

变体飞行器的非脆弱有限时间鲁棒控制器设计

程昊宇^{1†}, 董朝阳¹, 王 青², 侯砚泽³

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学
自动化科学与电气工程学院, 北京 100083; 3. 北京空间技术研制试验中心, 北京 100094)

摘 要: 针对存在有界干扰和控制器参数不确定性的变体飞行器, 研究非脆弱有限时间鲁棒控制器的设计问题. 首先建立变体飞行器纵向运动的切换系统模型. 考虑到每个子系统具有不同的特性, 基于多 Lyapunov 函数方法和模态依赖驻留时间方法分析了飞行器系统有限时间有界性能及满足 H_∞ 性能指标的充分条件, 降低了控制器设计的保守性. 此外, 由于在控制器设计中不可避免地存在不确定性, 设计了基于状态反馈的非脆弱鲁棒控制器, 并以线性矩阵不等式的形式给出了控制器存在的充分条件和求解方法. 最后, 通过仿真验证了所提出方法的优越性和有效性.

关键词: 变体飞行器; 非脆弱控制; 模态依赖平均驻留时间; 有限时间有界; 鲁棒控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Non-fragile finite-time robust controller design for morphing aircraft

CHENG Hao-yu^{1†}, DONG Chao-yang¹, WANG Qing², HOU Yan-ze³

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China; 2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China; 3. Institute of Manned Space System Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: Considering the bounded external disturbance and controller uncertainties of the morphing aircraft, the non-fragile finite-time robust controller design problem is investigated. Firstly, the longitudinal motion of morphing aircraft is modeled as a class of switched systems. Since the properties of each subsystem may be different, the multiple Lyapunov functional method and mode-dependent average dwell time method are combined to guarantee the finite-time boundedness and robust performance of the system, which is less conservative. In addition, the non-fragile robust controller based on state-feedback is proposed to overcome the influence caused by the inherent and unavoidable imprecision of the controllers. The sufficient existing conditions and solutions of the controllers are given in the form of linear matrix inequalities. Simulation results show the superiority and effectiveness of the proposed method.

Keywords: morphing aircraft; non-fragile control; mode-dependent average dwell time; finite-time boundedness; robust control

0 引 言

变体飞行器^[1-2]能够根据外界环境和飞行任务的变化, 主动改变自身外形, 从而达到扩大飞行包线、适应多种飞行任务的目的. 但是, 后掠角、机翼展长等飞行器构型参数的变化会引起气动力系数、气动力矩系数的变化, 从而引起飞行器模型的改变, 使得变体飞行器的控制器设计面临着新的挑战. 近年来, 国内外学者针对变体飞行器的控制器设计进行了广泛的研究, 并且取得了诸多进展^[3-4].

切换系统^[5]由一系列子系统和相应的切换律构

成, 可以用于飞行环境、系统结构或参数变化情况下的建模与分析, 在航空航天领域获得了广泛的应用. 文献[6-7]利用切换系统理论, 分别针对 F-16 飞行器和近空间高超声速飞行器设计了控制器, 通过多 Lyapunov 函数方法和平均驻留时间方法保证了系统的稳定性和动态性能. 但是, 由于各个子系统具有不同的性能, 以上文献采用平均驻留时间 (ADT) 方法, 通过引入公共参数限制系统的平均驻留时间, 具有一定的保守性. 因此, 学者们开展了对模态依赖平均驻留时间 (MDADT) 的研究^[8-10]. 文献[9]分析了子系统

收稿日期: 2016-08-25; 修回日期: 2016-12-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61273083, 61374012, 61403028).

作者简介: 程昊宇 (1990—), 男, 博士生, 从事变体飞行器的研究; 董朝阳 (1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: chenghaoyu@buaa.edu.cn

具有不同特性情况下的稳定性,基于模态依赖平均驻留时间给出了保证系统稳定的切换律,降低了设计的保守性;文献[10]针对存在时变时延的切换系统,给出了在模态依赖框架下故障检测滤波器的设计方法。

另一方面,针对变体飞行器控制器的设计主要基于渐近稳定性展开,研究的是飞行器系统在无限长时间内的稳定性。但是,由于变体飞行器的变形过程持续时间较短,为了保证其在变形过程中的暂态性能,需要研究其在有限时间内的稳定问题^[11-16]。文献[13-14]分别针对连续系统和离散时变系统给出了系统在有限时间稳定的条件。文献[15]则针对存在有界干扰的连续线性系统,通过线性矩阵不等式给出了系统满足有限时间有界和给定 H_∞ 性能的充分条件。文献[16]针对一类存在非线性扰动和时滞的切换系统,通过多Lyapunov函数方法和平均驻留时间方法,考虑了异步切换情况下系统的有限时间控制器的设计问题。但是以上文献均在假设控制器可以精确设计的情况下进行分析和设计。在工程实际中,控制器实现时存在的零偏、参数摄动等不确定性会使系统性能下降,因此,设计非脆弱鲁棒控制器显得尤为重要^[17-21]。文献[20]针对吸气式高超声速飞行器,研究了存在控制器不确定情况下的非脆弱跟踪控制器设计问题,通过仿真表明了非脆弱控制器能够有效抑制控制器不确定性的影响,保证了系统的性能。文献[21]在考虑存在控制器参数摄动的情况下,基于平滑切换理论,设计了模糊鲁棒保性能非脆弱控制系统,保证了全局稳定性以及系统对外界干扰和控制器不确定性的鲁棒性。目前针对变体飞行器的控制器设计主要基于增益调参方法,对于能够保证变体飞行器有限时间有界的非脆弱控制器设计问题,尚未见诸文献。

基于以上分析,本文针对后掠角可变的变体飞行器,研究其非脆弱有限时间鲁棒控制器设计问题。首先建立变体飞行器纵向运动的切换系统模型。为了降低设计的保守性,基于多Lyapunov函数方法和模态依赖平均驻留时间方法给出了保证系统有限时间有界且具有给定 H_∞ 性能指标的充分条件。为了保证系统在存在控制器不确定性情况下的性能,设计了非脆弱鲁棒控制器,以线性矩阵不等式的形式给出了控制器的求解方法。最后通过仿真验证了所提出方法的有效性。

