

基于辅助变量的压缩采样匹配追踪闭环系统辨识方法

刘艳君^{1,2†}, 韩 雪², 丁 锋^{1,2}

(1. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122;

2. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对被控对象和反馈通道均具有未知时滞的闭环系统, 提出一种基于辅助变量的压缩采样匹配追踪辨识方法. 该方法利用辅助变量方法对压缩采样匹配追踪算法进行改进, 获得过参数化辨识模型稀疏参数向量的估计, 根据稀疏向量的结构得到前向通道的参数估计和时滞估计, 进而根据模型等价原理获得反馈通道的参数估计. 仿真结果表明, 所提出方法仅需少量的迭代即可获得这类闭环系统参数与时滞的有效估计.

关键词: 闭环辨识; 时滞估计; 辅助变量法; 压缩采样匹配追踪算法; 稀疏向量

中图分类号: TP273

文献标志码: A

An instrumental variable based compressed sampling matching pursuit method for closed-loop identification

LIU Yan-jun^{1,2†}, HAN Xue², DING Feng^{1,2}

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: For the identification of a class of closed-loop systems with unknown time-delays in both the control plant and the feedback controller, an instrumental variable based compressed sampling matching pursuit method is developed. By using the instrumental variable identification idea to modify the compressed sampling matching pursuit algorithm, the sparse parameter vector of the overparameterized identification model is firstly estimated. Then the estimates of the control plant parameters and the time-delays can be extracted from the estimated parameter vector, and the parameters of the feedback controller can be obtained by using the model equivalence principle. Simulation results show that the proposed method can effectively estimate the parameters and time-delays for the class of closed-loop systems with only a few iterations.

Keywords: closed-loop identification; time-delay estimation; instrumental variable method; compressed sampling matching pursuit algorithm; sparse vector

0 引 言

闭环辨识是系统辨识领域一个重要的研究方向, 几十年来受到学者们的广泛关注^[1-4]. 在闭环系统中, 由于反馈的作用, 使得被控对象的输入与噪声相关, 只有当反馈控制器具有足够高的阶次, 闭环系统才具备可辨识性. 若反馈通道控制器已知, 则可用间接辨识方法辨识被控对象的模型的参数^[5], 即首先利用外部激励信号与输出信号获得整个闭环系统的辨识模型, 然后根据已知的反馈控制器模型获得被控对象的模型. 针对不同的模型结构, 间接辨识方法得到了丰富的发展^[2, 6-8]. 然而, 很多情况下反馈通道的模型参数也是未知的. 时滞在实际系统中普遍存在, 是控制

系统中的一个重要变量, 且通常未知. 一般的系统辨识文献假设系统没有时滞或者假设时滞已知^[9]. 本文利用间接辨识方法研究一类反馈通道控制器未知, 且正向通道和反向通道均有未知时滞的闭环系统的参数与时滞辨识问题.

在闭环系统中, 当被控对象和反馈控制器都具有时滞且时滞较大时, 外部输入与输出间的过参数化辨识模型的参数向量维数较大, 且含有大量的零元素, 即参数向量具有稀疏特性. 稀疏向量的估计问题可以借助于压缩感知重构技术解决^[10-14]. 常用的压缩感知重构方法有凸优化方法和贪婪算法等. 贪婪算法由于其性能优越且执行方便近年来获得较大发

收稿日期: 2016-08-12; 修回日期: 2016-11-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61304138, 61473136, 61203111); 江苏省自然科学基金项目(BK20130163).

作者简介: 刘艳君(1983-), 女, 副教授, 博士, 从事系统辨识、自适应控制等研究; 韩雪(1990-), 女, 硕士生, 从事系统辨识理论与方法的研究.

†通讯作者. E-mail: yjl@jiangnan.edu.cn

展^[15-17]. 正交匹配追踪(OMP)算法是典型的贪婪算法^[18-19], 在没有噪声干扰时可以获得信号的精确重构. 为了提高算法抗噪能力, Needell等^[20]在OMP的基础上提出了压缩采样匹配追踪(CoSaMP)算法.

本文将CoSaMP算法用于闭环系统的辨识, 并利用辅助变量方法对CoSaMP算法进行改进, 提出基于辅助变量的CoSaMP辨识算法来辨识稀疏参数向量. 从稀疏向量的结构获得时滞的估计, 并利用模型等价原理^[21-22]获得反馈控制器的参数估计. 仿真结果表明, 所提出方法仅需少量的迭代即可获得这类闭环系统参数与时滞的有效估计.

