

高超声速飞行器调度双模预测控制方法

马 宇, 蔡远利†

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

摘 要: 针对一类具有大包线飞行和快时变特性的高超声速飞行器, 采用多个线性时变(LTV)多胞模型近似地描述高超声速飞行器的纵向非线性模型. 对于各 LTV 多胞模型, 离线设计局部双模预测控制器来显式地处理控制输入和状态的约束问题, 并获得相应的稳定域. 然后, 构造各局部控制器间稳定的切换策略. 仿真结果表明, 所提方法在控制输入和状态满足给定的约束范围情况下, 不仅能更快地跟踪较大范围的速度和高度的指令信号, 而且大幅减少了在线计算时间.

关键词: 高超声速飞行器; 多线性时变多胞模型; 双模预测控制; 切换稳定性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Scheduled dual mode predictive control for hypersonic vehicles

MA Yu, CAI Yuan-li†

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: For a hypersonic vehicle with wide flight envelopes and fast time-varying processes, a set of linear time varying (LTV) polytopic models is employed to describe the nonlinear longitudinal model of a hypersonic vehicle. For each LTV polytopic model, a local dual mode predictive controller is offline designed to obtain the stable region and explicitly handle the state and control constraints. Then the stability of the scheduled controller is guaranteed by designing the switching strategy in the set of local dual mode predictive controllers. Simulation results show that the proposed control strategy not only obtains faster tracking of velocity and altitude commands in a relatively large range without the violation of the state and control constraints, but also reduces the online computation.

Keywords: hypersonic vehicle; multiple LTV polytopic models; dual mode predictive control; switching stability

0 引 言

以超燃冲压发动机为动力的高超声速飞行器在临近空间具有长时间高超声速巡航飞行的能力, 是实现洲际航行以及全球军事部署快捷有效的飞行器^[1]. 高超声速飞行器自身具有强非线性动态, 空气动力系统和发动机之间存在强耦合特性, 以及大包线飞行所受的外界复杂环境影响, 这些因素给控制系统的设计带来巨大挑战^[2]. 近年来, 人们将非线性模型线性化的控制方法和非线性模型直接控制方法应用到高超声速飞行器控制系统, 通过传统的小扰动线性化和输入输出反馈线性化方法, 将高超声速飞行器的非线性纵向动力学模型转化为线性模型, 然后结合已有的控制方法设计控制器, 包括鲁棒控制^[3-5]、自适应控制^[6]、自适应滑模控制^[7]等. 此外, 动态逆作为

非线性模型线性化的另一种控制方法, 存在逆误差, 因此文献[8]结合滑模控制方法补偿逆误差, 提高控制性能. 然而, 动态逆控制方法对模型的精确性和相对阶有严格要求. 因此, 文献[9]以原非线性系统的严反馈形式为基础, 结合反步控制和反馈线性化方法设计控制器. 为提高对不确定参数的鲁棒性, 可将反步控制方法与鲁棒自适应控制方法^[10]和模糊自适应系统^[11]结合设计控制器. 此外, 为了避免反步控制方法中虚拟控制量的求导引起的计算膨胀, 文献[12]基于动态面的设计和 Nussbaum 增益技术, 提出了模糊自适应非线性飞行控制器. 然而, 上述控制方法均未考虑高超系统的约束问题. 由于高超发动机本身的物理特性, 节流阀设定值和升降舵偏转角的变化范围受到限制, 且发动机的性能受攻角影响, 因此有必要在

收稿日期: 2016-09-14; 修回日期: 2017-02-18.

基金项目: 宇航动力学国家重点实验室开放基金项目(2011ADL-JD0202); 国家自然科学基金项目(61202128, 61463029).

作者简介: 马宇(1988—), 男, 博士生, 从事飞行器的制导与控制、预测控制的研究; 蔡远利(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事现代控制理论及应用、复杂系统建模与仿真等研究.

†通讯作者. E-mail: ylicai@mail.xjtu.edu.cn

控制器设计时直接考虑攻角等约束.

鉴于预测控制能够显式地处理系统约束问题,文献[13]针对LTV多胞系统,在每一时刻求解含有线性矩阵不等式(LMI)约束的凸优化问题,以便获得当前状态的反馈控制增益和最大椭圆不变集,计算量巨大.文献[14-15]在给定线性反馈控制量的基础上,引入扰动项,与原状态变量共同构成自治状态空间模型的新状态变量,通过离线计算椭圆不变集,在线求解含有一个LMI的单因素凸优化问题,极大地减少了在线计算负担.此外,考虑到大包线飞行的高超声速飞行器,其高度和速度的变化范围大,基于单一近似描述的LTV多胞系统的控制器不能在所有的工作区域获得令人满意的控制效果.因此,借鉴调度控制^[16]的思想,文献[17-19]的调度预测控制方法将原非线性系统近似为多个LTV多胞系统.然而,该方法在线计算量大,不适用于快时变系统.文献[20]考虑高超声速飞行器攻角 $[-4^\circ, 8^\circ]$ 、节流阀设定值 $[0, 3]$ 和升降舵偏转角 $[-20^\circ, 20^\circ]$ 的约束限制,提出一种调度离线预测控制方法.虽然该方法减少了在线计算量,但牺牲了一定的控制性能.此外,与LTV多胞不确定模型相比,该方法将原非线性系统近似为多个小扰动线性化模型,具有保守性.

受调度控制思想^[16]启发,本文基于LTV多胞系统的双模预测控制,提出一种调度双模预测控制方法.首先,在平衡点附近,将高超声速飞行器纵向动力学模型局部近似描述为LTV多胞模型,并设计局部双模预测控制方法;然后,针对高超声速飞行器的大包线飞行,设计合理的调度策略来确保多个LTV多胞模型的局部双模预测控制器间的切换稳定性;最后,通过关于速度和高度的指令信号的跟踪仿真对本文算法进行验证.

