

具有强解释性的贝叶斯MA型模糊系统

顾晓清^{1,2†}, 王士同¹, 倪彤光², 蒋亦樟¹

(1. 江南大学 数字媒体学院, 江苏 无锡 214122; 2. 常州大学 信息科学与工程学院, 江苏 常州 213164)

摘要: 提出用于规则前件学习的中心点交叉涌现的大间隔贝叶斯模糊聚类(CECLM-BFC)算法. 考虑不同样本间聚类中心的排斥作用使得聚类中心间距最大化, 并采用粒子滤波方法在不同类别样本中交替执行, 自动求解出最优聚类结果, 包括聚类数、模糊隶属度和聚类中心. 在模糊规则后件参数学习上使用分类面大间隔的策略, 以MA型模糊系统为研究对象构造具有强解释性的贝叶斯MA型模糊系统(BMA-FS). 实验结果表明, BMA-FS能够取得令人满意的分类性能, 且模糊规则具有高度的解释性.

关键词: 分类; 粒子滤波; 贝叶斯推理; Mamdani-Assilan型模糊系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

High interpretative Bayesian Mamdani-Assilan type fuzzy system

GU Xiao-qing^{1,2†}, WANG Shi-tong¹, NI Tong-guang², JIANG Yi-zhang¹

(1. School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of Information Science and Technology, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: A clustering algorithm of cross-emerging-cluster large margin Bayesian fuzzy clustering(CECLM-BFC) is proposed for antecedent parameter learning. The CECLM-BFC algorithm considers repulsed force of clustering centers belonging to heterogeneous samples, and makes the maximum distances between clustering centers. A particle filter method is performed alternatively in different samples to obtain the optimal model parameters, involving the cluster numbers, fuzzy memberships and clustering centers. The learning strategy in consequent parameter learning is based on the maximum classification separation, and a Bayesian Mamdani-Assilan type fuzzy system(BMA-FS) is proposed. The experiment results show the effectiveness of the BMA-FS on classification accuracy and the number of fuzzy rules, and the obtained rules also have high interpretability.

Keywords: classification; particle filter; Bayesian inference; Mamdani-Assilan type fuzzy system

0 引言

目前,基于规则的模糊系统已成功应用于目标识别、医疗诊断和图像处理等^[1-4]方面. 模糊系统以模糊集合和模糊推理为基础,其主要特点是:模糊系统具备不确定和模糊信息的处理能力,能够将自然语言直接转译成与人类推理机制相似的模糊规则;其次,模糊系统不仅具有强大的学习能力,其构建的模糊规则还具有高度的解释性,而这一特性是其他人工智能方法不具备的. 基于规则的解释性^[5]包含:1)模糊划分的清晰性;2)规则的简单性,如模糊规则和输入变量的数目;3)模糊规则的复杂性,如规则后件参数的类型等.

常用的提取模糊规则的方法主要有3种:第1种是输入空间的固定网格划分法^[6-7],若采用 i 等分的均匀模糊划分,则对于维数是 d 的样本集最终得到 i^d 条模糊规则,因此该方法不适用于高维数据. 为此,进化算法和自我评价学习算法^[8-9]常被用于规则的简化. 第2种是支持向量机(SVM)^[10-11]法,每一个支持向量作为一条模糊规则. SVM遵循结构风险最小化原则,能够最大限度地减少模型的泛化误差,然而支持向量的数量通常很大,因此该方法往往需要结合其他模糊规则删减策略一起使用. 第3种方法是聚类算法^[12-13],模糊规则的个数等于聚类的个数,规则前件参数则可通过聚类结果计算得到,其优点是能获得较

收稿日期: 2016-11-08; 修回日期: 2017-03-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61572236, 61502058, 61572085); 江苏省自然科学基金项目(BK 20160187); 江苏省高校自然科学基金项目(15KJB520002).

作者简介: 顾晓清(1981—),女,讲师,博士生,从事模式识别、机器学习等研究; 王士同(1964—),男,教授,博士生导师,从事模式识别、人工智能等研究.

†通讯作者. E-mail: czxqgu@163.com

小数目模糊规则数. 由于模糊均值聚类(FCM)^[14]预设参数少, 时间复杂度低和类中心与真实类中心较接近而得到广泛应用, 如文献[15-18]均采用FCM确定模糊规则的前件参数. 但这种方法也存在不足: 一方面, 模糊规则数往往需要预先指定; 另一方面, 得到的模糊子集在不同类别样本的重叠区域往往存在过度交叉的现象, 不能保证模糊子集的清晰性, 模糊规则的解释性不强.

针对聚类法模糊系统解释性不强的缺点, 本文提出一种具有强解释性的贝叶斯Mamdani-Assilan(MA)型模糊系统(BMA-FS). 鉴于MA型模糊系统^[19]的规则后件参数解释性高的特点, 本文将其作为研究对象. 首先, 在模糊规则前件参数的学习上, 本文认为在当前类别样本的聚类过程中, 聚类中心会受到本类别样本的吸引而停留在该类样本区域, 同时也受到其他类别样本的排斥而被推离异类样本区域. 也就是说, 为了得到解释性强的模糊规则前件, 在使用聚类法进行模糊子集的划分过程中, 除了应考虑本类样本的分布结构, 还应同时考虑不同类别样本上聚类中心之间的排斥作用. 基于这一思想, 提出了中心点交叉涌现的大间隔贝叶斯模糊聚类(CECLM-BFC), 其采用不同类别样本中交替循环执行的策略, 达到不同类别的聚类中心间距最大化的目的, 并应用到BMA-FS模糊系统的规则前件参数学习中. 其次, 在规则后件参数学习中, BMA-FS遵循分类面大间隔的策略, 后件学习的求解可转化为一个二次规划问题, 能保证后件参数的全局最优解. 本文的创新在于: 1) CECLM-BFC使用粒子滤波技术自动求解出规则数; 2) BMA-FS使用CECLM-BFC聚类得到语义清晰的模糊规则前件, 保证了模糊规则的良好解释性; 3) BMA-FS后件学习能保证系统的高泛化性能.

1 相关工作

1.1 MA型模糊系统

MA型模糊系统^[18,20]的优点在于每条规则的后件参数只有常数项, 其构造的模糊规则具有较高的解释性. MA型模糊系统的第 k 个模糊规则的表达形式为^[19]

$$\text{Rule } k : \text{if } x_1 \text{ is } A_1^k \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^k \text{ and } \cdots \text{ and } x_d \text{ is } A_d^k, \\ \text{then } f_k(\mathbf{x}) = v_k, \quad k = 1, 2, \cdots, K. \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_d]^T$ 为输入向量, d 为样本的特征数, K 为模糊规则数, and为模糊合取操作, \mathbf{x} 将输入空间的模糊子集 $\mathbf{A}^k (\mathbf{A}^k = [A_1^k, A_2^k, \cdots, A_d^k]^T)$ 投影到输出空间的模糊集 $f_k(\mathbf{x})$. 令 $\mu_k(\mathbf{x})$ 为第 k 条规

则对应的模糊隶属函数, 其值可通过式(1)中if部分中的各维度对应的隶属度值模糊合取操作获得, 即

$$\mu_k(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^d \mu_{A_i^k}(x_i). \quad (2)$$

若引入高斯函数作为隶属度函数, 则 $\mu_{A_i^k}(x_i)$ 可写成

$$\mu_{A_i^k}(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - y_i^k)^2}{2\delta_i^k}\right). \quad (3)$$

其中: y_i^k 和 δ_i^k 分别是隶属度函数的中心和方差, 称为模糊规则的前件参数. 若采用模糊聚类方法求解, 则 $\mathbf{y}^k = [y_1^k, y_2^k, \cdots, y_d^k]^T$ 为第 k 个聚类中心, $\boldsymbol{\delta}^k = [\delta_1^k, \delta_2^k, \cdots, \delta_d^k]^T$ 中的元素 δ_i^k 可由下式计算得到:

$$\delta_i^k = \frac{h \sum_{j=1}^N u_{jk}(x_{ji} - y_i^k)^2}{\sum_{j=1}^N u_{jk}}. \quad (4)$$

其中: u_{jk} 为输入向量 $\mathbf{x}_j = [x_{j1}, x_{j2}, \cdots, x_{jd}]^T$ 隶属于第 k 类的模糊隶属度, h 为尺度参数. 在经过一系列的操作及去模糊化处理, MA型模糊系统的输出为

$$\tilde{y} = \sum_{k=1}^K \frac{\mu_k(\mathbf{x})}{\sum_{k'=1}^K \mu_{k'}(\mathbf{x})} f^k(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K \tilde{\mu}_k(\mathbf{x}) v^k, \quad (5)$$

其中 $\tilde{\mu}_k(\mathbf{x})$ 为 A_i^k 对应的归一化的模糊隶属度函数. 传统的MA型模糊系统的规则后件参数学习常遵循模型误差最小化原则^[16-17], 可表示为

$$\min E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\tilde{y} - y)^2, \quad (6)$$

其中 y 为期望输出.

