

拉普拉斯正则化双曲正切低秩子空间聚类算法

张桂玲[†], 杜艳梦

(天津工业大学 计算机科学与软件学院, 天津 300387)

摘 要: 传统的低秩表示模型 LRR 对高维数据聚类精确度低, 针对这一情况提出一种基于拉普拉斯正则化双曲正切函数低秩子空间聚类算法(LRHT-LRSC). 该算法利用双曲正切函数代替核范数以更紧凑地逼近秩函数, 并利用拉普拉斯正则项刻画数据本身的几何结构, 提高了数据聚类的准确率; 然后构建数据样本的系数矩阵和相似矩阵; 最后利用谱聚类方法得到最终的聚类结果. 在合成数据集、真实数据集 Extended Yale B 和 Hopkins 155 上的对比实验结果表明, LRHT-LRSC 能够提高聚类的准确率和鲁棒性.

关键词: 子空间聚类; 低秩表达; 拉普拉斯; 双曲正切函数

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

Laplacian regularizer hyperbolic tangent function low-rank subspace clustering algorithm

ZHANG Gui-ling[†], DU Yan-meng

(School of Computer Science and Software, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China)

Abstract: The traditional low rank representation model is of low accuracy, when it is applied to high dimensional data clustering. Therefore, a kind of Laplacian regularized hyperbolic tangent function low-rank subspace clustering(LRHT-LRSC) algorithm is proposed. The LRHT-LRSC algorithm can compact approximation to the rank by using the hyperbolic tangent function instead of nuclear norm, and the accuracy of data clustering can be improved by using the Laplacian regularizer describing the intrinsic geometrical structures of the data. Then, the coefficient matrix and the similarity matrix of the data samples are constructed. Finally, the final clustering results are obtained by using the spectral clustering method. Experimental results on synthetic data sets, real data Extended Yale B and Hopkins 155 show that the proposed algorithm improves the accuracy and robustness of clustering.

Keywords: subspace clustering; low rank representation; Laplacian; hyperbolic tangent function

0 引 言

在信息爆炸的时代, 高维数据普遍存在于诸多领域, 如机器学习、信号和图像处理、计算机视觉、模式识别等. 这些高维空间的数据不仅增加了算法的运行时间和内存的需求量, 而且由于噪声的污染和样本数量的不充足降低了算法的性能. 然而, 在实际应用中, 通常可以用低维子空间来表示高维空间的数据. 子空间聚类是实现数据聚类的有效算法, 它假设高维数据通常分布在若干个低维子空间的集合^[1], 利用数据的表示系数探索数据在高维空间中的稀疏性.

谱聚类算法是目前最流行的子空间聚类算法, 主要包括稀疏子空间聚类^[2](SSC)和低秩子空间聚类^[3](LRR). 其中, SSC 假设每个数据都能够被其他数据

的稀疏线性组合表示, 使用 L_0 -范数或 L_1 -范数捕捉数据的稀疏性. Elhamifar 等^[4] 构建了在一定条件下可以精确恢复分解的子空间模型, 但是这种方法需要数据准确地地位于其所在的子空间中, 而在实际问题中, 数据往往会受到噪声和奇异样本的干扰, 并不能做到这一点. 针对这一问题, Wang 等^[5] 通过加入多种噪声或随机噪声提出了扩展的 SSC, 增加了算法的鲁棒性; Zhang 等^[6] 探索了多视图功能之间的互补信息进而提出 DiMSC, 很大程度上提高了多视图聚类.

另一种方法 LRR 也将数据通过其他数据的线性组合进行表示, 然而 LRR 是找寻所有数据最低秩的表示系数. 由于矩阵秩最小化是 NP-hard 问题, 研究者们通常用核范数来代替秩函数约束表示系数. 核范

收稿日期: 2016-11-05; 修回日期: 2017-03-08.

基金项目: 天津市重点投资人才引进计划基金项目(029416).

作者简介: 张桂玲(1966—), 男, 教授, 博士, 从事图像处理、网络安全、可信计算等研究; 杜艳梦(1990—), 女, 硕士生, 从事图像处理的研究.