1 问题描述

考虑一类线性单输入单输出(SISO)闭环系统(如图1所示)

$$y(t) = \frac{z^{-d_1} B(z)}{A(z)} u(t) + v(t), \quad (1)$$

$$u(t) = r(t) - z^{-d_2} Q(z) y(t). \quad (2)$$

其中: t 为离散时间变量; $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别为系统输入和输出信号; $r(t)$ 为具有足够高阶次的持续激励信号; $v(t)$ 为零均值白噪声; d_1 、 d_2 为未知时滞; $A(z)$ 、 $B(z)$ 和 $Q(z)$ 为阶次已知、参数未知的常系数多项式, 且有

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a},$$

$$B(z) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b},$$

$$Q(z) = 1 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{n_q} z^{-n_q}.$$

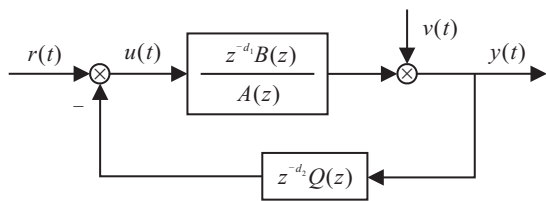


图1 闭环系统结构

本文的主要目的是利用外部可观测数据 $r(t)$ 和 $y(t)$ 获得多项式 $A(z)$ 、 $B(z)$ 和 $Q(z)$ 的参数和时滞 d_1 、 d_2 的有效估计.

研究闭环系统的辨识问题, 通常假设满足以下条件^[24]:

- 1) $r(t)$ 是平稳随机过程;
- 2) 反馈通道的模型结构不会导致闭环传递函数产生零极点对消;
- 3) 噪声 $v(t)$ 与 $r(t)$ 统计不相关.

本文采用间接辨识法, 首先建立输出 $y(t)$ 和外部输入 $r(t)$ 的数学模型, 再根据闭环系统的结构特点获

得前向通道与反馈通道的估计模型. 若 $d_1 + d_2 > n_a$, 则将式(2)中的 $u(t)$ 代入到(1)中, 得到 $y(t)$ 与 $r(t)$ 之间的关系

$$\alpha(z)y(t) = z^{-d_1} B(z)r(t) + w(t). \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha(z) &:= \\ &A(z) + z^{-(d_1+d_2)} B(z)Q(z) = \\ &1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} + z^{-(d_1+d_2)} \times \\ &(\gamma_1 z^{-1} + \dots + \gamma_{n_\gamma} z^{-n_\gamma}), \\ \gamma(z) &:= B(z)Q(z) = \gamma_1 z^{-1} + \dots + \gamma_{n_\gamma} z^{-n_\gamma}, \\ n_\gamma &:= n_b + n_q, \\ w(t) &:= A(z)v(t). \end{aligned}$$

定义信息向量 $\varphi(t)$, 参数向量 θ_1 、 θ_2 和 θ 如下:

$$\varphi(t) := [-y(t-1), \dots, -y(t-l_1),$$

$$r(t-1), \dots, r(t-l_2)]^T \in \mathbf{R}^n,$$

$$\theta_1 := [a_1, \dots, a_{n_a}, \underbrace{0, \dots, 0}_{d_1+d_2-n_a}, \gamma_1, \dots, \gamma_{n_\gamma},$$

$$\underbrace{0, \dots, 0}_{l_1-d_1-d_2-n_\gamma}]^T \in \mathbf{R}^{l_1},$$

$$\theta_2 := [\underbrace{0, \dots, 0}_{d_1}, b_1, \dots, b_{n_b}, \underbrace{0, \dots, 0}_{l_2-n_b-d_1}]^T \in \mathbf{R}^{l_2},$$

$$\theta := [\theta_1^T, \theta_2^T]^T =$$

$$[\theta_a^T, \mathbf{0}_{d_1+d_2-n_a}, \theta_\gamma^T,$$

$$\mathbf{0}_{l_1-d_2-n_\gamma}, \theta_b^T, \mathbf{0}_{l_2-n_b-d_1}]^T \in \mathbf{R}^n. \quad (4)$$

其中: $n = l_1 + l_2$, l_1 和 l_2 分别为信息向量中的输出数据回归长度与输入数据回归长度; $\mathbf{0}_j$ 为有 j 个零元素的零块. 由于时滞未知, 将 l_1 和 l_2 取足够大, 即 $l_1 > n_\gamma + d_1 + d_2$, $l_2 > n_b + d_1$, 则式(3)可以表示为

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + w(t). \quad (5)$$

若有 m 组测量数据, 则定义

$$\mathbf{y}_m := [y(1), y(2), \dots, y(m)]^T \in \mathbf{R}^m,$$

$$\Phi_m := [\varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(m)]^T \in \mathbf{R}^{m \times n},$$

$$\mathbf{w}_m := [w(1), w(2), \dots, w(m)]^T \in \mathbf{R}^m.$$

由模型(5)可得

$$\mathbf{y}_m = \Phi_m \theta + \mathbf{w}_m. \quad (6)$$

闭环系统间接辨识的第1步是由观测数据 \mathbf{y}_m 和 Φ_m 估计参数向量 θ . 这里 \mathbf{w}_m 为有色噪声向量, 当采样数据足够多时, 可以利用辅助变量方法获得有效的参数估计, 即构造一个辅助矩阵 \mathbf{F}_m , 满足

$$\begin{cases} (A_1): \mathbb{E}\left[\frac{1}{m}\mathbf{F}_m^T\boldsymbol{\Phi}_m\right] = \mathbf{Q}, |\mathbf{Q}| \neq 0; \\ (A_2): \mathbb{E}\left[\frac{1}{m}\mathbf{F}_m^T\mathbf{w}_m\right] = \mathbf{0}. \end{cases}$$

