

零售商竞争下考虑产品商誉的纵向联合促销微分博弈

王道平, 李小燕[†]

(北京科技大学 东凌经济管理学院, 北京 100083)

摘要: 将产品商誉作为状态变量, 借助微分博弈研究由单个制造商和两个竞争性零售商组成的供应链纵向联合促销问题. 在产品需求受商誉和零售商促销努力的共同影响下, 分别构建集中式和分散式微分博弈模型, 引入成本分担契约对供应链进行协调, 并通过算例对相关参数进行灵敏度分析. 研究表明: 成本分担契约的引入可提高零售商促销努力水平、产品商誉以及需求量, 实现供应链协调; 随着零售商竞争程度以及促销努力成本系数的增加, 引入契约后供应链成员的利润增加值呈下降趋势; 相反, 随着零售商促销努力以及产品商誉对需求影响程度的增加, 供应链成员的利润增加值呈上升趋势.

关键词: 竞争; 产品商誉; 促销努力; 微分博弈; 成本分担契约

中图分类号: F270

文献标志码: A

Differential game on vertical joint promotion considering goodwill and retailers' competition

WANG Dao-ping, LI Xiao-yan[†]

(Donlinks School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: With the aid of differential game, the vertical joint promotion problem of a supply chain consisted of a single manufacturer and two competitive retailers is studied, in which the goodwill is used as a state variable. In the case that the demand of products is affected by goodwill and retailers' promotion, centralized and decentralized differential game models are constructed. The cost-sharing contract is introduced to coordinate the supply chain. Furthermore, the sensitivity analysis of related parameters is conducted by using the numerical simulation method. It is found that, by introducing the cost-sharing contract, the promotion effort, the goodwill and the demand of products are promoted. The coordination of the supply chain is achieved. Meanwhile, with the increasing of the retailers' competition degree and the cost coefficient of promotion effort, the added profit of the supply chain members with the contract presents a declining curve. On the contrary, with the increasing influence of retailers' promotion effort and the goodwill on the demand, the added profit of the supply chain members with the contract is on the risen.

Keywords: competition; goodwill; promotion effort; differential game; cost-sharing contract

0 引言

随着市场经济的快速发展, 零售商之间的竞争日益激烈. 例如作为强势终端的国美电器, 在 2008 年的经营业绩、规模和利润等方面, 都被其竞争对手——苏宁电器超过; 而 2009 年, 国美电器通过提高其品牌和产品的差异化提升了其综合利率. 近些年, 研究者们就考虑零售商竞争的供应链问题展开了深入研究. Giri 等^[1] 研究了由一个制造商和两个零售商组成的供应链, 其中零售商通过广告投入提高自身竞争力以争夺更多市场, 同时分别讨论了制造商给两个

零售商以相同和不同批发价格两种情况下的供应链决策问题. Savaskan 等^[2] 在考虑零售商竞争的基础上对闭环供应链的产品回收问题展开研究, 分析了零售商竞争对闭环供应链的产品回收以及供应链成员利润带来的影响. Bernstein 等^[3] 在考虑多个零售商具有竞争关系的基础上, 研究了分散式供应链中零售商面对不确定需求时的供应链均衡策略. 姚树俊等^[4] 以零售商提供竞争性服务为视角, 研究了产品售后服务运营策略以及零售商竞争对运营决策的影响. 范小军等^[5] 在零售商竞争环境下采用博弈论方法, 提

收稿日期: 2016-10-14; 修回日期: 2017-05-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71172169).

作者简介: 王道平(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、知识管理等研究; 李小燕(1985—), 女, 博士生, 从事供应链管理的研究.

[†]通讯作者. E-mail: lixiaoyan.24@163.com

出了数量折扣定价和进场费相结合的渠道定价策略. 高晓敏等^[6]研究了随机需求下两竞争性零售商的定价、产品订货量以及响应性价格的联合决策问题,并分析了竞争性零售商进行差异定价时对联合决策的影响. 曹晓刚等^[7]在随机需求下考虑零售商间存在竞争的闭环供应链定价与协调问题,其中竞争性零售商各自面临不同的随机市场需求,且各自回收量都受到对方回收价格的影响. 申成霖等^[8]研究了由一个制造商和两个竞争性零售商组成的两阶段分散式供应链,研究表明,零售商的竞争有利于提高供应链决策效率、缩短交货期. 周永务等^[9]在需求不确定的情形下考虑零售商之间通过契约机制进行竞争,研究表明,零售商之间的契约竞争使得供应链整体利润受损、优化协调作用失效. 吴忠和等^[10]研究了由单个制造商和两个竞争性零售商组成的供应链在生产成本等因素发生扰动时的协调机制,并分析了竞争性零售商之间的产品替代系数对决策结果的影响.

考虑到企业经营往往跨越多个而非单个周期的情形,研究供应链上下游成员之间的长期、动态合作问题也非常关键. Jorgensen等^[11]将广告促销作为状态变量,构建以制造商为领导者的Stackelberg微分博弈模型,研究了多周期情形下的供应链均衡策略. 黄宗盛等^[12]在考虑零售商竞争的情形下构建零售商负责回收的闭环供应链微分对策模型,利用微分理论对制造商和零售商的最优决策进行研究. 徐春秋等^[13]在多周期连续生产具有动态变化特征的情形下构建微分博弈模型,为供应链上下游成员制定合作策略以及供应链的低碳化管理提供了理论依据. 游达明等^[14]将产品低碳度和商誉作为状态变量构建微分博弈模型,比较了不同决策下的供应链促销与定价均衡策略,研究表明产品低碳度随时间单调变化. 赵道致等^[15]基于微分博弈研究低碳供应链纵向合作减排的动态优化问题,通过对Stackelberg微分博弈模型进行求解,得到了制造商和供应商的最优均衡策略. 而商誉作为企业创造的经济效益之一,对产品的市场需求具有重要影响. 吴小节等^[16]在产品市场需求受商誉影响的背景下对经典Lanchester模型进行扩展,为企业进行最优决策提供了理论依据. 吕芹等^[17]在商誉影响市场需求的背景下,考虑制造商与零售商分别通过广告和促销进行商誉累积,运用微分理论对动态环境下制造商和零售商的决策进行了研究. 针对分散决策造成的供应链双重边际化效应,许多文献指出可通过引入成本分担契约实现供应链协调. 周艳菊等^[18]以低碳供应链为研究对象,分析了成本分担

契约对供应链最优决策以及协调性的影响. 李友东等^[19]对政府碳减排规制下的低碳供应链展开研究,比较了减排收益共享和减排成本分担两种契约对供应链的影响,研究表明,减排成本分担契约使得减排工作更加彻底.