1 问题提出

本文以美国NextGen公司的Fire-bee型无人靶机作为研究对象。Fire-bee具有可变后掠角,可以在飞

行过程中通过改变机翼后掠角实现飞行模式的切换。该飞行器的后掠角可以在 $15\text{ deg} \sim 60\text{ deg}$ 之间连续变化,从而实现从巡航状态到高速状态的切换。其中,后掠角 $\xi = 15\text{ deg}$ 对应巡航构型,设为基本构型,即 $\xi_0 = 15\text{ deg}$, $\xi = 60\text{ deg}$ 对应高速构型。定义 $\eta = (\xi - \xi_0)/\xi_0$ 为后掠角变形比例。在变形过程中,机翼面积、平均气动弦长等构型参数均随后掠角变化。巡航构型和高速构型下的参数如表1所示。

表1 变体飞行器构型参数

参数/单位	巡航	高速
后掠角/deg	15	60
总质量/kg	907.800	907.800
机翼重/kg	272.000	272.000
配重/kg	26.360	26.360
转动惯量/(kg·m ²)	3 107.500	3 107.500
机翼重心位置/m	0	-0.607 2
配重重心位置/m	-3.200	3.065 6
翼展/m	6.803 3	3.840
机翼面积/m ²	4.362 1	6.079 2
气动弦长/m	0.710 1	1.911 7

定义飞行器巡航构型下质心位置为机体坐标系原点,设飞行器质心位置矢量 $r_c = [x_c \ 0 \ 0]^T$,因此,机翼后掠角的变化会导致变体飞行器质心在 X 轴上移动,由刚体动力学可以得到飞行器的纵向短周期非线性动力学模型^[22]如下所示:

$$\begin{cases} m_T V \dot{\alpha} - m_T V q - m_T x_c \dot{q} \cos \alpha + \\ m_T x_c q^2 \sin \alpha - 2m_T \dot{x}_c q \cos \alpha - m_T \ddot{x}_c \sin \alpha = \\ -QSC_L + m_T g \cos(\theta - \alpha), \\ (I_y + m_T x_c^2) \dot{q} + 2m_T x_c \dot{x}_c q - \\ m_T x_c V \dot{\alpha} + m_T x_c V q = \\ QSc_A C_m - m_T g x_c \cos \theta. \end{cases} \quad (1)$$

其中: m_T, V, S, c_A 分别为飞行器的质量、速度、机翼面积和平均气动弦长; α, q, θ, Q 为飞行器的攻角、俯仰角速率、俯仰角和动压; I_y, g 为机体绕 y 轴的转动惯量和重力加速度; C_L, C_m 为升力系数和俯仰力矩。

在变形过程中,机翼质心位移的变化会导致飞行器质心位移的变化,即

$$m_T x_c = m_w \Delta x_w. \quad (2)$$

其中: m_w 和 Δx_w 分别为机翼质量和机翼质心的位置变化量,且有

$$\begin{cases} x_c = \Delta x_w m_w / m_T, \\ \dot{x}_c = \Delta \dot{x}_w m_w / m_T, \\ \ddot{x}_c = \Delta \ddot{x}_w m_w / m_T. \end{cases} \quad (3)$$

结合式(1)~(3)和传统飞行器的运动学方程,将与 Δx_w 有关的项合并,视为由后掠角变化引起的广

义附加干扰,可以得到如下所示的飞行器纵向非线性运动模型:

$$\begin{cases} \dot{h} = V \sin(\theta - \alpha), \\ m_T V (\dot{\alpha} - q) = -L + m_T g \cos(\theta - \alpha) + \omega_Z, \\ \dot{\theta} = q, \\ I_y \dot{q} = M + \omega_M, \\ \dot{\delta}_e = K_{\delta_e} (-\delta_e + u_{\delta_e}). \end{cases} \quad (4)$$

其中: h 为飞行器高度, L 为升力, M 为俯仰气动力矩, K_{δ_e} 为惯性环节的给定常数, u_{δ_e} 为升降舵偏角指令.

$$\begin{aligned} \omega_Z &= m_w x_w \dot{q} \cos \alpha - m_w x_w q^2 \sin \alpha + \\ & 2m_w \dot{x}_w q \cos \alpha + m_w \ddot{x}_w \sin \alpha, \\ \omega_M &= m_w x_w V \dot{\alpha} - m_w x_w V q - 2 \frac{m_w^2}{m_T} x_w \dot{x}_w q - \\ & \frac{m_w^2}{m_T} x_w^2 \dot{q} - m_w x_w g \cos \theta. \end{aligned}$$

后掠角可以由 15 deg 连续变化至 60 deg, 且干扰项为小量. 首先将干扰项略去, 每隔 5 deg 选择一个特征点对式(4)进行配平, 在平衡点附近 C_L 和 C_m 近似为

$$\begin{cases} C_L = C_{L\alpha} \Delta \alpha + C_{L\delta_e} \Delta \delta_e, \\ C_m = C_{m\alpha} \Delta \alpha + \frac{c_A}{2V} C_{m_q} \Delta q + C_{m\delta_e} \Delta \delta_e. \end{cases} \quad (5)$$

通过 Fluent 软件可以计算每个特征点处的气动力导数, 然后对获得的数据进行插值拟合, 可以得到各个气动力导数与后掠角变形率之间的关系, 即

$$\begin{cases} C_{L\alpha=0} = 0.05437\eta^3 - 0.208\eta^2 + 0.1476\eta - 0.1036, \\ C_{L\alpha} = -0.894\eta + 5.538, \\ C_{L\delta_e} = -0.00053\eta + 0.0065, \\ C_{m\alpha=0} = 0.5835\eta^3 - 2.223\eta^2 + 1.639\eta - 0.00035, \\ C_{m\alpha} = 0.04743\eta - 0.3003, \\ C_{m\delta_e} = -0.0066\eta - 0.0222. \end{cases}$$