1.2 无限制贝叶斯模糊聚类

无限制贝叶斯模糊聚类(IBFC)算法^[21]从概率的角度重新阐释了FCM聚类. 对于给定的样本集 \mathbf{X} , IBFC中数据和参数的联合概率可表示为

$$p(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, C) = \\ p(\mathbf{X}|\mathbf{U}, \mathbf{Y}, C) p(\mathbf{U}|\mathbf{Y}, C) p(\mathbf{Y}|C) p(C). \quad (7)$$

其中: C 为聚类个数, \mathbf{U} 为模糊隶属度矩阵, \mathbf{Y} 为聚类中心矩阵. $p(\mathbf{X}|\mathbf{U}, \mathbf{Y}, C)$ 为全体样本的模糊数据似然的乘积, 可以写成

$$p(\mathbf{X}|\mathbf{U}, \mathbf{Y}, C) = \\ \prod_{n=1}^N \frac{1}{Z_{\mathbf{X}}} \prod_{c=1}^C \mathcal{N}(\mathbf{x}_n | \boldsymbol{\mu} = \mathbf{y}_c, \boldsymbol{\Lambda} = \frac{1}{C} u_{nc}^m \mathbf{I}). \quad (8)$$

其中: u_{nc} 为样本 \mathbf{x}_n 属于第 c 个聚类的模糊隶属度, m 为模糊指数, \mathbf{y}_c 为第 c 个聚类的聚类中心, \mathbf{I} 为 d 维单位矩阵, $Z_{\mathbf{X}}$ 为归一化常数. IBFC算法假设每个样本

\mathbf{x}_n 都服从正态分布, $\boldsymbol{\mu}$ 为正态分布的中心, \mathbf{A} 为协方差矩阵. 样本集 \mathbf{X} 的 $p(\mathbf{U}|\mathbf{Y}, C)$ 为全体样本的模糊聚类先验的乘积, 即

$$p(\mathbf{U}|\mathbf{Y}, C) = \prod_{n=1}^N Z_{\mathbf{X}} \left(\prod_{c=1}^C \frac{(u_{nc}^m)^{-d/2}}{C} \right) \text{Dirichlet}(\mathbf{u}_n|\boldsymbol{\alpha})^{1/C} \times (C^{-Cd/2}) \exp\left(\frac{\beta N}{C}\right). \quad (9)$$

狄利克雷分布 $\text{Dirichlet}(\cdot)$ 打破了 FCM 中模糊指数 m 必须大于 1 的限定, IBFC 中 m 可以取任意实数. $\exp(\beta N/C)$ 产生于一组拉普拉斯分布的乘积, 其作用是提高模型的稀疏性.

IBFC 假设每个聚类中心均满足正态分布, 聚类中心先验 $p(\mathbf{Y}|C)$ 可以写成

$$p(\mathbf{Y}|C) = \prod_{c=1}^C \mathcal{N}(\mathbf{y}_c|\boldsymbol{\mu}_y, C\Sigma_y). \quad (10)$$

该分布的均值和方差分别为样本的均值和协方差.

IBFC 假设聚类个数服从泊松分布

$$P(C) = \text{Poisson}(C|\lambda) = \frac{\lambda^C}{C!} \exp(-\lambda), \quad (11)$$

其中 λ 为先验参数. 将式 (8)~(11) 相乘并求其负对数, 可得 IBFC 关于样本和参数的目标函数

$$\log(p(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, C)) \propto \frac{1}{2C} \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C u_{nc}^m \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_c\|^2 -$$

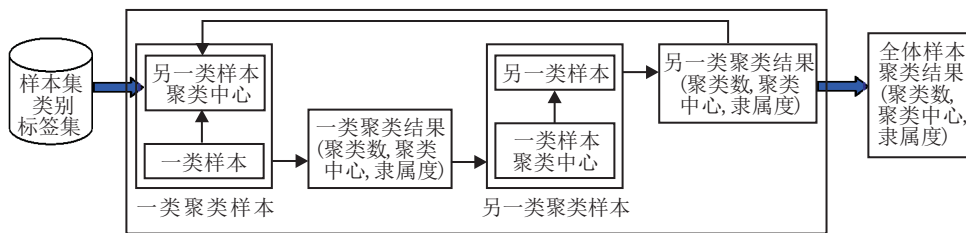


图1 CECLM-BFC 聚类方法

给定某一类样本集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$, 聚类数 C , 聚类中心 \mathbf{Y} 和模糊隶属度 \mathbf{U} 是待求参数. 假设已知另一类样本的聚类中心 \mathbf{Z} 和聚类数 J . CECLM-BFC 假设每个样本具有独立的模糊数据似然, 某一类样本的模糊数据似然 $p(\mathbf{X}|\mathbf{Z}, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, C, J)$ 可表示为

$$p(\mathbf{X}|\mathbf{Z}, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, C, J) = \prod_{n=1}^N \frac{1}{Z_{\mathbf{X}}} \prod_{c=1}^C \mathcal{N}(\mathbf{x}_n|\boldsymbol{\mu} = \mathbf{y}_c, \mathbf{A} = \frac{1}{C+J} u_{nc}^m \mathbf{I}) \times \prod_{c=C+1}^{C+J} \mathcal{N}(\mathbf{x}_n|\boldsymbol{\mu} = \mathbf{z}_c, \mathbf{A} = \frac{1}{C+J} u_{nc}^m \mathbf{I}). \quad (13)$$

其中: 样本 \mathbf{X} 的条件概率为 $C+J$ 个正态分布的乘积,

$$\frac{1}{C} \sum_{n=1}^N \log(\text{Dirichlet}(\mathbf{u}_n|\boldsymbol{\alpha})) - \frac{\beta N}{C} - C \log \lambda + \frac{1}{2C} \sum_{c=1}^C (\mathbf{y}_c - \boldsymbol{\mu}_y)^T \sum_y^{-1} (\mathbf{y}_c - \boldsymbol{\mu}_y) + \sum_{i=1}^C \log i. \quad (12)$$

2 中心点交叉涌现的大间隔贝叶斯模糊聚类

2.1 目标函数的构造和参数学习方法

聚类法模糊系统的规则前件解释性不强的原因在于: 模糊规则前件参数的求解 (即聚类的实现) 常在各类样本中独立完成, 而不考虑其他类别样本对当前类别的聚类中心的影响. 为了解决这一问题, 提出了中心点交叉涌现的大间隔贝叶斯模糊聚类 (CECLM-BFC). 以二元分类问题为例, 图 1 显示了 CECLM-BFC 聚类的构造原理. 在训练样本的类别标签已知的情况下, CECLM-BFC 将其他类的聚类中心作为已知参数直接参与到当前类别样本的聚类过程中, 待求聚类中心会受同类别样本的吸引向该类别的数据密集区域靠近, 同时也受到其他类别聚类中心的排斥而被推离异类样本区域, 从而有效避免不同类别样本的重叠区域出现模糊子集过度交叉的现象. 本文将这一思想融入 IBFC 贝叶斯概率模型, 采用在两类样本交替循环执行的策略, 让不同类别的聚类中心交叉涌现并且相互影响, 直至两类样本的聚类结果处于稳定状态.

正态分布的中心为聚类中心, 方差与样本的模糊隶属度有关.