从上述文献可以看出,将零售商竞争引入供应链中进行研究更具现实意义. 此外,借助微分博弈解决供应链成员长期动态合作问题也引起国内外学者的普遍关注. 但是,目前鲜有文章从供应链长期运营的角度考虑零售商之间的竞争;而且,随着时间的推移及新产品的推出,商誉作为影响产品需求的重要因素之一,存在自然衰减的状况. 基于以上分析,本文在已有成果的基础上,借助微分博弈在零售商竞争环境下研究考虑产品商誉的供应链成员长期联合促销问题,分别构建集中式和分散式情形下的供应链微分博弈模型求解,并通过成本分担契约对供应链进行协调.

1 模型建立与求解

1.1 模型假设与符号说明

本文借助微分博弈研究由单个制造商和两个零售商组成的供应链长期促销问题. 其中,制造商生产的产品由两个竞争性零售商进行销售,零售商通过多种方式进行促销,且零售商促销努力对产品商誉带来积极影响.

假设1 销售过程中两个零售商构成竞争关系,零售商*i*处的产品需求表示为

$$D_i(t) = \varphi_i + \mu A_i(t) + k(A_i(t) - A_{3-i}(t)) + \xi G_i(t). \quad (1)$$

参考文献[20],定义 φ_i 为不进行促销时零售商*i*处的产品潜在销售量, $i = 1, 2$; $A_i(t)$ 为*t*时刻零售商*i*的促销努力; μ 和 ξ 分别为零售商*i*的促销努力以及零售商*i*处的产品商誉对需求的影响; k 反映了两个零售商之间的竞争程度.

假设2 零售商*i*的促销努力成本为其促销努力的凸函数,即

$$C_{Ri}(t) = \frac{1}{2} K_r A_i(t)^2, \quad (2)$$

其中 K_r 为促销努力成本系数.

假设3 借鉴文献[14]关于促销努力对商誉的影响,假设零售商*i*处的产品商誉受其自身促销努力正向影响. 同时,考虑到随着时间的推移以及新产品的推出,产品商誉存在自然衰减状况,因此将*t*时刻零售商*i*处的产品商誉刻画为

$$\dot{G}_i(t) = \gamma A_i(t) - \lambda G_i(t). \quad (3)$$

其中:初始商誉 $G_i(0) = G_0$, $G_0 \geq 0$; γ 为零售商*i*的促销努力对其产品商誉的影响; λ 为产品商誉自然衰

退率.

假设4 制造商和零售商在任意时刻均具有相同的贴现因子 ρ , 其中 $\rho > 0$, 且制造商和零售商 i 的边际利润 Π_M 和 Π_{Ri} 为常数.

综上, 将制造商、零售商以及供应链的长期利润分别表示为

$$J_M = \int_0^\infty e^{-\rho t} \Pi_M \sum_{i=1}^2 D_i(t) dt, \quad (4)$$

$$J_{Ri} = \int_0^\infty e^{-\rho t} (\Pi_{Ri} D_i(t) - C_{Ri}(t)) dt, \quad (5)$$

$$J_S = \int_0^\infty e^{-\rho t} \sum_{i=1}^2 ((\Pi_M + \Pi_{Ri}) D_i(t) - C_{Ri}(t)) dt. \quad (6)$$

为便于书写, 下文不再列出时间 t .

1.2 零售商竞争下考虑产品商誉的微分博弈

1.2.1 集中式决策

集中式决策目标为最大化供应链整体利润, 基于模型假设和符号说明, 将集中式下供应链决策目标表示为

$$J_S^c(G_i^c) = \max_{A_i^c} \int_0^\infty e^{-\rho t} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i^c + \xi G_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c)) + \Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c) + \xi G_i^c) - \frac{1}{2} K_r (A_i^c)^2 \right) dt. \quad (7)$$

命题1 集中式决策情形下的均衡结果如下:

1) 零售商 i 的最优促销努力为

$$A_i^{c*} = \frac{M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k}{K_r}. \quad (8)$$

其中: $M = \Pi_M \left(\mu + \frac{\xi \gamma}{\rho \lambda} \right)$, $N_i = \Pi_{Ri} \left(\mu + k + \frac{\xi \gamma}{\rho \lambda} \right)$.

2) 零售商 i 处的产品商誉最优轨迹为

$$G_i^{c*} = G_{i\infty}^c + (G_0 - G_{i\infty}^c) e^{-\lambda t}, \quad (9)$$

其中产品商誉的稳定值 $G_{i\infty}^c = \gamma A_i^{c*} / \lambda$, 即 $t \rightarrow \infty$ 时的产品商誉.

3) 零售商 i 处的产品需求量为

$$D_i^{c*} = \varphi_i - k \left(\frac{M + N_{3-i} - \Pi_{Ri} k}{K_r} \right) + \xi G_0 e^{-\lambda t} + \left(\mu + k + \frac{\xi \gamma (1 - e^{-\lambda t})}{\lambda} \right) \left(\frac{M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k}{K_r} \right). \quad (10)$$

4) 供应链的最优利润值为

$$J_S^{c*} = e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 m_{1i}^{c*} G_i^{c*} + m_2^{c*} \right). \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} m_{1i}^{c*} = \frac{(\Pi_M + \Pi_{Ri}) \xi}{\rho + \lambda}, \\ m_2^{c*} = \sum_{i=1}^2 \frac{(M + N_i)^2 - (\Pi_{R(3-i)} k)^2 + 2K_r \varphi_i (\Pi_M + \Pi_{Ri})}{2K_r \rho} - \sum_{i=1}^2 \frac{2\Pi_{Ri} k (M + N_{3-i} - \Pi_{Ri} k)}{2K_r \rho}. \end{cases}$$

证明 由式(7)可知, t 时刻供应链的最优利润值函数为

$$J_S^{c*}(G_i^c, t) = \max_{A_i^c} \int_t^\infty e^{-\rho s} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i^c + \xi G_i^c) + \Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c) + \xi G_i^c) - \frac{1}{2} K_r (A_i^c)^2 \right) ds.$$

令

$$V_S^c(G_i^c) = \max_{A_i^c} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i^c + \xi G_i^c) + \Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c) + \xi G_i^c) - \frac{1}{2} K_r (A_i^c)^2 \right) ds,$$