参数向量的估计值可由下式获得:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{IV}} = (\mathbf{F}_m^T\boldsymbol{\Phi}_m)^{-1}(\mathbf{F}_m^T\mathbf{y}_m). \quad (7)$$

由于 $\boldsymbol{\theta}$ 的维数较大,要获得足够多的采样数据将耗费大量的实验时间,从而增加辨识成本.因此期望找到一个能够利用少量采样数据实现有效估计的辨识方法.在式(4)中,注意到 $\boldsymbol{\theta}$ 包含大量零元素,且最多含有 $K = n_a + n_\gamma + n_b$ 个非零元素,因此参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 为稀疏向量,稀疏度为 K .辨识问题(6)即为稀疏向量估计的问题,可以借助于压缩感知逼近技术解决.

2 压缩感知重构

压缩感知重构问题可以描述为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ 为观测值; $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ($m \leq n$)为测量矩阵; $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^n$ 为稀疏信号; $K := \|\boldsymbol{\theta}\|_0$ 为向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的稀疏度,即向量 $\boldsymbol{\theta}$ 中非零元素的个数^[23].稀疏信号的重构即通过低维的观测向量 \mathbf{y} 和测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 求解稀疏向量 $\boldsymbol{\theta}$.当 $m < n$ 时,方程(6)有无穷多解.然而,压缩感知理论表明,当测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 满足一定的条件,如等距约束性条件^[24],稀疏向量 $\boldsymbol{\theta}$ 可以得到精确重构.

压缩感知重构方法有很多,主要包括凸优化算法、贪婪算法等,其中贪婪算法以其效率高、结构简单得到了广泛的应用.OMP算法是一种典型的贪婪算法^[17-19],在每次迭代中选择一个局部最优解对信号进行逼近,当系统不受噪声干扰时,只需 $m = O(K \ln n)$ 即可实现稀疏信号的准确重构^[20].然而,OMP算法抗噪能力比较弱,为了提高重构算法的鲁棒性,Tropp等^[23,25]对OMP算法进行改进,提出了CoSaMP算法,该算法具有较快的计算速度,较低的运算复杂度,且在低噪声的情况下能保证较高的重构精度.

与式(8)相比,式(7)即为具有噪声干扰的稀疏向量的逼近问题,采用CoSaMP算法进行多次迭代可以获得较高精度的稀疏向量估计值.在系统辨识领域有色噪声的辨识已经相当成熟,如式(7)所示的辅助变量方法.为了获得更高的参数估计精度和更快的计算效率,本文将利用辅助变量方法对CoSaMP算法进行改进,提出基于辅助变量的CoSaMP(IV-CoSaMP)算法.

3 基于辅助变量的压缩采样匹配追踪辨识方法

本文针对受噪声干扰且含有未知时滞的闭环系统,将CoSaMP与辅助变量法(IV)结合,研究闭环系统参数和时滞的联合估计.具体方法如下.

式(6)所示的稀疏向量估计问题可以描述为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}} &= \arg \min \|\boldsymbol{\theta}\|_0, \\ \text{s.t. } &\|\mathbf{y}_m - \boldsymbol{\Phi}_m\hat{\boldsymbol{\theta}}\| < \varepsilon. \end{aligned}$$

其中 $\varepsilon > 0$ 为设定的允许误差.

令 θ_j 为 $\boldsymbol{\theta}$ 的第 j 个元素, $\boldsymbol{\phi}_j$ 为 $\boldsymbol{\Phi}_m$ 的第 j 列,则系统(6)可改写为

$$\mathbf{y}_m = \boldsymbol{\phi}_1\theta_1 + \boldsymbol{\phi}_2\theta_2 + \cdots + \boldsymbol{\phi}_n\theta_n + \mathbf{w}_m. \quad (9)$$

由于式(9)右边仅有 K 个非零项,需要将这些非零项挑选出来,并对非零项参数进行估计.

本文提出的IV-CoSaMP算法是一个迭代算法,在每次迭代中,从 $\boldsymbol{\Phi}_m$ 中选出 p ($p > K$)列,一般情况下选择 $2K$ 列^[20],将每次迭代选取的列的索引用集合 J 表示.令迭代次数为 k ($k = 1, 2, \dots$), Λ_k 表示前 k 次迭代集合 J 的合并集,即 $\Lambda_k = \Lambda_{k-1} \cup J$; $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\Lambda_k}$ 表示根据索引集 Λ_k 从 $\boldsymbol{\Phi}_m$ 中选出的相应列构成的子信息矩阵; \mathbf{r}_k 为第 k 次迭代的残差.