在此基础上求解平衡状态, 得到系统的小扰动线性化方程的数值表达式. 将平衡点处的有关状态量代入 ω_Z 和 ω_M , 并将其视为有界外部干扰, 可以得到变体飞行器的切换系统模型如下所示:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i \omega(t), \\ y(t) = C_i x(t) + G_i \omega(t). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $x(t) = [\Delta h \ \Delta \alpha \ \Delta \theta \ \Delta q \ \Delta \delta_e]^T$ 为系统状态向量; $u(t) = \Delta u_{\delta_e}$ 为输入信号; $y(t)$ 为输出信号; A_i, B_i, C_i, D_i 和 G_i 为已知的适维系统矩阵; $i \in \Omega (\Omega = \{1, 2, \dots, 10\})$ 为子系统编号; 广义外部干扰定义为 $w(t) = [\Delta x_w \ \Delta \dot{x}_w \ \Delta \ddot{x}_w \ \Delta x_w \Delta \dot{x}_w \Delta x_w^2]^T$, 且满足

$$\int_0^T \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau < d^2, \quad d > 0, \quad (7)$$

d 为给定正常值, 用于表示干扰的上界.

设计如下所示的状态反馈控制器:

$$u(k) = K_i x(k), \quad (8)$$

其中 K_i 为待设计的控制器参数矩阵.

在实际工程中, 控制器通常存在着不确定性. 本文考虑控制器具有加性增益摄动的情形, 具有乘性增益摄动, 与本文方法类似, 在此不再赘述. 得到具有不确定性的控制器如下:

$$K_i = \bar{K}_i + \Delta K_i, \quad \Delta K_i = M_i F_i N_i. \quad (9)$$

其中: M_i, N_i 为已知适维矩阵, F_i 为未知矩阵且满足

$$F_i^T F_i \leq I. \quad (10)$$

综上所述, 得到闭环切换系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}_i x(t) + \tilde{D}_i \omega(t), \\ y(t) = \tilde{C}_i x(t) + \tilde{G}_i \omega(t). \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\tilde{A}_i = A_i + B_i K_i, \tilde{C}_i = C_i, \tilde{D}_i = D_i, \tilde{G}_i = G_i$.

变体飞行器的非脆弱有限时间鲁棒控制问题可以归结为设计切换控制器, 使得:

1) 闭环切换系统(11)在切换信号 $\sigma(t)$ 作用下有限时间有界;

2) 在零初始条件下, 对于任意有界非零干扰, 系统输出满足

$$\int_0^t y^T(\tau) y(\tau) d\tau < \gamma_s^2 \int_0^t \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau, \quad \forall t \in [0, T], \quad (12)$$

其中 $\gamma_s > 0$ 为给定的 H_∞ 性能指标.

2 控制器设计

为了方便定理的推导和证明, 引入如下的定义和引理.

定义 1^[9] 对于切换系统(11)和切换律 $\sigma(t)$, 定义 $N_{\sigma_i}(t_1, t_2)$ 为第 i 个子系统在区间 (t_1, t_2) 内的激活次数; 定义 $T_i(t_1, t_2)$ 为第 i 个子系统在区间 (t_1, t_2) 的激活时间. 如果存在非负数 N_{0i} 和 τ_{ai} , 使得

$$N_{\sigma_i}(t_1, t_2) \leq N_{0i} + \frac{T_i(t_1, t_2)}{\tau_{ai}}, \quad (13)$$

则称 $\sigma(t)$ 具有模态依赖平均驻留时间 τ_{ai} .

定义 2^[13] 对于切换系统(11), 给定非负常数 c_1, c_2 和 T , 且满足 $c_2 > c_1$, 系统外部干扰满足式(7). 如果存在正定矩阵 R , 使得系统在切换律 $\sigma(t)$ 作用下, 满足

$$x^T(0) R x(0) \leq c_1 \Rightarrow x^T(t) R x(t) < c_2, \quad \forall t \in [0, T], \quad (14)$$

则称切换系统(11)关于 $(c_1, c_2, T, R, d, \sigma)$ 有限时间有界.

引理 1^[23] 对于已知的适维对称矩阵 Y 和矩阵

M, N, 如果存在 $\varepsilon > 0$, 使得

$$Y + \varepsilon^{-1}M^T M + \varepsilon N^T N < 0, \tag{15}$$

则对于任意矩阵满足 $F^T F \leq I$, 可以得到

$$Y + M^T F N + N^T F^T M < 0. \tag{16}$$

定理1 考虑切换系统(11), 如果存在常数 $\alpha_i > 0, \mu_i > 1, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, 正定对称矩阵 \tilde{P}_i , 使得对于 $\forall i, j \in \Omega, i \neq j$, 满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \phi_i & \tilde{P}_i \tilde{D}_i & \tilde{P}_i B_i M_i & N_i^T \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_i & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \tag{17}$$

$$\tilde{P}_i < \mu_j \tilde{P}_j, \tag{18}$$

$$c_2 \lambda_2 > (\lambda_1 c_1 + d^2) e^{\alpha_i T}, \tag{19}$$

则系统在模态依赖平均驻留时间满足

$$\tau_{ai} \geq \tau_{ai}^* = \frac{T \ln \mu_i}{\ln c_2 + \ln \lambda_2 - \ln(\lambda_1 c_1 + d^2) - \alpha_i T} \tag{20}$$

的任意切换信号下关于 $(c_1, c_2, T, R, d, \sigma)$ 有限时间有界. 其中 $\phi_i = (A_i + B_i \bar{K}_i)^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i (A_i + B_i \bar{K}_i) - \alpha_i \tilde{P}_i, \tilde{P}_i = R^{1/2} P_i R^{1/2}, \lambda_1 = \max_{i \in \Omega} (\lambda_{\max} P_i), \lambda_2 = \min_{i \in \Omega} (\lambda_{\min} P_i), [*] < 0$ 表示矩阵负定.

