

基于 H_-/H_∞ 未知输入观测器的线性切换系统故障检测

王佳伟, 沈毅[†], 王振华

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 利用 H_-/H_∞ 未知输入观测器方法研究线性切换系统的故障检测问题. 将未知输入干扰分解为可解耦和不可解耦两部分, 从估计误差中消除可解耦部分, 再使用加权 H_-/H_∞ 混合性能指标表示剩余未知输入和故障对残差的影响, 将故障检测问题等价于加权 H_-/H_∞ 未知输入观测器设计问题. 根据平均驻留时间技术和多 Lyapunov 函数方法设计了故障检测器参数, 并利用松弛矩阵方法得到了进一步的结果. 通过一个仿真例子对所提出方法进行了验证.

关键词: 切换系统; 故障检测; 未知输入观测器; H_-/H_∞ 混合性能; 平均驻留时间; 多 Lyapunov 函数

中图分类号: TP277

文献标志码: A

Fault detection for linear switched systems based on H_-/H_∞ unknown input observers

WANG Jia-wei, SHEN Yi[†], WANG Zhen-hua

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Fault detection for linear switched systems is studied by using the H_-/H_∞ unknown input observers method. Unknown input disturbance can be divided into two parts. Unknown input which can be decoupled is eliminated from the estimation error, and weighted H_-/H_∞ mixed performance index is used for representing the effect of fault and the remaining unknown input on residual. The fault detection problem of switched systems is equivalent to H_-/H_∞ unknown input observers design. The average dwell time technique and multiple Lyapunov functions are utilized for deriving parameters of fault detectors, and further results are obtained by introducing the slack matrix method. A simulation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: switched systems; fault detection; unknown input observers; H_-/H_∞ mixed performance; average dwell time; multiple Lyapunov functions

0 引 言

随着工业生产和航天工程等领域对系统安全要求的不断提高, 故障检测技术得到迅速发展, 涌现出大量的故障检测方法^[1-2]. 未知输入观测器是最常用的一类方法, 它解除了未知输入与状态估计误差的耦合, 实现了鲁棒故障检测. 该方法已在线性系统^[3-4]、非线性系统^[5-6]的故障检测中得到了广泛应用. 但未知输入的完全解耦需要满足一定条件, 当它们无法满足时, 传统的未知输入观测器将不能存在. 为此, 研究者们将 H_∞ 性能指标与未知输入观测器进行了结合. 文献[7]针对未知输入可部分解耦线性定常系统, 首次提出了 H_∞ 未知输入观测器, 其设

计原理是将未知输入分为两部分, 一部分通过解耦消除其对估计误差的影响, 另外一部分使用 H_∞ 性能指标来表示其对于估计误差的影响. 文献[8]为未知输入可部分解耦的线性时滞系统设计了 H_∞ 未知输入观测器. 文献[9]利用 H_∞ 未知输入观测器研究了未知输入可部分解耦情况下的线性系统鲁棒故障估计问题. 此外, 文献[10]没有考虑未知输入可部分解耦的情况, 而使用 H_∞ 性能指标描述了整体未知输入对于估计误差的影响, 进而建立了另一种 H_∞ 未知输入观测器.

切换系统是一种典型的混杂系统, 其结构包括若干个切换子系统和一个切换信号. 近年来, 切换系统

收稿日期: 2016-08-26; 修回日期: 2016-11-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61021002, 61273162, 61403104); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (HIT.KLOF.2015.076).

作者简介: 王佳伟 (1982—), 男, 博士生, 从事故障诊断技术的研究; 沈毅 (1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能检测处理与控制、超声成像技术等研究.

[†]通讯作者. E-mail: shen@hit.edu.cn

的相关研究十分活跃,在稳定性和镇定性分析^[11-13]、控制器设计^[14-15]以及滤波器设计^[16-17]等方面涌现出了很多研究成果.与此同时,随着切换系统应用领域的不断增加,其故障诊断问题逐渐引起研究者兴趣,并取得了一些进展.首先,对于未知输入不可解耦的情况,文献[18-19]分别针对离散时间和连续时间线性切换系统,设计了 H_∞ 故障检测滤波器.文献[20-24]则使用 H_-/H_∞ 混合性能指标为切换系统设计了鲁棒故障检测滤波器.其次,对于未知输入可完全解耦的情况,文献[25]利用未知输入观测器方法研究了切换系统的故障检测问题.另外,据作者了解,目前尚未有文献研究未知输入可部分解耦的切换系统故障检测问题.为此,本文将设计 H_-/H_∞ 未知输入观测器来进行未知输入可部分解耦情况下的切换系统故障检测问题研究. H_-/H_∞ 未知输入观测器不仅考虑了残差对剩余未知输入的鲁棒性,还考虑了残差对故障的敏感性,因此可看作是 H_∞ 未知输入观测器的进一步延伸和扩展.