首先进行初始化, $\Lambda_0 = \emptyset$, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}_m$,第 k 次迭代时,定义如下准则函数^[26]:

$$J(\theta_j) = \|\boldsymbol{\phi}_j\theta_j - \mathbf{r}_{k-1}\|^2, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

令其对 θ_j 求导并令导数为零,得到

$$\theta_j = \frac{\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{r}_{k-1}}{\|\boldsymbol{\phi}_j\|^2}. \quad (11)$$

将 θ_j 代入式(10)中,可得

$$\begin{aligned} J(\theta_j) &= \left\| \frac{\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{r}_{k-1}}{\|\boldsymbol{\phi}_j\|^2} \boldsymbol{\phi}_j - \mathbf{r}_{k-1} \right\|^2 = \\ &\|\mathbf{r}_{k-1}\|^2 - \frac{\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{r}_{k-1}}{\|\boldsymbol{\phi}_j\|^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

在进行第 k 次迭代时,由式(12)可知,若要 $J(\theta_j)$ 最小,则需要残差 \mathbf{r}_{k-1} 与 $\frac{\boldsymbol{\phi}_j}{\|\boldsymbol{\phi}_j\|^2}$ 的内积最大.令

$$x_j = \left\langle \mathbf{r}_{k-1}, \frac{\boldsymbol{\phi}_j^T}{\|\boldsymbol{\phi}_j\|^2} \right\rangle, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

将 x_j 从大到小排列,前 n 个值所对应的 $\boldsymbol{\phi}_j$ 的索引构成集合 J .根据 J 更新索引集 Λ_k ,并由 Λ_k 更新子信息矩阵 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\Lambda_k}$,有

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \Lambda_{k-1} \cup J, \\ \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\Lambda_k} &= \hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\Lambda_{k-1}} \cup \boldsymbol{\Phi}_J. \end{aligned} \quad (14)$$

在第 k 次迭代时,从 Φ_m 中选出 Φ_{Λ_k} ,式(5)可表示为

$$\mathbf{y}_m = \Phi_{\Lambda_k} \boldsymbol{\theta}_{\Lambda_k} + \mathbf{w}_{\Lambda_k}. \quad (15)$$

此时对应的干扰项 \mathbf{w}_{Λ_k} 为

$$\mathbf{w}_{\Lambda_k} = \mathbf{w}_m + \Phi_{m \setminus \Lambda_k} \boldsymbol{\theta}_{m \setminus \Lambda_k}.$$

其中: $\boldsymbol{\theta}_{\Lambda_k}$ 为待估计的子参数向量, $\Phi_{m \setminus \Lambda_k}$ 为测量矩阵 Φ_m 除去子信息矩阵 Φ_{Λ_k} 包含的列后剩下的列组成的矩阵. 这时 \mathbf{w}_{Λ_k} 仍可视作有色噪声,直接采用由最小二乘法获得的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS} = [\Phi_{\Lambda_k}^T \Phi_{\Lambda_k}]^{-1} \Phi_{\Lambda_k}^T \mathbf{y}_m$ 存在较大的估计误差. 为了提高参数估计精度,借助辅助变量法解决上述问题. 由外部激励回归项构造辅助向量

$$\mathbf{f}(t) := [r(t-1), r(t-2), \dots, r(t-n)]^T \in \mathbf{R}^n. \quad (16)$$

令

$$\mathbf{F}_m = [\mathbf{f}(1), \mathbf{f}(2), \dots, \mathbf{f}(m)]^T. \quad (17)$$

根据索引集 Λ_k 在 \mathbf{F}_m 中选择相应的列构造与 Φ_{Λ_k} 同维数的子辅助矩阵,用 \mathbf{F}_{Λ_k} 表示,显然 \mathbf{F}_m 满足条件 (A_1) 与 (A_2) ,即

$$\begin{cases} (A_1): \mathbb{E} \left[\frac{1}{2K} \mathbf{F}_{\Lambda_k}^T \Phi_{\Lambda_k} \right] = \mathbf{Q}, |\mathbf{Q}| \neq 0; \\ (A_2): \mathbb{E} \left[\frac{1}{2K} \mathbf{F}_{\Lambda_k}^T \mathbf{w}_{\Lambda_k} \right] = 0. \end{cases}$$

$\boldsymbol{\theta}_{\Lambda_k}$ 基于辅助变量算法的估计值

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\Lambda_k} = (\mathbf{F}_{\Lambda_k}^T \Phi_{\Lambda_k})^{-1} \mathbf{F}_{\Lambda_k}^T \mathbf{y}_m \in \mathbf{R}^{2K}. \quad (18)$$

由于 $\boldsymbol{\theta}$ 中仅有 K 个非零值,从 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\Lambda_k}$ 中选出绝对值最大的 K 项组成新的参数向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\lambda_k} \in \mathbf{R}^K$,其中 λ_k 为选出的 K 项的索引组成的集合. 根据 λ_k 将 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\lambda_k} \in \mathbf{R}^K$ 恢复为 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k \in \mathbf{R}^n$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k \in \mathbf{R}^n$ 即为第 k 次迭代的参数估计.

