_c\omega_c, \tag{1}$$

$$\dot{r}_c = R_c v_c, \tag{2}$$

$$R_c = \begin{bmatrix} 1 & \tan\delta\cdot\sin\phi & \tan\delta\cdot\cos\phi \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \dfrac{\sin\phi}{\cos\delta} & \dfrac{\cos\phi}{\cos\delta} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

在 F_c 下,追踪模拟器姿态和位置动力学模型为

$$(J_c + \triangle J_c)\dot{\omega}_c + \omega_c^\times(J_c + \triangle J_c)\omega_c = u + \bar{d}, \tag{4}$$

$$m\dot{v}_c + m\omega_c^\times v_c = f + d_f. \tag{5}$$

其中: $\theta_c = [\phi, \delta, \vartheta]^{\mathrm{T}}$ 为由欧拉角表示的姿态角向量,描述追踪模拟器相对于 F_i 的姿态,本文采用3-2-1转序来描述姿态控制任务; $r_c \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$ 为追踪模拟器位置; $v_c, \omega_c \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$ 为追踪模拟器速度和角速度; $u, f \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$ 和 $\bar{d}, d_f \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$ 分别为作用于追踪模拟器的控制力矩、控制力和扰动力矩、扰动力; $J_c \in \boldsymbol{R}^{3\times3}$; m 为追踪模拟器惯量矩阵和质量; $\triangle J_c \in \boldsymbol{R}^{3\times3}$ 为系统不确定性; $\omega_c^\times$ 定义为

$$\omega_c^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{c3} & \omega_{c2} \\ \omega_{c3} & 0 & -\omega_{c1} \\ -\omega_{c2} & \omega_{c1} & 0 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

整理式(4),可得

$$J_c\dot{\omega}_c + \omega_c^\times J_c\omega_c = u + d, \tag{7}$$

其中 $d = \bar{d} - \triangle J_c\dot{\omega}_c - \omega_c^\times\triangle J_c\omega_c = [d_1, d_2, d_3]^{\mathrm{T}}$.

在 F_i 下,目标模拟器姿态和位置运动学模型为

$$\dot{\theta}_t = R_t\omega_t, \tag{8}$$

$$\dot{r}_t = R_t v_t, \tag{9}$$

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \tan\delta_t \cdot \sin\phi_t & \tan\delta_t \cdot \cos\phi_t \\ 0 & \cos\phi_t & -\sin\phi_t \\ 0 & \dfrac{\sin\phi_t}{\cos\delta_t} & \dfrac{\cos\phi_t}{\cos\delta_t} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

在F_t下,目标模拟器姿态和位置动力学模型为

$$J_t\dot{\omega}_t + \omega_t^{\times} J_t \omega_t = 0, \tag{11}$$

$$m_t \dot{v}_t + m_t \omega_t^{\times} v_t = 0. \tag{12}$$

其中: $\theta_t = [\phi_t, \delta_t, \vartheta_t]^{\mathrm{T}}$描述目标模拟器相对于$F_i$的姿态; $r_t \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$为目标模拟器位置; $v_t, \omega_t \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$为目标模拟器速度和角速度; $J_t \in \boldsymbol{R}^{3\times3}$; m_t为目标模拟器惯量矩阵和质量.

追踪模拟器对目标模拟器的姿态和位置误差为

$$\theta_e = \theta_c - \theta_t, r_e = r_c - r_q. \tag{13}$$

其中: $r_q = r_t + q, q \in \boldsymbol{R}^{3\times1}$是$F_t$下的常向量. 从$F_t$到$F_c$的旋转矩阵为

$$R_t^c = R_c^{\mathrm{T}} R_t. \tag{14}$$

在F_t下,Q点的速度为$v_q = v_t + \omega_t^{\times}[R_t^{\mathrm{T}}\ \ q]$,追踪模拟器相对于目标模拟器的角速度误差和速度误差在F_c下表示为

$$\omega_e = \omega_c - R_t^c \omega_t, v_e = v_c - R_t^c v_q. \tag{15}$$

根据式(1)～(15)的形式以及$(\dot{R}_t^c)^{\mathrm{T}} = (R_t^c)^{\mathrm{T}} \omega_e^{\times}$, $\dot{r}_q = R_t v_q$,可得交会对接模拟系统模型

$$\dot{\theta}_e = R_c \omega_e, \tag{16}$$

$$J_c \dot{\omega}_e = F + u + d, \tag{17}$$

$$F = -\omega_c^{\times} J_c \omega_c - J_c \omega_c^{\times} \omega_e - J_c R_t^c \dot{\omega}_t, \tag{18}$$

$$\dot{r}_e = R_c v_e, \tag{19}$$

$$m \dot{v}_e = E + f + d_f, \tag{20}$$

$$E = -m[R_t^c \dot{v}_q + \omega_c^{\times} v_c - \omega_e^{\times}(v_c - v_e)]. \tag{21}$$

综上,相对姿态运动和相对位置运动之间的动力学耦合作用在模型中得到了体现.