本文首先利用未知输入观测器的等式条件,将可解耦未知输入从估计误差中消除;然后分别使用加权 H_- 性能指标和加权 H_∞ 性能指标表示残差对故障的敏感性能和对剩余未知输入的鲁棒性能,进而将切换系统故障检测问题转化为 H_-/H_∞ 未知输入观测器设计问题;使用平均驻留时间技术和多Lyapunov函数方法来设计故障检测器参数,并通过引入松弛矩阵来降低结果的保守性;最后利用本文所提出方法和已有方法对同一个切换系统例子进行仿真和比较分析.

1 问题形成

考虑离散时间切换系统

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}u(k) + D_{\sigma(k)}d(k), \\ y(k) = C_{\sigma(k)}x(k) + f(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$ 为系统状态, $y(k) \in R^m$ 为系统测量输出, $u(k) \in R^p$ 为控制输入, $d(k) \in R^p$ 为未知输入干扰, $f(k) \in R^m$ 为故障,并且 $d(k)$ 和 $f(k)$ 是 ℓ_2 范数有界的; $\sigma(k)$ 为切换信号,其取值范围是 $N = 1, 2, \dots, n$, n 为子系统的个数.假设切换信号的变化规律是未知的,但其数值是可以实时获得的,当 $\sigma(k) = i$ 时, (A_i, B_i, C_i, D_i) 表示第 i 个子系统被激活并处于运行状态.切换信号都满足平均驻留时间的约束,故给出平均驻留时间定义.

定义1^[11] 对于 $k_0 < k_s < k_v$ 之间的所有时刻,令 $N_\sigma(k_s, k_v)$ 表示 $\sigma(k)$ 在时间区间 (k_s, k_v) 内的切换

次数,存在 $\tau_\alpha > 0, N_0 \geq 0$,使得

$$N_\sigma(k_s, k_v) \leq N_0 + \frac{k_v - k_s}{\tau_\alpha} \quad (2)$$

成立.其中: τ_α 称为切换信号 $\sigma(k)$ 的平均驻留时间(ADT); N_0 称为抖振边界,通常情况下,令 $N_0 = 0$.

另外,给出切换系统稳定的定义.

定义2^[16] 如果存在常数 $K > 0$ 和 $0 < \rho < 1$,使得系统(1)的解 $x(k)$ 满足

$$\|x(k)\| \leq K\rho^{k-k_0}\|x(k_0)\|, \quad \forall k \geq k_0,$$

则在切换信号 $\sigma(k)$ 下,系统(1)是全局指数稳定的.

当未知输入的分布矩阵

$$\text{rank}(C_{\sigma(k)}D_{\sigma(k)}) = \text{rank}(D_{\sigma(k)}) \quad (3)$$

时,未知输入 $d(k)$ 可以完全从估计误差中解耦;当 $\text{rank}(C_{\sigma(k)}D_{\sigma(k)}) \neq \text{rank}(D_{\sigma(k)})$ 时,未知输入 $d(k)$ 不能完全被解耦.但如果未知输入分布矩阵 $D_{\sigma(k)}$ 中的 p_1 列满足条件(3),则可以将 $D_{\sigma(k)}$ 分成 $D_{\sigma(k)1} \in R^{n \times p_1}$ 和 $D_{\sigma(k)2} \in R^{n \times (p-p_1)}$ 两部分,未知输入也可分为 $d_1(k) \in R^{p_1}$ 和 $d_2(k) \in R^{(p-p_1)}$ 两部分,重写式(1)得

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}u(k) + \\ \quad D_{\sigma(k)1}d_1(k) + D_{\sigma(k)2}d_2(k), \\ y(k) = C_{\sigma(k)}x(k) + f(k). \end{cases} \quad (4)$$

对于系统(4),基于未知输入观测器构成故障检测器

$$\begin{cases} z(k+1) = \\ \quad F_{\sigma(k)}z(k) + T_{\sigma(k)}B_{\sigma(k)}u(k) + K_{\sigma(k)}y(k), \\ \hat{x}(k) = z(k) + H_{\sigma(k)}y(k), \\ r(k) = y(k) - C_{\sigma(k)}\hat{x}(k). \end{cases} \quad (5)$$