1 问题描述

1.1 运动学模型

本文以NASA兰利研究中心(LaRC)研发并对外公布的高超声速飞行器纵向动力学模型作为研究对象,其纵向动力学模型^[7]为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{(T \cos \alpha - D)}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2}, \\ \dot{\gamma} = \frac{L + T \sin \alpha}{mV} - \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{Vr^2}, \\ \dot{h} = V \sin \gamma, \\ \dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}, \\ \dot{q} = M_{yy}/I_{yy}. \end{cases} \quad (1)$$

其中:速度 V 、航迹角 γ 、高度 h 、攻角 α 和俯仰角速率 q 为刚体状态; I_{yy} 、 m 和 μ 分别为飞行器转动惯量、质量和引力常数; $r = h + R$ 为飞行器离地心的距离, R 为地球半径;升力 L 、阻力 D 、推力 T 和气动力矩 M_{yy} 的定义为

$$\begin{cases} L = 0.5\rho V^2 S C_L(\alpha), \\ D = 0.5\rho V^2 S C_D(\alpha), \\ T = 0.5\rho V^2 S C_T(\beta), \\ M_{yy} = 0.5\rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(\delta_e, \alpha) + C_M(q)]. \end{cases} \quad (2)$$

其中:控制变量为节流阀设定值 β 和升降舵偏转角 δ_e ; $C_L(\alpha)$ 、 $C_D(\alpha)$ 、 $C_T(\beta)$ 分别为升力、阻力以及推力系数; $C_M(\alpha)$ 、 $C_M(\delta_e, \alpha)$ 和 $C_M(q)$ 为与攻角、升降舵偏转角、俯仰角速率相关的力矩系数,且 $C_M(\delta_e, \alpha) \triangleq C_{M,1}(\alpha) + C_{M,2}(\delta_e)$;参数 ρ 、 S 、 \bar{c} 分别为空气密度、飞行器参考面积和平均空气动力弦.

1.2 非线性系统的LTV多胞模型近似

为了简化控制器的设计过程,设状态向量 $x = [V, \gamma, h, \alpha, q]^T \in \chi \subseteq \mathbf{R}^n, n = 5$;控制输入向量 $u = [\beta, \delta_e]^T \in U \subseteq \mathbf{R}^m, m = 2$.因此,高超动力学模型(1)被描述为多输入多输出(MIMO)的非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \quad (3)$$

其中

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} \\ \frac{L}{mV} - \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{Vr^2} \\ V \sin \gamma \\ q - \frac{L}{mV} + \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{Vr^2} \\ \rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(q) + C_{M,1}(\alpha)]/2I_{yy} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$g(x)u = \begin{bmatrix} T \cos \alpha/m & 0 \\ T \sin \alpha/mV & 0 \\ 0 & 0 \\ -T \sin \alpha/mV & 0 \\ 0 & \rho V^2 S \bar{c} C_{M,2}(\delta_e)/2I_{yy} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

若系统(3)的工作点 (x^{eq}, u^{eq}) 满足 $0 = f(x^{eq}) + g(x^{eq})u^{eq}$,则称 (x^{eq}, u^{eq}) 为系统的平衡点^[17].定义平移状态为 $\tilde{x} = x - x^{eq}$,平移控制输入为 $\tilde{u} = u - u^{eq}$,

满足约束 $|\tilde{x}_i| \leq \Delta x_i, i = 1, 2, \dots, n, |\tilde{u}_j| \leq \Delta u_j, r = 1, 2, \dots, m$. 非线性系统 (3) 在平衡点附近的邻域内可以表示为

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}) + \tilde{g}(\tilde{x})\tilde{u}. \quad (6)$$

其中: $\tilde{f}(\tilde{x}) = f(\tilde{x} + x^{eq}) + g(\tilde{x} + x^{eq})u^{eq}, \tilde{g}(\tilde{x}) = g(\tilde{x} + x^{eq})$.

鉴于大包线飞行的高超声速飞行器的速度和高度在大范围地变化, 设速度和高度相对于平衡点偏差的绝对值分别为 δV 和 δh , 即 $\tilde{x}_1 \in [-\delta V, \delta V]$ 和 $\tilde{x}_3 \in [-\delta h, \delta h]$. 因此, 根据状态变量 \tilde{x} 的 4 个离散点 $\delta\tilde{x}_1 = [\delta V, 0, \delta h, 0, 0]^T, \delta\tilde{x}_2 = [-\delta V, 0, \delta h, 0, 0]^T, \delta\tilde{x}_3 = -\delta\tilde{x}_2$ 及 $\delta\tilde{x}_4 = -\delta\tilde{x}_1$, 非线性系统 (3) 可局部近似为凸多面体 Ω 具有 4 个顶点的 LTV 多胞模型^[21]:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = A(k)\tilde{x}(k) + B(k)\tilde{u}(k); \\ \Omega = \text{Co}\{[A_1|B_1], \dots, [A_j|B_j]\}, j = 1, 2, \dots, 4. \end{cases} \quad (7)$$

其中: $B_j = \tilde{g}(\delta\tilde{x}_j); A_j = [a_{j1}, a_{j2}, a_{j3}, a_{j4}, a_{j5}]^T, a_{jr} = \nabla \tilde{f}_r(\delta\tilde{x}_j) + (\tilde{f}_r(\delta\tilde{x}_j) - \delta\tilde{x}_j^T \nabla \tilde{f}_r(\delta\tilde{x}_j))\delta\tilde{x}_j / \|\delta\tilde{x}_j\|^2, r = 1, 2, \dots, 5, \tilde{f}_r$ 为 $\tilde{f}(\tilde{x})$ 的第 r 项, $\nabla \tilde{f}_r(\delta\tilde{x}_j)$ 为 \tilde{f}_r 在 $\delta\tilde{x}_j$ 的梯度向量值. 此外, 在任意时刻, $[A(k)|B(k)]$ 可由多面体顶点 $[A_j|B_j]$ 的线性组合表示为

$$\begin{cases} [A(k)|B(k)] = \sum_{j=1}^L \lambda_j(k)[A_j|B_j], \\ \sum_{j=1}^L \lambda_j(k) = 1, 0 \leq \lambda_j \leq 1, L = 4. \end{cases} \quad (8)$$

在平衡点附近, 本文采用 LTV 多胞模型近似地描述局部非线性系统, 从而将高超声速飞行器的非线性系统控制问题转化为 LTV 多胞模型的控制问题.

