第 32 卷 第 10 期
2017 年 10 月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol.32 No.10
Oct. 2017

文章编号: 1001-0920(2017)10-1849-06

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2016.1039

基于二元联系数的区间直觉模糊数多准则决策方法

江文奇, 王晨晨†, 尚 优, 钟晓芳

(南京理工大学 经济管理学院，南京 210094)

摘 要: 针对准则值为区间直觉模糊数且准则权重为区间数的多准则决策问题,提出一种基于二元联系数的区间直觉模糊型多准则决策方法. 首先,介绍区间直觉模糊数和二元联系数;其次,研究区间数转化为联系数、二元联系数转化为实数的3种转化方法,对传统区间数和二元联系数的运算结果进行比较;再次,将区间型贴近度转化为基于二元联系数的实数进行方案优选;最后,运用算例表明所提出方法的优越性和可行性.

关键词: 多准则决策；区间直觉模糊数；二元联系数；理想点法

中图分类号: C934　　　**文献标志码:** A

Method of interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making based on binary connection number

JIANG Wen-qi, WANG Chen-chen†, SHANG You, ZHONG Xiao-fang

(School of Economics and Management，Nanjing University of Science and Technology，Nanjing 210094，China)

Abstract: According to the multiple criteria decision problems in which criteria values are interval valued intuitionistic fuzzy number and criteria weights are interval numbers, a method with interval valued intuitionistic fuzzy number based on binary connection number is proposed. Firstly, the interval valued intuitionistic fuzzy number and the binary connection number are depicted. Secondly, the transformation methods of connection number into binary connection number and binary connection number into real number are studied, and the differences between traditional interval number and binary connection number are compared. Thirdly, decision alternatives are selected by transforming the interval close degree of conversion into the binary connection number are compaved. Finally, a numerical example is given to illustrate the superiority and feasibility of the proposed method.

Keywords: multiple attribute decision making；interval-valued intuitionistic fuzzy number；binary connection number；ideal point method

0 引 言

1986年, Atanassov等[1]提出了直觉模糊集概念,采用隶属度、非隶属度和犹豫度来刻画评价对象的模糊性,已广泛应用于信息融合等领域. 区间直觉模糊集采用区间数来刻画隶属度等指标,是直觉模糊集的拓展形式[1]. 现有研究重点主要集中在运算法则[2]、集结算子[3]、距离测度[4]、相似度[5]、记分函数[6]等方面.

针对含有区间直觉模糊数(IVIFN)的多准则决策问题,文献[7-8]提出了区间直觉模糊的熵权模型;文献[9]以方案投影偏差最小为目标构建决策模型;文献[10]提出了基于Choquet算子和拓展VIKOR的决策方法;文献[11]运用模糊AHP法确定权重并设计决策方法;文献[12]基于离差最大化思想构建了方案间平均差异最大化规划模型;文献[13]定义了区间直觉模糊不确定语言变量,以各方案与理想方案间最小偏差为目标设计模型;文献[14]给出了一种基于前景理论的双向投影多准则决策方法;文献[15]定义了区间直觉模糊交叉熵以求解准则权重;文献[16]提出了一种基于前景理论的区间直觉模糊多准则决策方法.

上述研究主要集中于依据区间直觉模糊数求解准则权重,而针对含有区间直觉模糊数的决策方法设计仍然需要进一步研究. 本文基于集对理论,深入剖

收稿日期: 2016-08-15；**修回日期:** 2017-01-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271116)；国家社科基金重大项目(15ZDA053)；南京理工大学自主科研项目(30916011331)；南京理工大学经济管理学院预研基金项目(JGQN1602).

作者简介: 江文奇(1976−), 男, 副教授, 博士, 从事决策分析等研究；王晨晨(1992−), 男, 硕士生, 从事决策分析的研究.

†通讯作者. E-mail: 18251956332@163.com

析区间数与联系数之间的关联性,设计一种基于联系数的决策方法,对决策方案进行比较和排序.