[†]通讯作者. E-mail: dymamy@163.com

数为所有奇异值之和,它对秩函数逼近的精确度依赖于奇异值的大小,所以当奇异值特别大时就使得产生的结果偏离最优解. 实际应用中,数据可能会被任意大的噪声或奇异样本入侵,这样就造成LRR的执行效率迅速下降. 为了解决这一问题,Zhao等^[7]在模型中使用反正切函数代替核范数逼近秩函数. 如果高维空间中所有的数据能够准确地位于几个线性子空间的并集上,LRR就能够很容易地捕捉到嵌入在数据中的低维子空间结构. 然而,现实问题中这种假设是不存在的. 众所周知,人脸图像的采样就是来自于嵌入高维环绕空间中非线性的低维流形上. 在这种情况下,LRR可能不会发现数据空间结构的区别,并且在学习的过程中可能导致数据丢失. 对于这一问题,Yin等^[8]利用数据本身局部几何结构的特征以及图和超图中的成对结点关系,提出了一般的拉普拉斯正则化低秩表示模型.

本文受文献[7]和文献[8]的启发,提出基于拉普拉斯正则化双曲正切函数低秩子空间聚类算法(LRHT-LRSC). 该算法主要对LRR正则项进行改进:使用一个更为紧凑的双曲正切函数代替核范数逼近秩函数,并把拉普拉斯正则项引入低秩函数中作为正则项. 与文献[8]相比,LRHT-LRSC在系数矩阵的奇异值较大时能够精确地逼近秩函数,仍然可以得到一个较为稀疏的系数矩阵,准确地捕捉数据的稀疏性,提高聚类的准确率.

LRHT-LRSC利用双曲正切函数代替核范数以便更紧凑地逼近秩函数,并且利用拉普拉斯正则项刻画数据内部几何结构,然后构建数据样本的系数矩阵和相似矩阵,最后利用谱聚类得到最终的聚类结果. 实验结果表明,利用LRHT-LRSC聚类方法处理子空间聚类问题在合成实验、人脸聚类和运动分割实验上优于其他相关方法.

1 相关工作

1.1 低秩表示(LRR)

数据集合 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in R^{d \times n}$ 是由 m 个线性子空间 $S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_m$ 的并集组成 n 个数据样本的集合,其中 S_1, S_2, \dots, S_m 是低秩子空间. 低秩子空间聚类是用数据结点本身作为数据字典进行自我表示,其中低秩模型表示如下:

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \text{Rank}(Z) + \lambda \|E\|_l, \\ \text{s.t. } X = XZ + E. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: Z 是表示数据样本的系数矩阵, E 是噪声或奇异样本, $\lambda \geq 0$ 是用来平衡低秩项和重构误差的平衡

参数.

秩函数是NP-hard问题,所以很难找到式(1)中的最优解. 为了克服计算困难的问题,研究者们通常使用秩函数的凸包络核范数代替秩函数,则最优问题转化为

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_l, \\ \text{s.t. } X = XZ + E. \end{aligned} \quad (2)$$

核范数,即 $\|Z\|_*$ 是秩函数的凸包络. 在文献[9]中已经证明,没有噪声时,式(2)的解也是(1)的解.

然而,核范数为系数矩阵 Z 的所有奇异值之和,而且它对秩函数的近似程度取决于奇异值的大小,当奇异值特别大时,结果偏离最优解,将降低数据恢复精确度. 针对这一问题,建议使用双曲正切函数代替核范数以便更紧凑地逼近秩函数,表示如下:

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \sum_{i=1}^n \tanh(\sigma_i(Z)) + \lambda \|E\|_l, \\ \text{s.t. } X = XZ + E. \end{aligned} \quad (3)$$

1.2 拉普拉斯映射

基于图的信息已经被广泛用来探索数据的内部几何结构. 一般而言,如果图中的两个数据样本 x_i 和 x_j 在几何结构上的分布是相近的,则它们彼此之间的映射也相近. 这种相似性的关系可以定义为

$$\min \sum_{ij} \|z_i - z_j\|^2 W_{ij}. \quad (4)$$

其中: z_i 和 z_j 分别是 x_i 和 x_j 在某种转换条件下的映射. W_{ij} 是数据样本 x_i 和 x_j 之间的权重,

$$W_{ij} = \begin{cases} 1, & x_i \in N_k(x_j) \text{ or } x_j \in N_k(x_i); \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases} \\ i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

$N_k(x_i)$ 是顶点 x_i 的最近的 k 个邻域的集合.