CECLM-BFC 的模糊聚类先验 $p(\mathbf{U}|\mathbf{Z}, \mathbf{Y}, C, J)$ 可表示为

$$p(\mathbf{U}|\mathbf{Z}, \mathbf{Y}, C, J) = \prod_{n=1}^N \left[Z_{\mathbf{X}} \left(\prod_{c=1}^{C+J} \frac{(u_{nc}^m)^{-d/2}}{C+J} \right) \text{Dirichlet}(\mathbf{u}_n|\boldsymbol{\alpha})^{i/(C+J)} \times (C^{-Cd/2}) \prod_{n=1}^N \prod_{c=1}^{C+J} \text{Laplace}(u_{nc}|\beta, 1)^{i/(C+J)} \right] = \prod_{n=1}^N \left[Z_{\mathbf{X}} \prod_{c=1}^{C+J} \frac{(u_{nc}^m)^{-d/2}}{C+J} \right] \prod_{n=1}^N \prod_{c=1}^{C+J} (u_{nc}^{\alpha_c-1})^{i/(C+J)} \times$$

$$(C^{-Cd/2}) \prod_{n=1}^N \prod_{c=1}^{C+J} \frac{\beta}{2} \exp(-\beta|u_{nc} - 1|)^{i/(C+J)}. \quad (14)$$

$p(\mathbf{U}|\mathbf{Z}, \mathbf{Y}, C, J)$ 由4项构成, 第1项 $Z_{\mathbf{X}} \left(\prod_{c=1}^{C+J} \frac{(u_{nc}^m)^{\frac{-d}{2}}}{C+J} \right)$, 用于消去 $p(\mathbf{X}|\mathbf{Z}, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, C, J)$ 中的对应项; 第2项为狄利克雷分布 $\text{Dirichlet}(\mathbf{u}_n, \boldsymbol{\alpha})$, 用于决定模糊隶属度; 第3项 $C^{-Cd/2}$, 用于消去 $p(\mathbf{Y}|C)$ 中的归一化常量; 第4项拉普拉斯分布 $\prod_{n=1}^N \prod_{c=1}^{C+J} \text{Laplace}(u_{nc}|\beta, 1)^{i/(C+J)}$, 用于提高模型稀疏性。

CECLM-BFC的聚类中心先验 $p(\mathbf{Y}|C)$ 和聚类个数先验 $p(C)$ 与另一类聚类中心 \mathbf{Z} 以及聚类个数 J 无关, 因此其概率值分别等于式(10)和(11)。因为另一类聚类中心 \mathbf{Z} 以及其聚类个数 J 已知, 因此 $p(\mathbf{Z}, J)$ 值可设置为一常数 D , 即

$$p(\mathbf{Z}, J) = D. \quad (15)$$

将式(13), (14), (10), (11) 和(15)相乘, 可得 CECLM-BFC 聚类模型的数据和参数的联合概率

$$p(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}, J, \mathbf{Y}, C) = p(\mathbf{X}|\mathbf{U}, \mathbf{Z}, J, \mathbf{Y}, C)p(\mathbf{U}|\mathbf{Z}, J, \mathbf{Y}, C). \quad (16)$$

通过对式(16)取负对数, 可得 CECLM-BFC 的目标函数为

$$\begin{aligned} J(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \mathbf{U}, \mathbf{Y}) = & \frac{1}{2(C+J)} \left(\sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^C u_{nc}^m \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_c\|^2 + \right. \\ & \left. \sum_{n=1}^N \sum_{c=C+1}^{C+J} u_{nc}^m \|\mathbf{x}_n - \mathbf{z}_c\|^2 \right) - \\ & \frac{1}{C+J} \sum_{n=1}^N \sum_{c=1}^{C+J} (\alpha_c - 1) \log u_{nc} - \frac{\beta N}{C+J} - C \log \lambda + \\ & \frac{1}{2C} \sum_{c=1}^C (\mathbf{y}_c - \boldsymbol{\mu}_y)^T \Sigma_y^{-1} (\mathbf{y}_c - \boldsymbol{\mu}_y) + \sum_{c=1}^C \log c. \quad (17) \end{aligned}$$

结合式(16)和(17), 给出如下分析和说明:

1) 区别于常规聚类方法不考虑样本所带标签信息, CECLM-BFC 目标函数中的前2项表示不同类别的聚类中心间的排斥关系。在当前类别中, 待求聚类中心受到本类样本的吸引, 同时样本也对已知的其他类的聚类中心产生吸引力, 吸引力的强度通过模糊隶属度值的大小来表现。由狄利克雷分布产生的模糊隶属度矩阵保证 \mathbf{U} 的每一列数值的和为1, 即 $\sum_{c=1}^{C+J} u_{nc} = 1$ 。这一思想确保每个样本能够被完整地划分到它所属的类中; 同时也保证了待求聚类中心不会与其他类聚类中心重叠或过于接近, 起到不同类

别聚类中心间隔最大化的效果, 也可达到模糊空间清晰划分的目的。

2) 参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 决定着狄利克雷分布的形状。当其分量 α_i 趋近于0时, 模糊隶属度值趋于0、1二值; 当 α_i 大于1时, 模糊隶属度值趋于模糊化, 因为模糊隶属度的分布未知, 所以 $\boldsymbol{\alpha}$ 设为1。另外, 两类聚类中心 \mathbf{Y} 和 \mathbf{Z} 之间的排斥力的强弱也受模糊指数 m 的影响, m 值越大, 排斥力越弱; 反之, m 值越小, 排斥力越强。

3) 与 IBFC 聚类直接在全体样本执行的机制不同, CECLM-BFC 采取在正负类样本上交替循环的策略来求解式(17)的最大后验值。这是因为两类的聚类中心作为已知参数参与到另一类样本的聚类过程中, 当求解出一类样本的聚类数和聚类中心后, 另一类样本的聚类中心的下一次迭代亦受其影响, 因此整个循环过程中两类聚类中心交叉涌现, 直至两类样本的聚类结果处于稳定状态。

2.2 CECLM-BFC 聚类的求解

为了获得 CECLM-BFC 聚类参数, 即聚类个数 C , 模糊隶属度 \mathbf{U} 和聚类中心 \mathbf{Y} 的最优解, 本文采用粒子滤波技术^[22-23] 来获得模型参数的最大后验估计。粒子滤波技术是一种基于蒙特卡罗的近似贝叶斯滤波算法, 其核心思想是使用一组带权值的随机粒子递归估计状态的后验概率分布。CECLM-BFC 聚类在一类样本上的第 n 次迭代的过程主要分为4步。

1) 粒子采样。产生一组粒子 $s[r] = [C^*, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, \mathbb{I}]^T$, $r = 1, 2, \dots, P$, 其中 P 为粒子的个数, \mathbb{I} 为每个粒子对应的式(17)的目标函数值。在这一步中, 新的聚类数通过泊松分布进行采样, 该泊松分布的均值为当前聚类数, 即

$$P(C) = \text{Poisson}(C|\lambda) = \lambda^C \exp(-\lambda)/C!, \quad (18)$$

其中 λ 为类先验参数, $\lambda = \log N$ 。随着聚类数的变化, 聚类中心也相应变化。如果采样的聚类数 C 小于当前聚类数 C^* , 则随机保留 C 个聚类中心。如果采样的聚类数 C 大于 C^* , 则对新的 $(C - C^*)$ 个聚类中心使用正态分布进行采样,

$$\mathbf{Y}_j \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_y, \Sigma_y), \quad j = 1, 2, \dots, C - C^*. \quad (19)$$

高斯分布的均值和协方差分别为所有样本的平均值和协方差, 即

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_y &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}_n, \\ \Sigma_y &= \frac{\sigma}{N} \sum_{n=1}^N (\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_y)(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_y)^T, \end{aligned}$$

其中 σ 为一常数。

2) 粒子更新. 这一步对模糊隶属度和聚类中心进行更新, 其中固定聚类个数 C 和聚类中心 \mathbf{Y} , 利用式 (17) 求解 \mathbf{U} , 此时对应的极值的必要条件为 $\partial J / \partial u_{nc} = 0$, 可得 u_{nc} 的解析解

$$u_{nc} = \begin{cases} \frac{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_c\|^{2/(1-m)}}{\sum_{c=1}^C \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_c\|^{2/(1-m)} + \sum_{c=C+1}^{C+J} \|\mathbf{x}_n - \mathbf{z}_c\|^{2/(1-m)}}, & 1 \leq c \leq C; \\ \frac{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{z}_c\|^{2/(1-m)}}{\sum_{c=1}^C \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_c\|^{2/(1-m)} + \sum_{c=C+1}^{C+J} \|\mathbf{x}_n - \mathbf{z}_c\|^{2/(1-m)}}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (20)$$