则 t 时刻供应链的最优利润值函数转化为

$$J_S^{c*}(G_i^c, t) = e^{-\rho t} V_S^c(G_i^c). \quad (12)$$

根据最优控制理论, $V_S^c(G_i^c)$ 对于任意 $G_i^c \geq 0$ 都满足 Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB) 方程, 即

$$\rho V_S^c(G_i^c) = \max_{A_i^c} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i^c + \xi G_i^c) + \Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c) + \xi G_i^c) - \frac{1}{2} K_r (A_i^c)^2 + V_{SG_i}^c (\gamma A_i^c - \lambda G_i^c) \right). \quad (13)$$

式(13)是关于 A_i^c 的凹函数, 求其关于 A_i^c 的一阶导数并令其等于零, 可得零售商 i 的促销努力水平为

$$A_i^c = \frac{\Pi_M \mu + \Pi_{Ri} (\mu + k) - \Pi_{R(3-i)} k + V_{SG_i}^c \gamma}{K_r}. \quad (14)$$

将 A_i^c 代入式(13)整理, 得

$$\rho V_S^c(G_i^c) = \sum_{i=1}^2 \left((\Pi_M \xi + \Pi_{Ri} \xi - V_{SG_i}^c \lambda) G_i^c + \Pi_M (\varphi_i + \mu A_i^c) + \Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c)) - \frac{1}{2} K_r (A_i^c)^2 + V_{SG_i}^c \gamma A_i^c \right). \quad (15)$$

根据式(15)的结构特点, 可将最优利润值函数 $V_S^c(G_i^c)$ 关于 G_i^c 的线性解析式表示为

$$V_S^c(G_i^c) = \sum_{i=1}^2 m_{1i}^c G_i^c + m_2^c, \quad (16)$$

其中 m_{1i}^c, m_2^c 均为常数. 由式(16)可知

$$V_{SG_i}^c = m_{1i}^c. \tag{17}$$

将式(16)和(17)代入(15), 并对比等式两端的同类项系数, 可得关于 m_{1i}^c, m_2^c 的约束方程组为

$$\begin{cases} \rho m_{1i}^c = \Pi_M \xi + \Pi_{Ri} \xi - m_{1i}^c \lambda, \\ \rho m_2^c = \\ \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M (\varphi_i + \mu A_i^c) - \frac{1}{2} K_r (A_i^c)^2 + \right. \\ \left. \Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^c + k(A_i^c - A_{3-i}^c)) + m_{1i}^c \gamma A_i^c \right). \end{cases} \tag{18}$$

对式(18)求解, 得到 $m_{1i}^{c*} = \frac{(\Pi_M + \Pi_{Ri})\xi}{\rho + \lambda}$. 由于 $V_{SG_i}^c = m_{1i}^c$, 将 m_{1i}^{c*} 代入式(14), 得到集中决策下零售商 i 的最优促销努力 A_i^{c*} , 即式(8). 将 m_{1i}^{c*} 和 A_i^{c*} 代入式(18)进行求解, 可得

$$m_2^{c*} = \sum_{i=1}^2 ((M + N_i)^2 + 2K_r \varphi_i (\Pi_M + \Pi_{Ri}) - (\Pi_{R(3-i)} k)^2 - 2\Pi_{Ri} k (M + N_{3-i} - \Pi_{Ri} k)) / 2K_r \rho.$$

将最优促销努力 A_i^{c*} 代入式(3), 对微分方程进行求解, 得到零售商 i 处产品商誉的最优轨迹 G_i^{c*} , 见式(9), 进而得到集中决策下零售商 i 处的产品需求量, 见式(10). 将 m_{1i}^{c*}, m_2^{c*} 和 G_i^{c*} 代入式(16)和(12), 得到集中决策下供应链的最优利润值 J_S^{c*} , 见式(11). \square

1.2.2 分散式决策

在分散式决策中, 制造商和两个零售商均以自身利润最大化为决策目标, 即

$$J_M^d(G_i^d) = \max_{A_i^d} \int_0^\infty e^{-\rho t} \sum_{i=1}^2 \Pi_M (\varphi_i + \mu A_i^d + k(A_i^d - A_{3-i}^d) + \xi G_i^d) dt, \tag{19}$$

$$J_{Ri}^d(G_i^d) = \max_{A_i^d} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^d + k(A_i^d - A_{3-i}^d) + \xi G_i^d) - \frac{1}{2} K_r (A_i^d)^2 \right) dt. \tag{20}$$

命题2 分散式决策情形下的均衡结果如下:

1) 零售商 i 的最优促销努力为

$$A_i^{d*} = N_i / K_r. \tag{21}$$

2) 零售商 i 处的产品商誉最优轨迹为

$$G_i^{d*} = G_{i\infty}^d + (G_0 - G_{i\infty}^d) e^{-\lambda t}, \tag{22}$$

其中分散决策下产品商誉的稳定值 $G_{i\infty}^d = \gamma A_i^{d*} / \lambda$.

3) 零售商 i 处的产品需求量为

$$D_i^{d*} = \varphi_i + \left(\mu + k + \frac{\xi \gamma (1 - e^{-\lambda t})}{\lambda} \right) \frac{N_i}{K_r} -$$

$$\frac{k N_{3-i}}{K_r} + \xi G_0 e^{-\lambda t}. \tag{23}$$

4) 制造商、零售商及供应链的最优利润分别为

$$J_M^{d*} = e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 m_{1i}^{d*} G_i^{d*} + m_2^{d*} \right), \tag{24}$$

$$J_{Ri}^{d*} = e^{-\rho t} (r_{1i}^{d*} G_i^{d*} + r_{2i}^{d*}), \tag{25}$$

$$J_S^{d*} = e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 ((r_{1i}^{d*} + m_{1i}^{d*}) G_i^{d*} + r_{2i}^{d*}) + m_2^{d*} \right). \tag{26}$$

其中

$$\begin{cases} m_{1i}^{d*} = \frac{\Pi_M \xi}{\rho + \lambda}, \\ m_2^{d*} = \sum_{i=1}^2 \frac{K_r \Pi_M \varphi_i + M N_i}{K_r \rho}, \\ r_{1i}^{d*} = \frac{\Pi_{Ri} \xi}{\rho + \lambda}, \\ r_{2i}^{d*} = \frac{2\Pi_{Ri} (K_r \varphi_i - k N_{3-i}) + (N_i)^2}{2K_r \rho}. \end{cases}$$