这种方法广泛应用于降维算法^[10]、聚类算法^[11]、半监督学习算法^[12]中. 如果矩阵 D 是一个对角的度矩阵,即 $D_{ij} = \sum_j W_{ij}$,则拉普拉斯矩阵可以表示为 $L = D - W$. 可以很容易地把式(5)改写成

$$\min \text{tr}(ZLZ^T).$$

将拉普拉斯正则项嵌入到目标函数(3)中,重新整理之后的拉普拉斯正则化双曲正切低秩子空间聚类算法(LRTH-LRSC)如下:

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \sum_{i=1}^n \tanh(\sigma_i(Z)) + \lambda \|E\|_l + \beta \text{tr}(ZLZ^T), \\ \text{s.t. } X = XZ + E. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: L 是拉普拉斯矩阵用于构建图的权重矩阵 W , $\beta \geq 0$ 是平衡参数,其他的参数与模型(1)中一样.

2 LRHT-LRSC 稀疏聚类

本小节对 $F(Z) = f \circ \sigma(Z)$ 的应用进行证明, 其中对于任意的 $x \in R^d$ (通常在高维数据中 $n \gg d$), 函数 $f(x) = \sum_i \tanh(|x_i|)$ 是对系数矩阵 Z 的秩函数的近似函数. 这个近似函数主要有以下3个优点:

1) 当 $\sigma_i \in [0, \infty]$ 时, $\tanh(\sigma_i) \in [0, 1]$, 它比核范数更好地逼近秩函数. 图1表示在二维空间上核范数和双曲正切函数逼近秩函数的图像, 可以看出双曲正切函数能够在奇异值较大时更好地逼近秩函数. 图2展示了使用双曲正切函数和Zhao等^[7]提出的反正切函数对秩函数的逼近程度, 双曲正切函数能够在奇异值更小的范围内更快地逼近秩函数.

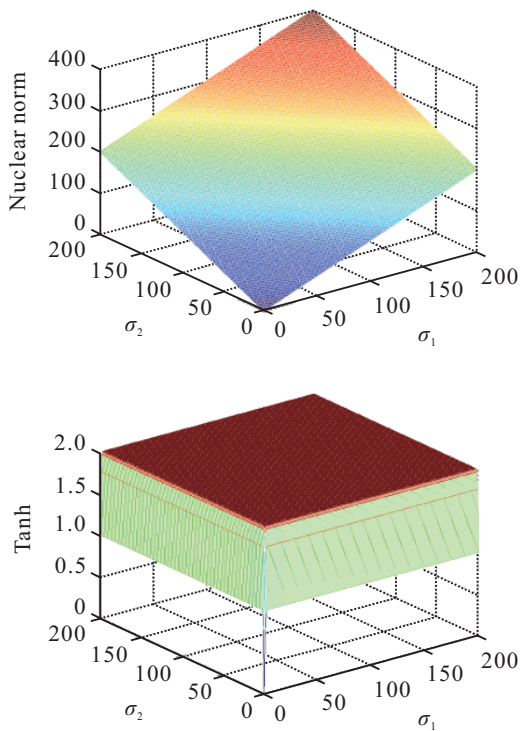


图1 秩等于2时, 比较两个函数对秩函数的逼近程度

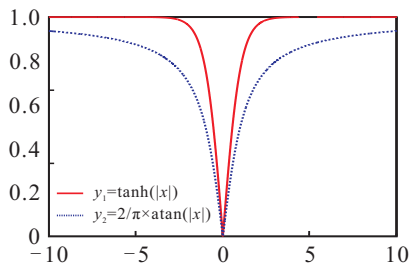


图2 双曲正切函数和反正切函数对秩函数的逼近程度

2) f 是可微的、凹的, 在 $[0, \infty]^d$ 单调递增, f 在 0 点处的梯度为 $\frac{\partial}{\partial x_i} f(0) = \lim_{x_i \rightarrow 0} \frac{1}{\cosh^2 x_i} = 1$.

3) F 具有 U 不变性, f 是绝对对称的, 即 $f(x)$ 在任意置换下或改变 x 的符号时都是恒等不变的.

下面给出利用定理1^[7]对 LRHT-LRSC 算法求取最优解.