引入状态变量$x_1 = [\theta_e; r_e]$和$x_2 = [\omega_e; v_e]$,包含相对姿态运动和相对位置运动的六自由度耦合运动模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = n x_2, \\ H \dot{x}_2 = l + u_z + d_z. \end{cases} \tag{22}$$

其中

$$n_1 = \begin{bmatrix} R_c & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & R_c \end{bmatrix},\ u_z = \begin{bmatrix} u \\ f \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} J_c & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & mI_{3\times3} \end{bmatrix},\ l = \begin{bmatrix} F \\ E \end{bmatrix},\ d_z = \begin{bmatrix} d \\ d_f \end{bmatrix}.$$

2　控制器设计

本文的目标是控制追踪模拟器完成对目标模拟器的姿态同步和位置跟踪. 为此,本节采用双闭环结构,基于改进的快速非奇异终端滑模面和改进的自适应律,分别设计内环和外环有限时间控制器. 下面的引理和假设将会应用到控制器的设计中.

引理1[19]　假设$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$均为正数, $0 < \rho < 2$,如下不等式成立:

$$(\alpha_1^2 + \cdots + \alpha_n^2)^{\rho} \leqslant (\alpha_1^{\rho} + \cdots + \alpha_n^{\rho})^2. \tag{23}$$

引理2[19]　给定描述有限时间稳定的扩展李雅普诺夫函数为

$$\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \beta V(x)^{\gamma} \leqslant 0,$$

$$\alpha > 0,\ \beta > 0,\ 0 < \gamma < 1,$$

设初始状态$x(0) = x_0$,则系统在有限时间T内将会收敛到平衡点,有

$$T \leqslant \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \ln \frac{\alpha V(x_0)^{1-\gamma} + \beta}{\beta}.$$

引理3[20]　$B \in \boldsymbol{R}^{6\times6}$是正定对称矩阵, $\lambda_{\min}$和$\lambda_{\max}$分别为矩阵B特征值中的最小值和最大值,对于$x \in \boldsymbol{R}^{6\times1}$,有$\lambda_{\min} x^{\mathrm{T}} x \leqslant x^{\mathrm{T}} B x \leqslant \lambda_{\max} x^{\mathrm{T}} x$成立.

假设1　$d_{zi} (i = 1,2,3,4,5,6)$都是有界的, $|d_{zi}| \leqslant d_{Mi}$, $d_{Mi} (i = 1,2,3,4,5,6)$都是未知的正数, $\tilde{d}_{Mi} = d_{Mi} - \hat{d}_{Mi}$都为估计误差.

内环控制器的控制目标是在有限时间内使追踪模拟器的角速度ω_c和速度v_c跟踪上指令角速度ω_z和速度v_z,且ω_z和v_z为外环控制器的输出指令. 将角速度误差和速度误差重新定义为

$$\omega_e = \omega_c - R_t^c \omega_z, v_e = v_c - R_t^c v_z. \tag{24}$$

为解决传统终端滑模面存在的问题,内环控制器的改进快速非奇异终端滑模面设计如下:

$$S = x_2 + \alpha \int_0^t x_2 \mathrm{d}\tau + \beta \int_0^t f(x_2) \mathrm{d}\tau. \tag{25}$$

$f(x_2)$的形式为

$$\begin{cases} f(x_{2,i}) = r_1 x_{2,i} + r_2 \mathrm{sgn}(x_{2,i}) x_{2,i}^2, \\ \quad |x_{2,i}| \leqslant \eta, i = 1,2,3,4,5,6; \\ f(x_{2,i}) = \mathrm{sig}(x_{2,i})^{\gamma}, \\ \quad |x_{2,i}| > \eta, i = 1,2,3,4,5,6. \end{cases} \tag{26}$$

其中: $\alpha > 0,\ \beta > 0,\ 0 < \gamma < 1$, η为很小的正数, $\mathrm{sig}(x_{2,i})^{\gamma} = |x_{2,i}|^{\gamma} \mathrm{sgn}(x_{2,i})$, $r_1 = (2-\gamma)\eta^{\gamma-1}$, $r_2 = (\gamma-1)\eta^{\gamma-2}$, $\mathrm{sgn}(x_{2,i}) = \mathrm{sign}(x_{2,i})$.