证明 采用逆向归纳法进行求解. 令

$$V_{Ri}^d(G_i^d) = \max_{A_i^d} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \left(\Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^d + k(A_i^d - A_{3-i}^d) + \xi G_i^d) - \frac{1}{2} K_r (A_i^d)^2 \right) ds.$$

将其代入式(20), 则 t 时刻零售商 i 的最优利润值函数转化为

$$J_{Ri}^{d*}(G_i^d, t) = e^{-\rho t} V_{Ri}^d(G_i^d). \tag{27}$$

根据最优控制理论, $V_{Ri}^d(G_i^d)$ 对于任意 $G_i^d \geq 0$ 都满足HJB方程, 即

$$\rho V_{Ri}^d(G_i^d) = \max_{A_i^d} \left(\Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^d + k(A_i^d - A_{3-i}^d) + \xi G_i^d) - \frac{1}{2} K_r (A_i^d)^2 + V_{RiG_i}^d (\gamma A_i^d - \lambda G_i^d) \right). \tag{28}$$

式(28)是关于 A_i^d 的凹函数, 求其关于 A_i^d 的一阶导数并令其等于零, 可得零售商 i 的促销努力为

$$A_i^d = \frac{\Pi_{Ri} (\mu + k) + V_{RiG_i}^d \gamma}{K_r}. \tag{29}$$

将 A_i^d 代入式(28)进行整理, 可得

$$\rho V_{Ri}^d(G_i^d) = (\Pi_{Ri} \xi - V_{RiG_i}^d \lambda) G_i^d + \Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^d + k(A_i^d - A_{3-i}^d)) - \frac{1}{2} K_r (A_i^d)^2 + V_{RiG_i}^d \gamma A_i^d. \tag{30}$$

同理, 对制造商最优利润值函数进行分析, 有

$$\rho V_M^d(G_i^d) = \sum_{i=1}^2 ((\Pi_M \xi - V_{MG_i}^d \gamma) G_i^d + \Pi_M (\varphi_i + \mu A_i^d) + V_{RiG_i}^d \gamma A_i^d). \tag{31}$$

根据式(30)和(31)的结构特点,最优利润值函数 $V_{Ri}^d(G_i^d)$ 和 $V_M^d(G_i^d)$ 关于 G_i^d 的线性解析式可假设为

$$\begin{cases} V_{Ri}^d(G_i^d) = r_{1i}^d G_i^d + r_{2i}^d, \\ V_M^d(G_i^d) = \sum_{i=1}^2 m_{1i}^d G_i^d + m_2^d. \end{cases} \quad (32)$$

其中: $r_{1i}^d, r_{2i}^d, m_{1i}^d, m_2^d$ 均为常数,且由式(32)可知

$$V_{RiG_i}^{d'} = r_{1i}^d, V_{MG_i}^{d'} = m_{1i}^d. \quad (33)$$

将式(32)和(33)代入(30)和(31),对比等式两端同类项系数,可知 $r_{1i}^d, r_{2i}^d, m_{1i}^d, m_2^d$ 满足

$$\begin{cases} \rho m_{1i}^d = \Pi_M \xi - m_{1i}^d \lambda, \\ \rho m_2^d = \sum_{i=1}^2 (\Pi_M (\varphi_i + \mu A_i^d) + m_{1i}^d \gamma A_i^d), \\ \rho r_{1i}^d = \Pi_{Ri} \xi - r_{1i}^d \lambda, \\ \rho r_{2i}^d = \Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i^d + k(A_i^d - A_{3-i}^d)) - \frac{1}{2} K_r (A_i^d)^2 + r_{1i}^d \gamma A_i^d. \end{cases} \quad (34)$$

对式(34)求解,得到 $m_{1i}^{d*} = \frac{\Pi_M \xi}{\rho + \lambda}, r_{1i}^{d*} = \frac{\Pi_{Ri} \xi}{\rho + \lambda}$. 将 r_{1i}^{d*} 和 m_{1i}^{d*} 代入式(29),得到分散决策下零售商 i 的最优促销努力均衡策略,见式(21). 将 r_{1i}^{d*}, m_{1i}^{d*} 和 A_i^{d*} 代入式(34)进行求解,可得

$$\begin{cases} m_{2i}^{d*} = \sum_{i=1}^2 \frac{K_r \Pi_M \varphi_i + M N_i}{K_r \rho}, \\ r_{2i}^{d*} = \frac{2 \Pi_{Ri} (K_r \varphi_i - k N_{3-i}) + (N_i)^2}{2 K_r \rho}. \end{cases}$$

将最优促销努力 A_i^{d*} 代入式(3)并对微分方程进行求解,得到分散决策下零售商 i 处产品商誉的最优轨迹 G_i^{d*} , 见式(22), 进而得到分散决策下零售商 i 处的需求量, 见式(23). 将 $r_{1i}^{d*}, r_{2i}^{d*}, m_{1i}^{d*}, m_2^*$ 和 G_i^{d*} 代入式(32)和(27), 得到分散决策下零售商 i 的最优利润值 J_{Ri}^{d*} ; 同理, 可得制造商以及供应链的最优利润值 J_M^{d*}, J_S^{d*} , 分别见式(24)~(26). □

1.2.3 引入成本分担契约后供应链决策

本节旨在通过引入成本分担契约实现供应链协调. 在成本分担契约下, 制造商为激励零售商促销积极性, 愿意为其分担一定比例的促销努力成本. 记 $\theta_i(t)$ 为 t 时刻制造商为零售商 i 分担的促销努力成本比例, 其中 $0 \leq \theta_i(t) \leq 1$. 在成本分担契约协调下, 制造商和零售商的决策目标分别为

$$\begin{aligned} J_M(G_i) = & \max_{\theta_i} \int_0^\infty e^{-\rho t} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M (\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - \frac{1}{2} \theta_i K_r (A_i)^2 \right) dt, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} J_{Ri}(G_i) = & \max_{A_i} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - (1 - \theta_i) \frac{1}{2} K_r (A_i)^2 \right) dt. \end{aligned} \quad (36)$$

命题3 引入成本分担契约后供应链的决策均衡结果如下:

1) 制造商为零售商 i 承担的最优促销努力成本比例以及零售商 i 的最优促销努力分别为

$$\theta_i^* = \frac{M - \Pi_{R(3-i)} k}{M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k}, \quad (37)$$

$$A_i^* = \frac{M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k}{K_r}. \quad (38)$$

2) 零售商 i 处产品商誉的最优轨迹为

$$G_i^* = G_{i\infty} + (G_0 - G_{i\infty}) e^{-\lambda t}, \quad (39)$$

其中产品商誉的稳定值 $G_{i\infty} = \gamma A_i^* / \lambda$.