固定聚类个数 C 和模糊隶属度矩阵 \mathbf{U} , 利用式 (17) 求解聚类中心 \mathbf{Y} , 此时对应的极值的必要条件可表示为 $\partial J / \partial \mathbf{y}_c = 0$, 可得 \mathbf{y}_c 的解析解

$$\mathbf{y}_c = \left(C \sum_{n=1}^N u_{nc}^m \mathbf{I} + (C+J) \Sigma_y^{-1} \right)^{-1} \times \left(C \sum_{n=1}^N u_{nc}^m \mathbf{x}_n + (C+J) \Sigma_y^{-1} \boldsymbol{\mu}_y \right). \quad (21)$$

3) 权重计算. 首先, 根据每个粒子 $s[r]$ ($r = 1, 2, \dots, P$) 中的 \parallel 值检查是否能增加模型当前的最大后验估计. 如果是, 则将该粒子赋值给候选粒子 MAP, 即 $\text{MAP}[j] = s[r]$, $j = 1, 2, \dots, C$. 再按照 \parallel 值降序构建一个候选粒子集 PCLS, $\text{PCLS} = \{s[r], \text{MAP}[j]\}$. 然后, 根据每个粒子 $s[r]$ 中的 \parallel 值计算每一个粒子的权重 w_i , 计算公式为

$$w_i = \exp(\text{PCLS}[i].\parallel) / \sum_{i=1}^{P+C} \exp(\text{PCLS}[i].\parallel). \quad (22)$$

4) 粒子重采样(重要性采样). 每个粒子对应的权重都依赖于 CECLM-BFC 中参数 $(C, \mathbf{U}, \mathbf{Y})$ 的分布, 而模型最优参数都聚集在大权重粒子的采样范围内, 因此这一步的工作是在保持粒子数 P 不变的前提下, 根据粒子权重的大小, 剔除小权重的粒子.

2.3 CECLM-BFC 算法描述

本文将研究重点置于最基本的二元分类问题. 根据第 2.2 节给出的基于粒子滤波算法的参数学习规则, CECLM-BFC 在整个数据集上实施的具体步骤如下.

算法 1 CECLM-BFC 聚类.

输入: 全体样本 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 和其对应的类别标签 $\{l_1, l_2, \dots, l_N\}$, 其中 X^+ 和 X^- 分别为正负类

样本, 稀疏因子 β , 两类交替循环最大迭代次数 t_{\max} , 粒子滤波最大迭代次数 k_{\max} ;

输出: 正类聚类数 C , 模糊隶属度 \mathbf{U}^{+*} , 聚类中心 \mathbf{Y}^{+*} , 负类聚类数 J , 模糊隶属度 \mathbf{U}^{-*} 和聚类中心 \mathbf{Y}^{-*} .

初始化: 创建粒子集 $s^+[r]$, $s^-[r]$ 和 $s[r]$ ($r = 1, 2, \dots, P$), 其中 $s^+[1].C^*(s^-[1].C^*) = 1$, $\mathbf{Y}^{-*} = s^-[1].\mathbf{Y}$, 设置 $s^+[1].u_{i1}(s^-[1].u_{i1}) = 1$ ($i = 1, \dots, N^+(N^-)$), 由式 (20) 计算 $s^+[1].\mathbf{Y}(s^-[1].\mathbf{Y})$, 由式 (18) 计算 $s^+[1].\parallel(s^-[1].\parallel)$, $\text{MAP}^+[1] = s^+[1](\text{MAP}^-[1] = s^-[1])$, $s^+[i](s^-[i]) = s^+[1](s^-[1])$ ($i = 2, 3, \dots, P$), 设置 $t = 0$, $r = 0$, $k = 0$.

Repeat

Step 1: $k = k + 1$.

Step 2: 设置 $\mathbf{X} = \mathbf{X}^+$, $s = s^+$, $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-*}$, $J = \text{size}(\mathbf{Y}^{-*}, 1)$.

Repeat

Step 3: $t = t + 1$.

Repeat

Step 4: $r = r + 1$.

Step 5: 由式 (18) 采样新的聚类个数 C , 若 $C < s[r].C^*$, 则从 $s[r].\mathbf{Y}$ 中随机选择 C 个中心并更新聚类中心 $s[r].\mathbf{Y}$; 若 $C > s[r].C^*$, 则利用式 (18) 采样新的聚类中心 $\mathbf{y}_k^{\text{new}}$ ($k = 1, 2, \dots, C - s[r].C^*$), 并更新聚类中心 $s[r].\mathbf{Y} = [s[r].\mathbf{Y}, \mathbf{Y}^{\text{new}}]$, 其中

$$\mathbf{Y}^{\text{new}} = [\mathbf{y}_1^{\text{new}}, \mathbf{y}_2^{\text{new}}, \dots, \mathbf{y}_{C-s[r].C^*}^{\text{new}}]^T.$$

Step 6: 令 $s[r].C^* = C$.

Step 7: 由式 (20) 更新模糊隶属度 $s[r].\mathbf{U}$.

Step 8: 由式 (21) 更新聚类中心 $s[r].\mathbf{Y}$.

Step 9: 由式 (17) 计算 $s[r].\parallel$, 若 $s[r].\parallel > \text{MAP}[C].\parallel$, 则 $\text{MAP}[C] = s[r]$, Until $r > P$.

Step 10: 创建粒子集 $\text{PCLS} = \{s[r], \text{MAP}[j]\}$, $r = 1, 2, \dots, P$, $j = 1, 2, \dots, C$.

Step 11: 由式 (22) 得 PCLS 中粒子权值 w_i , 将权值最大的 P 个粒子赋给 $s[r]$; Until $t \geq t_{\max}$ 或 $\text{MAP}[C].\parallel$ 收敛.

Step 12: 取 $\text{MAP}[j]$ 中 \parallel 值最大的粒子, 将其 $\{C, \mathbf{U}, \mathbf{Y}\}$ 赋给 $\{C^*, \mathbf{U}^*, \mathbf{Y}^*\}$.

Step 13: 设置 $\mathbf{X} = \mathbf{X}^-$, $s = s^-$, $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{+*}$, $J = \text{size}(\mathbf{Y}^{+*}, 1)$, 设置 $t = 0$, $r = 0$, 转至 Step 3.

Step 14: 将其 C, \mathbf{U} 和 \mathbf{Y} 分别赋给 \mathbf{X}^- 对应的 C^*, \mathbf{U}^* 和 \mathbf{Y}^* , 转至 Step 1, Until $k > k_{\max}$.

为了获得全体样本的最佳空间划分, CECLM-BFC 聚类采取两类样本交替循环执行的策略来获得

聚类数、模糊隶属度和聚类中心的最优解, 两类聚类中心交替影响, 直至两类的聚类中心处于稳定状态. CECLM-BFC聚类的计算量主要在于式(20)和(21)的计算, 其中式(20)的时间复杂度为 $O(PN(C+J)d)$; (22)的时间复杂度为 $O(P(C+J)d^3)$. CECLM-BFC聚类算法执行的时间复杂度为 $O(k_{\max}t_{\max}(PN(C+J)d + P(C+J)d^3))$, 其中 k_{\max} 和 t_{\max} 分别是正负类交替迭代和粒子滤波算法迭代的次数. 另外, 实验中一般可将式(19)中的协方差矩阵设为对角阵, 此时, 算法1的时间复杂度可减少至 $O(k_{\max}t_{\max}PN(C+J)d)$.