2 控制器设计与分析

2.1 局部双模预测控制

针对 LTV 多胞模型 (7), 状态和控制约束可以描述为一般形式, 即

$$\begin{cases} H\tilde{x}(k) \leq b, \\ H = \begin{bmatrix} C_{\tilde{x}} \\ C_{\tilde{u}}K \end{bmatrix}, \\ b = [\Delta x_1, \dots, \Delta x_i, -\Delta x_1, \dots, -\Delta x_i, \\ \Delta u_1, \dots, \Delta u_j, -\Delta u_1, \dots, -\Delta u_j]^T. \end{cases} \quad (9)$$

在 k 时刻, 取预测性能指标为

$$J_{\infty}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [\|\tilde{x}(k+i/k)\|_{\Theta}^2 + \|\tilde{u}(k+i/k)\|_{R}^2], \quad (10)$$

其中 $\Theta \geq 0$ 和 $R > 0$ 为对称的权系数矩阵.

本文设计如下形式的双模预测控制律:

$$\tilde{u}(k+i/k) = \begin{cases} K\tilde{x}(k+i/k) + c(k+i/k), \\ i = 0, 1, \dots, N-1; \\ K\tilde{x}(k+i/k), i = N, N+1, \dots. \end{cases} \quad (11)$$

其中: 固定的线性反馈增益 K 可以在不考虑系统约束的情况下, 采用标称的 LQ 最优控制器获得, 保证系统鲁棒稳定性. 扰动项 $c(k+i/k)$ 的引入, 是为了满足预测时域内的系统约束. 结合系统 (7), 可得相应的闭环系统, 即

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) &= \Phi(k)\tilde{x}(k) + B(k)c(k), \\ \Phi(k) &\in \text{Co}\{\Phi_j, j = 1, 2, \dots, L\}, \Phi_j = A_j + B_jK. \end{aligned} \quad (12)$$

闭环系统 (12) 的动态可采用自治的状态空间模型描述, 即

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \Psi(k)z(k), \\ \Psi(k) &\in \text{Co}\{\Psi_j, j = 1, 2, \dots, L\}, \\ \Psi_j &= \begin{bmatrix} \Phi_j & B_jE \\ 0_{mN,n} & M \end{bmatrix}, \\ M &= \begin{bmatrix} 0_{m(N-1),m} & I_{m(N-1)}, \\ 0_{m,m} & 0_{m,m(N-1)}, \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: 扩维状态为 $z = [\tilde{x}^T, f^T]^T \in \mathbf{R}^{n+mN}, f = [c(k/k)^T, \dots, c(k+N/k)^T]^T$, 且 $\tilde{x} = Tz; E$ 为单位矩阵 I_{mN} 的前 m 行, 即 $E = I_{mN}(1:m,:)$. 式 (9) 的系统约束改写为

$$\begin{cases} \bar{H}z \leq b, \\ \bar{H} = \begin{bmatrix} C_{\tilde{x}} & C_{\tilde{x}}0_{n,mN} \\ C_{\tilde{u}}K & C_{\tilde{u}}E \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (14)$$

其中 $C_{\tilde{x}}$ 和 $C_{\tilde{u}}$ 分别为确定的矩阵, 与系统约束的选取有关.

引理 1^[15] 对于系统 (7), 若存在关于 \tilde{x} 的椭圆不变集 $E_{\tilde{x}}$, 则至少存在一个椭圆不变集 $E_z = \{z|z^T Q_z^{-1} z \leq 1\}$, 为了保证椭圆不变集 E_z 的可行性和不变性, Q_z 满足如下两个约束条件:

$$\Psi_j^T Q_z^{-1} \Psi_j - Q_z^{-1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} Q_z & Q_z \Psi_j^T \\ \Psi_j Q_z & Q_z \end{bmatrix} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, L; \quad (15)$$

$$b_i^2 - \bar{H}_i^T Q_z \bar{H}_i \geq 0. \quad (16)$$

其中 b_i 和 \bar{H}_i 分别表示 b 和 \bar{H} 的第 i 行.

算法1

Step 1: 离线计算. 在不考虑系统约束的情况下, 给定线性反馈增益 K 和扰动项的维数 N . 通过求解椭圆不变集 E_z 在 \tilde{x} 的最大投影 $E_{\tilde{x}z} = \{\tilde{x} | \tilde{x}^T Q_{\tilde{x}z}^{-1} \tilde{x} \leq 1\}$ 获得 Q_z , 即求解如下关于不等式约束的凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{Q_z} & \log \det Q_{\tilde{x}z}^{-1}; \\ \text{s.t.} & \text{式(15)和(16),} \\ & Q_{\tilde{x}z} = TQ_zT^T. \end{aligned} \quad (17)$$

Step 2: 在线计算. 在 k 时刻, 在线优化过程中的性能指标(10)可由 $J_f = \|f\|^2$ 替代, 求解凸优化问题

$$\begin{aligned} \min_f & f^T f, \\ \text{s.t.} & z^T Q_z^{-1} z \leq 1. \end{aligned} \quad (18)$$

若存在可行解 f , 将其第 1 个元素 $c(k/k)$ 代入式(11), 则可获得控制输入. 在 $k+1$ 时刻, 重复优化 f .

注 1 凸优化问题(18)可采用文献[14]的 Newton-Raphson 方法或文献[22]的搜索方法快速求解.