定理1 当 $\mu > 0, A \in R^{d \times n}$ 时, 问题

$$Z^* = \arg \min_Z F(Z) + \frac{\mu}{2} \|Z - A\|_F^2 \quad (7)$$

的解, 实际上是如下问题的最小化解:

$$\sigma^* = \arg \min_{\sigma \geq 0} f(\sigma) + \frac{\mu}{2} \|\sigma - \sigma_A\|_2^2. \quad (8)$$

因此 $Z^* = U \text{diag}(\sigma^*) V^T$, A 的奇异值分解为 $U \text{diag}(\sigma_A) V^T$.

2.1 LRHT-LRSC

为了证明 LRHT-LRSC 能够有效地逼近秩函数, 将它应用于子空间聚类问题上. 求式(6)的最优解, 其目标函数既不是凸的也不是凹的, 所以直接求解式(6)中的问题很困难, 故把它转换成如下等价问题:

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \sum_{i=1}^n \tanh(\sigma_i(J)) + \lambda \|E\|_1 + \beta \text{tr}(ZLZ^T); \\ \text{s.t. } X = XZ + E, Z = J. \end{aligned} \quad (9)$$

现在, 使用增广的拉格朗日乘法求解问题(9). 令 $\sigma_i = \sigma_i(J), \sigma_i^t = \sigma_i(J^t)$, 则对应的增广的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(E, J, Y_1, Y_2, Z, \mu) = \\ \sum_{i=1}^n \tanh(\sigma_i) + \lambda \|E\|_1 + \beta \text{tr}(ZLZ^T) + \\ \text{tr}(Y_1^T(X - XZ - E)) + \text{tr}(Y_2^T(J - Z)) + \\ \frac{\mu}{2} (\|X - XZ - E\|_F^2 + \|J - Z\|_F^2). \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $\mu > 0$ 是惩罚参数, Y_1 和 Y_2 是拉格朗日乘子. 变量 E, J, Z 交替更新, 每次更新时, 固定两个变量更新另一个. 对于第 $t+1$ 次迭代, 迭代方法如下:

固定 E^t, J^t, Y_1^t 和 Y_2^t , 更新 Z^{t+1} , 则有

$$\begin{aligned} Z^{t+1} = \\ \arg \min_Z \text{tr}[(Y_1^t)^T(X - XZ - E^t)] + \\ \text{tr}[(Y_2^t)^T(J^t - Z)] + \frac{\mu^t}{2} (\|X - XZ - E^t\|_F^2 + \\ \|J^t - Z\|_F^2) + \beta \text{tr}(ZLZ^T). \end{aligned} \quad (11)$$

式(10)的目标函数是强凸的二次项函数, 可以直接求解. 令它的一阶导数等于零, 则

$$\begin{aligned} Z^{t+1} = \text{lyap}[\mu^t(I + X^T X), \beta^t(L^T + L) - \\ X^T Y_1^t - Y_2^t - \mu^t(J^t + X^T(X - E^t))], \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $I \in R^{n \times n}$ 是单位矩阵.

更新 J^{t+1} , 有

$$\begin{aligned} J^{t+1} = \arg \min_J \sum_{i=1}^n \tanh(\sigma_i) + \\ \frac{\mu^t}{2} \left\| J - \left(Z^{t+1} - \frac{1}{\mu^t} Y_2^t \right) \right\|_F^2. \end{aligned} \quad (13)$$

该问题能够转化为解问题(8). 问题(8)中的第1项是凹的, 而第2项在 σ 处是凸的, 因此可以用DC (difference of convex)^[13]最优方法求解这一问题. 在DC中的每一代都用线性逼近, 在第 $k+1$ 代上, 有

$$\sigma_{k+1} = \arg \min_{\sigma \geq 0} \langle \omega_k, \sigma \rangle + \frac{\mu^t}{2} \|\sigma - \sigma_A\|_2^2. \quad (14)$$

它的封闭解是

$$\sigma_{k+1} = \left(\sigma_A + \frac{\mu^t}{\omega_k} \right)_+, \quad (15)$$

其中 $\omega_k = \partial f(\sigma_k)$ 是 $f(\cdot)$ 在 σ_k 的梯度. $Z^{t+1} - \frac{Y_2^t}{\mu^t}$ 的奇异值分解为 $U \text{diag}\{\sigma_A\} V^T$. 最后, 它收缩到一个局部最优解 σ^* , 则 $J^{t+1} = U \text{diag}\{\sigma^*\} V^T$.