为了使内环控制中的角速度误差和速度误差都

是一致最终有界的,同时解决控制器的不连续问题,设计内环控制器如下:

$$u_{z1}=-l-H(\alpha x_2+\beta f(x_2))-k_1S-u_aS. \quad (27)$$

其中

$$u_a=\mathrm{diag}(u_{ai}),i=1,2,3,4,5,6;$$

$$u_{ai}=\frac{1}{2}\chi^{-2}\hat{\psi}_i,\ \psi_i=d_{Mi}^2,\ \tilde{\psi}_i=\psi_i-\hat{\psi}_i,$$

$$k_1=\mathrm{diag}(k_{1i}),i=1,2,3,4,5,6,k_{1i}>0.$$

自适应更新律设计如下:

$$\dot{\hat{\psi}}_i=-\varepsilon_1\hat{\psi}_i+\frac{1}{2}p_1\chi^{-2}|S_i|^2. \quad (28)$$

其中: $\varepsilon_1>0,\ p_1>0,\ \chi>0$.

选取李雅普诺夫函数为

$$V_1=\frac{1}{2}S^{\mathrm{T}}HS+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{p_1}\tilde{\psi}_i^2. \quad (29)$$

对其沿着系统(22)的轨迹求导,有

$$\dot{V}_1=S^{\mathrm{T}}(l+u_z+d_z+H(\alpha x_2+\beta f(x_2)))-\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{p_1}\tilde{\psi}_i\dot{\hat{\psi}}_i.$$

将式(27)和(28)代入上式,根据引理1和引理3,得

$$\dot{V}_1=S^{\mathrm{T}}d_z-k_1S^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}u_aS-\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{p_1}\tilde{\psi}_i\dot{\hat{\psi}}_i\leqslant \sum_{i=1}^{6}\frac{\psi_i|S_i|^2}{2\chi^2}-k_1S^{\mathrm{T}}S-\sum_{i=1}^{6}\frac{\hat{\psi}_i|S_i|^2}{2\chi^2}-\sum_{i=1}^{6}\frac{\tilde{\psi}_i}{p_1}\Big(-\varepsilon_1\hat{\psi}_i+\frac{p_1|S_i|^2}{2\chi^2}\Big)+\sum_{i=1}^{6}\frac{\chi^2}{2}\leqslant -\frac{2k_{1\min}}{\lambda_{\max}}\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S-\varepsilon_1\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6}\frac{\tilde{\psi}_i^2}{p_1}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6}\frac{\varepsilon_1\psi_i^2}{p_1}+\sum_{i=1}^{6}\frac{\chi^2}{2}\leqslant-\eta_1V_1+\varsigma_1.$$

其中

$$\eta_1=\min\Big(\frac{2k_{1\min}}{\lambda_{\max}},\varepsilon_1\Big),$$

$$\varsigma_1=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6}\frac{\varepsilon_1\psi_i^2}{p_1}+\sum_{i=1}^{6}\frac{\chi^2}{2},\ k_{1\min}=\min(k_{1i}).$$

因为ς_1是有界的,根据有界性定理可知,S_i和$\tilde{\psi}_i$都是一致最终有界的,那么存在一个很小的正常数$\tilde{\psi}_{\max}$满足$|\tilde{\psi}_i|\leqslant\tilde{\psi}_{\max}$. 为了保证非线性系统的有限时间稳定性,内环控制器最终设计为

$$u_{z2}=u_{z1}-k_2\mathrm{sig}(S)^{\gamma}. \quad (30)$$

其中: $k_2=\mathrm{diag}(k_{2i}),i=1,2,3,4,5,6,k_{2i}>0$.

定理1 由式(22)描述的交会对接模拟系统的内环控制系统,基于假设1和$k_{1\min}-\dfrac{\tilde{\psi}_{\max}}{2\chi^2}>0$,在内环控制器(30)和(28)的控制下,可以实现如下目标:

1) 内环滑模面S在有限时间内收敛到区域$\|S\|\leqslant\varPhi$,其中

$$\varPhi=\min\Big(\sqrt{\frac{2\eta_4}{\eta_2}},\ \sqrt[\gamma+1]{\frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}}\eta_4}{\eta_3}}\Big),$$

$$\eta_2=2\Big(k_{1\min}-\frac{\tilde{\psi}_{\max}}{2\chi^2}\Big),\ \eta_3=2^{\frac{\gamma+1}{2}}k_{2\min},$$

$$\eta_4=\sum_{i=1}^{6}\frac{\chi^2}{2},\ k_{2\min}=\min(k_{2i}).$$

2) 状态变量$x_{2,i}$在有限时间内收敛到区域$|x_{2,i}|\leqslant\varDelta,\varDelta=\max\Big(\eta,\max\Big(\dfrac{\varphi_m}{2\alpha},\sqrt[\gamma]{\dfrac{\varphi_m}{2\beta}}\Big)\Big)$,其中$\varphi_m=\max(\varphi_{mi}),\ i=1,2,\cdots,6$.