3 具有强解释性的贝叶斯MA型模糊系统 (BMA-FS)

样本集 $\{\mathbf{x}_i, l_i\}_{i=1}^N$ 由算法1完成CECLM-BFC聚类后, 得到分别属于两类样本的聚类个数 C 和 J , 模糊隶属度矩阵 \mathbf{U}^{+*} 和 \mathbf{U}^{-*} 以及聚类中心矩阵 \mathbf{Y}^{+*} 和 \mathbf{Y}^{-*} . 使用式(4)可得属于两类样本的模糊隶属度函数的方差 δ^+ 和 δ^- . 当模糊规则的前件参数(隶属度函数中心 $\mathbf{Y}(\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}^{+*}, \mathbf{Y}^{-*}]^T)$ 和隶属度函数方差 $\delta(\delta = [\delta^+, \delta^-]^T)$ 确定后, 使用式(2)和(3)可将 $\{\mathbf{x}_n, l_n\}_{n=1}^N$ 表示为 $\{d(\mathbf{x}_n), l_n\}_{n=1}^N$, 其中

$$d(\mathbf{x}_n) = [\tilde{\mu}_1(\mathbf{x}_n), \tilde{\mu}_2(\mathbf{x}_n), \dots, \tilde{\mu}_{C+J}(\mathbf{x}_n)]^T. \quad (23)$$

令规则后件 $\mathbf{V} = [v^1, v^2, \dots, v^{C+J}]^T$, BMA-FS模糊系统的后件参数学习转化为求解 \mathbf{V} 的线性问题, 即

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{V}^T d(\mathbf{x}). \quad (24)$$

最终, 模糊系统的决策函数 $F(\mathbf{x})$ 可表示为

$$F(\mathbf{x}) = \text{sign}(\tilde{\mathbf{y}}) = \begin{cases} 1, & \tilde{\mathbf{y}} \geq 0; \\ -1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (25)$$

注意到使用式(25)测试一个未知样本的类别时, 如果该样本位于分类面 $y_n \mathbf{V}^T d(\mathbf{x}_n) = 0$ 时, 则附件会存在错分的风险. 为了正确分割两类样本, 依据分类大间隔原理, BMA-FS模糊系统后件参数学习可表示为

$$y_n \mathbf{V}^T d(\mathbf{x}_n) \geq \varepsilon, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (26)$$

其中 $\varepsilon > 0$ 是两类样本到分类面的距离. 在 $d(\mathbf{x}_n)$ 值固定的情况下, ε 值的大小与后件参数 \mathbf{V} 存在正比关系. 不失一般性, ε 可设置为 $\varepsilon = 1$. 通过引入软化分类面的松弛变量 ξ , BMA-FS模糊系统后件参数学习的策略为 $y_n \mathbf{V}^T d(\mathbf{x}_n) \geq 1 - \xi_n$. 同时, 为了保证系统的泛化性, BMA-FS模糊系统的后件参数求解问题可描述为

$$\min_{\mathbf{V}, \xi} \frac{1}{2} \mathbf{V}^T \mathbf{V} + C \sum_{n=1}^N \xi_n.$$

$$\text{s.t. } y_n \mathbf{V}^T \phi_n \geq 1 - \xi_n;$$

$$\xi_n \geq 0, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (27)$$

其中: C 为正则化参数, $\sum_{i=1}^N \xi_i$ 为全部训练样本的误差和. 引入Lagrange因子 $\tilde{\alpha} = [\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_N]^T$, 式(27)的对偶形式为

$$\min_{\tilde{\alpha}} \sum_{n=1}^N \tilde{\alpha}_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{\alpha}_n \tilde{\alpha}_j y_n y_j \phi_n \phi_j; \quad (28)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq \tilde{\alpha}_n \leq C, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

容易看出该对偶式为一个二次规划问题, 在求得 $\tilde{\alpha}$ 的全局最优解后, 后件参数 v^k 可以表示为

$$v^k = \sum_{n=1}^N y_n \tilde{\alpha}_n \tilde{\mu}_k(\mathbf{x}_n), \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (29)$$

最终, BMA-FS模糊系统的决策函数 $F(\mathbf{x})$ 可表示为

$$F(\mathbf{x}) = \text{sign} \left(\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N (y_n \tilde{\alpha}_n \tilde{\mu}_k(\mathbf{x}_n)) \tilde{\mu}_k(\mathbf{x}) \right). \quad (30)$$

需要指出的是, BMA-FS模糊系统后件参数的学习策略与SVM^[24]较为相似, 但这两种方法的原理完全不同, BMA-FS通过模糊规则进行输入空间的模糊划分, 而SVM通过核函数将原始空间数据映射到高维的核空间; 其次, BMA-FS决策函数中的参数同时也是模糊规则的参数, 其具有高度的解释性, 这一特性是SVM不具备的.

根据上文的分析和推导, 这里总结出BMA-FS模糊系统的训练步骤, 具体如下.

算法2 BMA-FS模糊系统.

输入: 数据集 $\{\mathbf{x}_n, l_n\}_{n=1}^N$, 模糊指数 m , 稀疏因子 β , 两类交替循环最大迭代次数 t_{\max} , 粒子滤波最大迭代次数 k_{\max} , 尺度参数 h , 正则化参数 C ;

输出: 分类决策函数 $F(\mathbf{x})$.

Step 1: 由算法1得到隶属度 $\mathbf{U}^{(1)*}$, $\mathbf{U}^{(2)*}$ 和聚类中心 $\mathbf{Y}^{(1)*}$, $\mathbf{Y}^{(2)*}$;

Step 2: 由式(4)计算隶属度函数的方差 $\delta^{(1)}$ 和 $\delta^{(2)}$;

Step 3: 由式(2)和(3)将原始数据集 $\{\mathbf{x}_n, l_n\}_{n=1}^N$ 表示为 $\{d(\mathbf{x}_n), l_n\}_{n=1}^N$;

Step 4: 由式(28)求解得到Lagrange因子 α ;

Step 5: 由式(29)得到BMA-FS的后件参数 \mathbf{V} ;

Step 6: 由式(30)得到BMA-FS的决策函数.

BMA-FS的时间复杂度由前件参数和后件参数的求解两部分组成, 前件参数的求解通过算法1完成, 时间复杂度为 $O(k_{\max}t_{\max}PN(C+J)d)$, 后件参数的求解可转化为一个二次规划问题, 为了在一定程度上提高算法的执行效率, 本文采用序贯最小优化

法(SMO)^[25]来求解,相应的时间复杂度为 $O(N^2)$.因此,BMA-FS的时间复杂度为 $O(k_{\max}t_{\max}PN(C+J)d+N^2)$.

4 实验分析

4.1 实验设置

为了验证所提出方法的有效性,本节将分别通过人工合成数据集和10个UCI数据集对BMA-FS算法进行分析与验证.此外,与BMA-FS进行比较的算法包括3种基于聚类的模糊系统:FCM-IRLS^[26],L2-TSK-FS^[17](模糊系统前件参数学习使用FCM聚类)和FS-FCSVM^[12],以及2种基于进化计算的模糊分类器FARC-HD^[27]和IVTURS^[28].另外,为了验证本文所提出CECLM-BFC聚类在前件参数学习方法的准

确性和解释性,实验中构建模糊系统IBFC-FS,其中规则前件参数的学习采用IBFC聚类方法,规则后件参数的学习使用与IBFC-FS相同的方法.需要说明的是,按照原文的设置,FCM-IRLS,L2-TSK-FS和FS-FCSVM模糊系统在全体样本上直接完成聚类,而IBFC-FS和BMA-FS模糊系统在正负类样本中分别聚类.实验按照各调节参数的设置采取5重交叉验证法来选取最优值,参数的详细设置如表1所示.为了对各算法的性能进行全面比较,实验采用3个评价指标:1)分类精度和方差;2)模糊系统的规则数;3)训练时间.本文的实验在2.53-GHz quad-core CPU,8-GB RAM,Windows 7系统下执行,所有算法均在Matlab 2009b环境下实现.

表1 实验中各算法参数的设置

算法	参数描述
FCM-IRLS,FS-FCSVM,	模糊规则数 $K \in \{2, \dots, 10, \dots, 20\}$,模糊指数 $m = 2$,正则化参数 $C \in \{10^{-3}, \dots, 10^0, \dots, 10^3\}$,
L2-TSK-FS	尺度参数 $h \in \{0.2^2, 0.4^2, \dots, 1^2, \dots, 1.8^2, 2^2\}$,FS-FCSVM算法中的聚类学习阈值 $\sigma \in \{0.2, 0.3, \dots, 0.8\}$
IBFC-FS,	CECLM-BFC和IBFC中的稀疏参数 $\beta \in \{1, 2, 4, 8, \dots, d\}$ (d 是样本维数),粒子数 $P = 10$,模糊指数 $m = 2$,
BMA-FS	式(19)中的强度参数 $\sigma = 3$,两类交替循环最大迭代次数 $t_{\max} = 100$,粒子滤波最大迭代次数 $k_{\max} = 100$, 正则化参数 $C \in \{10^{-3}, \dots, 10^0, \dots, 10^3\}$,尺度参数 $h \in \{0.2^2, 0.4^2, \dots, 1^2, \dots, 1.8^2, 2^2\}$
FARC-HD,	最小支持值为0.05,最大置信值为0.8,树深度为3,初筛参数 $k = 2$,种群大小为50,
IVTURS	迭代数15000,每个基因序列长度30,参数 $\alpha = 0.15$,规则语义划分数为5

4.2 人造双月型数据集

实验中构造了均值为0、标准差为1、正负类各750个样本的双月型数据集^[29].图2显示了分别使用IBFC和CECLM-BFC聚类算法在交叉验证中某一类训练样本上的聚类结果示意图,两图中正/负类样本各600个,分别用圆点和加号表示.根据模糊系统的分类精度,IBFC和CECLM-BFC在该双月型数据集的正类和负类各聚4类,两类的聚类中心分别用黑色星形和黑色矩形表示.