其中: $z(k)$ 为故障检测器(5)的状态, $\hat{x}(k)$ 为系统(4)的状态估计, $r(k)$ 为残差; $F_{\sigma(k)}, T_{\sigma(k)}, K_{\sigma(k)}$ 和 $H_{\sigma(k)}$ 为需要设计的参数矩阵,并且满足等式

$$H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}D_{\sigma(k)1} = D_{\sigma(k)1}, \quad (6)$$

$$T_{\sigma(k)} = I - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}, \quad (7)$$

$$F_{\sigma(k)} = A_{\sigma(k)} - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}A_{\sigma(k)} - K_{\sigma(k)1}C_{\sigma(k)}, \quad (8)$$

$$K_{\sigma(k)2} = F_{\sigma(k)}H_{\sigma(k)}, \quad (9)$$

$$K_{\sigma(k)} = K_{\sigma(k)1} + K_{\sigma(k)2}. \quad (10)$$

定义状态估计误差 $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$,根据式(4)和(5)可得到

$$\begin{aligned} e(k+1) = \\ (A_{\sigma(k)} - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}A_{\sigma(k)} - K_{\sigma(k)1}C_{\sigma(k)})e(k) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ((A_{\sigma(k)} - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}A_{\sigma(k)} - K_{\sigma(k)1}C_{\sigma(k)}) - \\ & F_{\sigma(k)})z(k) + ((A_{\sigma(k)} - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}A_{\sigma(k)} - \\ & K_{\sigma(k)1}C_{\sigma(k)})H_{\sigma(k)} - K_{\sigma(k)2})y(k) + \\ & ((I - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}) - T_{\sigma(k)})B_{\sigma(k)}u(k) + \\ & (I - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)})D_{\sigma(k)1}d_1(k) + (I - H_{\sigma(k)}C_{\sigma(k)}) \times \\ & D_{\sigma(k)2}d_2(k) - K_{\sigma(k)2}f(k) - H_{\sigma(k)}f(k+1). \end{aligned} \quad (11)$$

考虑 $f(k)$ 是恒定或者缓变故障, 有 $f(k) \approx f(k+1)$, 并根据式 (6) ~ (10) 可得到误差系统

$$\begin{cases} e(k+1) = F_{\sigma(k)}e(k) + T_{\sigma(k)}D_{\sigma(k)2}d_2(k) - \\ \quad (K_{\sigma(k)1} + H_{\sigma(k)})f(k), \\ r(k) = C_{\sigma(k)}e(k) + f(k). \end{cases} \quad (12)$$

可以看到, 误差系统 (12) 中的估计误差 $e(k)$ 与未知输入 $d_1(k)$ 完全解耦, 但 $d_2(k)$ 依然存在, 因此残差 $r(k)$ 受到故障 $f(k)$ 和剩余未知输入 $d_2(k)$ 的影响, 则故障检测问题等价于加权 H_-/H_∞ 混合性能指标下误差系统 (12) 的求解问题, 即给定常数 $0 < \alpha < 1$, $\gamma > 0$ 和 $\beta > 0$, 设计故障检测器 (5) 使得:

1) 误差系统 (12) 是全局指数稳定的.

2) 当误差系统 (12) 的初始状态 $e(k_0) = 0$ 时, 残差 $r(k)$ 对剩余未知输入 $d_2(k)$ 具有鲁棒性, 即满足加权 H_∞ 性能指标

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} (1-\alpha)^{k-k_0} r(k)^T r(k) \leq \gamma^2 \sum_{k=k_0}^{\infty} d_2(k)^T d_2(k). \quad (13)$$

3) 当误差系统 (12) 的初始状态 $e(k_0) = 0$ 时, 残差 $r(k)$ 对故障 $f(k)$ 具有敏感性, 即满足加权 H_- 性能指标

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} (1-\alpha)^{k_0-k} r(k)^T r(k) \geq \beta^2 \sum_{k=k_0}^{\infty} f(k)^T f(k). \quad (14)$$

将同时满足上述性能故障检测器 (5) 称为 H_-/H_∞ 未知输入观测器.

2 H_-/H_∞ 未知输入观测器设计

首先考虑 H_∞ 性能, 需使用下面的引理.

引理 1^[14] 考虑如下的离散时间切换系统:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}_{\sigma(k)}\bar{x}(k) + \bar{B}_{\sigma(k)}\omega(k), \\ \bar{y}(k) = \bar{C}_{\sigma(k)}\bar{x}(k) + \bar{D}_{\sigma(k)}\omega(k). \end{cases} \quad (15)$$