证明 1) 选取李雅普诺夫函数$V_2=\dfrac{1}{2}S^{\mathrm{T}}HS$,基于$\dot{V}_1$,可得

$$\dot{V}_2=S^{\mathrm{T}}(l+u_z+d_z+H(\alpha x_2+\beta f(x_2)))\leqslant \sum_{i=1}^{6}\frac{\psi_i|S_i|^2}{2\chi^2}-k_1S^{\mathrm{T}}S-k_2S^{\mathrm{T}}\mathrm{sig}(s)^{\gamma}-\sum_{i=1}^{6}\frac{\hat{\psi}_i|S_i|^2}{2\chi^2}+\sum_{i=1}^{6}\frac{\chi^2}{2}\leqslant -\frac{\eta_2}{\lambda_{\max}}\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S-\frac{\eta_3}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}}\Big(\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S\Big)^{\frac{\gamma+1}{2}}+\eta_4.$$

进一步整理,可得如下两种形式:

$$\dot{V}_2\leqslant-\Big(\frac{\eta_2}{\lambda_{\max}}-\frac{2\eta_4}{\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S}\Big)\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S-\frac{\eta_3}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}}\Big(\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S\Big)^{\frac{\gamma+1}{2}},$$

$$\dot{V}_2\leqslant-\frac{\eta_2}{\lambda_{\max}}\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S-\Big(\frac{\eta_3}{\lambda_{\max}^{\frac{\gamma+1}{2}}}-\frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}}\eta_4}{(\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S)^{\frac{\gamma+1}{2}}}\Big)\Big(\frac{1}{2}\lambda_{\max}S^{\mathrm{T}}S\Big)^{\frac{\gamma+1}{2}}.$$

由引理2可知:对于第1种形式,在有限时间内S将会收敛到区域$\|S\|\leqslant\sqrt{\dfrac{2\eta_4}{\eta_2}}$;对于第2种形式,在有限时间内$S$将会收敛到区域$\|S\|\leqslant\sqrt[\gamma+1]{\dfrac{2^{\frac{\gamma+1}{2}}\eta_4}{\eta_3}}$. 问题1)得证.

2) 根据1)中内环滑模面S的有限时间收敛性和式(25)可知,在有限时间内趋近律$\dot{S}$满足$\dot{S}=\dot{x}_{2,i}+\alpha x_{2,i}+\beta f(x_{2,i})=\varphi_i(i=1,2,\cdots,6)$,且$|\varphi_i|\leqslant\varphi_{mi}$,$\varphi_{mi}$为一个很小的正常数.

当$|x_{2,i}|\leqslant\eta$时,可知状态变量$x_{2,i}$已经收敛到区域$|x_{2,i}|\leqslant\varDelta$;当$|x_{2,i}|>\eta$时,可得

$$\dot{S}_i=\dot{x}_{2,i}+\alpha x_{2,i}+\beta|x_{2,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{2,i})=\varphi_i,$$
$$\dot{x}_{2,i}=-\alpha x_{2,i}-\beta|x_{2,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{2,i})+\varphi_i,$$
$$i=1,2,\cdots,6.$$

选取李雅普诺夫函数$V_3=\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{6}x_{2,i}^2$,对时间求导数,有

$$\begin{aligned}\dot{V}_3=&\sum_{i=1}^{6}x_{2,i}(-\alpha x_{2,i}-\beta|x_{2,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{2,i})+\varphi_i)\leqslant\\&-\alpha\sum_{i=1}^{6}x_{2,i}^2-\beta\sum_{i=1}^{6}|x_{2,i}|^{1+\gamma}+\sum_{i=1}^{6}|x_{2,i}||\varphi_i|=\\&-\sum_{i=1}^{6}\Big(\alpha-\frac{|\varphi_i|}{2|x_{2,i}|}\Big)x_{2,i}^2-\\&\sum_{i=1}^{6}\Big(\beta-\frac{|\varphi_i|}{2|x_{2,i}|^\gamma}\Big)|x_{2,i}|^{1+\gamma}.\end{aligned}$$