3) 零售商 i 处的产品需求量为

$$\begin{aligned} D_i^* = & \varphi_i - k \left(\frac{M + N_{3-i} - \Pi_{Ri} k}{K_r} \right) + \xi G_0 e^{-\lambda t} + \\ & \left(\mu + k + \frac{\xi \gamma (1 - e^{-\lambda t})}{\lambda} \right) \left(\frac{M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k}{K_r} \right). \end{aligned} \quad (40)$$

4) 引入成本分担契约后制造商、零售商以及供应链的最优利润值分别为

$$J_M^* = e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 m_{1i}^* G_i^* + m_2^* \right), \quad (41)$$

$$J_{Ri}^* = e^{-\rho t} (r_{1i}^* G_i^* + r_{2i}^*), \quad (42)$$

$$J_S^* = e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 ((r_{1i}^* + m_{1i}^*) G_i^* + r_{2i}^*) + m_2^* \right). \quad (43)$$

其中

$$\begin{cases} m_{1i}^* = \frac{\Pi_M \xi}{\rho + \lambda}, \\ m_2^* = \sum_{i=1}^2 \left((M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k) (M + \Pi_{R(3-i)} k) + 2 K_r \varphi_i \Pi_M \right) / 2 K_r \rho, \\ r_{1i}^* = \frac{\Pi_{Ri} \xi}{\rho + \lambda}, \\ r_{2i}^* = (N_i (M + N_i - \Pi_{R(3-i)} k) - 2 \Pi_{Ri} k (M + N_{3-i} - \Pi_{Ri} k) + 2 K_r \Pi_{Ri} \varphi_i) / 2 K_r \rho. \end{cases}$$

证明 采用逆向归纳法求解. 由式(36)可知, 引入契约后 t 时刻零售商 i 的最优利润值函数为

$$\begin{aligned} J_{Ri}^*(G_i, t) = & e^{-\rho t} \max_{A_i} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \left(\Pi_{Ri} (\varphi_i + \mu A_i + \right. \end{aligned}$$

$$k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - (1 - \theta_i) \frac{1}{2} K_r(A_i)^2) ds.$$

令

$$V_{Ri}(G_i) = \max_{A_i} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \left(\Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - (1 - \theta_i) \frac{1}{2} K_r(A_i)^2 \right) ds,$$

则 t 时刻零售商 i 的最优利润值函数转化为

$$J_{Ri}^*(G_i, t) = e^{-\rho t} V_{Ri}(G_i). \quad (44)$$

根据最优控制理论, $V_{Ri}(G_i)$ 对于任意 $G_i \geq 0$ 都满足 HJB 方程, 即

$$\rho V_{Ri}(G_i) = \max_{A_i} \left(\Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - (1 - \theta_i) \frac{1}{2} K_r(A_i)^2 + V'_{RiG_i}(\gamma A_i - \lambda G_i) \right). \quad (45)$$

易知式(45)是关于 A_i 的凹函数, 求式(45)关于 A_i 的一阶导数并令其等于零, 可得零售商 i 的促销努力为

$$A_i = \frac{\Pi_{Ri}(\mu + k) + V'_{RiG_i}\gamma}{(1 - \theta_i)K_r}. \quad (46)$$

当引入契约后的供应链最优决策行为等于集中模式下的最优决策时, 由分散决策造成的双重边际效应消失, 此时供应链实现协调. 考虑到文中零售商 i 的促销努力为决策变量, 故当引入契约后零售商 i 的最优促销努力等于集中决策下零售商 i 的最优促销努力, 即 $A_i = A_i^{c*}$ 时, 供应链实现协调. 对式(46)进行求解, 有

$$\theta_i = 1 - \frac{\Pi_{Ri}(\mu + k) + V'_{RiG_i}\gamma}{M + N_i - \Pi_{R(3-i)}k}. \quad (47)$$

同理, 记引入契约后 t 时刻制造商的最优利润值函数为

$$J_M^*(G_i, t) = e^{-\rho t} V_M(G_i), \quad (48)$$

其中

$$V_M(G_i) = \max_{\theta_i} \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - \frac{1}{2} \theta_i K_r(A_i)^2 \right) ds.$$

考虑到 $V_M(G_i)$ 对于任意 $G_i \geq 0$ 都满足 HJB 方程, 即

$$\rho V_M(G_i) = \max_{\theta_i} \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i}) + \xi G_i) - \frac{1}{2} \theta_i K_r(A_i)^2 + V'_{MG_i}(\gamma A_i - \lambda G_i) \right). \quad (49)$$

对式(45)和(49)进行整理, 可得

$$\rho V_{Ri}(G_i) = (\Pi_{Ri}\xi - V'_{RiG_i}\lambda)G_i + \Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i})) - \frac{1}{2}(1 - \theta_i)K_r(A_i)^2 + V'_{RiG_i}\gamma A_i, \quad (50)$$

$$\rho V_M(G_i) = \sum_{i=1}^2 \left((\Pi_M\xi - V'_{MG_i}\lambda)G_i + \Pi_M(\varphi_i + \mu A_i) - \frac{1}{2}\theta_i K_r(A_i)^2 + V'_{MG_i}\gamma A_i \right). \quad (51)$$

根据式(50)和(51)的结构特点, 最优利润值函数 $V_{Ri}(G_i)$ 和 $V_M(G_i)$ 关于 G_i 的线性解析式可假设为

$$\begin{cases} V_{Ri}(G_i) = r_{1i}G_i + r_{2i}, \\ V_M(G_i) = \sum_{i=1}^2 m_{1i}G_i + m_2, \end{cases} \quad (52)$$

其中 $r_{1i}, r_{2i}, m_{1i}, m_2$ 均为常数. 由式(52)可知

$$V'_{RiG_i} = r_{1i}, \quad V'_{MG_i} = m_{1i}. \quad (53)$$

将式(52)和(53)代入(50)和(51), 对比等式两端的同类项系数, 可知 $r_{1i}, r_{2i}, m_{1i}, m_2$ 满足

$$\begin{aligned} \rho m_{1i} &= \Pi_M\xi - m_{1i}\lambda, \\ \rho m_2 &= \sum_{i=1}^2 \left(\Pi_M(\varphi_i + \mu A_i) - \frac{1}{2}\theta_i K_r(A_i)^2 + m_{1i}\gamma A_i \right), \\ \rho r_{1i} &= \Pi_{Ri}\xi - r_{1i}\lambda, \\ \rho r_{2i} &= \Pi_{Ri}(\varphi_i + \mu A_i + k(A_i - A_{3-i})) - \frac{1}{2}(1 - \theta_i)K_r(A_i)^2 + r_{1i}\gamma A_i. \end{aligned} \quad (54)$$