更新 E^{t+1} 为

$$E^{t+1} = \arg \min_E \lambda \|E\|_L + \frac{\mu^t}{2} \|X - XZ^{t+1} - E\|_F^2 + \text{tr}[(Y_1^t)^T (X - XZ^{t+1} - E)]. \quad (16)$$

由于数据样本受到噪声污染的类型不同, 针对不同类型的噪声采用不同的策略求解(16), 则产生不同的封闭解. 对于Forbenius范数, 它是一个二次问题, 即

$$E^{t+1} = \frac{Y_1^t + \mu^t (X - XZ^{t+1})}{\mu^t + 2\lambda}. \quad (17)$$

对于 l_1 和 $l_{2,1}$ 范数, 借鉴文献[7]附录中的引理B使 $Q = X - XZ^{t+1} + \frac{Y_1^t}{\mu^t}$, 求解 E 得

$$E_{ij}^{t+1} = \begin{cases} Q_{ij} - \frac{\lambda}{\mu^t} \text{sgn}(Q_{ij}), & |Q_{ij}| < \frac{\lambda}{\mu^t}; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (18)$$

对于 $l_{2,1}$, 则有

$$[E^{t+1}]_{:,i} = \begin{cases} \frac{\|Q_{:,i}\|_2 - \frac{\lambda}{\mu^t}}{\|Q_{:,i}\|_2}, & \|Q_{:,i}\|_2 > \frac{\lambda}{\mu^t}; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (19)$$

更新拉格朗日乘子

$$Y_1^{t+1} = Y_1^t + \mu^t (X - XZ^{t+1} - E^{t+1}), \quad (20)$$

$$Y_2^{t+1} = Y_2^t + \mu^t (J^{t+1} - Z^{t+1}). \quad (21)$$

该进程在算法1中输出.

算法1 利用LRHT-LRSC求解秩最小化问题.

输入: 数据矩阵 $X \in R^{d \times n}$, 参数 $\lambda > 0, \mu^0 > 0$ 和 $\rho > 1$;

初始化: $J = I \in R^{n \times n}, E = 0, Y_1 = Y_2 = 0$.

Step 1: 求解式(12), 更新 Z ;

Step 2: 求解式(13), 更新 J ;

Step 3: 求解(17)或者(18)或者(19), 更新 E ;

Step 4: 分别用式(20)和(21)求解 Y_1 和 Y_2 ;

Step 5: 用 $\mu^{t+1} = \rho \mu^t$ 更新 μ ;

Step 6: 重复Step 1 ~ Step 5, 直到满足条件为止.

2.2 利用LRHT-LRSC进行子空间聚类

获得最优解 Z^* 之后, 根据数据集的系数矩阵建立相似矩阵 W_1 . 通过计算数据样本之间夹角对数据进行分类, 形成不同的子空间. 令 $\tilde{U} = U \Sigma^{1/2}$, 其中 U 和 Σ 来源于 $Z^* = U \Sigma V^T$, Z^* 的奇异值分解. W_1 的定义如下:

$$Wl_{ij} = (\cos \langle \tilde{u}_i, \tilde{u}_j \rangle)^{2\alpha}. \quad (22)$$

其中: \tilde{u}_i 和 \tilde{u}_j 是 \tilde{U} 的第 i 列和第 j 列, $\alpha \in N^*$ 控制着两个点之间的相似程度. 当数据存在噪声时, 指数 α 越大, 分离的能力越强. 然而, 当 α 过大时, 相同组内两个点之间的相似性会被破坏, 将降低聚类的准确率. 在实验中, 取 $\alpha = 2$. 获得 W_1 之后, 直接使用谱聚类算法中NCuts方法^[14]聚类数据样本, LRHT-LRSC子空间聚类过程如下所示.

算法2 使用LRHT-LRSC进行子空间聚类.

输入: 数据矩阵 X , 子空间的个数 m .

Step 1: 求解问题(9), 得到最优解 Z^* ;

Step 2: 计算 Z^* 的奇异值分解 $Z^* = U \Sigma V^T$;

Step 3: 计算 $\tilde{U} = U \Sigma^{1/2}$;

Step 4: 利用式(22)构建图矩阵的相似矩阵 W_1 ;

Step 5: 在 W_1 上执行NCuts方法进行聚类.