其中 $\bar{x}(k)$ 、 $\omega(k)$ 、 $\bar{y}(k)$ 分别表示系统 (15) 的状态、输入和输出. 给定常数 $0 < \alpha < 1$, $\gamma > 0$ 和 $\mu > 1$, 如果存在多 Lyapunov 函数 $V(\bar{x}(k)) = \{V_{\sigma(k)}(\bar{x}(k))\}$, $\sigma(k) \in N$, 使得如下矩阵不等式:

$$\begin{aligned} & V_{\sigma(k)}(\bar{x}(k+1)) - (1-\alpha)V_{\sigma(k)}(\bar{x}(k)) + \\ & \bar{y}(k)^T \bar{y}(k) - \gamma^2 \omega(k)^T \omega(k) < 0, \forall k \in [k_l, k_{l+1}), \end{aligned} \quad (16)$$

$$V_{\sigma(k_l)}(\bar{x}(k_l)) - \mu V_{\sigma(k_{l-1})}(\bar{x}(k_l)) \leq 0 \quad (17)$$

成立, 并且切换信号 $\sigma(k)$ 平均驻留时间满足

$$\tau_\alpha \geq \tau_\alpha^* = \text{ceil} \left[-\frac{\ln \mu}{\ln(1-\alpha)} \right], \quad (18)$$

则系统 (15) 指数稳定且 $\bar{y}(k)$ 对于 $\omega(k)$ 满足加权 H_∞ 性能指标. 其中 ceil 表示取整运算符.

引理 1 的证明过程可在文献 [14] 中查阅.

令误差系统 (12) 的 $f(k) = 0$, 有

$$\begin{cases} e(k+1) = F_{\sigma(k)}e(k) + T_{\sigma(k)}D_{\sigma(k)2}d_2(k), \\ r(k) = C_{\sigma(k)}e(k). \end{cases} \quad (19)$$

考虑误差系统 (19), 根据引理 1, 可得到如下定理.

定理 1 给定常数 $0 < \alpha < 1$, $\mu > 1$ 和 $\gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P_i (i \in N)$ 满足矩阵不等式

$$P_i \leq \mu P_j, \quad i, j \in N, i \neq j, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} -P_i & P_i F_i & P_i T_i D_{i2} \\ * & -(1-\alpha)P_i + C_i^T C_i & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

同时切换信号平均驻留时间满足式 (18), 则误差系统 (19) 全局指数稳定, 并且满足加权 H_∞ 性能.

证明 首先为误差系统 (19) 定义多 Lyapunov 函数

$$V_{\sigma(k)}(e(k)) = e(k)^T P_{\sigma(k)} e(k), \quad (22)$$

其中 $P_{\sigma(k)} > 0$, 则有 $V_{\sigma(k)}(e(k)) > 0$.

当 $k = k_l$ 时, 系统发生切换, 令切换前后的切换信号分别为 $\sigma(k_{l-1}) = j$ 和 $\sigma(k_l) = i$, 则有

$$V_i(e(k)) - \mu V_j(e(k)) = e(k)^T (P_i - \mu P_j) e(k). \quad (23)$$

再根据式 (20), 得到

$$V_i(e(k)) \leq \mu V_j(e(k)). \quad (24)$$

当 $k \in [k_l, k_{l+1})$ 时, 令 $\sigma(k) = i$, 即第 i 个子系统工作时, 根据误差系统 (19) 及 (22) 有

$$\begin{aligned} & V_i(e(k+1)) - (1-\alpha)V_i(e(k)) + \\ & r(k)^T r(k) - \gamma^2 d_2(k)^T d_2(k) = \\ & e(k+1)^T P_i e(k+1) - (1-\alpha)e(k)^T P_i e(k) + \\ & e(k)^T C_i^T C_i e(k) - \gamma^2 d_2(k)^T d_2(k) = \\ & (F_i e(k) + T_i D_{i2} d_2(k))^T P_i (F_i e(k) + \\ & T_i D_{i2} d_2(k)) - (1-\alpha)e(k)^T P_i e(k) + \\ & e(k)^T C_i^T C_i e(k) - \gamma^2 d_2(k)^T d_2(k) = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} e(k) \\ d_2(k) \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} e(k) \\ d_2(k) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

其中

$$\Omega = \begin{bmatrix} F_i^T P_i F_i - (1 - \alpha)P_i + C_i^T C_i & \rightarrow \\ * & \\ \leftarrow & F_i^T P_i T_i D_{i2} \\ (T_i D_{i2})^T P_i T_i D_{i2} - \gamma^2 I & \end{bmatrix}.$$

根据式(21),以及Schur补引理,可得到 $\Omega < 0$,因此有

$$V_i(e(k+1)) - (1 - \alpha)V_i(e(k)) + r(k)^T r(k) - \gamma^2 d_2(k)^T d_2(k) < 0. \quad (26)$$

当切换信号的平均驻留时间满足式(18)时,根据引理1,可证明误差系统(19)全局指数稳定,并且满足加权 H_∞ 性能. \square

注1 下面给出 F_i, T_i, K_i 和 H_i 的计算步骤.