第 k 次迭代的残差可由下式获得:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{y}_m - \Phi_{\lambda_k} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\lambda_k} = \mathbf{y}_m - \Phi_m \hat{\boldsymbol{\theta}}_k. \quad (19)$$

当残差满足 $\|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_{k-1}\| > \varepsilon$ 时,令 $k = k + 1$,进行下一次迭代,否则停止.

由式(4)可以看出, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 有 3 个零块,每个零块中零元素的个数分别为 z_1, z_2, z_3 . 根据 $A(z), \gamma(z), B(z)$ 的阶次 n_a, n_γ, n_b 以及输入输出数据回归长度 l_1, l_2 可得到时滞 d_1, d_2 的估计为

$$\hat{d}_1 = l_2 - z_3 - n_b, \text{ 或 } \hat{d}_1 = z_1 + n_a - \hat{d}_2, \quad (20)$$

$$\hat{d}_2 = l_1 - n_\gamma - z_2. \quad (21)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 中的 3 个非零块分别对应参数估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_a, \hat{\boldsymbol{\theta}}_\gamma, \hat{\boldsymbol{\theta}}_b$,则多项式 $A(z), \gamma(z), B(z)$ 的估计为

$$\hat{A}(z) = 1 + \hat{a}_1 z^{-1} + \dots + \hat{a}_{n_a} z^{-n_a},$$

$$\hat{B}(z) = \hat{b}_1 z^{-1} + \dots + \hat{b}_{n_b} z^{-n_b},$$

$$\hat{\gamma}(z) = \hat{\gamma}_1 z^{-1} + \dots + \hat{\gamma}_{n_\gamma} z^{-n_\gamma}.$$

根据式(3),令

$$\hat{\gamma}(z) = \hat{B}(z) \hat{Q}(z). \quad (22)$$

假设 $n_b > n_q$,令

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_q := [\hat{q}_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_{n_q}]^T,$$

$$\hat{\Gamma} := [\hat{\gamma}_2 - \hat{b}_2, \hat{\gamma}_3 - \hat{b}_3, \dots, \hat{\gamma}_{n_q+1} - \hat{b}_{n_q+1},$$

$$\hat{\gamma}_{n_q+2} - \hat{b}_{n_q+2}, \dots, \hat{\gamma}_{n_b} - \hat{b}_{n_b},$$

$$\hat{\gamma}_{n_b+1}, \hat{\gamma}_{n_b+2}, \dots, \hat{\gamma}_{n_\gamma}]^T,$$

$$\hat{\psi} := \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & 0 & \dots & 0 \\ \hat{b}_2 & \hat{b}_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{b}_{n_q} & \hat{b}_{n_q-1} & \dots & \hat{b}_1 \\ \hat{b}_{n_q+1} & \hat{b}_{n_q} & \dots & \hat{b}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{b}_{n_b-1} & \hat{b}_{n_b-2} & \dots & \hat{b}_{n_b-n_q} \\ \hat{b}_{n_b} & \hat{b}_{n_b-1} & \dots & \hat{b}_{n_b-n_q} \\ \hat{b}_{n_b} & \hat{b}_{n_b-1} & \dots & \hat{b}_{n_b+1-n_q} \\ 0 & \hat{b}_{n_b} & \dots & \hat{b}_{n_b+2-n_q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{b}_{n_b-n_q} \end{bmatrix}.$$

通过比较等式(22)两边的 z 的同次幂系数,可得

$$\hat{\Gamma} = \hat{\psi} \hat{\boldsymbol{\theta}}_q. \quad (23)$$

利用最小二乘法估计 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_q$,得

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_q = (\hat{\psi}^T \hat{\psi})^{-1} \hat{\psi}^T \hat{\Gamma}. \quad (24)$$

为了更加简明地阐述参数和时滞的联合估计算法,给出具体流程如图2所示.