1 预备知识

1.1 区间直觉模糊数

采用区间数表示隶属度、非隶属度和犹豫度,体现了其在刻画不确定信息方面的灵活性,比直觉模糊数进一步增强了对模糊现象的表达能力.

定义1 设非空论域X上, $A=\{\langle x,[\underline{u}_A(x),\overline{u}_A(x)],[\underline{v}_A(x),\overline{v}_A(x)]\rangle|x\in X\}$为一区间直觉模糊数. 其中: $[\underline{u}_A(x),\overline{u}_A(x)]\subseteq[0,1]$, $[\underline{v}_A(x),\overline{v}_A(x)]\subseteq[0,1]$分别为论域$X$中元素$x$对集合$A$的隶属度区间与非隶属度区间,且$\forall x\in X$,$\overline{u}_A(x)+\overline{v}_A(x)\leqslant 1$.

犹豫度区间为$[\underline{\pi}_A(x),\overline{\pi}_A(x)]$,$\underline{\pi}_A(x)=1-\overline{u}_A(x)-\overline{v}_A(x)$,$\overline{\pi}_A(x)=1-\underline{u}_A(x)-\underline{v}_A(x)$.

当$\underline{u}_A(x)=\overline{u}_A(x)$,$\underline{v}_A(x)=\overline{v}_A(x)$时,区间直觉模糊数退化为直觉模糊数.

定义2 设两个区间型直觉模糊数 $A=\{\langle x,[\underline{u}_A(x),\overline{u}_A(x)],[\underline{v}_A(x),\overline{v}_A(x)]\rangle|x\in X\}$, $B=\{\langle x,[\underline{u}_B(x),\overline{u}_B(x)],[\underline{v}_B(x),\overline{v}_B(x)]\rangle|x\in X\}$. 隶属度、非隶属度和犹豫度的下限距离的平方和为

$$\underline{D}^2=[(\underline{u}_A(x)-\underline{u}_B(x))^2+(\underline{v}_A(x)-\underline{v}_B(x))^2+(\underline{\pi}_A(x)-\underline{\pi}_B(x))^2],$$

上限距离的平方和为

$$\overline{D}^2=[(\overline{u}_A(x)-\overline{u}_B(x))^2+(\overline{v}_A(x)-\overline{v}_B(x))^2+(\overline{\pi}_A(x)-\overline{\pi}_B(x))^2],$$

则A,B之间的欧氏距离为

$$d(A,B)=\sqrt{\frac{1}{6}(\underline{D}^2+\overline{D}^2)}.$$

1.2 联系数和区间数

区间数是一个在封闭区间上所有实数的集合,刻画事物的不确定性. 区间数通常可以表示为 $a=[\underline{a},\overline{a}]=\{x|\underline{a}\leqslant x\leqslant\overline{a};\ \underline{a},\overline{a}\in R\}$,$\underline{a},\overline{a}$分别为区间数的上下限.

联系数用来描述事物确定性与不确定性及其相互关系,主要用同一度a、差异度b和对立度c进行描述[17]. 于是有$U=a+bi+cj$. 由于$a+b+c=1$,可以采用任何两个元素来描述联系数,如$U=a+bi,i\in[-1,1]$.

定义3 设有两个区间数$a_1=[\underline{a}_1,\overline{a}_1]$,$a_2=[\underline{a}_2,\overline{a}_2]$,满足以下运算法则:

$$a_1+a_2=[\underline{a}_1+\underline{a}_2,\overline{a}_1+\overline{a}_2],$$
$$a_1-a_2=[\underline{a}_1-\underline{a}_2,\overline{a}_1-\overline{a}_2],$$
$$a_1\cdot a_2=[\underline{a}_1\cdot\overline{a}_1,\underline{a}_2\cdot\overline{a}_2],$$
$$\lambda a_1=[\lambda\underline{a}_1,\lambda\overline{a}_1].$$

2 区间数与联系数关系分析

1) 针对现有文献的研究成果,区间数$A=[a,b]$转化为联系数有以下3种方法:

i) 区间数的中点和半径分别表示为$M=(a+b)/2$和$L=(b-a)/2$,其对应的联系数表示为$(a+b)/2+((b-a)/2)i$;

ii) 按照联系数的上下限,可以转化为$(a+1)/2+((b-a)/2)i,i\in[0,1]$,这里必须先将原来区间数转化到[0,1]上;

iii) 可以转化为$a+(b-a)i,i\in[0,1]$.