由图2(a)的IBFC聚类效果可以看出,在两类样本重叠区域出现了聚类中心间距狭小的现象.因此,由此聚类结果得到的输入空间的划分清晰度较差,导致所得模糊规则的解释性不高.由图2(b)的CECLM-BFC聚类效果可以看出,在两类样本重叠区域聚类中心间距明显大于IBFC的聚类中心间距.这是因为CECLM-BFC考虑了不同类别聚类中心间的排斥力,使得一类样本的聚类中心尽可能地远离另一类样本的所在区域,两类聚类中心交叉涌现并且相互影响,最终的聚类效果显示保证了输入空间的划分清晰性.

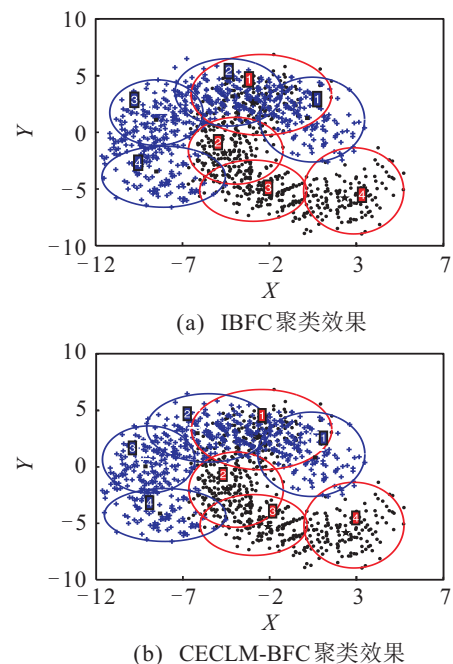


图2 双月集上的聚类效果

图3显示了BMA-FS模糊系统基于图2(b)聚类结果所获得的模糊集示意图.模糊隶属度函数中心即聚类中心,是决定模糊规则清晰性和解释性的决定

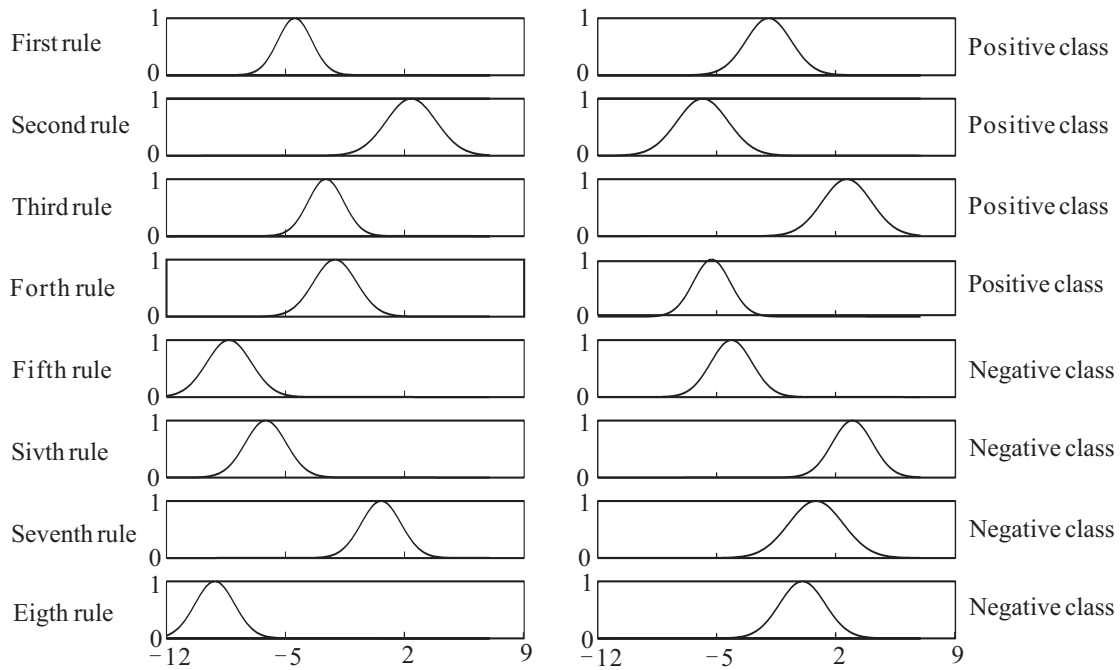


图3 BMA-FS模糊系统根据图2(b)得到的模糊子集

表2 各种算法在双月集上的性能比较

	FARC-HD	IVTURS	FCM-IRLS	FS-FCSVM	L2-TSK-FS	IBFC-FS	BMA-FS
规则数	10.0	11.2	9.6	8.8	12.3	(4.2, 4.2)	(4.0, 4.0)
分类精度±标准差	0.924 8±0.008 3	0.927 1±0.008 7	0.908 5±0.006 6	0.908 4±0.008 1	0.893 6±0.007 3	0.908 8±0.008 3	0.934 4±0.006 9
训练时间/s	18.32	43.75	0.21	0.18	0.18	2.01	17.42

性因素之一. BMA-FS中使用粒子滤波技术得到合适的聚类数和语义清晰的模糊隶属度函数中心,保证了输入空间的划分清晰度,进而保证了模糊规则的良好解释性.

另外实验比较了BMA-FS与6种对比算法的分类平均准确率和训练时间,结果如表2所示.由表2结果可以看出:本文方法与6种对比算法相比,在双月数据集上取得了最优的分类性能;同时BMA-FS构建的模糊系统所需的模糊规则数也是最少的.对于模糊系统而言,模糊规则的解释性既与模糊规则数有关,也与模糊子集的清晰度有关. BMA-FS使用CECLM-BFC聚类获得大间隔的两类样本聚类中心,保证了输入空间的划分清晰度,同时基于粒子滤波技术自动获得合适的聚类数,保证了所得模糊系统的分类精确度和规则的解释性.但BMA-FS的训练时间略大于FCM-IRLS,FS-FCSVM,L2-TSK-FS和IBFC-FS,同时小于FARC-HD和IVTURS算法.

4.3 UCI数据集实验

本节通过10个UCI机器学习库^[30]中的数据集来验证BMA-FS的性能,采用的数据集信息如表3所示.表4给出了7种分类算法在UCI数据集上的实验结果.实验比较了各模糊系统对应的规则数和分类

表3 UCI数据集的基本信息

数据集	特征数	样本数
Australia (AUS)	14	690
Breast-cancer (BRE)	10	683
German (GER)	20	1 000
Haberman (HAB)	3	306
New-thyroid (THY)	5	215
Ringnorm (RIN)	20	7 400
Rna (RNA)	8	2 000
Yeast 1-vs-2 (YEA)	8	892
Waveform1-2-vs-3(WAV)	21	5 000
Vehicle1-vs-rest (VEH)	18	846

精度(标准差).由表4结果可以看出,UCI数据集上获得的实验结果与双月集的实验结果基本保持一致.具体地,可得到如下结论.