对式(54)求解, 得到 $r_{1i}^* = \frac{\Pi_{Ri}\xi}{\rho + \lambda}$, $m_{1i}^* = \frac{\Pi_M\xi}{\rho + \lambda}$. 将 r_{1i}^* 和 m_{1i}^* 代入式(46)和(47), 得到引入成本分担契约后供应链的最优均衡策略 θ_i^* 和 A_i^* , 即式(37)和(38). 进而将 $r_{1i}^*, m_{1i}^*, \theta_i^*$ 和 A_i^* 代入式(54)进行求解, 可得 m_2^* 和 r_{2i}^* .

将最优促销努力 A_i^* 代入式(3)并对微分方程进行求解, 得到引入成本分担契约后零售商 i 处产品商誉的最优轨迹 G_i^* , 见式(39), 进而得到零售商 i 处的产品需求量, 见式(40). 将 $r_{1i}^*, r_{2i}^*, m_{1i}^*, m_2^*$ 和 G_i^* 代入式(52)、(44)和(48), 得到引入成本分担契约后零售商 i 、制造商以及供应链的最优利润值 J_{Ri}^*, J_M^*, J_S^* , 分别见式(41)~(43). □

命题4 对集中、分散以及引入成本分担契约后的供应链决策结果进行比较, 有: $A_i^{c*} = A_i^* > A_i^{d*}$, $G_i^{c*} = G_i^* > G_i^{d*}$, $D_i^{c*} = D_i^* > D_i^{d*}$, 即引入成本分担契约后零售商 i 处的促销努力、产品商誉以

及需求量均得到提高.

证明 对引入成本分担契约前后零售商*i*的最优促销努力进行比较,有 $A_i^* - A_i^{d*} = \frac{M - \Pi_{R(3-i)}k}{K_r}$, 由制造商为零售商承担的最优促销努力成本比例 $\theta_i^* > 0$ 可知 $M - \Pi_{R(3-i)}k > 0$, 因此有 $A_i^* > A_i^{d*}$. 同理可证 $A_i^{c*} = A_i^*$, $A_i^{c*} > A_i^{d*}$.

对引入成本分担契约前后零售商*i*处产品商誉的最优轨迹进行比较,有

$$G_i^* - G_i^{d*} = \frac{\gamma(1 - e^{-\rho t})(M - \Pi_{R(3-i)}k)}{\lambda K_r},$$

因为 $1 - e^{-\rho t} > 0$, $M - \Pi_{R(3-i)}k > 0$, 所以有 $G_i^* > G_i^{d*}$. 同理可证 $G_i^{c*} = G_i^*$, $G_i^{c*} > G_i^{d*}$.

进而,对引入成本分担契约前后零售商*i*处的产品需求量进行比较,有

$$D_i^* - D_i^{d*} = \frac{(\lambda\mu + \xi\gamma(1 - e^{-\lambda t}))(M - \Pi_{R(3-i)}k)}{\lambda K_r},$$

因为 $1 - e^{-\lambda t} > 0$, $M - \Pi_{R(3-i)}k > 0$, 所以有 $D_i^* > D_i^{d*}$. 同理可证 $D_i^{c*} = D_i^*$, $D_i^{c*} > D_i^{d*}$. □

命题5 引入成本分担契约后制造商和零售商的利润较无契约时均得到提高,且供应链整体利润等于集中决策时的供应链整体利润,该契约能够有效协调分散模式下的供应链.

证明 由命题2和命题3可知,引入契约前后制造商的利润差为

$$J_M^* - J_M^{d*} = e^{-\rho t} \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\Pi_M \xi \gamma}{(\rho + \lambda)\lambda} (1 - e^{-\rho t}) \frac{M - \Pi_{R(3-i)}k}{K_r} + \frac{(M - \Pi_{R(3-i)}k)(M + N_i - \Pi_{R(3-i)}k)}{2K_r \rho} \right).$$

又因为零售商*i*的最优促销努力 $A_i^* > 0$, 以及制造商为零售商承担的最优促销努力成本比例 $\theta_i^* > 0$, 可知 $M + N_i - \Pi_{R(3-i)}k > 0$, $M - \Pi_{R(3-i)}k > 0$, 因此有 $J_M^* - J_M^{d*} > 0$, 即引入成本分担契约后制造商利润增加. 同理可证,有 $J_{Ri}^* - J_{Ri}^{d*} > 0$, 即零售商*i*利润亦增加. 综上可知,引入成本分担契约后制造商、零售商以及供应链整体利润均得到提高.

进而,对引入契约后供应链整体利润以及集中决策模式下的供应链整体利润进行比较,可知

$$J_S^* - J_S^{c*} = e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 ((r_{1i}^* + m_{1i}^*)G_i^* + r_{2i}^*) + m_2^* \right) - e^{-\rho t} \left(\sum_{i=1}^2 m_{1i}^{c*} G_i^{c*} + m_2^{c*} \right) = 0,$$

即引入成本分担契约后供应链的整体利润等于集中决策模式下的供应链总利润. 综上,该契约能够有效地对分散模式下的供应链进行协调. □

2 算例分析

本节将利用 Matlab 软件对上述模型进行算例分析,探讨成本分担契约以及零售商竞争程度等参数对供应链利润的影响. 模型中参数赋值如下: $\varphi_1 = 200$, $\varphi_2 = 100$, $\mu = 0.6$, $\xi = 0.5$, $k = 0.4$, $K_r = 10$, $t = 1$, $G_0 = 50$, $\gamma = 0.8$, $\lambda = 0.05$, $\rho = 0.9$, $\Pi_M = 200$, $\Pi_{R1} = 50$, $\Pi_{R2} = 30$.

表1对集中、分散以及引入成本分担契约后的3种决策模式下的博弈均衡结果进行比较. 由表1可以看出:1)与集中式决策相比,分散式决策下零售商1和零售商2的促销努力分别降低73.0%和81.1%;零售商1处的产品商誉降低22.0%,零售商2处的产品商誉降低22.1%;零售商1处和零售商2处的产品需求量分别降低7.7%和12.4%;供应链整体利润下降7.3%. 上述数据表明,分散式决策时供应链出现双重边际效应. 2)成本分担契约的引入使得两个零售商处的促销努力、产品商誉以及产品的需求量均得到提高,且制造商、零售商1和零售商2的利润分别提高8.1%、5.9%和9.8%,供应链整体利润提高7.9%,且达到集中式决策水平,说明契约的引入有效地协调了供应链. 上述结论与命题5和命题6的内容相符.