证明 定义系统的Lyapunov函数为

$$V(t) = x^T(t) \tilde{P}_i x(t), \tag{21}$$

有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) - \alpha_i V(t) - \omega^T(t) \omega(t) &= \\ \dot{V}(t) - \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_i \tilde{P}_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i \tilde{A}_i - \alpha_i \tilde{P}_i & \tilde{P}_i \tilde{D}_i \\ * & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

定义 $\tilde{\Phi}_i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i \tilde{A}_i - \alpha_i \tilde{P}_i & \tilde{P}_i \tilde{D}_i \\ * & -I \end{bmatrix}$, 由于控制器存在不确定性, $\tilde{\Phi}_i$ 可以写成如下形式:

$$\tilde{\Phi}_i = \Phi_i + H_i F_i Y_i + Y_i^T F_i^T H_i^T. \tag{22}$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \begin{bmatrix} (A_i + \Pi_i)^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i (A_i + \Pi_i) - \alpha_i \tilde{P}_i & \tilde{P}_i \tilde{D}_i \\ * & -I \end{bmatrix}, \\ \Pi_i &= B_i \bar{K}_i, H_i = \begin{bmatrix} \tilde{P}_i B_i M_i \\ 0 \end{bmatrix}, Y_i = [N_i \ 0], F_i^T F_i < I. \end{aligned}$$

结合引理3, 可以得到

$$\tilde{\Phi}_i = \Phi_i + \varepsilon_i^{-1} H_i H_i^T + \varepsilon_i Y_i^T Y_i. \tag{23}$$

由Schur补可知, 式(17)等价于 $\tilde{\Phi}_i < 0$, 即 $\dot{V}(t) - \alpha_i V(t) - \omega^T(t) \omega(t) < 0$, 因此有

$$\frac{d}{dt} (e^{-\alpha_i t} V(t)) < e^{-\alpha_i t} \omega^T(t) \omega(t). \tag{24}$$

对于 $t > t_k, t \in (t_k, t_{k+1})$, 将式(24)从 t_k 到 t 积分, 可以得到

$$\begin{aligned} e^{-\alpha_i t} V(t) &< \\ e^{-\alpha_i t_k} V(t_k) + \int_{t_k}^t e^{-\alpha_i \tau} \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau &< \\ e^{-\alpha_i t_k} V(t_k) + e^{-\alpha_i t_k} \int_{t_k}^t \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

即

$$V(t) < e^{\alpha_i(t-t_k)} V(t_k) + e^{\alpha_i(t-t_k)} \int_{t_k}^t \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau. \tag{25}$$

结合式(18), 将式(25)在 $[0, t]$ 内反复迭代, 可以得到

$$\begin{aligned} V(t) &< \\ \mu_i e^{\alpha_i(t-t_k)} V(t_k^-) + e^{\alpha_i(t-t_k)} \int_{t_k}^t \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau &< \\ e^{\alpha_i(t-t_k)} e^{\alpha_i(t_k-t_{k-1})} \mu_i \mu_{i-1} V(t_{k-1}^-) + & \\ e^{\alpha_i(t-t_k)} \int_{t_k}^t \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau &< \dots < \\ \mu_i^{N_{\sigma i}(t_0, t)} \dots \mu_1^{N_{\sigma 1}(t_0, t)} e^{\sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(t_0, t)} (V(0) + & \\ \int_0^t \omega^T(\tau) \omega(\tau) d\tau) = & \\ \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(t_0, t) + \sum_{i=1}^n N_{\sigma i}(t_0, t) \ln \mu_i \right\} (V(0) + d^2) = & \\ \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\alpha_i + \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ai}} \right) T_i(t_0, t) \right\} (V(0) + d^2). \end{aligned}$$

其中 $T_i(t_0, t)$ 表示时间段 (t_0, t) 内第 i 个子区间激活的时间长度.

由式(21)可以得到

$$\begin{aligned} V(0) &= x^T(0) \tilde{P}_i x(0) = \\ x^T(0) R^{1/2} P_i R^{1/2} x(0) &\leq \lambda_1 x^T(0) R x(0), \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} V(t) &= x^T(t) \tilde{P}_i x(t) = \\ x^T(t) R^{1/2} P_i R^{1/2} x(t) &\geq \lambda_2 x^T(t) R x(t). \end{aligned} \tag{27}$$

综上所述, 可以得到

$$\begin{aligned} \lambda_2 x^T(t) R x(t) &\leq \\ \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\alpha_i + \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ai}} \right) T_i(t_0, t) \right\} \times & \\ (\lambda_1 x^T(0) R x(0) + d^2). \end{aligned} \tag{28}$$

将式(20)代入(28), 可以得到 $x^T(t) R x(t) \leq c_2$, 由式(19)可以得到 $\tau_{ai}^* > 0$, 因此, 系统在模态依赖平均驻留时间满足式(20)的任意切换信号下关于 $(c_1,$

c_2, T, R, d, σ) 有限时间有界. \square

注 1 平均驻留时间方法通过公共的参数限制飞行器在每个子系统内的时间来保证系统的有限时间稳定性, 而模态依赖平均驻留时间方法引入了与各个子系统性质相关的参数 α_i 和 μ_i , 因而可以降低系统保守性, 且平均驻留时间方法可以看作模态依赖平均驻留时间方法的一个特例, 即令 $\alpha_i = \alpha, \mu_i = \mu$, 因此有 $\tau_{ai}^* \leq \tau_a^*$.

注 2 定理 1 给出了系统有限时间有界的充分条件, 后续将给出系统在具有给定 H_∞ 性能指标的充分条件以及控制器的求解方法.