2) 针对联系数$U=a+bi$,主要有以下几种比较方法:

i) 假定数值在$[a,a+b]$上服从均匀分布,则联系数的期望值为$\mathrm{E}(U)=a+0.5b$,均方差为$V(U)=\sqrt{(a+b-a)^2/12}=b/\sqrt{12}$. 因此,对于任意两个联系数$U_1=a_1+b_1i$和$U_2=a_2+b_2i$:如果$\mathrm{E}(U_1)<\mathrm{E}(U_2)$,则$U_1<U_2$;如果$\mathrm{E}(U_1)=\mathrm{E}(U_2)$,则当$V(U_1)=V(U_2)$时$U_1=U_2$,当$V(U_1)<V(U_2)$时$U_1>U_2$,当$V(U_1)>V(U_2)$时$U_1<U_2$.

ii) 直接设定值并将其代入联系数的公式中,得到最终值并进行排序. 尽管可以取很多值,但是一般取0, 0.5和1,分别表示左中右3个端点[18].

iii) 运用势值$a/(1-a-b)$来比较,即势值越大越好;或者采用偏势$(1-a-b)/(1-b)$来判断,即偏势越小,决策方案越优.

3) 对于任意两个区间数$A=[a,b]$和$B=[c,d]$,它们之间可能存在如下几种情形:

i) 区间数没有交集. 假设$a<b<c<d$,因此$A<B$.

如果采取联系数转化方法i),则有

$$A=\frac{a+b}{2}+\frac{b-a}{2}i,\ B=\frac{c+d}{2}+\frac{d-c}{2}i.$$

运用比较方法i), $E(A)=\dfrac{a+b}{2}$, $E(B)=\dfrac{c+d}{2}$,有 $B>A$;

运用比较方法ii), $B-A=\dfrac{c+d-(a+b)}{2}+\dfrac{d+a-(b+c)}{2}i$, i取端点都有$B-A>0$;

运用比较方法iii), $\mathrm{Shi}(A)=\dfrac{a+b}{2(1-b)}$, $\mathrm{Shi}(B)=\dfrac{c+d}{2(1-d)}$,分母小分子大则值大,得$B>A$.

ii) 区间数有交集, $a<c<b<d$. 两个区间数比较的方法目前有Moore法、MW法、LM法、M法、θ序法、l-θ序法. 采用M法[23]判断两个原区间数的大小关系,有$(a+b)/2<(c+d)/2\Rightarrow A<B$.

iii) 区间数有交集, $c<a<b<d$. 采用M比较法

分析,可能出现以下两种大小关系:

当$(a+b)/2<(c+d)/2$时,$B>A$;

当$(a+b)/2>(c+d)/2$时,$B<A$.

将上述过程总结为表1.