引理 2^[15] 在平衡点附近的稳定域 $E_{\tilde{x}z}$ 内, 算法 1 能够保证 LTV 多胞系统的闭环稳定性, 且满足状态和控制量的约束条件(9).

综上, 控制量 $u = \tilde{u} + u^{\text{eq}}$ 能够使任意初始状态 $\tilde{x}(0) \in E_{\tilde{x}z}$ 渐近地趋于平衡点.

2.2 调度双模预测控制

由于巡航段的高超声速飞行器高度和速度变化范围大, 基于单一 LTV 多胞模型的双模预测控制器仅在平衡点附近的稳定域内才能获得满意的控制效果, 不适用于大包线飞行的高超声速飞行器. 因此, 本文通过将非线性系统(3)近似为多个 LTV 多胞模型的策略来获得较大的稳定域.

首先, 在期望平衡点 $(x^{(0)}, u^{(0)})$ 和初始状态 $x(0)$ 之间选择 $M+1$ 个平衡点 $(x^{(l)}, u^{(l)})$, $l = 0, 1, \dots, M$, 并获得相应的 $M+1$ 个 LTV 多胞模型来近似描述原非线性系统. 然后, 通过算法 1 获得 $M+1$ 个局部双模预测控制器 # l 及其椭圆不变集 E_z^l 在 \tilde{x} 的最大投影 $E_{\tilde{x}z}^l = \{x | (x - x^{(l)})^T (Q_{\tilde{x}z}^l)^{-1} (x - x^{(l)}) \leq 1\}$ ($\psi^{(l)} \triangleq E_{\tilde{x}z}^l$ 作为局部 LTV 多胞模型的最大稳定域). 由于平衡点的选择决定着局部双模预测控制器 # l 的稳定域是否相互重叠, 以及控制器之间的切换稳定性, 本文借鉴文献[17]的平衡点选择方法, 首先在期望的平衡点 $(x^{(0)}, u^{(0)})$ 设稳定域为 $\psi^{(0)}$ 的局

部双模预测控制器为 #0 ($l = 0$), 之后选择平衡点 $(x^{(l+1)}, u^{(l+1)})$, 满足 $x^{(l+1)} \in \psi^{(l)}$ 的条件, 并设计稳定域为 $\psi^{(l+1)}$ 的局部双模预测控制器 # $(l+1)$. 以此类推, 直到平衡点 $(x^{(M)}, u^{(M)})$, 其控制器 # M 的稳定域 $\psi^{(M)}$ 覆盖初始状态 $x(0)$. 在线计算控制量时, 若 $x \in \psi^{(l)}$, $l = 1, 2, \dots, M$, 则选择调度指示变量为 l 的局部双模预测控制器 # l .

算法 2 对于非线性系统(3), 给定初始状态 $x(0)$ 和期望的平衡点 $(x^{(0)}, u^{(0)})$, 设 $l = 0$.

Step 1: 离线计算.

Step 1.1: 设平移状态 $\tilde{x} = x - x^{(l)}$ 和平移控制输入 $\tilde{u} = u - u^{(l)}$, LTV 多胞模型(7)近似描述局部非线性系统(6).

Step 1.2: 给定线性反馈增益 $K^{(l)}$ 和扰动项的维数 $N^{(l)}$, 根据算法 1 的离线计算部分, 通过对凸优化问题(17)的求解, 获得 E_z^l 在 \tilde{x} 的最大投影 $E_{\tilde{x}z}^l$, 即稳定域 $\psi^{(l)} \triangleq E_{\tilde{x}z}^l$, 保存 $\{x^{(l)}, u^{(l)}, K^{(l)}, (Q_z^l)^{-1}, \psi^{(l)}\}$.

Step 1.3: 选择满足 $x^{(l+1)} \in \psi^{(l)}$ 条件的平衡点 $(x^{(l+1)}, u^{(l+1)})$. 设 $l = l+1$, 返回 Step 1, 循环停止条件是 $x(0) \in \psi^{(M)}$, $\psi^{(M)}$ 为新的稳定域.

Step 2: 在线计算.

根据当前状态 $x(k)$, 线性搜索满足 $(x(k) - x^{(l)})^T (Q_{\tilde{x}z}^l)^{-1} (x(k) - x^{(l)}) \leq 1$ 条件的稳定域 $\psi^{(l)}$, 选择最小的调度指示变量 l . 求解凸优化问题(18)的可行解 f , 将其第一个元素 $c(k/k)$ 代入式(11)获得控制输入.

2.3 稳定性分析

定理 1 对于非线性系统(3), 由算法 2 离线获得的 $\bigcup_{l=0}^M \psi^{(l)}$ 为期望平衡点 $(x^{(0)}, u^{(0)})$ 的稳定域, 即算法 2 能使稳定域内任意初始状态渐近稳定于平衡点.

证明 给定位于任意稳定域内的初始状态 $x(0)$, 即 $x(0) \in \psi^{(l)}$, $l = 1, 2, \dots, M$. 引理 2 已经证明局部双模预测控制器 # l 保证闭环系统渐近稳定, 且使 $x(0)$ 收敛于平衡点 $x^{(l)}$. 又因为 $x^{(l)} \in \psi^{(l-1)}$, 所以系统状态在趋于平衡点 $(x^{(l)}, u^{(l)})$ 前进入稳定域 $\psi^{(l-1)}$. 当系统状态 $x \in \psi^{(l)} \cap \psi^{(l-1)}$ 时, 依据选择最小调度指示变量的控制器切换规则, # l 切换到 # $(l-1)$, 进而控制器 # $(l-1)$ 使系统状态趋于 $(x^{(l-1)}, u^{(l-1)})$. 以这种策略切换控制器, 直到系统状态 $x \in \psi^{(0)}$ 时, 控制器 #0 保证系统状态渐近稳定于期望的平衡点 $(x^{(0)}, u^{(0)})$. 因此, 在稳定域 $\bigcup_{l=0}^M \psi^{(l)}$ 内, 各局部控制器之间稳定地切换, 算法 2 最终保证 $x(0)$ 渐近稳定于 $(x^{(0)}, u^{(0)})$. \square