定理 2 考虑切换系统(11), 对于给定常数 $\alpha_i > 0, \mu_i > 1$, 如果存在常数 $\lambda_2 > 0, \gamma > 0$, 适维正定矩阵 \tilde{P}_i 满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \psi_i & \tilde{P}_i D_i & C_i^T & \tilde{P}_i B_i M_i & N_i^T \\ * & -\gamma^2 I & G_i^T & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_i & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

$$\tilde{P}_i < \mu_j \tilde{P}_j, \quad (30)$$

$$c_2 \lambda_2 > d^2 e^{\alpha_i T}, \quad (31)$$

则系统关于 $(0, c_2, T, R, d, \sigma)$ 有限时间有界, 具有式(12)所示的 H_∞ 性能, 且有

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{c_2 \lambda_2}{d^2}} \gamma. \quad (32)$$

其中: $\psi_i = (A_i + B_i \bar{K}_i)^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i (A_i + B_i \bar{K}_i) - \alpha_i \tilde{P}_i$, $\tilde{P}_i = R^{1/2} P_i R^{1/2}$, $\lambda_2 = \min_{i \in \Omega} (\lambda_{\min} P_i)$, 且系统切换信号满足模态依赖平均驻留时间如下所示:

$$\tau_{ai}^* = \frac{T \ln \mu_i}{\ln c_2 + \ln \lambda_2 - 2 \ln d - \alpha_i T}. \quad (33)$$

证明 定义如式(21)所示的 Lyapunov 函数, 在零初始条件下, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) - \alpha_i V(t) + y^T(t)y(t) - \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) = & \\ \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i \tilde{A}_i - \alpha_i \tilde{P}_i & \tilde{P}_i \tilde{D}_i \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + & \\ \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{C}_i \\ \tilde{G}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{C}_i \\ \tilde{G}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = & \\ \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \tilde{\Psi}_i \begin{bmatrix} x(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}. & \end{aligned}$$

其中

$$\tilde{\Psi}_i = \Psi_i + H_i F_i Y_i + Y_i^T F_i^T H_i^T,$$

$$\Psi_i =$$

$$\begin{bmatrix} (A_i + \Pi_i)^T \tilde{P}_i + \tilde{P}_i (A_i + \Pi_i) - \alpha_i \tilde{P}_i & \tilde{P}_i \tilde{D}_i & \tilde{C}_i^T \\ * & -\gamma^2 I & \tilde{G}_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\Pi_i = B_i \bar{K}_i.$$

由 Schur 补可知, 式(29)等价于 $\tilde{\Psi}_i < 0$, 因此有 $\dot{V}(t) - \alpha_i V(t) \leq \gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) - y^T(t)y(t)$, 即 $\frac{d}{dt}(e^{-\alpha_i t} V(t)) < e^{-\alpha_i t} (\gamma^2 \omega^T(t)\omega(t) - y^T(t)y(t))$.

$$(34)$$

对于 $\forall t > t_k, t \in (t_k, t_{k+1})$, 将式(34)从 t_k 到 t 积分, 得

$$e^{-\alpha_i t} V(t) - e^{-\alpha_i t_k} V(t_k) < \int_{t_k}^t e^{-\alpha_i \tau} (\gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) - y^T(\tau)y(\tau)) d\tau.$$

结合式(30), 可以得到

$$\begin{aligned} V(t) < & \\ \mu_i e^{\alpha_i(t-t_k)} V(t_k^-) + & \\ e^{\alpha_i t} \int_{t_k}^t e^{-\alpha_i \tau} (\gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) - y^T(\tau)y(\tau)) d\tau = & \\ \mu_i e^{\alpha_i(t-t_k)} V(t_k^-) + e^{\alpha_i(t-t_k)} \int_{t_k}^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau - & \\ \int_{t_k}^t y^T(\tau)y(\tau) d\tau < & \\ \prod_{i=1}^n \mu_i^{N_{\sigma_i}(0,t)} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(0,t) \right\} V(0) + & \\ \prod_{i=1}^n \mu_i^{N_{\sigma_i}(0,t)} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(0,t) \right\} \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau - & \\ \int_0^t y^T(\tau)y(\tau) d\tau. & \end{aligned}$$

在零初始条件下, 考虑到 $V(t) \geq 0$, 则有

$$\prod_{i=1}^n \mu_i^{N_{\sigma_i}(0,t)} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(0,t) \right\} \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau - \int_0^t y^T(\tau)y(\tau) d\tau \geq 0.$$

结合式(33), 可得

$$\begin{aligned} \int_0^t y^T(\tau)y(\tau) d\tau \leq & \\ \prod_{i=1}^n \mu_i^{N_{\sigma_i}(0,t)} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(0,t) \right\} \times & \\ \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau < & \\ \prod_{i=1}^n \mu_i^{T_i(0,t)/\tau_{ai}} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i T_i(0,t) \right\} \times & \\ \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau = & \\ \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\alpha_i + \ln \frac{\mu_i}{\tau_{ai}} \right) T_i(0,t) \right\} \times & \\ \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau = & \\ \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\ln c_2 + \ln \lambda_2 - 2 \ln d}{T} \right) T_i(0,t) \right\} \times & \\ \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau = \frac{c_2 \lambda_2}{d^2} \int_0^t \gamma^2 \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau = & \\ \gamma_s^2 \int_0^t \omega^T(\tau)\omega(\tau) d\tau. & \quad \square \end{aligned}$$

定理3 考虑切换系统(11),如果对于给定常数 $\alpha_i > 0, \mu_i > 1$,存在常数 $\lambda'_1 > 0, \gamma > 0$,适维正定矩阵 \tilde{Q}_i 和矩阵 X_i ,使得

$$\tilde{Q}_i < \mu_j \tilde{Q}_j, \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_i & \tilde{D}_i & \tilde{Q}_i C_i^T & B_i M_i & \tilde{Q}_i N_i^T \\ * & -\gamma^2 I & G_i^T & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_i & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (36)$$

$$c_2 > \lambda'_1 d^2 e^{\alpha_i T}, \quad (37)$$

则存在控制器,使系统在模态依赖平均驻留时间满足

$$\tau_{ai}^* = T \ln \mu_i / \ln c_2 - \ln \lambda'_1 - 2 \ln d - \alpha_i T \quad (38)$$