3 实验

本节对提出的LRHT-LRSC子空间聚类算法的性能进行验证, 实验分别在合成数据集和两个真实数据集 (Hopkins 155, Extended Yale B(EYaleB)) 上进行. 为了能更好地显示实验效果, 对合成实验的结果与ARM算法进行对比, 同样将Hopkins155和EYaleB上的实验结果与SSC^[2]、LRR^[3]、SCC^[15]、LSA^[16]、ARM^[7]一一作比较. 在此基础上, 为了验证子空间夹角、不同噪声以及参数的选择对算法的影响, 分别对合成数据集和真实数据集作了新的处理. 对合成实验在形成不同夹角的两个子空间上同时加入不同的噪声 (高斯白噪声、椒盐噪声、斑点噪声、松柏噪声), 然后再进行聚类; 正如文献[2]中所表明的一样, 对于Hopkins 155数据集, 挑战的是不同子空间之间标准夹角的最小值; 对于数据集EYaleB来说, 挑战的不仅仅是不同子空间最小标准夹角的大小, 还有来自不同子空间交集上相交的数据聚类问题.

实验过程与其他的方法一样, 通过调整参数获得最佳的实验结果. 一般而言, λ 的值取决于数据的噪声大小. 如果噪声比较大, λ 应该选择较小的数. 参数 μ^0 和 ρ 会影响收敛的速度, 它们的值越大收敛越快, 但是也会导致目标函数值的精确度下降. 实验中, 迭

代停止的条件有两个,一是连续两次迭代之差小于等于 10^{-5} ,二是最多迭代150次。

所有实验均在软件Matlab R2014a进行,环境为Windows 10,CPU为Intel(R) Core(TM) i5-2400 CUP @ 3.10 GHz 3,内存4.00 GB。

3.1 合成实验

同文献[3]中提到的类似,构造2个相互独立的30维线性子空间 X_1 和 X_2 ,并从每个子空间中随机抽取20个样本,得到的数据样本 $X \in R^{30 \times 40}$,随机生成50个这样的数据样本,形成最终的数据集 $X \in R^{30 \times 40 \times 50}$,即合成数据集。为了测试LRHT-LRSC的性能,将两个子空间 X_1 和 X_2 依次旋转 15° 、 20° 、 25° 、 30° 、 35° ,然后在形成不同夹角的数据样本上分别加入高斯白噪声、椒盐噪声、斑点噪声、松柏噪声。针对每个夹角下不同噪声的聚类问题,运行程序50次,取均值作为算法在合成实验上的最终聚类错误率。

表1所示是依次加入高斯白噪声、椒盐噪声、斑点噪声、松柏噪声的情况下,ARM和LRHT-LRSC在不同子空间夹角的聚类错误率。可以看出:在加入高斯白噪声和椒盐噪声下,LRHT-LRSC的错误率均小于ARM;在斑点噪声和松柏噪声下,当两个子空间的夹角为 25° 、 30° 、 35° 时,LRHT-LRSC和ARM的聚类错误率都为零;在 15° 、 20° 夹角的两个子空间中,LRHT-LRSC的聚类错误率仍小于ARM。从整体上看,在各种噪声下,两种算法的聚类错误率随着角度的增大而减小。

表1 在不同夹角的子空间中加入各种噪声时,ARM和LRHT-LRSC聚类的错误率 %

		高斯白噪声	椒盐噪声	斑点噪声	松柏噪声
15°	ARM	5.95	3.45	2.05	9.35
	LRHT-LRSC	5.00	2.95	1.80	8.80
20°	ARM	5.25	2.50	0.15	1.00
	LRHT-LRSC	4.00	2.10	0.10	0.90
25°	ARM	2.75	1.20	0.00	0.00
	LRHT-LRSC	2.40	0.95	0.00	0.00
30°	ARM	2.60	0.75	0.00	0.00
	LRHT-LRSC	2.35	0.5	0.00	0.00
35°	ARM	1.80	0.55	0.00	0.00
	LRHT-LRSC	1.55	0.35	0.00	0.00

3.2 人脸聚类

人脸聚类是指根据每个个体的特征,对一组顺序混乱的人脸图像进行聚类。实验中,数据集EYaleB是38个个体在64种光照条件下的一组人脸图像。由于光照条件的不同,人脸图像被遮盖或噪声污染造成了稀疏错误。参照文献[7],采用 $\|E\|_l$ 作为误差模型。为了研究这些算法对不同聚类数据的聚类性能,把这