3 仿真实验与分析

针对大包线飞行的高超声速飞行器,采用本文所提出的调度双模预测控制器使速度和高度跟踪指令信号.式(2)的气动系数给定如下:

$$C_L = 0.6203\alpha;$$

$$C_D = 0.645\alpha^2 + 0.0043378\alpha + 0.003772;$$

$$C_T = \begin{cases} 0.02576\beta, & \beta < 1; \\ 0.0224 + 0.00336\beta, & \beta > 1; \end{cases}$$

$$C_M(\alpha) = -0.035\alpha^2 + 0.036617\alpha + 5.3261 \times 10^{-6};$$

$$C_M(q) = (\bar{c}/2V)q(-6.796\alpha^2 + 0.3015\alpha - 0.2289);$$

$$C_M(\delta_e) =$$

$$c_e(\delta_e - \alpha)\{C_{M,1}(\alpha)\} = -c_e\alpha, C_{M,2}(\delta_e) = c_e\delta_e\};$$

其他动力学模型的参数 μ 、 m 、 I_{yy} 、 S 、 ρ 、 R 、 \bar{c} 及 c_e 的取值详见文献[7].

本文给定速度的指令信号为4590.3 m/s(初始速度为4361.7 m/s),高度的指令信号为33528 m(初始高度为33177 m).升降舵偏转角和节流阀设定值的约束分别为 $-20^\circ \leq \delta_e \leq 20^\circ$ 和 $0 \leq \beta \leq 3$,攻角约束为 $-4^\circ \leq \alpha \leq 8^\circ$.预测性能指标(10)的对称权系数矩阵分别为 $R = \text{diag}(2, 200)$, $\Theta = 0.001I_{5 \times 5}$.统一设定速度和高度相对于各平衡点偏差的绝对值分别为 $\delta V^{(l)} = 51.816\text{m/s}$, $\delta h^{(l)} = 51.816\text{m}$,且扰动项的维数 $N^{(l)} = 6, l = 0, 1, \dots, M$.

根据高度和速度的跟踪指令信号,获得表1所示的期望平衡点 $(x^{(0)}, u^{(0)})$ 以及初始状态 $x(0) = [4361.7, 0, 33177, 2.0321, 0]^T$,各平衡点处, $\gamma^{(l)} = 0, q^{(l)} = 0$.

表1 各平衡点的选取 $(x^{(l)}, u^{(l)})$, $l = 0, 1, \dots, 9$

l	$V/(\text{m/s})$	h/m	α/deg	β	δ_e/deg
0	4590.3	33528	1.7895	0.1762	-0.39801
1	4569	33491	1.815	0.17698	-0.40255
2	4547.6	33455	1.8408	0.17778	-0.40714
3	4526.3	33418	1.867	0.1786	-0.41176
4	4504.9	33382	1.8935	0.17944	-0.41641
5	4483.6	33345	1.9205	0.1803	-0.4211
6	4462.3	33309	1.9478	0.18119	-0.42583
7	4440.9	33272	1.9755	0.18211	-0.43059
8	4419.6	33235	2.0036	0.18305	-0.43539
9	4398.3	33199	2.0321	0.18401	-0.44023

令 $l = 0$,将非线性系统(3)在期望平衡点附近局部近似为如下LTV多胞模型:

$$\begin{cases} \tilde{x}^{(0)}(k+1) = A^{(0)}(k)\tilde{x}^{(0)}(k) + B^{(0)}(k)\tilde{u}^{(0)}(k), \\ \Omega^{(0)} = \text{Co}\{[A_1^{(0)}|B_1^{(0)}], \dots, [A_4^{(0)}|B_4^{(0)}]\}. \end{cases}$$

(19)

其中

$$A_1^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & -3.1478 & & & & \\ 2.754 \times 10^{-8} & 1 & & & & \\ 2.0987 \times 10^{-5} & 1.523 \times 10^{-3} & \rightarrow & & & \\ -2.7568 \times 10^{-8} & -8.2641 \times 10^{-8} & & & & \\ -8.3583 \times 10^{-10} & -1.6713 \times 10^{-9} & & & & \\ & 1.4131 \times 10^{-10} & -4.8551 & -0.2421 & & \\ & 1.6531 \times 10^{-10} & 0.0044 & 2.2168 \times 10^{-4} & & \\ \leftarrow & 1 & 3.3839 & 0.1126 & & \\ & -1.6548 \times 10^{-10} & 0.9986 & 0.0995 & & \\ & -5.0172 \times 10^{-12} & 0.0605 & 0.9961 & & \end{bmatrix},$$

$$A_2^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & -3.1479 & & & & \\ 2.754 \times 10^{-8} & 1 & & & & \\ 2.0987 \times 10^{-5} & 1.523 \times 10^{-3} & \rightarrow & & & \\ -2.7568 \times 10^{-8} & 1.4456 \times 10^{-7} & & & & \\ -8.3584 \times 10^{-10} & 2.9236 \times 10^{-9} & & & & \\ & -1.1341 \times 10^{-10} & -4.8551 & -0.2421 & & \\ & -1.3268 \times 10^{-10} & 0.0044 & 2.2168 \times 10^{-4} & & \\ \leftarrow & 1 & 3.3839 & 0.1126 & & \\ & 1.3281 \times 10^{-10} & 0.9986 & 0.0995 & & \\ & 4.0269 \times 10^{-12} & 0.0605 & 0.9961 & & \end{bmatrix},$$