表 1　区间数转化联系数比较结果

条件	联系数转化方法	比较方法	比较结果
$a<b<c<d$ $B>A$	$(a+b)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
	$(a+1)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
	$a+(b-a)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
$a<c<b<d$ $B>A$	$(a+b)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
	$(a+1)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
	$a+(b-a)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
$c<a<b<d$ $\dfrac{a+b}{2}<\dfrac{c+d}{2}$ $B>A$	$(a+b)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B>A$
		ii)	$B>A$
		iii)	$B>A$
	$(a+1)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B>A$
		ii)	仅i为0.5时无法分辨
		iii)	$\dfrac{1+a}{1-b}<\dfrac{1+c}{1-d}$时,$B>A$; $\dfrac{1+a}{1-b}>\dfrac{1+c}{1-d}$时,$B<A$
	$a+(b-a)i$	i)	$B>A$
		ii)	仅i为1时满足
		iii)	$\dfrac{a}{1-b}<\dfrac{c}{1-d}$时,$B>A$; $\dfrac{a}{1-b}>\dfrac{c}{1-d}$时,$B<A$
$c<a<b<d$ $\dfrac{a+b}{2}<\dfrac{c+d}{2}$ $B<A$	$(a+b)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B<A$
		ii)	仅i为1时满足
		iii)	$\dfrac{a+b}{2(1-b)}>\dfrac{c+d}{2(1-d)}$时,$B<A$; $\dfrac{a+b}{2(1-b)}<\dfrac{c+d}{2(1-d)}$时,$B>A$
	$(a+1)/2+$ $((b-a)/2)i$	i)	$B<A$
		ii)	$B<A$
		iii)	$\dfrac{a}{1-b}<\dfrac{c}{1-d}$时,$B>A$; $\dfrac{a}{1-b}>\dfrac{c}{1-d}$时,$B<A$
	$a+(b-a)i$	i)	$B<A$
		ii)	$B<A$
		iii)	$\dfrac{a+b}{2(1-b)}>\dfrac{c+d}{2(1-d)}$时,$B<A$; $\dfrac{a+b}{2(1-b)}>\dfrac{c+d}{2(1-d)}$时,$B>A$

表1表明,针对一个区间数,通常的方法是首先判断任意两个区间数两个端点的范围,再选择相应的区间数比较方法进行比较[19]. 然而,如果将区间数转化为联系数,再将联系数直接转化为常数(9种情况),则除极个别因为i值影响外,均与前提假设或者与现有的方法获得的大小保持高度一致. 这为在多准则决策中进行区间数的快速有效比较提供了良好的理论指导,即不需要实行区间数的两两比较和判断端点是否有交集等条件,直接将区间数转化为实数. 同时,用联系数来诠释区间数,也更好地表达了判断的不确

定性.

3 基于联系数的决策模型

假设某多准则决策问题决策方案为$a_k, k \in (1, 2, \cdots, m)$,决策准则为$c_j, j \in (1, 2, \cdots, n)$,准则权重为区间数$w_j, w_j = [\underline{w_j}, \overline{w_j}]$,满足$0 \leqslant \underline{w_j} \leqslant \overline{w_j} \leqslant 1, \sum w_j = 1$. 决策矩阵$X = [x_{kj}]_{m\times n}$, x_{kj}为区间直觉模糊数,即

$$x_{kj} = \{\langle[\underline{u}_{kj}(x), \overline{u}_{kj}(x)], [\underline{v}_{kj}(x), \overline{v}_{kj}(x)]\rangle | x \in X\}.$$

其中: $\underline{u}_{kj}(x) \geqslant 0, \underline{v}_{kj}(x) \geqslant 0, \overline{u}_{kj}(x) + \overline{v}_{kj}(x) \leqslant 1$.

针对准则值为区间直觉模糊数且准则权重为区间数的多准则决策问题,如果采用理想点等方法设计决策模型,则最终的贴近度可能表示为区间数. 针对上节的分析结果,本文将基于二元联系数的决策过程描述如下.

Step 1: 确定决策矩阵的正负理想点,有

$$\begin{aligned} r_j{}^+ = (&[\max_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{u}_{kj}, \max_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{u}_{kj}],\\ &[\min_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{v}_{kj}, \min_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{v}_{kj}],\\ &[1 - \max_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{u}_{kj} - \min_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{v}_{kj},\\ &1 - \max_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{u}_{kj} - \min_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{v}_{kj}]);\\ r_j{}^- = (&[\min_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{u}_{kj}, \min_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{u}_{kj}],\\ &[\max_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{v}_{kj}, \max_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{v}_{kj}],\\ &[1 - \min_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{u}_{kj} - \max_{1\leqslant k\leqslant m} \underline{v}_{kj},\\ &1 - \min_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{u}_{kj} - \max_{1\leqslant k\leqslant m} \overline{v}_{kj}]). \end{aligned}$$