首先,根据 $\text{rank}(C_i D_{i1}) = \text{rank}(D_{i1})$,可计算 $C_i D_{i1}$ 的伪逆

$$(C_i D_{i1})^+ = ((C_i D_{i1})^T C_i D_{i1})^{-1} (C_i D_{i1})^T, \quad (27)$$

则根据等式(6)和(7), H_i 和 T_i 可计算为

$$H_i = D_{i1} (C_i D_{i1})^+, \quad (28)$$

$$T_i = I - D_{i1} (C_i D_{i1})^+ C_i. \quad (29)$$

然后将式(8)代入(21),可得到含有非线性项的矩阵不等式,故定义 $W_i = P_i K_{i1}$,有

$$\begin{bmatrix} -P_i & P_i A_i - P_i H_i C_i A_i - W_i C_i & P_i T_i D_{i2} \\ * & -(1 - \alpha)P_i + C_i^T C_i & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (30)$$

由线性矩阵不等式(30)可求解 P_i 和 W_i ,则得到 $K_{i1} = P_i^{-1} W_i$,再根据等式(8)~(10)可计算故障检测器参数 F_i 和 K_i .至此,可得到满足加权 H_∞ 性能的故障检测器参数.

若考虑 H_- 性能,则需使用下面的引理.

引理2 考虑离散时间切换系统(15),给定常数 $0 < \alpha < 1, \beta > 0$ 和 $\mu > 1$,如果存在多Lyapunov函数 $V(\bar{x}(k)) = \{V_{\sigma(k)}(\bar{x}(k))\}$,满足如下的矩阵不等式:

$$V_{\sigma(k)}(\bar{x}(k+1)) - (1 - \alpha)V_{\sigma(k)}(\bar{x}(k)) + \beta^2 \omega(k)^T \omega(k) - \bar{y}(k)^T \bar{y}(k) < 0, \quad \forall k \in [k_l, k_{l+1}), \quad (31)$$

$$V_{\sigma(k_l)}(\bar{x}(k_l)) - \mu V_{\sigma(k_{l-1})}(\bar{x}(k_l)) \leq 0, \quad (32)$$

并且切换信号 $\sigma(k)$ 平均驻留时间满足式(18),则切换系统(15)的输出 $\bar{y}(k)$ 对于输入 $\omega(k)$ 满足加权 H_- 性能指标.

证明过程与引理1类似.

令误差系统(12)的 $d_2(k) = 0$,得

$$\begin{cases} e(k+1) = F_{\sigma(k)} e(k) - (K_{\sigma(k)1} + H_{\sigma(k)}) f(k), \\ r(k) = C_{\sigma(k)} e(k) + f(k). \end{cases} \quad (33)$$

考虑误差系统(33),根据引理2,可得到如下定理.

定理2 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1$ 和 $0 < \beta < 1$,如果存在正定对称矩阵 $Q_i (i \in N)$ 和矩阵 V_i ,满足如下矩阵不等式:

$$Q_i \leq \mu Q_j, \quad i, j \in N, i \neq j, \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_i & Q_i A_i - Q_i H_i C_i A_i - V_i C_i & -V_i - Q_i H_i \\ * & -(1 - \alpha)Q_i - C_i^T C_i & -C_i^T \\ * & * & \beta^2 I - I \end{bmatrix} < 0, \quad (35)$$

同时切换信号平均驻留时间满足式(18),则误差系统(33)满足加权 H_- 性能,并且故障检测器的参数 K_{i1}, F_i 和 K_i 可计算为

$$K_{i1} = Q_i^{-1} V_i, \quad (36)$$

$$F_i = A_i - H_i C_i A_i - Q_i^{-1} V_i C_i, \quad (37)$$

$$K_i = Q_i^{-1} V_i + F_i H_i, \quad (38)$$

定理2的证明与定理1证明过程相似,在此省略.

注2 同时求解定理1和定理2,则可得到 H_- / H_∞ 未知输入观测器参数,其中

$$K_{i1} = P_i^{-1} W_i = Q_i^{-1} V_i, \quad (39)$$

只有当 $P_i = Q_i$ 时,等式(39)才能成立,这相当于使用共同Lyapunov矩阵来求解 H_- 性能和 H_∞ 性能,所得结果显然具有一定的保守性.下面将使用松弛矩阵方法得到进一步的结果.