$$A_3^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & -3.1478 & & & & \\ 2.7865 \times 10^{-8} & 1 & & & & \\ 2.076 \times 10^{-5} & 1.489 \times 10^3 & \rightarrow & & & \\ -2.7892 \times 10^{-8} & -8.2145 \times 10^{-8} & & & & \\ -8.0837 \times 10^{-10} & -1.588 \times 10^{-9} & & & & \\ & 1.2641 \times 10^{-10} & -4.641 & -0.2315 & & \\ & 1.6911 \times 10^{-10} & 0.0043 & 2.1674 \times 10^{-4} & & \\ \leftarrow & 1 & 3.2346 & 0.1077 & & \\ & 1.6928 \times 10^{-10} & 0.9986 & 0.0995 & & \\ & -4.906 \times 10^{-12} & 0.0578 & 0.9962 & & \end{bmatrix},$$

$$A_4^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & -3.1479 & & & & \\ 2.7866 \times 10^{-8} & 1 & & & & \\ 2.0761 \times 10^{-5} & 1.489 \times 10^3 & \rightarrow & & & \\ -2.7893 \times 10^{-8} & 1.4525 \times 10^{-7} & & & & \\ -8.0838 \times 10^{-10} & 2.8079 \times 10^{-9} & & & & \end{bmatrix}$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} -1.0161 \times 10^{-10} & -4.641 & -0.2315 \\ -1.3595 \times 10^{-10} & 0.0043 & 2.1674 \times 10^{-4} \\ 1 & 3.2346 & 0.1077 \\ 1.3609 \times 10^{-10} & 0.9986 & 0.0995 \\ 3.9441 \times 10^{-12} & 0.0578 & 0.9962 \end{bmatrix},$$

$$B_1^{(0)} = \begin{bmatrix} 2.7916 & -0.0274 \\ 5.7524 \times 10^{-6} & 2.5084 \times 10^{-5} \\ 0.0044 & 0.0096 \\ -5.7582 \times 10^{-6} & 0.0169 \\ -1.7419 \times 10^{-7} & 0.3384 \end{bmatrix},$$

$$B_3^{(0)} = \begin{bmatrix} 2.6683 & -0.025 \\ 5.6239 \times 10^{-6} & 2.3442 \times 10^{-5} \\ 0.0042 & 0.0087 \\ -5.6293 \times 10^{-6} & 0.0162 \\ -1.6279 \times 10^{-7} & 0.3235 \end{bmatrix}.$$

因为 $B_1^{(0)}$ 与 $B_2^{(0)}$ 、 $B_3^{(0)}$ 与 $B_4^{(0)}$ 的差值极小(均小于 10^{-9}), 所以 $B_2^{(0)} \approx B_1^{(0)}$ 、 $B_4^{(0)} \approx B_3^{(0)}$. 系统约束为

$$\begin{cases} -4^\circ - \alpha^{(0)} \leq \tilde{x}_4^{(0)} \leq 8^\circ - \alpha^{(0)}, \\ -\beta^{(0)} \leq \tilde{u}_1^{(0)} \leq 3 - \beta^{(0)}, \\ -20^\circ - \delta_e^{(0)} \leq \tilde{u}_2^{(0)} \leq 20^\circ - \delta_e^{(0)}. \end{cases} \quad (20)$$

采用标称的LQ最优控制器获得线性反馈增益

$$K^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.0217 & -26.219 & -0.0008 & -0.1061 & -0.0359 \\ 0.0001 & -51.1071 & -0.0018 & -2.2212 & -1.1043 \end{bmatrix},$$

进一步获得式(13)的自治的状态空间模型

$$\begin{aligned} z^{(0)}(k+1) &= \Psi^{(0)}(k)z^{(0)}(k), \\ \Psi^{(0)}(k) &\in \text{Co}\{\Psi_j^{(0)}, j=1, 2, \dots, 4\}, \\ \Psi_j^{(0)} &= \begin{bmatrix} \Phi_j^{(0)} & B_j^{(0)}E \\ 0_{12,5} & M \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0_{10,2} & I_{10}, \\ 0_{2,2} & 0_{2,10}, \end{bmatrix}, \\ \Phi_j^{(0)} &= A_j^{(0)} + B_j^{(0)}K^{(0)}. \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $f = [c(k/k)^T, \dots, c(k+6/k)^T]^T$, $z^{(0)} = [(\tilde{x}^{(0)})^T, f^T]^T \in \mathbf{R}^{17}$; E 为单位矩阵 I_{12} 的前两行. 式(20)的约束改写为

$$\begin{cases} \bar{H}^{(0)}z^{(0)} \leq b^{(0)}, \\ \bar{H}^{(0)} = \begin{bmatrix} C_{\tilde{x}} & C_{\tilde{x}}0_{5,12} \\ C_{\tilde{u}}K^{(0)} & C_{\tilde{u}}E \end{bmatrix}, \\ b^{(0)} = [8^\circ - \alpha^{(0)}, 4^\circ + \alpha^{(0)}, 3 - \beta^{(0)}, \\ 20^\circ - \delta_e^{(0)}, \beta^{(0)}, 20^\circ + \delta_e^{(0)}]^T. \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$C_{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, C_{\tilde{u}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

通过算法2的Step2, 离线求解凸优化问题(17), 获得 $(Q_z^0)^{-1}$ 以及稳定域 $\psi^{(0)}$, 保存 $\{x^{(0)}, u^{(0)}, K^{(0)}, (Q_z^0)^{-1}, \psi^{(0)}\}$. 然后选择下一个平衡状态 $(x^{(1)}, u^{(1)})$, 满足 $x^{(1)} \in \psi^{(0)}$, 重复上述过程, 获得 $(Q_z^1)^{-1}$ 以及稳定域 $\psi^{(1)}$, 保存 $\{x^{(1)}, u^{(1)}, K^{(1)}, (Q_z^1)^{-1}, \psi^{(1)}\}$. 以此类推, 直到新的平衡点 $(x^{(9)}, u^{(9)})$ 的 $\psi^{(9)}$ 满足 $x(0) \in \psi^{(9)}$. 各平衡点的稳定域在速度和高度二维坐标平面的投影如图1所示, 椭圆表示各局部LTV多胞模型的最大稳定域 $\psi^{(l)}, l=0, 1, \dots, 9$. 因此, 初始状态 $x(0)$ 在调度双模预测控制器的作用下趋于 $x^{(0)}$, 从而达到精确地跟踪速度和高度的指令信号的控制目标.