则正负理想方案分别为

$$R^+ = \{r_1{}^+, r_2{}^+, \cdots, r_n{}^+\},$$
$$R^- = \{r_1{}^-, r_2{}^-, \cdots, r_n{}^-\}.$$

Step 2: 计算各决策方案与理想方案的灰关联系数与加权灰关联度.

灰色关联分析中分辨系数$\rho(0 < \rho \leqslant 1)$可以避免部分准则值与其他准则值差距过大而造成排序失效. 依据灰关联系数代替理想点法求解距离,能直观地刻画各备选方案与理想方案间的相关性. 各决策方案在属性c_j下与正负理想方案的灰关联系数ξ_{kj}^+、ξ_{kj}^-计算公式如下:

$$\xi_{kj}^+ = \frac{\min\limits_k \min\limits_j d(x_{kj}, r_j{}^+) + \rho \max\limits_k \max\limits_j d(x_{kj}, r_j{}^+)}{d(x_{kj}, r_j{}^+) + \rho \max\limits_k \max\limits_j d(x_{kj}, r_j{}^+)}, \quad (1)$$

$$\xi_{kj}^- = \frac{\min\limits_k \min\limits_j d(x_{kj}, r_j{}^-) + \rho \max\limits_k \max\limits_j d(x_{kj}, r_j{}^-)}{d(x_{kj}, r_j{}^-) + \rho \max\limits_k \max\limits_j d(x_{kj}, r_j{}^-)}. \quad (2)$$

方案a_k与正负理想方案之间加权灰关联度γ_k^+、γ_k^-如下:

$$\gamma_k^+ = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^n w_j \xi_{kj}^+,\ \gamma_k^- = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^n w_j \xi_{kj}^-. \quad (3)$$

Step 3: 计算各备选方案与正理想方案的贴近度A_k,有

$$A_k = \frac{\gamma_k^+}{\gamma_k^+ + \gamma_k^-}. \quad (4)$$

Step 4: 采用第2节提供的方法将贴近度(区间数)转换为二元联系数,并计算二元联系数的结果. 实际运算中,可以直接给出二元联系数的运算结果. 依据运算结果对相对贴近度进行排序,越大越好.

4 算例分析

基于文献[20]提供的案例,某投资公司对5个备选企业进行评价. 准则为风险、成长、社会政治和环境,准则权重分别为$w_1 = [0.1, 0.15], w_2 = [0.3, 0.4], w_3 = [0.2, 0.25], w_4 = [0.25, 0.35]$. 含有区间直觉模糊数的评估矩阵见表2.

Step 1: 确定备选方案的正负理想方案. 有

$$\begin{aligned} R^+ = \{&([0.5, 0.6],\ [0.2, 0.4],\ [0, 0.3]),\\ &([0.6, 0.8],\ [0.1, 0.2],\ [0, 0.3]),\\ &([0.5, 0.6],\ [0.1, 0.3],\ [0.1, 0.4]),\\ &([0.6, 0.8],\ [0.1, 0.2],\ [0, 0.3])\},\\ R^- = \{&([0.2, 0.4],\ [0.4, 0.5],\ [0.1, 0.4]),\\ &([0.2, 0.3],\ [0.4, 0.6],\ [0.1, 0.4]),\\ &([0.2, 0.4],\ [0.3, 0.4],\ [0.2, 0.5]),\\ &([0.2, 0.3],\ [0.2, 0.6],\ [0.1, 0.6])\}. \end{aligned}$$

Step 2: 运用式(1)和(2),求各备选方案在各属性下与正、负理想方案的灰关联系数,一般ρ取0.5. 求得的灰关联系数见表3(前后分别为与正负理想方案在属性c_j下的灰关联系数).