定理3 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu \geq 1, \gamma > 0$ 和 $0 < \beta > 1$,如果存在正定对称矩阵 P_i, Q_i 和矩阵 G_i, Z_i ,使得矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} P_i - G_i - G_i^T & G_i^T A_i - G_i^T H_i C_i A_i - Z_i C_i \\ * & -(1 - \alpha)P_i + C_i^T C_i \\ * & * \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} G_i^T T_i D_{i2} \\ 0 \\ -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} Q_i - G_i - G_i^T & G_i^T A_i - G_i^T H_i C_i A_i - Z_i C_i \\ * & -(1 - \alpha)Q_i - C_i^T C_i \\ * & * \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -Z_i - G_i^T H_i \\ -C_i^T \\ \beta^2 I - I \end{bmatrix} < 0, \quad (41)$$

及式(20)和(34)成立,且切换信号的平均驻留时间满足式(18),则误差系统(12)全局指数稳定,并且满足加权 H_∞ 性能和加权 H_- 性能,同时 H_-/H_∞ 未知输入观测器的参数可根据如下等式计算:

$$K_{i1} = (G_i^T)^{-1} Z_i, \tag{42}$$

$$F_i = A_i - H_i C_i A_i - (G_i^T)^{-1} Z_i C_i, \tag{43}$$

$$K_i = (G_i^T)^{-1} Z_i + F_i H_i. \tag{44}$$

证明 若式(40)成立,则 $P_i - G_i - G_i^T < 0$, 可得到 $G_i + G_i^T > P_i > 0$, 说明 G_i 是可逆矩阵. 因为 P_i 为正定对称矩阵,有

$$(P_i - G_i)^T P_i^{-1} (P_i - G_i) \geq 0 \tag{45}$$

成立,将其展开可得

$$G_i^T P_i^{-1} G_i \geq G_i + G_i^T - P_i. \tag{46}$$

在式(46)左右两端同时乘以 $-I$, 则有

$$-G_i^T P_i^{-1} G_i \leq P_i - G_i - G_i^T, \tag{47}$$

则可知矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -G_i^T P_i^{-1} G_i & G_i^T A_i - G_i^T H_i C_i A_i - Z_i C_i & G_i^T T_i D_{i2} \\ * & -(1 - \alpha) P_i + C_i^T C_i & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{48}$$

成立. 再将 $Z_i = G_i^T L_i$ 代入,又由于 G_i 可逆,在不等式(48)两端分别左乘 $\Gamma = \text{diag}\{P_i(G_i^T)^{-1}, I, I\}$ 和右乘 Γ^T , 得到不等式(30), 则可证式(40)成立. 同理可证式(41)成立. 再根据式(18)、(20)和(34), 可证明误差系统(12)全局指数稳定,并且满足加权 H_∞ 性能和加权 H_- 性能, H_-/H_∞ 未知输入观测器的参数可由式(42)~(44)计算. \square

3 残差评价和阈值比较

利用 H_-/H_∞ 未知输入观测器得到残差之后,还需要对其进行评价,用来判断是否出现了故障. 首先,选取有故障时残差范数作为评价函数,得到

$$J_L(r(k)) = \|r(k)\|_2 = \left(\sum_{k=0}^L r(k)^T r(k) \right)_{f(k) \neq 0}^{1/2}. \tag{49}$$

其中: k_0 为评价的初始时刻, k_l 为评价的步长.

其次,选取无故障时残差范数最大值为故障阈值,即

$$J_{th}(r(k)) = (\sup \|r(k)\|_2)_{f(k)=0}. \tag{50}$$

最后,比较残差评价函数和阈值,当 $J_L(r(k)) \geq J_{th}(r(k))$ 时,可以判定故障发生;当 $J_L(r(k)) < J_{th}(r(k))$ 时,则无故障.

4 仿真例子

考虑含有两个子系统形如式(1)的线性切换系统,系统参数为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.24 & 0 \\ -0.3 & 0 & 0.18 \\ 0.45 & -0.027 & -0.3 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.8 \\ 0 \\ -0.9 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.18 & 0.14 & 0 \\ -0.2 & 0.0 & 0.1 \\ 0.2 & -0.01 & -0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -0.8 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 & -0.9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

给定 $\alpha = 0.01, \mu = 1.01, \gamma = 0.02, \beta = 0.5$, 可计算切换信号需要满足的最小平均驻留时间为 $\tau_\alpha^* = 1$, 仿真中选取平均驻留时间为 $\tau_\alpha \geq 1$ 的切换信号,如图1所示. 选取控制输入 $u(k) = 1, k \in [1, 300]$, 以及未知输入 $d(k) = [0.1 \sin(0.1k) \ 0.1 \sin(0.1k)]^T, k \in [1, 300]$, 故障信号选为常值信号

$$f(k) = \begin{cases} 0, & k \in [1, 120] \cup [197, 300]; \\ 0.1, & k \in [121, 196]. \end{cases}$$