当$x_{2,i}$满足$\alpha-\dfrac{|\varphi_i|}{2|x_{2,i}|}>0$和$\beta-\dfrac{|\varphi_i|}{2|x_{2,i}|^\gamma}>0$时,上式符合引理2中给定的有限时间稳定的扩展李雅普诺夫函数描述,因此可得$x_{2,i}$在有限时间内可收敛到区域$|x_{2,i}|\leqslant\max\Big(\dfrac{\varphi_m}{2\alpha},\sqrt[\gamma]{\dfrac{\varphi_m}{2\beta}}\Big)$,问题2)得证. □

注1　控制器(30)是连续的,改进的自适应更新律(28)中右侧不会一直是正的,这样便避免了传统自适应更新律中估计值可能会无限制增加的缺点.

外环控制器的控制目标是在有限时间内使追踪模拟器的姿态θ_c和位置r_c跟踪上目标模拟器的姿态θ_t和期望位置r_q.

同式(25),外环控制器的改进快速非奇异终端滑模面设计如下:

$$S=x_1+\alpha\int_0^t x_1\text{d}\tau+\beta\int_0^t f(x_1)\text{d}\tau.\tag{31}$$

$f(x_1)$的形式为

$$\begin{cases}f(x_{1,i})=r_1x_{1,i}+r_2\text{sgn}(x_{1,i})x_{1,i}^2,\\\quad|x_{1,i}|\leqslant\eta,i=1,2,3,4,5,6;\\f(x_{1,i})=\text{sig}(x_{1,i})^\gamma,\\\quad|x_{1,i}|>\eta,i=1,2,3,4,5,6.\end{cases}\tag{32}$$

其中:$\alpha>0,\beta>0,0<\gamma<1,\eta$为很小的正数,$\text{sig}(x_{1,i})^\gamma=|x_{1,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{1,i}),\ r_1=(2-\gamma)\eta^{\gamma-1},\ r_2=(\gamma-1)\eta^{\gamma-2},\text{sgn}(x_{1,i})=\text{sign}(x_{1,i})$.

外环控制器设计如式(33),该控制器是连续的,且保证了外环系统姿态误差和位置误差的一致最终有界,有

$$\begin{aligned}x_z=&R_1^{\rm T}(-x_2+R_2^{\rm T}(\dot{x}_d-\alpha x_1-\\&\beta f(x_1)-k_1S-k_2\text{sig}(s)^\gamma)).\end{aligned}\tag{33}$$

其中

$$x_z=[\omega_z;v_z],\ x_d=[\theta_t;r_q],$$
$$R_1=\begin{bmatrix}R_t^c&0_{3\times3}\\0_{3\times3}&R_t^c\end{bmatrix},\ R_2=\begin{bmatrix}R_c&0_{3\times3}\\0_{3\times3}&R_c\end{bmatrix},$$
$$k_1=\text{diag}(k_{1i}),i=1,2,3,4,5,6,k_{1i}>0,$$
$$k_2=\text{diag}(k_{2i}),i=1,2,3,4,5,6,k_{2i}>0.$$

定理2　由式(22)描述的交会对接模拟系统的外环控制系统,在外环控制器(33)的控制下,可以实现如下目标:

1) 外环滑模面S在有限时间内收敛到区域$S=0,k_{1\min}=\min(k_{1i}),k_{2\min}=\min(k_{2i})$.

2) 状态变量$x_{1,i}$在有限时间内收敛到区域$|x_{1,i}|\leqslant\varOmega,\ \varOmega=\eta$.

证明　1) 选取李雅普诺夫函数$V_4=\dfrac{1}{2}S^{\rm T}S$,将其对时间求导,代入式(1)、(8)、(15)和(31),得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_4=S^{\rm T}\dot{S}=S^{\rm T}(\dot{x}_1+\alpha x_1+\beta f(x_1))=\\&S^{\rm T}\Big(\begin{bmatrix}\dot{\theta}_c-\dot{\theta}_t\\\dot{r}_c-\dot{r}_q\end{bmatrix}+\alpha x_1+\beta f(x_1)\Big)=\\&S^{\rm T}\Big(\begin{bmatrix}R_c(\omega_e+R_t^c\omega_z)-\dot{\theta}_t\\R_c(v_e+R_t^cv_z)-\dot{r}_q\end{bmatrix}+\alpha x_1+\beta f(x_1)\Big)=\\&S^{\rm T}(R_2(x_2+R_1x_z)-\dot{x}_d+\alpha x_1+\beta f(x_1))=\\&-k_1S^{\rm T}S-k_2S^{\rm T}\text{sig}(S)^\gamma\leqslant\\&-2k_{1\min}V_4-2^{\frac{\gamma+1}{2}}k_{2\min}V_4^{\frac{\gamma+1}{2}}.\end{aligned}$$

由引理2可知,外环滑模面S在有限时间内可收敛到$S=0$. 问题1)得证.