表1 不同决策模式下的博弈均衡结果

项目	集中决策	分散决策	引入契约决策
零售商1促销努力	26.3	7.1	26.3
零售商2促销努力	22.7	4.3	22.7
零售商1处产品商誉	68.1	53.1	68.1
零售商2处产品商誉	65.3	50.9	65.3
零售商1处产品需求量	251.3	232.0	251.3
零售商2处产品需求量	144.8	126.9	144.8
制造商为零售商1承担的促销成本比例	—	—	0.7
制造商为零售商2承担的促销成本比例	—	—	0.8
制造商利润	—	32 603.8	35 246.6
零售商1利润	—	5 161.1	5 463.6
零售商2利润	—	1 684.4	1 849.9
供应链总利润	42 560.1	39 449.4	42 560.1

图1~图4分别为零售商竞争程度*k*等参数对引入成本分担契约后制造商以及两个零售商的利润增加值的影响.

由图1可知,随着零售商竞争程度的增加,较无契约而言,引入契约后制造商和两个零售商的利润增加值呈下降趋势. 这是因为零售商之间的竞争越激烈,为了获得更多的市场份额,两个零售商都会更加努力地促销,而促销努力的提高导致零售商成本增加,利润增加趋势减缓. 零售商促销努力成本的提

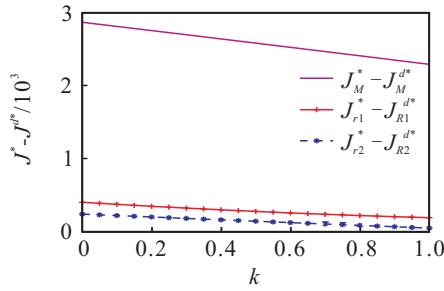


图1 零售商竞争程度 k 对利润增加值的影响

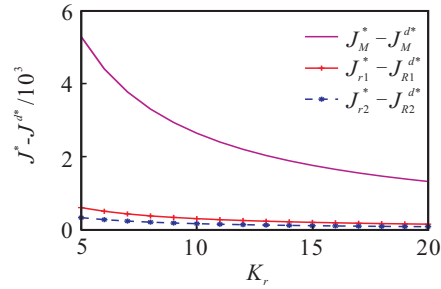


图2 零售商促销努力成本系数 K_r 对利润增加值的影响

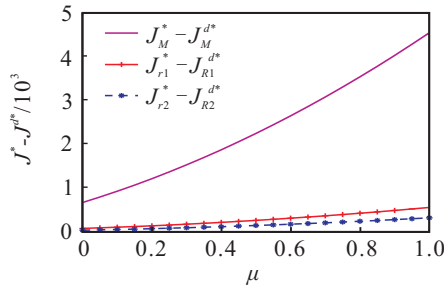


图3 促销对需求影响程度 μ 对利润增加值的影响

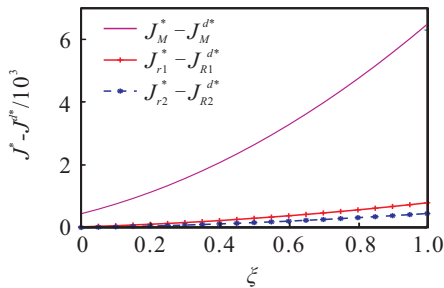


图4 商誉对需求影响程度 ξ 对利润增加值的影响

高,使得其在成本分担契约下制造商为零售商分担的促销成本增加,进而导致制造商利润增加值亦降低。

由图2可知,随着零售商促销努力成本系数的增加,引入契约后制造商和两个零售商的利润增加值呈下降趋势。这是因为零售商促销努力成本系数越高,零售商成本越高,进而导致零售商利润增加值下降。而零售商促销努力成本的提高,使得在成本分担契约下制造商为零售商分担的成本增加,从而导致制造商利润增加值降低。

由图3可知,随着零售商促销努力对需求影响程度的增加,引入契约后制造商和两个零售商的利润增加值呈上升趋势。这是因为产品需求量对促销努力

的敏感性越大,零售商促销努力的增加越能带来更多的市场需求,制造商通过成本分担契约激励零售商进行促销努力的效果就越明显,进而使得制造商和两个零售商的利润增加值均呈上升趋势。

由图4可知,随着产品商誉对需求影响程度的增加,引入契约后制造商和两个零售商的利润增加值亦呈上升趋势。

3 结论

本文借助微分博弈对由单个制造商和两个竞争性零售商组成的供应链纵向联合促销问题进行了研究,其中考虑了随着时间的推移产品商誉存在自然衰减状况,以及零售商促销努力和商誉对产品需求量带来的影响。文中分别构建集中式、分散式以及引入成本分担契约后的供应链微分博弈模型,通过对3种情形下的博弈均衡结果进行比较,并结合算例分析,得到如下结论: 1)成本分担契约的引入有效提高了零售商促销努力、产品商誉以及产品需求量;制造商以及两个零售商的利润均较无契约时得到提高,且供应链整体利润达到集中决策水平,实现了供应链协调。 2)随着零售商竞争程度以及促销努力成本系数的增加,引入契约后供应链成员的利润增加值呈下降趋势。说明供应链中零售商竞争越激烈,使得零售商在投入促销以提高自身竞争力时成本增加,导致零售商利润增加减缓。此时制造商为其承担的促销成本增加,使得制造商利润增加值亦呈下降趋势;而促销努力成本系数越高,对供应链成员利润增长越不利,与实际情况相符。 3)随着零售商促销努力以及产品商誉对需求影响程度的增加,利润的增加值呈上升趋势。说明产品需求量对促销努力和产品商誉的变化越敏感,对供应链成员越有益。

本文尚未考虑多个制造商参与竞争的情形,这将是进一步的研究方向。

参考文献(References)

- [1] Giri B C, Sharma S. Manufacturer's pricing strategy in a two-level supply chain with competing retailers and advertising cost dependent demand[J]. *Economic Modeling*, 2014, 38(38): 102-111.
- [2] Savaskan R C, Van Wassenhove L N. Reverse channel design: The case of competing retailers[J]. *Management Science*, 2006, 52(1): 1-14.
- [3] Bernstein F, Federgruen A. Decentralized supply chains with competing retailers under demand uncertainty[J]. *Management Science*, 2005, 51(1): 18-29.
- [4] 姚树俊, 陈菊红. 考虑零售商竞争的产品售后服务能力运营策略研究[J]. *管理工程学报*, 2016, 30(1): 88-95.