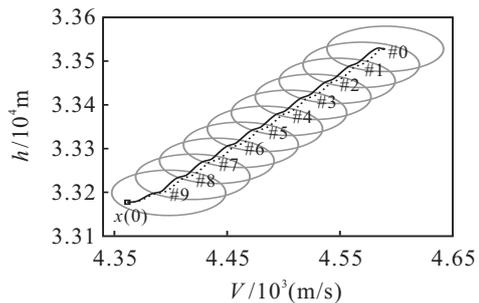
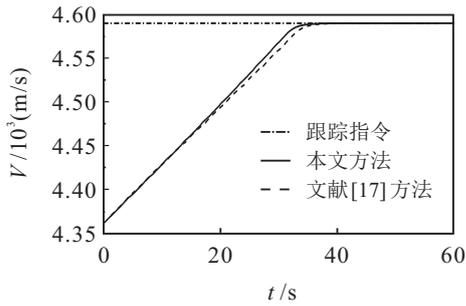


图1 算法2 离线计算的各平衡点对应的稳定域在速度和高度二维坐标平面的投影

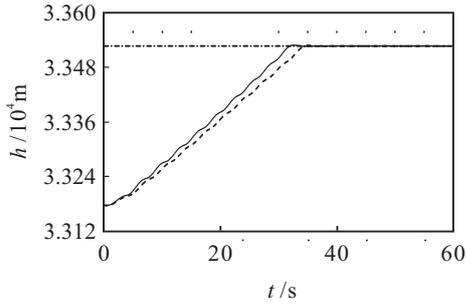
注2 平衡点过多的选择(离线设计的局部控制器增多)会使高超声速飞行器更快地跟踪参考指令信号, 但存储内容和跟踪过程中控制器之间的切换次数都会增加. 相反, 选取较少的平衡点, 存储内容和切换次数减少, 但参考指令信号的跟踪速度变慢. 因此, 选取平衡点时, 需要权衡上述两种情况.

本文以 Intel 双核 i7-4510U 上的 Matlab2012 作为仿真平台, 仿真步长为 0.1 s. 对文献[17](调度模型预测控制)以及本文提出的调度双模预测控制两种方法进行仿真分析. 仿真结果如图2 ~ 图4所示, 在 60 s 的仿真时间中, 相比于调度模型预测控制方法 183.015 8 s 的仿真运行时间, 本文算法的仿真运行时间为 30.816 9 s, 极大地减少了高超声速飞行器控制系统的计算负担. 由于在两种方法设计时考虑了状态和控制变量约束, 如图3(c)、图4(a)和图4(b)所示, 两种方法均能保证 α 、 β 和 δ_e 在给定的约束范围内. 然而, 从图2可以明显看出, 与文献[17]的方法相比, 本文方法能够使高超的速度和高度更快地跟踪它们的参考指令, 具有快速响应的特点. 此外, 两种方法的调度指示变量如图4(c)所示, 通过算法2选取平衡点的策略, 能够保证各局部控制器间的切换稳定性, 且本文方法各局部控制器间的过渡时间较短, 能够较早地切换到局部控制器 #0, 从另一方面体现了本文方法快速响应的特点. 从图1可以直观看出, 在速度和高度二维坐标平面内, 本文方法(实线)和调度模型预测控制方法(虚线)使速度和高度从初始值渐近稳定

于指令信号.