2) 根据1)可知,在有限时间内趋近律$\dot{S}$满足$\dot{S}_i=\dot{x}_{1,i}+\alpha x_{1,i}+\beta f(x_{1,i})=0,\ i=1,2,\cdots,6$.

当$|x_{1,i}|\leqslant\eta$时,可知状态变量$x_{1,i}$已经收敛到区域$|x_{1,i}|\leqslant\varOmega;|x_{1,i}|>\eta$时,可得

$$\dot{S}_i=\dot{x}_{1,i}+\alpha x_{1,i}+\beta|x_{1,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{1,i})=0,$$
$$\dot{x}_{1,i}=-\alpha x_{1,i}-\beta|x_{1,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{1,i}),\ i=1,2,\cdots,6.$$

选取李雅普诺夫函数$V_5=\dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{6}x_{1,i}^2$,对时间求导数,有

$$\begin{aligned}\dot{V}_5=&\sum_{i=1}^{6}x_{1,i}(-\alpha x_{1,i}-\beta|x_{1,i}|^\gamma\text{sgn}(x_{1,i}))=\\&-\alpha\sum_{i=1}^{6}x_{1,i}^2-\beta\sum_{i=1}^{6}|x_{1,i}|^{1+\gamma}\leqslant\\&-2\alpha V_5-2^{\frac{\gamma+1}{2}}\beta V_5^{\frac{\gamma+1}{2}}.\end{aligned}$$

上式符合引理2中给定的有限时间稳定的扩展李雅普诺夫函数描述,因此可得$x_{1,i}$在有限时间内收

敛到 $x_{1,i}=0$, 问题2) 得证. □

3 仿真验证

为了验证所设计控制方法的有效性,本节进行数值仿真研究的方案如下: 采用交会对接模拟系统进行航天器交会对接姿态同步和位置跟踪模拟,目标模拟器是时变的. 追踪模拟器和目标模拟器的模型参数和初始值如下:

$$J_c=\begin{bmatrix}22.7 & 0.3 & -0.2\\ 0.3 & 23.5 & 0.5\\ -0.2 & 0.5 & 24.6\end{bmatrix},$$

$\Delta J_c=\mathrm{diag}[1,1.5,2]$,

$\bar{d}=0.01[\sin(0.5t)\ \ \cos(0.6t)\ \ \sin(0.6t)]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{N\cdot m}$,

$m=200\,\mathrm{kg}$,

$d_f=0.01[\sin(0.1t)\ \ \cos(0.2t)\ \ \sin(0.2t)]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{N}$,

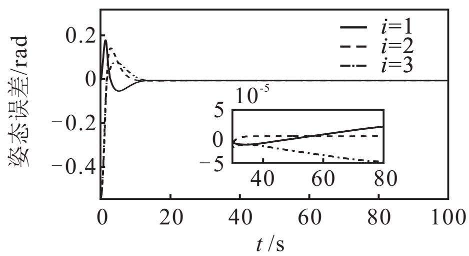
$\theta_c(0)=[0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{rad},\ \omega_c(0)=[0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{rad/s}$,

$r_c(0)=[0.5\ \ 0.4\ \ 0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m},\ v_c(0)=[0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m/s}$,

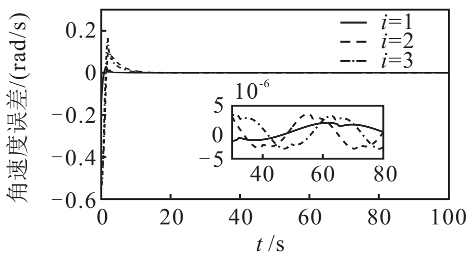
$\theta_t=0.5\Big[\sin\Big(\dfrac{t}{50}\Big)\ \ \cos\Big(\dfrac{t}{50}\Big)\ \ \cos\Big(\dfrac{t}{60}\Big)\Big]^{\mathrm{T}}\mathrm{rad}$,