- (Yao S J, Chen J H. After-sales service capacity of operation strategy considering retailers competition[J]. *J of Industrial Engineering*, 2016, 30(1): 88-95.)
- [5] 范小军, 陈宏民. 零售商竞争环境下数量折扣和进场费组合的渠道协调策略[J]. *管理工程学报*, 2016, 30(1): 155-160.
(Fan X J, Chen H M. Channel coordination strategy mixed by quantity discount and slotting allowances under the environment of retailer competition[J]. *J of Industrial Engineering*, 2016, 30(1): 155-160.)
- [6] 高晓敏, 刘志学, 左晓露. 随机需求下竞争零售商的定价策略研究[J]. *运筹与管理*, 2016, 25(1): 133-144.
(Gao X M, Liu Z X, Zuo X L. Competitive retailers' pricing strategy under stochastic demand[J]. *Operations Research and Management Science*, 2016, 25(1): 133-144.)
- [7] 曹晓刚, 闻卉. 随机需求下考虑零售商竞争的闭环供应链定价与协调[J]. *运筹与管理*, 2015, 24(1): 34-39.
(Cao X G, Wen H. Pricing and coordination of closed-loop supply chain considering competition between retailers under stochastic demand[J]. *Operations Research and Management Science*, 2015, 24(1): 34-39.)
- [8] 申成霖, 卿志琼, 张新鑫. 零售商竞争环境下分散式供应链的定价与交货期联合决策模型[J]. *中国管理科学*, 2010, 18(7): 38-44.
(Shen C L, Qing Z Q, Zhang X X. Pricing and delivery lead time joint decisions in decentralized supply chain with retailers competition[J]. *Chinese J of Management Science*, 2010, 18(7): 38-44.)
- [9] 周永务, 郭金森, 钟远光. 基于提前订货折扣和延期支付策略下两零售商竞争问题研究[J]. *控制与决策*, 2012, 27(3): 468-472.
(Zhou Y W, Guo J S, Zhong Y G. Research on the two retailers' competition with the advanced booking discount and delay in payment[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(3): 468-472.)
- [10] 吴忠和, 陈宏, 赵千, 等. 两零售商竞争下多因素同时扰动的供应链协调研究[J]. *中国管理科学*, 2012, 20(2): 62-67.
(Wu Z H, Chen H, Zhao Q, et al. Supply chain coordination with multi-factors disruptions under two retailers' competition[J]. *Chinese J of Management Science*, 2012, 20(2): 62-67.)
- [11] Jorgensen S, Taboubi S, Zaccour G. Cooperative advertising in a marketing channel[J]. *J of Optimization Theory and Application*, 2001, 110(1): 145-158.
- [12] 黄宗盛, 聂佳佳, 胡培. 具竞争性零售商的闭环供应链微分对策模型[J]. *系统工程学报*, 2015, 30(6): 779-789.
(Huang Z S, Nie J J, Hu P. Differential game model in closed-loop supply chain with competing retailers[J]. *J of Systems Engineering*, 2015, 30(6): 779-789.)
- [13] 徐春秋, 赵道致, 原白云, 等. 上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈模型[J]. *管理科学学报*, 2016, 19(2): 53-65.
(Xu C Q, Zhao D Z, Yuan B Y, et al. Differential game model on joint carbon emission reduction and low-carbon promotion in supply chains[J]. *J of Management Sciences in China*, 2016, 19(2): 53-65.)
- [14] 游达明, 朱桂菊. 低碳供应链生态研发、合作促销与定价的微分博弈分析[J]. *控制与决策*, 2016, 31(6): 1047-1056.
(You D M, Zhu G J. Differential game analysis of ecological R&D, cooperative promotion and pricing in the low-carbon supply chain[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(6): 1047-1056.)
- [15] 赵道致, 原白云, 徐春明. 低碳供应链纵向合作减排的动态优化[J]. *控制与决策*, 2014, 29(7): 1340-1344.
(Zhao D Z, Yuan B Y, Xu C M. Dynamic optimization about vertical cooperation on carbon emissions reduction in low-carbon supply chain[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(7): 1340-1344.)
- [16] 吴小节, 汪秀琼, 龙志和, 等. 基于商誉的双寡头企业广告与产品质量竞争策略[J]. *管理学报*, 2010, 7(8): 1152-1158.
(Wu X J, Wang X Q, Long Z H, et al. The optimal competitive strategy of advertising and product quality for a duopolistic firm based on goodwill[J]. *Chinese J of Management*, 2010, 7(8): 1152-1158.)
- [17] 吕芹, 霍佳震. 基于制造商和零售商自有品牌竞争的供应链广告决策[J]. *中国管理科学*, 2011, 19(1): 48-54.
(Lv Q, Huo J Z. Supply chain advertising decision based on competition of national and store brands[J]. *Chinese J of Management Science*, 2011, 19(1): 48-54.)
- [18] 周艳菊, 鲍茂景, 陈晓红, 等. 基于公平关切的低碳供应链广告合作-减排成本分担契约与协调[J]. *中国管理科学*, 2017, 25(2): 121-128.
(Zhou Y J, Bao M J, Chen X H, et al. Co-op advertising and emission reduction cost sharing contract and coordination in low-carbon supply chain based on fairness concerns[J]. *Chinese J of Management Science*, 2017, 25(2): 121-128.)
- [19] 李友东, 谢鑫鹏, 营刚. 两种分成契约下供应链企业合作减排决策机制研究[J]. *中国管理科学*, 2016, 24(3): 61-70.
(Li Y D, Xie X P, Ying G. Research on supply chain collaboration sharing contract and decision-making mechanism under the limitation of carbon emission[J]. *Chinese J of Management Science*, 2016, 24(3): 61-70.)
- [20] 赵道致, 徐春秋, 王芹鹏. 考虑零售商竞争的联合减排与低碳宣传微分对策[J]. *控制与决策*, 2014, 29(10): 1809-1815.
(Zhao D Z, Xu C Q, Wang Q P. Differential strategies of joint emission reductions and low-carbon promotion considering competing retailers[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(10): 1809-1815.)