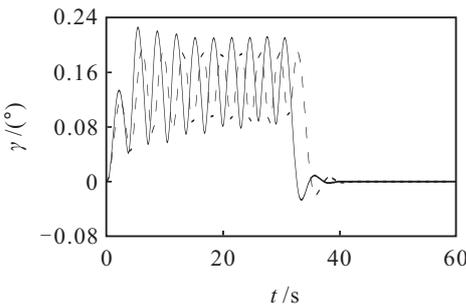


(a) 速度跟踪曲线

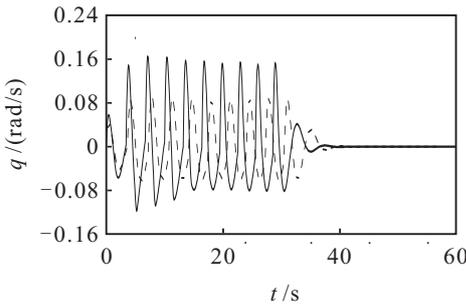


(b) 高度跟踪曲线

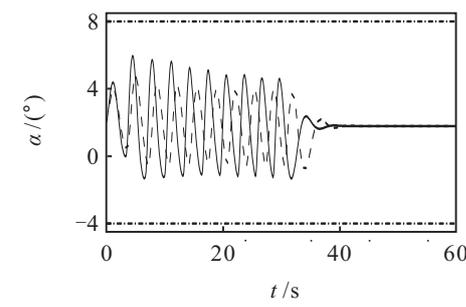
图2 跟踪曲线



(a) 航迹角



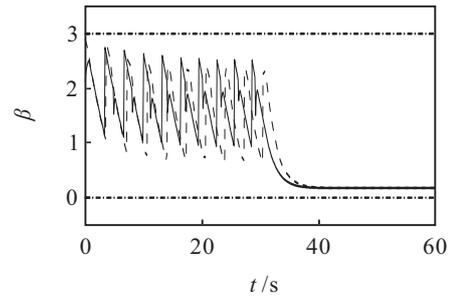
(b) 俯仰角速率



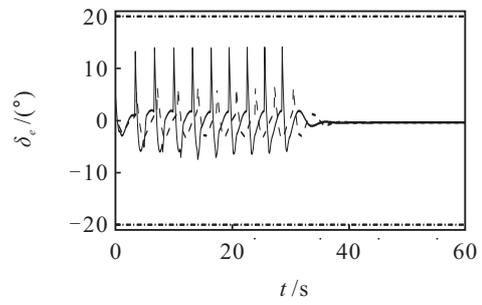
(c) 攻角

— 本文方法 -- 文献[17]方法

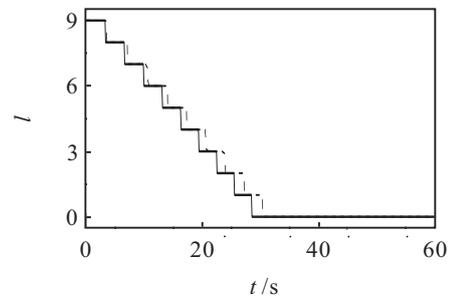
图3 航迹角、俯仰角速率以及攻角响应曲线



(a) 节流阀设定值



(b) 升降舵偏转角



(c) 调度指示变量

— 本文方法 -- 文献[17]方法

图4 控制输入与调度指示变量

综上所述,在 α 、 β 和 δ_e 受给定约束限制的情况下,本文方法不仅极大地减少了控制系统的计算负担,而且具有更好的跟踪性能.

4 结论

为了显式地处理高超声速飞行器的状态和控制输入的约束问题,本文设计了调度双模预测控制器,一方面离线计算椭圆不变集,使高超声速飞行器控制系统的计算量减少;另一方面,克服了单一LTV多胞模型近似描述强非线性系统的保守性,并扩大了稳定域,适用于大包线飞行的高超声速飞行器.最后通过仿真实例对所提方法的优越性进行了验证.

参考文献(References)

[1] Bertin J J, Cummings R M. Fifty years of hypersonics: where we've been, where we're going[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2003, 39(6): 511-536.
 [2] 方洋旺, 柴栋, 毛东辉, 等. 吸气式高超声速飞行器制导与控制研究现状及发展趋势[J]. 航空学报, 2014, 35(7): 1776-1786.

- (Fang Y W, Chai D, Mao D H, et al. Status and development trend of the guidance and control for air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35(7): 1776-1786.)
- [3] Wang Q, Stengel R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(4): 577-585.
- [4] Marrison C I, Stengel R F. Design of robust control systems for a hypersonic aircraft[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(1): 58-63.
- [5] Sigthorsson D, Jankovsky P, Serrani A, et al. Robust linear output feedback control of an airbreathing hypersonic vehicle[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(4): 1052-1066.
- [6] Fiorentini L, Serrani A. Adaptive restricted trajectory tracking for a non-minimum phase hypersonic vehicle model[J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 1248-1261.
- [7] Xu H, Mirmirani M D, Ioannou P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(5): 829-838.
- [8] Wan J, Wang Q, Ai J. Dynamic inversion-based control system of a hypersonic vehicle with model uncertainty[C]. *The 18th AIAA/3AF Int Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conf. Tours: AIAA*, 2012: 24-28.
- [9] 高道祥, 孙增圻, 杜天容. 高超声速飞行器基于 Back-stepping 的离散控制器设计[J]. *控制与决策*, 2009, 24(3): 459-463.
(Gao D X, Sun Z Q, Du T R. Discrete-time controller design for hypersonic vehicle via backstepping[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 459-463.)
- [10] Fiorentini L, Serrani A, Bolender M A, et al. Nonlinear robust adaptive control of flexible air-breathing hypersonic vehicles[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(2): 402-417.
- [11] 高道祥, 孙增圻, 罗熊, 等. 基于 Backstepping 的高超声速飞行器模糊自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(5): 805-810.
(Gao D X, Sun Z Q, Luo X, et al. Fuzzy adaptive control for hypersonic vehicle via Backstepping method[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 805-810.)
- [12] 胡超芳, 刘艳雯. 基于动态面的高超声速飞行器模糊自适应非线性控制[J]. *控制与决策*, 2013, 28(12): 1849-1854.
(Hu C F, Liu Y W. Fuzzy adaptive nonlinear control based on dynamic surface control for hypersonic vehicle[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(12): 1849-1854.)
- [13] Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. *Automatica*, 1996, 32(10): 1361-1379.
- [14] Kouvaritakis B, Rossiter J A, Schuurmans J. Efficient robust predictive control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(8): 1545-1549.
- [15] Kouvaritakis B, Cannon M, Rossiter J A. Who needs QP for linear MPC anyway?[J]. *Automatica*, 2002, 38(5): 879-884.
- [16] McConley M W, Appleby B D, Dahleh M A, et al. A computationally efficient Lyapunov-based scheduling procedure for control of nonlinear systems with stability guarantees[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(1): 33-49.
- [17] Wan Z, Kothare M V. Efficient scheduled stabilizing model predictive control for constrained nonlinear systems[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2003, 13(3/4): 331-346.
- [18] Wan Z, Kothare M V. Efficient scheduled stabilizing output feedback model predictive control for constrained nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1172-1177.
- [19] Wan Z, Kothare M V. A framework for design of scheduled output feedback model predictive control[J]. *J of Process Control*, 2008, 18(3): 391-398.
- [20] 高海燕, 蔡远利, 唐伟强. 高超声速飞行器的调度离线预测控制[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(2): 224-230.
(Gao H Y, Cai Y L, Tang W Q. Scheduled offline model predictive control for a generic hypersonic vehicle[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 224-230.)
- [21] Wu H N, Liu Z Y, Guo L. Robust-gain fuzzy disturbance observer-based control design with adaptive bounding for a hypersonic vehicle[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2014, 22(6): 1401-1412.
- [22] Kouvaritakis B, Li S, Cannon M. A line search improvement of efficient MPC[J]. *Automatica*, 2010, 46(11): 1920-1924.

(责任编辑: 齐 霁)