$r_q=$

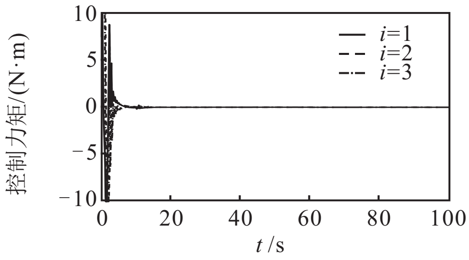
$\Big[2\cos\Big(\dfrac{t}{100}\Big)\ \ 1.5\cos\Big(\dfrac{t}{100}\Big)\ \ 0.3\cos\Big(\dfrac{t}{100}\Big)\Big]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m}.$



(a) 姿态误差



(b) 角速度误差



(c) 控制力矩

图 2 姿态响应曲线

内环控制器(30)的参数选择如下:

$k_1=\mathrm{diag}(2\ \ 2\ \ 2\ \ 5\ \ 5\ \ 5)$,

$k_2=\mathrm{diag}(2\ \ 2\ \ 2\ \ 8\ \ 8\ \ 8)$,

$\eta=0.0001,\ \gamma=0.8,\ \alpha=0.95,\ \beta=0.8$,

$\varepsilon_1=0.35,\ p_1=0.6,\ \chi=0.5,\ \varepsilon=0.05$.

外环控制器(33)的参数选择如下:

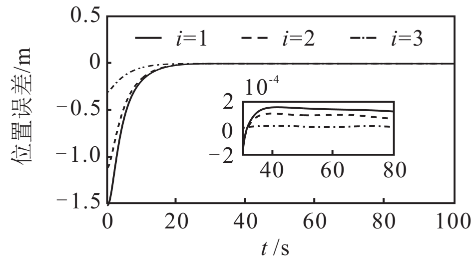
$k_1=\mathrm{diag}(0.1\ \ 0.1\ \ 0.1\ \ 0.2\ \ 0.2\ \ 0.2)$,

$k_2=\mathrm{diag}(0.1\ \ 0.1\ \ 0.1\ \ 0.25\ \ 0.25\ \ 0.25)$,

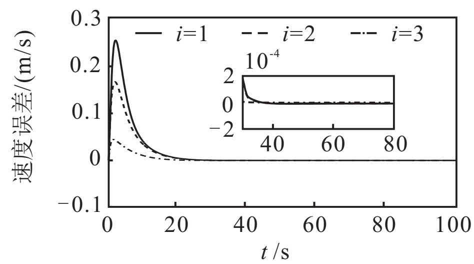
$\eta=0.0001,\ \gamma=0.8,\ \alpha=0.95,\ \beta=0.8$.

图2为内环控制器和外环控制器共同作用下的闭环系统姿态响应曲线. 可见,追踪模拟器可以在15 s内实现与目标模拟器的姿态同步,且由于控制器是连续的,避免了抖振.

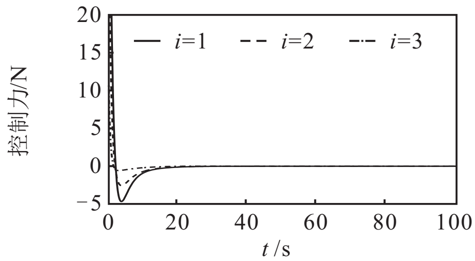
图3为内环控制器和外环控制器共同作用下的闭环系统位置响应曲线. 可见,追踪模拟器可以在25 s内完成对目标模拟器的位置跟踪,且不存在抖振.



(a) 位置误差



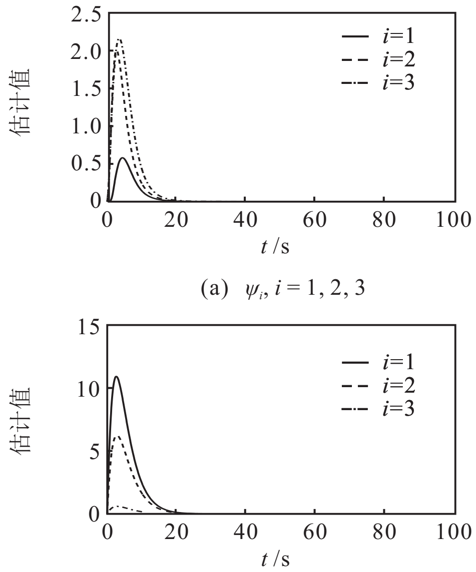
(b) 速度误差



(c) 控制力

图 3 位置响应曲线

图4(a)给出了 $\psi_i(i=1,2,3)$ 的估计值,表明控制器对系统不确定性和外界扰动力矩具有鲁棒性. 图4(b)给出了 $\psi_i(i=4,5,6)$ 的估计值,显示出控制器对外界扰动力的鲁棒性.