1)从分类准确度而言,BMA-FS在分类精度上取得了令人满意的分类效果,在10个UCI数据集上胜出7次,基于进化计算的FARC-HD和IVTURS各胜出1次和2次,但BMA-FS与其值较接近.与基于聚类的4种模糊系统(FCM-IRLS,FS-FCSVM,L2-TSK-FS和IBFC-FS)相比,BMA-FS的分类精度具有明显的优势. IBFC-FS模糊系统与BMA-FS相比,两者仅在规

表4 各种算法在UCI数据集上的性能比较

数据集	性能	FARC-HD	IVTURS	FCM-IRLS	FS-FCSVM	L2-TSK-FS	IBFC-FS	BMA-FS
AUS	规则数	26.0	35.2	9.2	8.0	12.4	(4.4,5.2)	(3.6,3.8)
	分类精度±标准差	0.8559±0.0441	0.8478±0.0422	0.8463±0.0328	0.8444±0.0283	0.8499±0.0257	0.8348±0.0360	0.8674±0.0278
	训练时间/s	31.75	44.33	1.37	0.79	0.66	2.32	30.87
BRE	规则数	13.6	16.8	13.6	13.5	11.8	(6.4,6.2)	(4.5,5.0)
	分类精度±标准差	0.9516±0.0099	0.9505±0.0177	0.9542±0.0090	0.9418±0.0106	0.9329±0.0105	0.9428±0.0087	0.9563±0.0072
	训练时间/s	30.53	46.32	1.71	1.00	0.97	2.40	32.62
GER	规则数	14.4	15.6	10.6	11.2	10.8	(5.2,5.2)	(4.2,3.2)
	分类精度±标准差	0.7240±0.0315	0.7220±0.0202	0.7200±0.0182	0.7606±0.0405	0.7565±0.0156	0.7555±0.0378	0.7714±0.0153
	训练时间/s	20.75	50.74	1.88	1.56	1.29	3.00	22.54
HAB	规则数	11.2	14.2	4.0	6.0	6.5	(2.5,2.6)	(2.0,2.2)
	分类精度±标准差	0.7387±0.0253	0.7451±0.0546	0.7221±0.0648	0.7341±0.0366	0.7146±0.0189	0.7291±0.0163	0.7545±0.0163
	训练时间/s	6.97	23.96	0.74	0.28	0.27	0.74	4.80
THY	规则数	11.4	12.2	5.8	5.0	6.2	(2.4,2.0)	(1.9,1.6)
	分类精度±标准差	0.9534±0.0296	0.9488±0.0231	0.9395±0.0536	0.9595±0.0179	0.9481±0.0237	0.9327±0.0319	0.9607±0.0280
	训练时间/s	5.35	30.71	0.56	0.28	0.32	0.89	4.73
RIN	规则数	26.8	33.4	24.0	8.5	7.4	(4.4,3.6)	(3.4,3.0)
	分类精度±标准差	0.9792±0.0037	0.9664±0.0165	0.9499±0.0012	0.9780±0.0082	0.9688±0.0030	0.9742±0.0094	0.9819±0.0066
	训练时间/s	14.77	60.75	2.43	2.30	2.18	3.97	14.45
RNA	规则数	20.2	30.4	16.8	13.7	10.0	(5.0,7.0)	(4.4,4.8)
	分类精度±标准差	0.9745±0.0097	0.9835±0.0105	0.9750±0.0073	0.9670±0.0115	0.9676±0.0110	0.9595±0.0062	0.9785±0.0055
	训练时间/s	28.66	51.21	2.67	2.35	2.39	4.68	30.75
VEH	规则数	19.4	24.6	17.2	13.8	12.6	(5.6,5.6)	(5.0,4.8)
	分类精度±标准差	0.7979±0.0194	0.8055±0.0328	0.8050±0.0169	0.7792±0.0221	0.7919±0.0142	0.7859±0.0160	0.8000±0.0139
	训练时间/s	21.80	45.43	1.76	1.59	1.75	4.13	25.85
WAV	规则数	37.4	38.0	35.2	11.4	11.4	(5.6,5.6)	(5.6,5.6)
	分类精度±标准差	0.9076±0.0150	0.9094±0.0474	0.8862±0.0135	0.8952±0.0101	0.8972±0.0069	0.9011±0.0108	0.9234±0.0053
	训练时间/s	30.75	64.78	4.86	3.45	3.06	4.86	23.13
YEA	规则数	10.4	15.2	8.6	10.4	8.5	(4.2,4.6)	(4.0,3.8)
	分类精度±标准差	0.7692±0.0098	0.7596±0.0082	0.7513±0.0164	0.7652±0.0105	0.7539±0.0119	0.7546±0.0095	0.7626±0.0060
	训练时间/s	7.76	19.43	0.36	0.30	0.22	0.52	3.91

注: 由于聚类算法运行的机制不同,表中FCM-IRLS,FS-FCSVM和L2-TSK-FS的规则数为全体样本上总的模糊规则数,IBFC-FS和BMA-FS的规则数分别记作正类样本规则数和负类样本规则数。

则的前件参数学习上不同,IBFC-FS使用IBFC聚类,BMA-FS使用CECLM-BFC聚类.可见,BMA-FS模糊系统前件参数学习使用的中心点交叉涌现的CECLM-BFC聚类能合理获取两类样本的模糊空间划分,后件参数学习采用的大间隔分类原则能提高分类器的泛化能力,保证分类器的分类精度,同时结果偏差不大,较为稳定。

2) 从所得模糊规则数目而言,BMA-FS获得最佳分类性能时对应的模糊规则数较少,在10个UCI数据集上胜出了9次.而6种对比算法在UCI数据集上获得的模糊规则数绝大多数都大于BMA-FS的规则数,特别是基于进化计算的FARC-HD和IVTURS模糊分类器获得的模糊规则数,一般均多于基于聚类的模糊系统.由于CECLM-BFC聚类考虑不同类别样本在聚类过程中对另一类聚类中心的影响,即不同类别聚类中心之间的竞争关系,加之粒子滤波技术能近似表示任何形式的后验概率密度函数,因而CECLM-

BFC聚类结果可得到较少的聚类数且聚类中心实现了间隔最大化.聚类中心(即模糊隶属度函数中心)的分布是决定模糊规则清晰性和解释性的决定性因素之一,BMA-FS得到的模糊规则具有高度解释性。

3) 从模型训练时间而言,传统的基于聚类的模糊系统训练时间花费最小,BMA-FS的训练时间与FARC-HD算法相近,IVTURS算法训练时间花费最大.由于CECLM-BFC聚类采取两类样本交替循环执行的策略来获得空间划分的最优解,多数数据集上BMA-FS模型的训练时间多于传统方法.但也注意到,传统聚类模糊系统为得到最优规则数需要在预设的规则数范围内寻优,而本文所提出方法可以自动获得最优规则数。

4.4 参数敏感性实验

BMA-FS模糊系统需要协调3个参数:聚类稀疏因子 β ,模糊隶属度函数的尺度参数 h 和正则化参数 C .其中参数 β 对模糊规则数和分类精度有影响,参

数 h 和 C 对分类精度有影响. 实验在评价某个参数的性能时, 先固定其他参数的最优值. 实验选择 BRE, RNA, YEA 三个数据集作为实验数据, 参数 β 对模糊规则数和分类精度的影响如表 5 所示, 参数 h 和 C 对分类精度的影响如图 4 和图 5 所示.

表 5 稀疏因子 β 的敏感性实验

数据集	β	正类聚类数	负类聚类数	分类精度
BRE ($h = 1.8^2$, $C = 1$)	1	8.8	8.2	0.9323 ± 0.0099
	2	6.0	6.0	0.9184 ± 0.0095
	4	4.2	5.0	0.9510 ± 0.0082
	8	2.6	2.6	0.8680 ± 0.0083
RNA ($h = 2^2$, $C = 10$)	1	10.0	11.2	0.9628 ± 0.0075
	2	7.8	7.6	0.9601 ± 0.0088
	4	4.4	4.5	0.9786 ± 0.0053
	8	2.0	3.0	0.8987 ± 0.0074
YEA ($h = 1$, $C = 100$)	1	6.2	6.6	0.7345 ± 0.0066
	2	4.2	4.0	0.7580 ± 0.0053
	4	2.0	2.0	0.7005 ± 0.0059
	8	2.0	2.0	0.7005 ± 0.0059

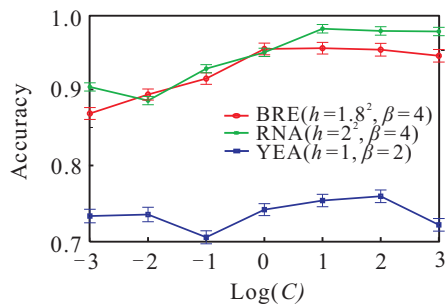


图 4 正则化参数 C 的敏感性实验

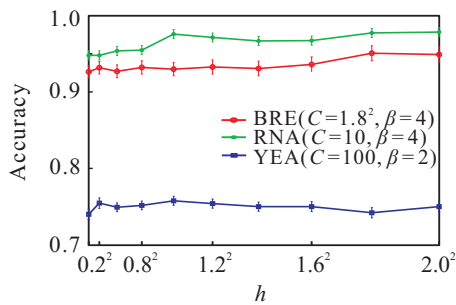


图 5 尺度参数 h 的敏感性实验

由表 5、图 4 和图 5 的结果可以看出:

1) 稀疏因子 β 对聚类数目起到决定性的作用. β 值越大获得的聚类数越少; 反之, β 值越小获得的聚类数越大. 另外, 聚类数即模糊规则数对模糊系统的分类精度具有显著影响. 当模糊规则数过多时, 模糊子集发生冗余的现象, 分类精度不理想, 而当模糊规则数过少时, 无法清晰准确地划分模糊空间, 分类精度也不理想. 因此, 在一定范围内对 β 寻优来获得合适的聚类数是合理的.