38个个体分为4组:1到10,11到20,21到30,31到38。前3组中 $n \in \{2, 3, 5, 8, 10\}$,最后一组中 $n \in \{2, 3, 5, 8\}$,这4组中考虑了每个个体的多种可能情况。因此,对应 n 的不同,数据样本数量依次为163, 416, 812, 136, 3。实验中, $\lambda = 10^{-5}$, $\mu^0 = 1.5$, $\gamma = 1.05$, $\beta = 10^{-3}$ 。

在人脸数据集EYale B上不同算法的聚类错误率如表2所示。显而易见,在所有比较的算法中,ARM的聚类错误率较低。LRHT-LRSC低秩子空间算法充分结合了ARM算法的优点,同时利用拉普拉斯项考虑数据的内部结构,在一定程度上提高了人脸聚类的准确率。

表2 在EYaleB数据集上人脸聚类的错误率 %

subjects	算法						
	SSC	LRR	SCC	LSA	ARM	LRHT-LRSC	
2	均值	1.86	2.54	16.62	32.80	1.51	1.49
	中值	0.00	0.78	7.82	47.60	0.78	0.78
3	均值	3.10	4.21	38.16	52.29	2.30	2.29
	中值	1.04	2.60	39.06	50.00	2.08	1.56
5	均值	4.13	6.90	58.90	58.02	4.38	4.34
	中值	2.50	5.63	59.38	56.87	4.38	4.37
8	均值	5.85	14.34	66.11	59.19	3.26	3.11
	中值	4.49	10.06	64.54	58.59	2.73	2.73
10	均值	10.94	22.92	73.02	60.42	3.85	3.65
	中值	5.63	23.59	75.78	57.50	2.97	2.81

图3展示了4种算法在数据集EYaleB中针对不同目标数的平均计算时间,其中SSC的运行时间最长,LRHT-LRSC的运行时间略低于SSC,略高于ARM,但远高于LRR。可见,LRHT-LRSC虽然能够得到较好的聚类效果,但运算效率偏低,为该算法寻找高效的并行计算处理方法是下一步的研究工作。

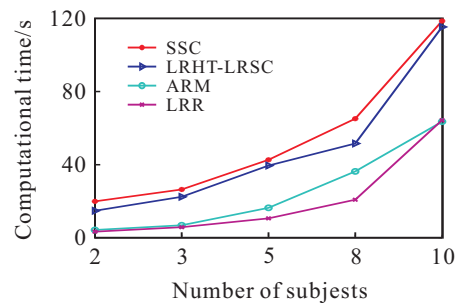


图3 在数据集EYaleB中针对不同目标数的平均运行时间

3.3 运动分割

Hopkins 155数据集是由两个运动构成的120个视频序列和3个运动构成的35个视频序列共同组成的155个视频序列。每个序列代表一个数据集,一共包含155个运动分割问题。物体的运动轨迹由跟踪器自动拍摄,因此它们可能会因噪声而受到轻微的污染。在该实验中,同文献[7]一样使用 $E_{2,1}$ 作为误差模

型, $\lambda = 2, \mu^0 = 10, \gamma = 1.05, \beta = 0.3$.

在实验中,使用原始的 $2F$ 维特征轨迹.表3是不同算法在Hopkins 155数据集上运动分割实验的聚类错误率.分析实验结果发现,与LRHT-LRSC作比较的所有子空间聚类算法在数据集Hopkins 155上均取得了令人满意的聚类结果,其中ARM算法的聚类准确率最高,LRHT-LRSC算法在2个运动视频序列中的聚类错误率低于其他聚类算法.

表3 运动分割实验的错误率 %

subjects		算法					
		SSC	LRR	SCC	LSA	ARM	LRHT-LRSC
2motions	均值	1.52	2.13	2.89	4.23	1.48	1.12
	中值	0.00	0.00	0.00	0.56	0.00	0.00
3motions	均值	4.40	4.03	8.25	7.02	1.49	2.42
	中值	0.56	1.43	0.24	1.45	0.00	0.00
all	均值	2.18	2.56	4.10	4.86	1.48	1.41
	中值	0.00	0.00	0.00	0.89	0.00	0.00

如图4所示,在LRHT-LRSC算法中,当参数 β 取不同值时,聚类错误率也不相同. β 在0到1.5之间,错误率在1.41%~1.83%之间, β 取0.3时,聚类错误率最小.这说明, β 在适当范围内取值时,LRHT-LRSC能够产生较好的聚类结果.