切换信号下关于 $(0, c_2, T, R, d, \sigma)$ 的有限时间有界,具有式(12)所示的 H_∞ 性能,且满足 $\gamma_s = \sqrt{c_2 \gamma / \lambda'_1 d^2}$. 控制器参数矩阵可以通过下式求得:

$$\bar{K}_i = X_i \tilde{Q}_i^{-1}. \quad (39)$$

其中

$$\Gamma_i = \tilde{Q}_i A_i^T + A_i \tilde{Q}_i + X_i^T B_i^T + B_i X_i - \alpha_i \tilde{Q}_i,$$

$$\lambda'_1 = \max_{i \in \Omega} (\lambda_{\max} \tilde{Q}_i), \quad \lambda'_2 = \min_{i \in \Omega} (\lambda_{\min} \tilde{Q}_i),$$

$$\tilde{Q}_i = R^{1/2} Q_i R^{1/2}.$$

证明 定义矩阵 $\tilde{Q}_i = \tilde{P}_i^{-1}$,对式(30)通过对称矩阵 $\text{diag}\{\tilde{Q}_i, I, I, I, I\}$ 进行全等变换,令 $X_i = B_i \bar{K}_i$,即可得到式(36).同时,由矩阵 \tilde{Q}_i 的定义可知

$$\max_{i \in \Omega} (\lambda_{\max} \tilde{Q}_i) = 1 / \min_{i \in \Omega} (\lambda_{\min} \tilde{P}_i), \quad (40)$$

即 $\lambda'_1 = 1 / \lambda_2$;

$$\min_{i \in \Omega} (\lambda_{\min} \tilde{Q}_i) = 1 / \max_{i \in \Omega} (\lambda_{\max} \tilde{P}_i), \quad (41)$$

即 $\lambda'_2 = 1 / \lambda_1$.

综上所述,可以得到模态平均驻留时间如式(38)所示,且控制器参数可通过式(39)获得. \square

注3 在求解控制器参数的过程中,为保证系统具有较优的 H_∞ 性能,可以将定理3转化为一个优化问题,即

$$\min \gamma; \quad \text{s.t. 式(35), (36), (37)}. \quad (42)$$

注4 本文将升降舵偏 δ_e 增广至系统状态向量中,通过保证系统的有限时间有界,限制系统的实际舵偏角,从而在控制器设计过程直接防止变形过程中控制指令过大的问题,避免了舵面饱和的现象,同时兼顾了执行机构的物理性能和系统响应的要求.

3 仿真实验

考虑如前所示的变体飞行器纵向运动切换系统模型,考虑飞行器在稳态飞行情况下的快速变形性能,验证所提出方法的有效性.假设变体飞行器初始状态后掠角为 15 deg,处于定高平飞状态飞行高度 h

$= 9000 \text{ m}$,马赫数 $M_a = 0.5$.假设后掠角在 20 s 内由 15 deg 变为 60 deg,选取后掠角 ξ 为 15 deg, 20 deg, ..., 60 deg 时为基本工作点,在各个工作点处利用小扰动线性化方法对飞行器进行线性化和配平,得到工作点处的系统矩阵,进而进行控制器的设计.由于篇幅限制,本文列出部分工作点处的系统矩阵如下所示:

$$A_{15} = \begin{bmatrix} 0 & -152.4 & 152.4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.7532 & 0 & 1 & 0.01238 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1.2716 & 0 & -0.3204 & 1.5088 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2 \end{bmatrix},$$

$$A_{60} = \begin{bmatrix} 0 & -152.4 & 152.4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.7917 & 0 & 1 & 0.01645 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3.1582 & 0 & -0.1540 & 3.9773 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2 \end{bmatrix},$$

$$B_{15} = B_{60} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 20.2]^T, \quad C_i = I_{5 \times 5}.$$

假设变体飞行器机翼后掠角的变化函数为

$$\xi(t) = \frac{\xi_1 - \xi_2}{2} \cos \frac{\pi t}{T} + \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \quad t \in [0, T]. \quad (43)$$

其中: $\xi_1 = 15, \xi_2 = 60$.

假设 $\xi_1 = 15$ 时机翼的质心位移变化量 $x_w = 0$,则后掠角变化时机翼在质心位移变化量 $t \in [0, T]$ 区间内具有如下所示的函数关系:

$$\begin{aligned} x_w &= -0.25\bar{b} \sin(\xi(t)) + 0.25\bar{b} \sin \frac{\pi}{12} \\ &\quad - 0.25\bar{b} \sin \left(-\frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi t}{20} + \frac{5\pi}{24} \right) + 0.25\bar{b} \sin \frac{\pi}{12}. \end{aligned} \quad (44)$$

其中: \bar{b} 为飞行器机翼前缘总长度,近似为常值 $\bar{b} = 6$,将式(44)对时间 t 求导,可以得到 $t \in [0, T]$ 内 \dot{x}_w 和 \ddot{x}_w 与 $\xi(t)$ 的表达式

$$\begin{aligned} \dot{x}_w &= \frac{dx_w}{dt} = -\frac{\pi^2 \bar{b}}{960} \cos \left(-\frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi t}{20} + \frac{5\pi}{24} \right) \sin \frac{\pi t}{20}, \\ \ddot{x}_w &= \frac{d\dot{x}_w}{dt} = \\ &\quad \frac{\pi^4 \bar{b}}{15360} \sin \left(\frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi t}{20} + \frac{5\pi}{24} \right) \left(\sin \frac{\pi t}{20} \right)^2 - \\ &\quad \frac{\pi^3 \bar{b}}{19200} \cos \left(\frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi t}{20} + \frac{5\pi}{24} \right) \cos \frac{\pi t}{20}. \end{aligned}$$

基于以上分析,可以得到变体飞行器的纵向小扰动切换系统模型.