4 仿真算例

例1 考虑具有时滞的SISO闭环系统

$$y(t) = \frac{z^{-64}(0.82z^{-1} - 1.11z^{-2})}{1 - 0.62z^{-1} + 0.62z^{-2}} u(t) + v(t), \quad (25)$$

$$u(t) = r(t) - z^{-44}(1 - 1.23z^{-1})y(t). \quad (26)$$

取 $l_1 = 120$ 和 $l_2 = 80$,参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 为

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, \mathbf{0}_{106}, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \mathbf{0}_{72}, b_1, b_2, \mathbf{0}_{14}]^T = [-0.6200, 0.6200, \mathbf{0}_{107}, 0.8200, -2.1186, 1.3653, \mathbf{0}_{72}, 0.8200, -1.1100, \mathbf{0}_{14}]^T \in \mathbf{R}^{l_1+l_2}. \quad (27)$$

这里参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的维数是 200,有 7 个非零参数,即稀

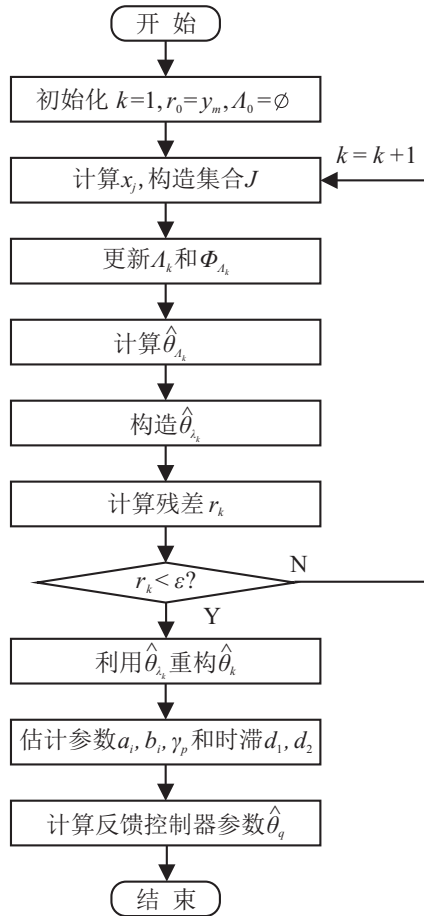


图2 估计参数和时滞的算法流程

疏度 $K = 7$. 不考虑 θ 中的零元素, 定义新的参数向量

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\vartheta}_1 &:= [a_1, a_2, b_1, b_2, q_1]^T, \\ \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_1 &:= [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{q}_1]^T. \end{aligned}$$

参数估计相对误差

$$\delta_1 := (\|\boldsymbol{\vartheta}_1 - \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_1\|^2 / \|\boldsymbol{\vartheta}_1\|^2).$$

仿真时, 外部激励信号 $r(t)$ 采取不相关的零均值单位方差随机信号, 噪声 $v(t)$ 采取均值为零、方差为 $\sigma^2 = 0.10^2$ 的白噪声序列, 分别考虑在采样数据长度 $m = 80, m = 120, m = 150, m = 160$ 的情况下, 利用 IV-CoSaMP 算法得到的估计相对误差 δ_1 随迭代次数 k 的变化, 如图3所示. 由图3可见, 随着采样数据长度 m 的增加, IV-CoSaMP 算法在噪声环境下的辨识精度不断提高, 表明数据信息越充足越有利于上述系统的辨识. 当 $m = 150$ 和 $m = 160$ 时, 参数估计精度几乎相同, 由此看出当采样次数 $m = 150$ 时, IV-CoSaMP 算法可实现闭环参数的有效估计. 当采样次数为 $m = 150$ 时, 分别采用 IV-CoSaMP 算法和 CoSaMP 算法对系统进行参数估计, 估计结果如图4所示. 由图4可以看出, 辅助变量方法的引入提高了参数的辨识精度.

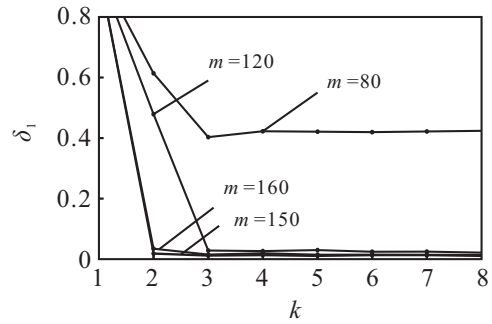


图3 不同数据长度下 δ_1 随迭代次数 k 的变化曲线

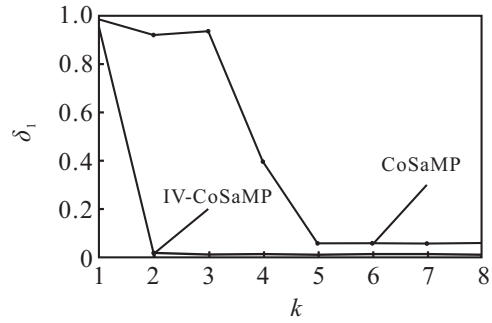


图4 参数估计误差 δ_1 随 k 的变化曲线

当迭代次数 $k = 3$, 噪声方差 $\sigma^2 = 0.10^2$, 采样数据长度 $m = 150$ 时, 利用 IV-CoSaMP 算法得到 θ 的参数估计为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}} &= \\ &[-0.61042, 0.62044, \mathbf{0}_{106}, 0.79703, -2.10712, \\ &1.32120, \mathbf{0}_{73}, 0.81538, -1.10157, \mathbf{0}_{14}]^T \in \mathbf{R}^n. \end{aligned}$$