再利用式(3)获得加权区间灰关联度

$$\begin{aligned} \gamma_k^+ = &[0.116\,5, 0.157\,0],\ [0.140\,4, 0.19],\ [0.086\,8,\\ &0.116\,9],\ [0.130\,4, 0.176\,9],\ [0.155\,3, 0.213\,3],\\ \gamma_k^- = &[0.109\,2, 0.148\,4],\ [0.086\,3, 0.116\,5],\ [0.189\,8,\\ &0.257\,5],\ [0.103\,3, 0.138\,8],\ [0.088\,3, 0.118\,6]. \end{aligned}$$

Step 3: 结合式(4)计算决策方案与正理想方案的

区间相对贴近度, 见表4.

Step 4: 将Step 3中的区间贴近度转化为联系数表达方式, 结果见表4.

3种联系数表达方式的排序结果都为$A_5 > A_2 > A_4 > A_1 > A_3$, 表明方案$a_5$最好, a_3最差, 且转换与计算过程简便. 为使所提出方法的结果更有说服力, 现采用其他区间数的比较方法进行对比, 见表5.

表 2　决策矩阵表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	([0.3, 0.4], [0.4, 0.5])	([0.5, 0.6], [0.1, 0.3])	([0.4, 0.5], [0.3, 0.4])	([0.3, 0.6], [0.2, 0.4])
a_2	([0.5, 0.6], [0.3, 0.4])	([0.4, 0.7], [0.1, 0.2])	([0.5, 0.6], [0.2, 0.3])	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])
a_3	([0.2, 0.5], [0.4, 0.5])	([0.2, 0.3], [0.4, 0.6])	([0.3, 0.5], [0.3, 0.4])	([0.2, 0.3], [0.2, 0.6])
a_4	([0.4, 0.5], [0.3, 0.5])	([0.5, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.2, 0.5], [0.3, 0.4])	([0.4, 0.7], [0.1, 0.2])
a_5	([0.5, 0.6], [0.2, 0.4])	([0.6, 0.7], [0.1, 0.2])	([0.3, 0.4], [0.1, 0.3])	([0.6, 0.8], [0.1, 0.2])

表 3　灰关联系数表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	0.524 3,0.744 6	0.593 1, 0.407 3	0.593 1, 0.565 9	0.467 8, 0.507 6
a_2	0.744 6, 0.479 7	0.565 9, 0.378 1	0.744 6, 0.479 7	0.673 4, 0.351 2
a_3	0.507 6, 0.744 6	0.333 3, 1	0.565 9, 0.673 4	0.333 3, 1
a_4	0.673 4, 0.593 1	0.704 2, 0.349 3	0.507 6, 0.744 6	0.565 9, 0.400 8
a_5	1, 0.479 7	0.565 9, 0.343 7	0.507 6, 0.593 1	1, 0.333 3

表 4　相对贴近度表达

	区间表达方式	联系数表达式a	Shi(a)	联系数表达式b	Shi(b)	联系数表达式c	Shi(c)
A_1	[0.381 4, 0.695 6]	0.538 05+0.157 1i	1.769	0.690 7+0.157 1i	4.538	0.381 4+0.3142i	1.253
A_2	[0.458, 0.838 1]	0.648 1+0.1900i	4.003	0.729 0+0.190 0i	9.008	0.458 0+0.3801i	2.830
A_3	[0.231 9, 0.422 6]	0.327 3+0.095 4i	0.567	0.615 9+0.059 4i	2.134	0.231 9+0.190 8i	0.402
A_4	[0.413 1, 0.7570]	0.585 0+0.172 0i	2.408	0.706 5+0.172 0i	5.815	0.413 1+0.343 9i	1.700
A_5	[0.468 0, 0.875 8]	0.671 9+0.203 9i	5.408	0.734 0+0.203 9i	11.815	0.468 0+0.407 8i	3.766