给定参数 $c_2 = 10, T = 20, d = 0.1, \lambda'_1 = 4.3125, R = I_{5 \times 5}$.可以得到在模态依赖平均驻留时间方法和平均驻留时间方法下系统在各个子系统内驻留时间,如表2所示.

由表2可知:由于各个子系统具有不同的性能,采用平均驻留时间无法得到系统稳定的结论;而且

表 2 不同切换逻辑参数与结果

	MDADT	ADT
参数	$\alpha_1 = 0.16, \alpha_2 = 0.19,$ $\alpha_3 = 0.20, \dots, \alpha_{10} = 0.22,$ $\mu_1 = 1.08, \mu_2 = 1.10$ $\mu_3 = 1.11, \dots, \mu_{10} = 1.21$	$\alpha = 0.22$ $\mu = 1.21$
驻留时间	$\tau_{a1}^* = 0.6852, \tau_{a2}^* = 1.1579,$ $\tau_{a3}^* = 1.4432, \tau_{a10}^* = 3.6439$	$\tau_a^* = 3.6439$

平均驻留时间可以看作模态依赖平均驻留时间的一个特例,有 $\tau_a^* \geq \tau_{ai}^*$. 因此,采用模态依赖平均驻留时间方法可以有效降低设计的保守性.

由式(42)可知, H_∞ 性能指标 $\gamma_s = 0.7655$. 状态反馈控制器的增益矩阵可通过式(39)求得,限于篇幅,本文给出部分控制器增益矩阵如下所示:

$$\begin{aligned} \bar{K}_{15} &= [-12.89 \ 78.13 \ -139.69 \ -15.85 \ -27.36], \\ \bar{K}_{20} &= [-12.73 \ 77.63 \ -138.21 \ -15.26 \ -27.09], \\ \bar{K}_{25} &= [-12.81 \ 77.92 \ -138.86 \ -15.71 \ -27.41], \\ \bar{K}_{60} &= [-13.85 \ 81.31 \ -141.12 \ -18.36 \ -30.32]. \end{aligned}$$

基于“线性设计+非线性仿真”的思路,根据小扰动情况下的切换控制器,进一步对飞行器的纵向运动进行非线性仿真.考虑控制器参数存在不确定性的情况,分别采用本文提出的方法与无非脆弱情况的鲁棒控制方法进行对比.假设系统存在的控制器参数摄动矩阵^[20]为

$$\begin{aligned} M_{15} = \dots = M_{60} &= [1], \quad F_{15} = \dots = F_{60} = \sin t, \\ N_{15} = \dots = N_{60} &= [-0.5 \ 0.8 \ -0.9 \ -0.6 \ -0.7]. \end{aligned}$$

仿真结果如图1~图5所示,可以看出:在飞行器快速变形过程中,各个状态量均是有限时间稳定的,系统在满足模态依赖平均驻留时间的切换律下能够保持稳定性.图1为高度响应曲线,可以看出:系统在快速变形过程中仍然能够基本保持定高飞行;由于控制器存在着不确定性,采用本文提出的非脆弱鲁棒控制器可以有效减小控制器不确定性引起的抖振及稳态误差,变形引起的高度变化较小.图2和图3分别为攻角和俯仰角响应曲线,可以看出俯仰角响应与攻角响应基本同步,因此速度倾角在变形过程中始终接

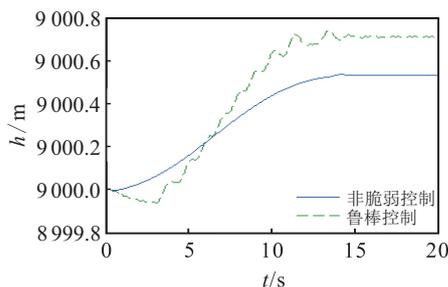


图 1 高度响应曲线

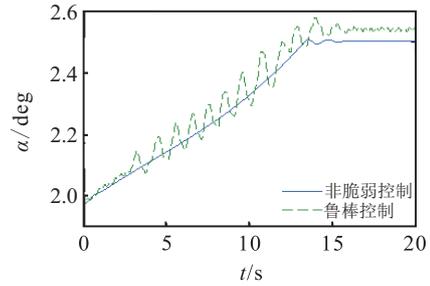


图 2 攻角响应曲线

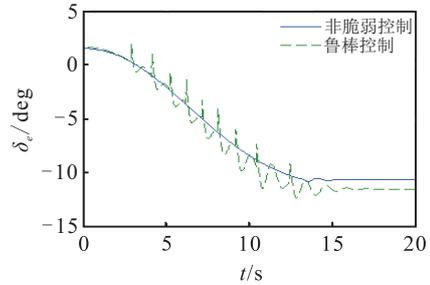


图 3 俯仰角响应曲线

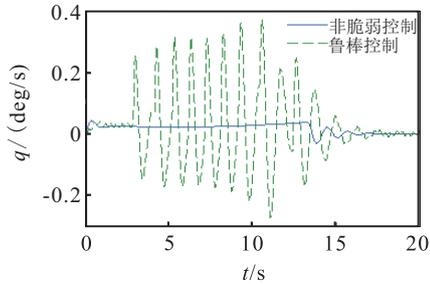


图 4 俯仰角速率响应曲线

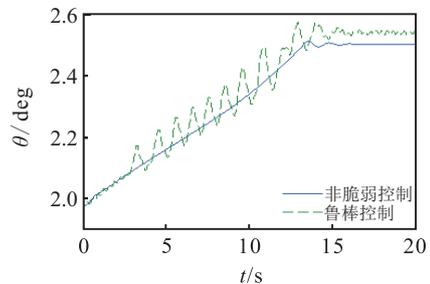


图 5 舵偏角高度响应曲线

近于 0. 图4为俯仰角速率响应曲线,可以看出采用本文方法俯仰角速率的变化范围较小,具有较好的动态性能和鲁棒性.图5为舵偏角响应曲线,可以得知升降舵偏角变化范围合理,是物理可实现的,没有发生舵面饱和现象.