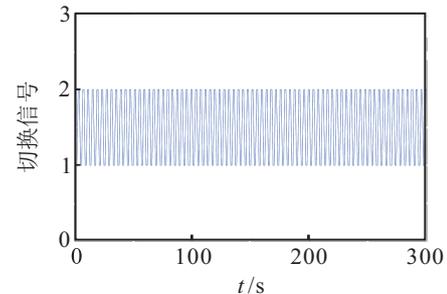


图 1 切换信号

经计算可验证 $\text{rank}(C_i D_i) \neq \text{rank}(D_i), i = 1, 2$, 根据文献[24]的定理1, 可得到故障检测观测器参数

$$L_1 = \begin{bmatrix} -0.2383 & -0.2439 \\ -0.2500 & -0.0700 \\ 0.3877 & 0.0820 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -0.1555 & -0.1432 \\ -0.1818 & -0.0636 \\ 0.1885 & -0.0330 \end{bmatrix},$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} 0.2371 & 0.2067 \\ 0.2067 & 0.5075 \end{bmatrix},$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} 0.2722 & 0.2073 \\ 0.2073 & 0.5034 \end{bmatrix}.$$

计算残差评价函数的数值和阈值为

$$J_L(r(k)) = \left(\sum_{k=0}^{148} r(k)^T r(k) \right)^{1/2} = 0.5104,$$

$$J_{th}(r(k)) = \left(\sum_{k=0}^{300} r(k)^T r(k) \right)^{1/2} = 0.5024.$$

可以看到,当 $k = 148$ 时,有 $J_L(r(k)) > J_{th}(r(k))$, 检测出故障,如图2所示.

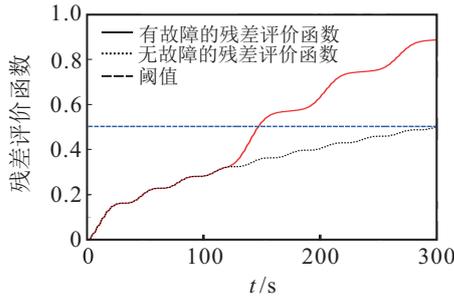


图2 基于文献[24]定理1的残差评价和阈值

下面利用本文提出的方法进行仿真.首先将 D_1 和 D_2 分解,得到

$$D_{11} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

可验证 $\text{rank}(C_i D_{i1}) = \text{rank}(D_{i1}), i = 1, 2$, 根据定理3,可以得到故障检测器参数

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.8333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 0.9091 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.8333 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.8182 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.0376 & -0.0225 & -0.1583 \\ -0.0043 & 0 & 0.0042 \\ 0 & -0.0270 & -0.0028 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0.3729 & -0.0082 & -0.4554 \\ -0.1418 & 0 & 0.0978 \\ 0.0665 & -0.0100 & -0.1036 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.3125 & 0.1895 \\ -0.250 & -0.0706 \\ 0.3750 & 0.0778 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.1488 & 0.1206 \\ -0.1818 & -0.0454 \\ 0.1818 & -0.0128 \end{bmatrix}.$$

其次,计算残差评价函数的数值和阈值为

$$J_L(r(k)) = \left(\sum_{k=0}^{124} r^T(k)r(k) \right)^{1/2} = 0.1894,$$

$$J_{th}(r(k)) = \left(\sum_{k=0}^{300} r^T(k)r(k) \right)^{1/2} = 0.1744.$$

可以看到,当 $k = 124$ 时,有 $J_L(r(k)) > J_{th}(r(k))$, 检测出故障,如图3所示.

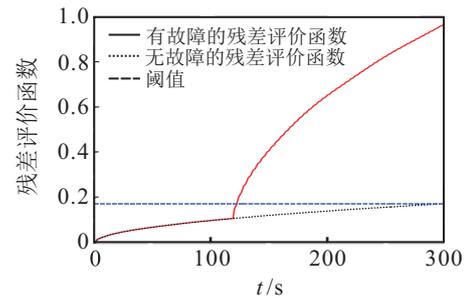


图3 基于定理3的残差评价和阈值

比较两种方法的仿真结果可以发现,由于部分未知输入被解耦,使用本文方法所得的阈值比文献[24]方法得到的阈值小,并且故障检测的速度更快.

5 结论

本文提出了 H_-/H_∞ 混合性能指标和未知输入观测器相结合的方法,并将其应用到未知输入可部分解耦情况下切换系统的故障检测问题中.通过设计 H_-/H_∞ 未知输入观测器实现了故障检测,并利用仿真例子验证了结果的有效性.