(a) ψ_i, $i = 1, 2, 3$

(b) ψ_i, $i = 4, 5, 6$

图 4　ψ_i 的估计值

4 结　论

本文采用改进的快速非奇异终端滑模面和双闭环控制结构研究了交会对接模拟系统姿态位置耦合有限时间控制问题. 所设计的内环和外环姿态位置耦合有限时间连续控制器实现了追踪模拟器在有限时间内对目标模拟器的姿态同步和位置跟踪,通过应用改进的自适应律有效地抑制了外界扰动和系统不确定性,保证了鲁棒性. 数值仿真进一步表明了控制方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Sun L, Huo W. Robust adaptive relative position tracking and attitude synchronization for spacecraft rendezvous[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 41(2): 28-35.

[2] Gao H J, Yang X B, Shi P. Multi-objective robust control of spacecraft rendezvous[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 794-802.

[3] Gennaro S D. Output attitude tracking for flexible spacecraft[J]. Automatica, 2002, 38(10): 1719-1726.

[4] Show L L, Jyh C J, Jan Y W. An LMI-based nonlinear attitude control approach[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2003, 11(1): 73-83.

[5] Yang X, Gao H, Shi P. Robust orbital transfer for low earth orbit spacecraft with small-thrust[J]. Franklin Inst, 2010, 347(10): 1863-1887.

[6] Gao X, Teo K L, Duan G. An optimal control approach to robust control of nonlinear spacecraft rendezvous system with θ-D technique[J]. Int J of Innovative Computing Information and Control Ijicic, 2013, 9(5): 2099-2110.

[7] Singla P, Subbarao K, Junkins J L. Adaptive output feedback control for spacecraft rendezvous and docking under measurement uncertainty[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 29(4): 892-902.

[8] Subbarao K, Welsh S J. Nonlinear control of motion synchronization for satellite proximity operations[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(5): 1284-1294.

[9] 杨一岱, 荆武兴, 张召. 一种挠性航天器的对偶四元数姿轨耦合控制方法[J]. 宇航学报, 2016, 37(8): 946-956.
(Yang Y D, Jing W X, Zhang Z. A new method for orbit and attitude coupling control problem of flexible spacecraft based on dual quaternions[J]. J of Astronautics, 2016, 37(8): 946-956.)

[10] 张爱华, 胡庆雷, 霍星. 飞轮安装偏差的过驱动航天器有限时间姿态控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(1): 27-32.
(Zhang A H, Hu Q L, Huo X. Finite time attitude control for over-activated spacecraft with reaction wheel misalignment[J]. Control and Decision, 2014, 29(1): 27-32.)

[11] Wu S N, Radice G, Gao Y, et al. Quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking[J]. Acta Astronautica, 2011, 69(1): 48-58.

[12] 张永合, 梁旭文, 张健, 等. 无阻力双星串行编队相对位置有限时间控制[J]. 宇航学报, 2015, 36(8): 923-931.
(Zhang Y H, Liang X W, Zhang J, et al. Finite-time relative position control for drag-free dual-satellite serial-formation[J]. J of Astronautics, 2015, 36(8): 923-931.)

[13] Zhang F, Duan G R. Integrated translational and rotational finite-time maneuver of a rigid spacecraft with actuator misalignment[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(9): 1192-1204.

[14] Wang J Y, Liang H Z, Sun Z W, et al. Finite-time control for spacecraft formation with dual-number-based description[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(3): 950-962.

[15] Zhan K S, Li H X, Sun K B. Finite-time control for non-linear spacecraft attitude based on terminal sliding mode technique[J]. ISA Trans, 2013, 53(1): 117-124.

[16] Li S, Wang Z, Fei S. Comments on the paper: Robust controllers design with finite time convergence for rigid spacecraft attitude tracking control[J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(15): 193-195.

[17] Zou A M, Kumar K D, Hou Z G, et al. Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and chebyshev neural network[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 2011, 41(4): 950-963.

[18] Saulnier K, Pérez D, Huang R C, et al. A six-degree-of-freedom hardware-in-the-loop simulator for small spacecraft[J]. Acta Astronautica, 2014, 105(2): 444-462.

[19] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.

[20] Lu K F, Xia Y Q. Adaptive attitude tracking control for rigid spacecraft with finite-time convergence[J]. Automatica, 2013, 49(12): 3591-3599.

(责任编辑：郑晓蕾)