表 5　区间数各方法比较结果

	区间表达式	M法	MW法		LM法		θ序法
			均值	宽度	最小	均值	
A_1	[0.381 4, 0.695 6]	0.538 5	0.538 5	0.314 2	0.381 4	0.538 5	0.314 2 θ +0.381 4
A_2	[0.458, 0.838 1]	0.648 1	0.648 1	0.380 1	0.458 0	0.648 1	0.380 1 θ +0.458 0
A_3	[0.231 9, 0.422 6]	0.327 3	0.327 3	0.190 8	0.231 9	0.327 3	0.190 8 θ +0.231 9
A_4	[0.413 1, 0.757 0]	0.585 0	0.585 0	0.343 9	0.413 1	0.585 0	0.343 9 θ +0.413 1
A_5	[0.468 0, 0.875 8]	0.672 0	0.672 0	0.407 8	0.468 0	0.672 0	0.407 8 θ +0.468 0

对于Moore法, 只能判定$A_2 > A_3, A_5 > A_3$, 两区间重叠的区间数无法辨别大小; 运用文献[19]中的可能度法进行排序, 其结果为$A_5 > A_2 > A_4 > A_1 > A_3$; M法即取区间数均值进行比较大小, 结果同上; MW法是在M法基础上增加了区间宽度, 宽度越大, 不确定性越大, 而且需同时考虑均值与宽度的大小, 存在无法辨别的情况; LM法同时考虑最小值与均值的大小来判断区间数的关系, 排序与可能度法一致; 针对θ 序法, $\theta \in [0,1]$, $(1-\theta)a+\theta b$越大, 区间数越大. 当$\theta = 0$时, 为保守型决策, 排序结果为$A_5 > A_2 > A_4 > A_1 > A_3$; 当$\theta = 0.5$时, 为中立型决策, 便是M法; 当$\theta = 1$时, 为风险型决策, 排序结果仍然保持一致.

5　结　论

本文针对准则值为区间直觉模糊数且准则权重为区间数的多准则决策问题, 研究了通过将区间数转化为联系数, 再依据联系数的转化之后的实数值对方案进行排序, 如果决策方案数量较多, 则比较的次数也很多, 大大增加了决策的难度. 通过本文给出的方法, 可以减少区间数两两比较的计算量, 且得到的结果与两两比较的结果一致, 较好地体现了本文方法的优越性以及在区间型多准则决策中的应用.

参考文献(References)

[1]　Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[2] 周晓辉, 姚俭, 徐磊, 等. 区间直觉模糊几何Heronian平均算子及其应用[J]. 系统工程, 2016, 34(4): 140-146.
(Zhou X H, Yao J, Xu L, et al. Interval intuitionistic fuzzy geometric average Heronian operator and its application[J]. Systems Engineering, 2016, 34(4): 140-146.)

[3] Liu P, Teng F. Multiple criteria decision making method based on normal interval-valued intuitionistic fuzzy generalized aggregation operator[J]. Complexity, 2015, 22(3): 1-20.

[4] Liu S, Yu F, Xu W. New approach to MCDM under interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. Int J of Machine Learning & Cybernetics, 2013, 4(6): 671-678.

[5] 袁宇, 关涛, 闫相斌, 等. 基于区间直觉模糊数相关系数的多准则决策模型[J]. 管理科学学报, 2014, 17(4): 11-18.
(Yuan Y, Guan T, Yan X B, et al. Multi criteria decision making model based on interval-valued intuitionistic fuzzy number correlation coefficient[J]. J of Management Science in China, 2014, 17(4): 11-18.)

[6] Thillaigovindan N, Shanthi S A, Naidu J V. A better score function for multiple criteria decision making in fuzzy environment with criteria choice under risk[J]. Expert Systems with Applications, 2016, 59(4): 78-85.

[7] 段传庆. 一种对方案有偏好的区间直觉模糊多属性算法[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(12): 1036-1040.
(Duan C Q. Approach to interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making with preference information[J]. J of University of Science and Technology of China, 2015, 45(12): 1036-1040.)