4 结论

为满足变体飞行器快速变形的需要,克服控制器不确定性和外部扰动的影响,本文研究了变体飞行器的非脆弱有限时间鲁棒控制问题.首先针对一类后掠角可变的变体飞行器,建立了其小扰动线性切换系统模型.基于模态依赖平均驻留方法和多 Lyapunov 函数方法保证了系统的有限时间稳定性,与传统方法相比,通过引入与子区间性能有关的变量,降低了

保守性. 由于系统中普遍存在着控制器不确定性, 会引起系统性能降低甚至失稳, 设计了非脆弱鲁棒控制器, 并且给出了控制器的存在条件和求解方法. 最后通过仿真表明, 采用本文设计的控制器, 能够保证飞行器在快速变形过程中的稳定性和鲁棒性, 可以抑制控制器不确定性的影响.

参考文献(References)

- [1] Weisshaar T A. Morphing aircraft systems: Historical perspectives and future challenges[J]. *J of Aircraft*, 2013, 50(2): 337-353.
- [2] Baldelli D H, Lee D H, Sánchez Peña R S, et al. Modeling and control of an aeroelastic morphing vehicle[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(6): 1687-1699.
- [3] Jiang W L, Dong C Y, Wang Q. A systematic method of smooth switching LPV controllers design for a morphing aircraft[J]. *Chinese J of Aeronautics*, 2015, 28(6): 1640-1649.
- [4] Yue T, Wang L X, Ai J Q. Gain self-scheduled H_∞ control for morphing aircraft in the wing transition process based on an LPV model[J]. *Chinese J of Aeronautics*, 2013, 26(4): 909-917.
- [5] 肖会敏, 刘振. 一类不确定切换中立型系统的鲁棒滑模控制[J]. *控制与决策*, 2016, 31(3): 521-527. (Xiao H M, Liu Z. Robust sliding mode control for a class of uncertain switched neutral systems[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(3): 521-527.)
- [6] He X, Zhao J. Multiple Lyapunov functions with blending for induced L_2 -norm control of switched LPV systems and its application to an F-16 aircraft model[J]. *Asian J of Control*, 2014, 16(1): 149-161.
- [7] Huang Y Q, Sun C Y, Qian C S, et al. Linear parameter varying switching attitude control for a near space hypersonic vehicle with parametric uncertainties[J]. *Int J of Systems Science*, 2015, 46(16): 3019-3031.
- [8] Lu Q G, Zhang L X, Karimi H R, et al. H_∞ control for asynchronously switched linear parameter-varying systems with mode-dependent average dwell time[J]. *IET Control Theory and Application* 2013, 7(5): 673-683.
- [9] Zhao X D, Zhang L X, Shi P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1809-1815.
- [10] Zhong G X, Yang G H. Fault detection for uncertain switched systems with time-varying delays[J]. *J of the Franklin Institute*, 2015, 352(4): 1455-1475.
- [11] 林相泽, 都海波, 李世华. 离散线性切换系统的一致有限时间稳定分析和反馈控制及其在网络控制系统中的应用[J]. *控制与决策*, 2011, 26(6): 841-846. (Lin X Z, Du H B, Li S H. Uniform finite-time stability and feedback stabilization for discrete-time switched linear systems and its application to networked control systems[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(6): 841-846.)
- [12] Wang T, Dong C Y, Wang Q. Finite-time boundedness control of morphing aircraft based on switched systems approach[J]. *Optik-International J for Light and Electron Optics*, 2015, 126(23): 4436-4445.
- [13] Amato F, Merola A, Cosentino C. Finite-time stability of linear time-varying systems: Analysis and controller design[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2010, 55(4): 1003-1008.
- [14] Amato F, Merola A, Cosentino C. Finite-time control of discrete-time linear systems: Analysis and design conditions[J]. *Automatica*, 2010, 46(5): 919-924.
- [15] Meng Q Y, Shen Y J. Finite-time H_∞ control for linear continuous system with norm-bounded disturbance[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14(4): 1043-1049.
- [16] Wang X H, Zong G D, Sun H B. Asynchronous finite-time dynamic output feedback control for switched time-delay systems with non-linear disturbances[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(10): 1142-1150.
- [17] 刘殿军, 齐文海, 高宪文. 转移概率部分未知的随机 Markov 饱和切换系统的非脆弱镇定[J]. *控制与决策*, 2016, 30(10): 1873-1878. (Liu D J, Qi W H, Gao X W. Non-fragile stabilization for stochastic system with Markov switching under partly unknown transition rates and actuator saturation[J]. *Control and Decision*, 2016, 30(10): 1873-1878.)
- [18] Wang D, Shi P, Wang W, et al. Non-fragile H_∞ control for switched stochastic delay systems with application to water quality process[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(11): 1677-1693.
- [19] Senthilkumar T, Balasubramaniam P. Non-fragile robust stabilization and H_∞ control for uncertain stochastic time delay systems with Markovian jump parameters and nonlinear disturbances[J]. *Int J of Adaptive Control and Signal Processing*, 2014, 28(3/5): 464-478.
- [20] Huang Y Q, Sun C Y, Qian C S, et al. Non-fragile switching tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle based on polytopic LPV model[J]. *Chinese J of Aeronautics*, 2013, 26(4): 948-959.
- [21] 王宇飞, 姜长生, 吴庆宪. 近空间飞行器多模型软切换保性能非脆弱控制[J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(4): 440-446. (Wang Y F, Jiang C S, Wu Q X. Multi-model soft-switching cost-guaranteed non-fragile control for near-space vehicle[J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(4): 440-446.)
- [22] Seigler T M, Neal D A. Analysis of transition stability for morphing aircraft [J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(6): 1947-1954.
- [23] Xie L, Fu M, De Souza C E. H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(8): 1253-1256.