从 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 中可以得到各个参数的估计值为

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= -0.61042, \hat{a}_2 = 0.62044, \\ \hat{b}_1 &= 0.81538, \hat{b}_2 = -1.10157, \\ \hat{\gamma}_1 &= 0.79703, \hat{\gamma}_2 = -2.10712, \\ \hat{\gamma}_3 &= 1.31942. \end{aligned}$$

3个零块的零元素个数分别为

$$z_1 = 106, z_2 = 73, z_3 = 14.$$

结合式(20)、(21)和(24)可得时滞 d_1 、 d_2 和反馈控制器参数 q_1 的估计值为

$$\begin{aligned} \hat{d}_1 &= l_2 - z_3 - n_b = 64, \\ \hat{d}_2 &= z_1 + n_a - \hat{d}_1 = 44, \\ \hat{q}_1 &= -1.21032. \end{aligned}$$

当采样数据长度 $m = 150$ 时, 分别考虑噪声方差为 $\sigma^2 = 0.10^2$ 和 $\sigma^2 = 0.20^2$, 用 IV-CoSaMP 算法得到的参数估计相对误差 δ_1 随迭代次数 k 的变化如图5所示. 由图5可见, 噪声方差越小, IV-CoSaMP 算法参数估计的精度越高, 所需要的迭代次数也越少.

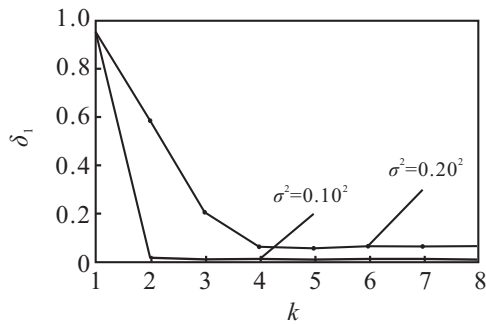


图5 不同噪声方差下 δ_1 随迭代次数 k 的变化曲线

例2 考虑被控对象具有非线性的闭环系统

$$y(t) + a_1 y(t-1)y(t-2) + a_2 y(t-2) = z^{-d_1} B(z)u(t) + w(t),$$

$$u(t) = r(t) - z^{-d_2} Q(z)y(t). \quad (28)$$

其中

$$a_1 = -0.38, a_2 = 0.82,$$

$$B(z) = b_1 z^{-1} = -0.29 z^{-1},$$

$$Q(z) = 1 + q_1 z^{-1} = 1 + 0.86 z^{-1},$$

$$d_1 = 35, d_2 = 66.$$

若取 $l_1 = 100, l_2 = 200$, 并定义如下向量:

$$\theta := [a_1, a_2, \underbrace{0, \dots, 0}_{d_1+d_2-2}, b_1, b_1 * q_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{l_1-d_1-d_2-2}, \underbrace{0, \dots, 0}_{d_1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{l_2-d_1-1}]^T \in \mathbf{R}^{l_1+l_2},$$

$$\varphi(t) := [-y(t-1)y(t-2), -y(t-2), -y(t-3), \dots, -y(t-d_1-d_2), -y(t-d_1-d_2-1), -y(t-d_1-d_2-2), \dots, -y(t-l_1), r(t-1), \dots, r(t-l_2)]^T,$$

则尽管系统模型具有非线性,但仍可以表示为参数线性的辨识模型

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + w(t). \quad (29)$$

定义新的参数向量

$$\vartheta_2 := [a_1, a_2, b_1, q_1]^T,$$

$$\hat{\vartheta}_2 := [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{q}_1]^T.$$

仿真时,外部激励信号 $r(t)$ 采取不相关的零均值单位方差随机信号, $w(t)$ 为有色噪声,采样次数为 $m = 210$, 分别采用 IV-CoSaMP 算法和 CoSaMP 算法对系统进行参数估计,参数估计相对误差 $\delta_2 := (\|\vartheta_2 - \hat{\vartheta}_2\|^2 / \|\vartheta_2\|^2)$ 随迭代次数变化的曲线如图6所示.由图6可见,IV-CoSaMP的辨识精度要优于 CoSaMP.