[8] Ye J. Multiple attribute group decision-making methods with completely unknown weights in intuitionistic fuzzy setting and interval-valued intuitionistic fuzzy setting[J]. Group Decision and Negotiation, 2013, 22(2): 173-188.

[9] 邵良杉, 赵琳琳. 区间直觉模糊信息下的双向投影决策模型[J]. 控制与决策, 2016, 31(3): 571-576.
(Shao L S, Zhao L L. Bidirectional projection method with interval-valued intuitionistic fuzzy information[J]. Control and Decision, 2016, 31(3): 571-576.)

[10] Tan C, Chen X. Interval-valued intuitionistic fuzzy multi-criteria group decision making based on VIKOR and choquet integral[J]. J of Applied Mathematics, 2013(4): 1-16.

[11] Zheng X, Gu C, Qin D. Dam's risk identification under interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. Civil Engineering & Environmental Systems, 2015, 32(4): 1-13.

[12] 李存斌, 张建业, 谷云东, 等. 一种基于前景理论和改进 TOPSIS 的模糊随机多准则决策方法及其应用[J]. 运筹与管理, 2015, 24(2): 92-100.
(Li C B, Zhang J Y, Gu Y D, et al. Method for fuzzy-stochastic multi-criteria cecision-making based on prospect theory and improved TOPSIS with its application[J]. Operations Research and Management Science, 2015, 24 (2): 92-100.)

[13] 杨威, 庞永锋, 史加荣. 不完全权重信息的区间直觉模糊不确定语言TOPSIS方法[J]. 模糊系统与数学, 2015, 29(2): 125-131.
(Yang W, Pang Y F, Shi J R. The method of interval intuitionistic fuzzy uncertain language TOPSIS for incomplete weight information[J]. Fuzzy Systems & Mathematics, 2015, 29(2): 125-131.)

[14] 邵良杉, 赵琳琳, 温廷新, 等. 基于前景理论的区间直觉模糊双向投影决策方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1143-1147.
(Shao L S, Zhao L L, Wen T X, et al. Bidirectional projection method with interval valued intuitionistic fuzzy information based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1143-1147.)

[15] Ye J. Decision making method using interval-valued intuitionistic fuzzy cross-entropy based on the weighted reduction intuitionistic fuzzy sets[J]. J of Algorithms & Computational Technology, 2014, 8(3): 301-318.

[16] 高建伟, 刘慧晖, 谷云东. 基于前景理论的区间直觉模糊多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(12): 3175-3181.
(Gao J W, Liu H H, Gu Y D. Interval-valued intuitionistic fuzzy multi-criteria decision-making method based on prospect theory[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(12): 3175-3181.)

[17] Ramesh S, Viswanathan R, Ambika S. Measurement and optimization of surface roughness and tool wear via grey relational analysis, TOPSIS and RSA techniques[J]. Measurement, 2015, 78(10): 63-72.

[18] 刘秀梅, 赵克勤. 基于联系数不确定性分析的区间数多属性决策[J]. 模糊系统与数学, 2010, 24(5): 141-147.
(Liu X M, Zhao K Q. Multiple attribute decision making of interval numbers based on uncertainty analysis of connection number[J]. Fuzzy Systems & Mathematics, 2010, 24 (5): 141-147.)

[19] 江文奇. 基于前景理论和统计推断的区间数多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(2): 375-379.
(Jiang W Q. Interval multi-criteria decision-making approach based on prospect theory and statistic deduction[J]. Control and Decision, 2015, 30(2): 375-379.)

[20] 卫贵武. 权重信息不完全的区间直觉模糊数多属性决策方法[J]. 管理学报, 2008, 5(2): 70-71.
(Wei G W. A method of interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attributes decision making with incomplete attribute weight information[J]. Chinese J of Management, 2008, 5(2): 70-71.)

(责任编辑：李君玲)