参考文献(References)

- [1] Frank P M, Ding S X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems[J]. J of Process Control, 1997, 7(6): 403-424.
- [2] Hwang I, Kim S, Kim Y. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2010, 18(4): 636-653.
- [3] Chen J, Patton R J, Zhang H Y. Design of unknown input observers and robust fault-detection filters[J]. Int J of Control, 1996, 63(1): 85-105.
- [4] Demetriou M A. Using unknown input observers for robust adaptive fault detection in vector second-order systems[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(2): 291-309.
- [5] Chen W T, Saif M. Unknown input observer design for a class of nonlinear systems: An LMI approach[C]. Proc of the 2006 American Control Conf. Minneapolis: IEEE Press, 2006: 834-838.

- [6] 胡正高, 赵国荣, 李飞, 等. 基于自适应未知输入观测器的非线性动态系统故障诊断[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 901-906.
(Hu Z G, Zhao G R, Li F, et al. Fault diagnosis for nonlinear dynamical system based on adaptive unknown input observer[J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 901-906.)
- [7] Amato F, Mattei M. Design of full order unknown Input observers with H_∞ performance[C]. Proc of the 2002 IEEE Int Conf on Control Applications. Glasgow: IEEE Press, 2002: 74-75.
- [8] Fu Y M, Wu D, Zhang P, et al. Design of unknown input observer with H_∞ performance for linear time-delay systems[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(3): 606-610.
- [9] Gao Z W, Liu X X, Chen M Z Q. Unknown input observer-based robust fault estimation for systems corrupted by partially decoupled disturbances[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2016, 63(4): 2537-2547.
- [10] Tan D L, Patton R J, Wang X. A relaxed solution to unknown input observers for state and fault estimation[C]. The 9th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS 2015. Paris: Elsevier, 2015, 48(21): 1048-1053.
- [11] Lin H, Antsaklis P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322.
- [12] Zhao X D, Zhang L X, Shi P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(7): 1809-1815.
- [13] Zhao X D, Yin S, Li H Y, et al. Switching stabilization for a class of slowly switched systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2015, 60(1): 221-226.
- [14] Ding D W, Yang G H. H_∞ static output feedback control for discrete time switched linear systems with average dwell time[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(3): 381-390.
- [15] 宋秀兰, 俞立. 一类不受控离散事件驱动不确定线性切换系统优化控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(8): 1407-1412.
(Song X L, Yu L. Optimization control of a class of switched linear uncertain systems driven by uncontrollable discrete-events[J]. Control and Decision, 2016, 31(8): 1407-1412.)
- [16] Zhang L X, Boukas E K, Shi P. Exponential H_∞ filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell Time: A μ -dependent approach[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(11): 1188-1207.
- [17] Zhang L X, Zhuang S L, Shi P. Non-weighted quasi-time-dependent H_∞ filtering for switched linear systems with persistent dwell-time[J]. Automatica, 2015, 54(C): 201-209.
- [18] Jiang B, Du D S, Cocquempot V. Fault detection for discrete-time switched systems with interval time-varying delays[J]. Int J of Control, Automation, and Systems, 2011, 9(2): 396-401.
- [19] Liu X Z, Yuan S. Reduced-order fault detection filter design for switched nonlinear systems with time delay[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67(1): 601-617.
- [20] Li J, Yang G H. Fault detection and isolation for discrete-time switched linear systems based on average dwell-time method[J]. Int J of Systems Science, 2013, 44(12): 2349-2364.
- [21] Abdo A, Damlakhi W, Saijai J, et al. Design of robust fault detection filter for hybrid switched systems[C]. Proc of 2010 Conf on Control and Fault Tolerant Systems. Nice: IEEE Press, 2010: 161-166.
- [22] Abdo A, Ding S X, Damlakhi W, et al. Robust fault detection filter design for uncertain switched systems with adaptive threshold setting[C]. Proc of 50th IEEE Conf on Decision and Control and European Control Conf. Orlando: IEEE Press, 2011: 5467-5472.
- [23] Iftikhar K, Khan A Q, Abid M. Optimal fault detection filter design for switched linear systems[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2015, 15: 132-144.
- [24] 沈毅, 王佳伟, 王振华. 离散切换系统的 H_-/H_∞ 故障检测滤波器设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(10): 39-43.
(Shen Y, Wang J W, Wang Z H. H_-/H_∞ fault detection filter design for discrete time switched system[J]. J of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(10): 39-43.)
- [25] 王佳伟, 沈毅, 王振华. 基于未知输入观测器方法的非线性切换系统故障检测[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(10): 2322-2328.
(Wang J W, Shen Y, Wang Z H. Fault detection for nonlinear switched systems using unknown input observers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(10): 2322-2328.)

(责任编辑: 孙艺红)