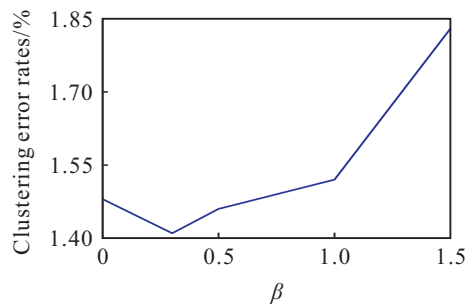


图4 参数 β 对聚类结果错误率的影响

4 结论

LRHT-LRSC使用一个更为紧凑的双曲正切函数代替核范数近似秩函数,利用拉普拉斯正则项考虑数据的内部几何结构,进而提高数据恢复准确率.合成实验、人脸聚类和运动分割实验表明,LRHT-LRSC能够得到较好的聚类效果,且对噪声具有一定的鲁棒性,但算法的运算时间相对变长.接下来需要寻找合适的并行计算处理方法,以便同时处理多组数据,减少算法的运行时间.

参考文献(References)

- [1] 王卫卫,李小平,冯象初.稀疏子空间聚类综述[J].自动化学报,2015,41(8):1373-1384.
(Wang W W, Li X P, Feng X C. A survey on sparse

subspace clustering[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(8): 1373-1384.)

- [2] Elhamifar E, Vidal R. Sparse subspace clustering: Algorithm, theory, and applications[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(11): 2765-2781.
- [3] Liu G C, Lin Z C, Yan S C, et al. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(1): 171-184.
- [4] Elhamifar E, Vidal R. Clustering disjoint subspaces via sparse representation[C]. IEEE Int Conf on Acoustics, Speech and Signal. Dallas: IEEE, 2010: 1926-1929.
- [5] Wang Y X, Xu H. Noisy sparse subspace clustering[C]. 30th Int Conf on Machine Learning. Atlanta: IMLS, 2013: 89-97.
- [6] Cao X C, Zhang C Q, Fu H Z, et al. Diversity-induced multi-view subspace clustering[C]. IEEE Int Conf on Computer Vision. Boston: IEEE, 2015: 586-594.
- [7] Zhao K, Chong P, Qiang C. Robust subspace clustering via tighter rank approximation[C]. 24th ACM Int Conf on Information and Knowledge Management. Melbourne: Association for Computing Machinery, 2015: 393-401.
- [8] Yin M, Gao J B, Lin Z C. Laplacian regularized low-rank representation and its applications[J]. IEEE Trans on Pattern Anal Mach Intell, 2016, 38(3): 504-517.
- [9] Liu G C, Lin Z C, Yan S C, et al. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation[J]. IEEE Trans on Pattern Anal Mach Intell, 2013, 35(1): 171-184.
- [10] Yan S C, Xu D, Zhang B Y, et al. Graph embedding and extensions: A general framework for dimensionality reduction[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(1): 40-51.
- [11] Cai D, He X F, Han F W. Spectral regression: A unified approach for sparse subspace learning[C]. 7th IEEE Int Conf on Data Mining. Omaha: IEEE, 2007: 73-82.
- [12] Zhuang L S, Gao H Y, Lin Z C, et al. Non-negative low rank and sparse graph for semisupervised learning[C]. Computer Vision and Pattern Recognition. Providence: IEEE, 2012: 2328-2335.
- [13] Horst R, Thoai N V. Dc programming: Overview[J]. J of Optimization Theory and Applications, 1999, 103(1): 1-43.
- [14] Shi J, Malik J. Normalized cuts and image segmentation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(8): 888-905.
- [15] Chen G L, Lerman Gilad. Spectral curvature clustering[J]. Int J of Computer Vision, 2009, 81(3): 317-330.
- [16] Yan J Y, Marc Pollefeys. A general framework for motion segmentation: Independent, articulated, rigid, non-rigid, degenerate and non-degenerate[C]. 9th European Conf on Computer Vision. Graz: Springer Verlag, 2006: 94-106.

(责任编辑:齐霁)