2) 由于 BMA-FS 基于结构风险最小化学习模型, C 值直接影响其泛化性能. 图 4 结果显示, C 值在一定范围内的不同取值对分类精度的影响突出, 而且 C 的取值与数据集的分布有关, 因此对 C 在一定范围内寻优是必要的.

3) 尺度参数 h 对 BMA-FS 模糊系统的分类精度具有一定的影响. 图 5 结果显示, 在给定的区间内, 3 个数据集上分类精度的最高值与最低值的变化幅度不超过 2%. 另外, 尺度参数 h 的取值影响模糊子集的分布, h 值越小, 模糊子集越内聚; 反之, h 值越大, 模糊子集分布散度越大. 因此, 尺度参数 h 对模糊规则的解释性有着重要的影响, 该参数的最优值也宜在一定范围内寻优获取.

5 结论

本文提出了一种具有强解释性的 BMA-FS 模糊系统. 在规则前件参数的学习中, 使用新提出的基于贝叶斯概率模型的 CECLM-BFC 聚类, 该聚类考虑不同类别聚类中心之间的排斥作用, 能保证所得规则前件的解释性. BMA-FS 运用粒子滤波技术和不同类别样本中交替循环执行的策略能获得聚类数, 即模糊规则数的最优值. 在后件参数的学习中, 模糊系统采用分类面大间隔的策略, 并同时考虑结构风险, 使 BMA-FS 模糊系统不仅具有强解释性, 还具有较高的泛化性能. 人工数据和真实数据集的实验结果表明, BMA-FS 在分类性能和规模数目上均取得了令人满意的结果, 并解决了传统基于聚类的模糊系统解释性不高的问题. 应当指出, 本文算法仍存在一些不足之处, 例如, 当数据容量或样本维数极大时, BMA-FS 仍面临进一步提高实用性的挑战; 另外, BMA-FS 模糊系统对能否有效处理带噪声的数据分类亦没有进行探讨, 这将作为近期的研究重点.

参考文献(References)

- [1] Lughofer E, Buchtala O. Reliable all-pairs evolving fuzzy classifiers[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2013, 21(3): 625-641.
- [2] Richardson J, Korniak J, Reiner P D, et al. Nearest-neighbor spline approximation(NNSA) improvement to TSK fuzzy systems[J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2016, 12(1): 169-178.
- [3] Liu Y J, Tong S C, Chen C L P, et al. Neural controller design-based adaptive control for nonlinear MIMO systems with unknown hysteresis inputs[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2016, 46(1): 9-19.
- [4] 王士同. 神经模糊系统及其应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998: 28-59.
(Wang S T. Neural-fuzzy systems and their

- application[M]. Beijing: Beihang University Press, 1998: 28-59.)
- [5] Ishibuchi H, Yamamoto T. Fuzzy rule selection by multi-objective genetic local search algorithms and rule evaluation measures in data mining[J]. *Fuzzy Sets System*, 2004, 141(1): 59-88.
- [6] Guillaume S. Designing fuzzy inference systems from data: An interpretability-oriented review[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2011, 9(2): 426-443.
- [7] Fazzolari M, Alcalá R, Nojima Y, et al. A review of the application of multiobjective evolutionary fuzzy systems: Current status and further directions[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2013, 21(1): 45-65.
- [8] Rodríguez D, Rosete A, Alcalá-Fdez J, et al. A new multiobjective evolutionary algorithm for mining a reduced set of interesting positive and negative quantitative association rules[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2014, 18(1): 54-69.
- [9] Derrac J, Verbiest N, García S, et al. On the use of evolutionary feature selection for improving fuzzy rough set based prototype selection[J]. *Soft Computing*, 2013, 17(1): 223-238.
- [10] Juang C F, Chen G C. A TS fuzzy system learned through a support vector machine in principal component space for real-time object detection[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2012, 59(7): 3309-3320.
- [11] Chiang J H, Hao P Y. Support vector learning mechanism for fuzzy rule-based modeling: A new approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2004, 12(1): 1-12.
- [12] Juang C F, Chiu S H, Shiu S J. Fuzzy system learned through fuzzy clustering and support vector machine for human skin color segmentation[J]. *IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2007, 37(5): 1077-1087.
- [13] Cheng W Y, Juang C F. A fuzzy model with online incremental SVM and margin-selective gradient descent learning for classification problems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2014, 22(1): 324-337.
- [14] Bezdek J C. *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*[M]. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1981: 79-88.
- [15] Jiang Y Z, Chung F L, Ishibuchi H, et al. Multitask TSK fuzzy system modeling by mining intertask common hidden structure[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2015, 45(2): 534-547.
- [16] 蒋亦樟, 邓赵红, 王士同. ML 型迁移学习模糊系统[J]. *自动化学报*, 2012, 38(8): 1393-1409. (Jiang Y Z, Deng Z H, Wang S T. Mamdani-Larsen type transfer learning fuzzy system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(8): 1393-1409.)
- [17] Deng Z H, Choi K S, Chung F L, et al. Scalable TSK fuzzy modeling for very large datasets using minimal-enclosing-ball approximation[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2011, 19(1): 210-226.
- [18] Deng Z H, Cao L B, Jiang Y Z, et al. Minimax probability TSK fuzzy system classifier: A more transparent and highly interpretable classification model[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2015, 23(3): 813-826.
- [19] Leski J M. Fuzzy ($c + p$)-means clustering and its application to a fuzzy rule-based classifier: Towards good generalization and good interpretability[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2015, 23(3): 802-812.
- [20] Azeem M F, Hanmandlu M, Ahmad N. Generalization of adaptive neural-fuzzy inference systems[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2000, 11(5): 1332-1346.
- [21] Glenn T C, Zare A, Gader P D. Bayesian fuzzy clustering[J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2015, 23(4): 1545-1561.
- [22] Moral P D. *Genealogical and interacting particle approximations*[M]. New York: Springer Publishers, 2004: 579-595.
- [23] Doucet A, Freitas N de, Gordon N. *Sequential Monte Carlo methods in practice*[M]. New York: Springer Publishers, 2001: 17-31.
- [24] Vapnik V. *Statistical learning theory*[M]. New York: Wiley, 1998: 339-350.
- [25] Chang C C, Lin C J. LIBSVM: A library for support vector machines[J]. *ACM Trans on Intelligent Systems and Technology*, 2011, 2(2): 1-27.
- [26] Leski J M. Iteratively reweighted least squares classifier and its l_2 - and l_1 -regularized kernel versions[J]. *Bulletin of the POLISH Academy Sciences Technical Sciences*, 2010, 58(1): 171-182.
- [27] Alcalá-Fdez J, Alcalá R, Herrera F. A fuzzy association rule-based classification model for high-dimensional problems with genetic rule selection and lateral tuning[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2011, 19(4): 857-872.
- [28] Sanz J, Fernández A, Bustince H, et al. IVTURS: A linguistic fuzzy rule-based classification system based on a new interval-valued fuzzy reasoning method with tuning and rule selection[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2013, 21(2): 399-411.
- [29] Ni T G, Chung F L, Wang S T. Support vector machine with manifold regularization and partially labeling privacy protection[J]. *Information Sciences*, 2015, 294(1): 390-407.
- [30] Bache K, Lichman M. UCI database[EB/OL]. [2015-09-28]. <http://www.ics.uci.edu/%20mllearn/MLRepository.html>.

(责任编辑: 孙艺红)