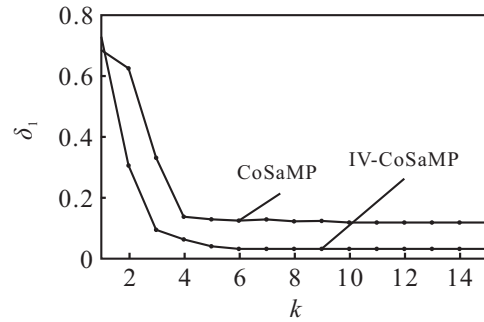


图6 参数估计误差 δ_2 随迭代次数 k 的变化曲线

5 结论

本文针对前向通道和反馈通道均具有未知时滞,且反馈控制器未知的闭环系统,提出一种基于 IV-CoSaMP 的间接辨识算法.该算法不仅可以估计出被控对象和反馈控制器的参数,而且可以估计出系统的未知时滞.与辅助变量方法相比,所提出算法仅需少量的测量数据,因此可以降低辨识成本.与 CoSaMP 算法相比,所提出算法具有更高的参数估计精度,且所需的迭代次数更少,进而提高辨识速度.

参考文献(References)

- [1] Codrons B T, Anderson B D O, Gevers M. Closed-loop identification with an unstable or nonminimum phase controller[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2127-2137.
- [2] Zhang Y, Wen C, Soh Y C. Indirect closed-loop identification by optimal instrumental variable method[J]. Automatica, 1997, 33(12): 2269-2271.
- [3] Van der V G, Van Wingerden J W, Bergamasco M. Closed-loop subspace identification methods: An overview[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(10): 1339-1358.
- [4] Jin Q B, Cheng Z J, Dou J. A novel closed loop identification method and its application of multivariable system[J]. J of Process Control, 2012, 22(1): 132-144.
- [5] Söderström T D, Stoica P G. System identification[M]. Hemel Hempstead: Prentice-Hall, 1989.
- [6] 张颖, 冯纯伯. 闭环系统辨识的偏差最小二乘法[J]. 自动化学报, 1997, 23(3): 308-313. (Zhang Y, Feng C B. Bias-compensated least-squares method for identification of closed-loop system[J]. Acta Automatica Sinica, 1997, 23(3): 308-313.)
- [7] Zheng W X, Feng C B. A bias-correction method for indirect identification of closed-loop systems[J]. Automatica, 1995, 31(7): 1019-1024.
- [8] Zheng W X. Identification of closed-loop systems with low-order controllers[J]. Automatica, 1996, 32(12): 1753-1757.
- [9] Chen L, Han L L, Huang B, et al. Parameter estimation for a dual-rate system with time delay[J]. ISA Trans, 2014,

53(5): 1368-1376.

[10] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.

[11] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.

[12] 李树涛, 魏丹. 压缩传感综述[J]. 自动化学报, 2009, 35(11): 1369-1377.
(Li S T, Wei D. A survey on compressive sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(11): 1369-1377.)

[13] 刘艳君, 陶太洋, 丁锋. MISO 系统基于正交匹配追踪算法的参数与时滞估计[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 2103-2107.
(Liu Y J, Tao T Y, Ding F. Parameter and time-delay identification for MISO systems based on orthogonal matching pursuit algorithm[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 2103-2107.)

[14] Baraniuk R. A lecture on compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118-121.

[15] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2012, 58(2): 1094-1121.

[16] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for ompressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.

[17] Tropp J A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2004, 50(10): 2231-2242.

[18] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.

[19] Zhang T. Sparse recovery with orthogonal matching pursuit under RIP[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2010, 57(9): 6215-6221.

[20] Needell D, Tropp J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied & Computational Harmonic Analysis, 2008, 26(12): 93-100.

[21] Ding F, Meng D, Wang Q. The model equivalence based parameter estimation methods for Box-Jenkins systems[J]. J of the Franklin Institute, 2015, 352(12): 5473-5485.

[22] Meng D, Ding F. Model equivalence-based identification algorithm for equation-error systems with colored noise[J]. Algorithms, 2015, 8(2): 280-291.

[23] Tropp J A. Just relax: Convex programming methods for identifying sparse signals in noise[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(3): 1030-1051.

[24] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. Comptes Rendus Mathematique, 2008, 346(9): 589-592.

[25] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.

[26] Elad M. Sparse and redundant representations: From theory to applications in signal and image processing[M]. New York: Springer-Verlag, 2010: 41-42.

(责任编辑: 郑晓蕾)

下 期 要 目

基于剪枝分层的柔性加工车间调度算法 桂忠艳, 等

变体飞行器的非脆弱有限时间鲁棒控制器设计 程昊宇, 等

基于相似度学习的多源迁移算法 卞则康, 等

基于边界区域局部模糊增强的 π RKM 聚类算法 马福民, 等

基于累积前景理论的大群体风险型动态应急决策方法 徐选华, 等

考虑终端角度约束的自适应积分滑模制导律 赵 斌, 等

基于 H_2/H_∞ 未知输入观测器的线性切换系统故障检测 王佳伟, 等

网络化多机电力系统的分布协调控制和暂态联结稳定性分析 马连增, 等

基于参数动态调整的多目标差分进化算法 侯 莹, 等

基于高斯粒子 CPHD 滤波的多目标检测前跟踪算法 冯新喜, 等