

改进遗传模拟退火算法在 TSP 优化中的应用

何 庆[†], 吴意乐, 徐同伟

(贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025)

摘 要: 针对旅行商问题(TSP)优化中, 遗传算法(GA)容易陷入局部最优、模拟退火算法(SA)收敛速度慢的问题, 提出一种基于改进遗传模拟退火算法(IGSAA)的 TSP 优化算法. 首先根据优化目标建立数学模型; 然后对遗传算法部分中的适应度函数、交叉变异算子进行改进, 使算法能够更加有效地避免陷入局部最优; 最后根据旧种群和新种群每个对应个体的进化程度提出一种改进自适应的 Metropolis 准则, 使模拟退火算法部分的染色体跳变更具有自适应性, 利于算法寻优. 对不同 TSP 实例的实验结果表明, 与其他路径优化算法优化结果相比, 所提出的 IGSAA 算法能够对不同 TSP 实例优化得到更优的旅行路径.

关键词: 旅行商问题; 遗传算法; 模拟退火算法; 交叉变异算子; Metropolis 准则

中图分类号: TP18

文献标志码: A

Application of improved genetic simulated annealing algorithm in TSP optimization

HE Qing[†], WU Yi-Le, XU Tong-Wei

(College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: Aiming at the problem that the genetic algorithm(GA) is easy to fall into local optimum and the simulated annealing algorithm(SA) convergence rate is slow in the optimization of traveling salesman problem(TSP), a TSP optimization algorithm based on the improved genetic simulated annealing algorithm(IGSAA) is proposed. Firstly, the mathematical model is established according to the optimization goal. Then, the fitness function, crossover and mutation operators are improved in the part of genetic algorithm in order to make the algorithm more efficient to avoid falling into local optimum. Finally, an improved adaptive Metropolis criterion is proposed according to the evolution degree of each corresponding individual between old and new population in order to make the jump changing more adaptive in the part of simulation annealing algorithm which is propitious to the optimization of the algorithm. The experimental results on different TSP instances show that, the IGSAA algorithm designed can obtain better travel path on optimizing different TSP instances compared with other path optimization algorithms.

Keywords: traveling salesman problem; genetic algorithm; simulated annealing algorithm; crossover and mutation operators; Metropolis criterion

0 引 言

旅行商问题^[1](TSP)是一个典型的 NP-hard 的组合优化问题, 具有很强的现实意义, 目前已经广泛应用于物流配送、计算机网络通信节点设置、飞机航线安排、公路网络建设、集成电路布线等领域, 它们都可以通过转变为 TSP 问题来解决. 然而, 随着问题规模的增大, 解空间会成倍扩张, 许多 TSP 问题还没有完全解决. 目前, 随着人工智能的迅速发展, 人们已经提出了许多智能优化算法并应用于 TSP 问题, 如模

拟退火算法^[2]、蚁群优化算法^[3]、遗传算法^[4]、神经网络算法^[5]等. 张家善等^[6]将信息素调节系数引入蚁群优化算法用以解决 TSP 优化问题; 张弛等^[7]提出了一种求解 TSP 问题的基于混合转移规则、全局信息素灾变搜索规则和局部混合调整信息素规则的蚁群优化算法; 杜鹏桢等^[8]提出了一种面向对象的多角色群优化算法; 于宏涛等^[9]针对旅行商问题, 设计了一种新型的离散人工蜂群优化算法; 李擎等^[10]在基于 PSO 的改进 ACO 算法的基础上, 将全局异步与精

收稿日期: 2016-12-29; 修回日期: 2017-05-11.

基金项目: 贵州省科技厅基金项目(黔科合 LH 字[2014]7628); 贵州省教育厅青年科技人才成长项目(黔教合 KY 字[2016]124); 贵州大学博士基金项目(贵大人基合字[2010]010).

作者简介: 何庆(1982—), 男, 副教授, 从事智能算法、无线传感器网络等研究; 吴意乐(1991—), 男, 硕士生, 从事智能算法、无线传感器网络的研究.

[†]通讯作者. E-mail: 16353735@qq.com

英策略相结合,提出了一种新的信息素更新方式来提高算法的优化速度。

蚁群优化算法虽然适合解决离散问题,但是在解决规模较大优化问题时存在收敛速度慢、易陷入局部最优的缺点,而人工蜂群优化算法在处理类似TSP的离散优化问题时效果不理想。之前也有较多文献将遗传算法和模拟退火算法应用到TSP优化问题中:Ge^[11]采用直接划分区域的方式处理城市信息数据进而设计改进的路径编码方法,从而设计了一种针对TSP问题的改进遗传算法,但优化效果不理想;刘荷花等^[12]针对标准遗传算法在TSP问题优化效果不高的问题,提出了一种能够判定遗传算法截止代数的改进遗传算法,提高了算法的收敛性,但容易陷入局部搜索;王挺等^[13]结合遗传算法和双向搜索算法的优点,提出了一种基于遗传算法的双向搜索Chord算法并应用于TSP实例优化中;李阳等^[14]设计了一种基于禁忌搜索算法的混合模拟退火算法并应用到TSP优化问题中;王银年等^[15]将遗传算法和模拟退火算法相结合,提出了一种改进模拟退火遗传算法,其中在遗传算法中提出了贪心的3PM交叉算子,并针对4个TSP实例进行了优化,但优化结果图存在交叉现象;王迎等^[16]提出了一种带混沌扰动的模拟退火蚁群算法,并针对TSP实例进行优化,相比其他算法有一定优势,但该算法优化速度较慢。遗传算法虽然容易陷入局部最优,但是收敛速度较快,而模拟退火算法虽然收敛速度较慢,但由于该算法因Metropolis准则而不易陷入局部最优,能够有效解决遗传算法存在的弊端,二者相结合能够相互取长补短。程博等^[17]通过模拟退火操作和选择交叉变异算子相结合对大件公路运输路径进行优化。王银年等^[15,18]分别采用遗传模拟退火算法针对TSP问题进行优化。这些算法都将遗传算法和模拟退火算法相结合,但是并没有对算法本身作进一步改进,优化效果虽然有一定提升,但非常有限。

针对上述问题,本文对遗传算法和模拟退火算法进行分析,提出一种改进的遗传模拟退火算法(ISAGA),并应用于TSP问题的优化。实验结果表明,改进的遗传模拟退火算法能够在种群规模较小的情况下收敛得到全局最优解,验证了其优越性。

1 TSP问题描述

TSP问题一般性描述为:某旅行商想要访问 n 个地点,每个地点访问且仅访问一次,最终回到初始地点,求一条最短访问路径^[19]。其数学模型如下:

设访问 n 个地点的路径用 U 表示, $U = (u_1, u_2,$

$\dots, u_n, u_{n+1}), u_{n+1} = u_1, u_j$ 的坐标为 (x_j, y_j) ,则两城市 u_j 和 u_{j+1} 之间的距离为

$$d(u_j, u_{j+1}) = \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}, \quad (1)$$

访问路径的总距离为

$$D = \sum_{j=1}^n d(u_j, u_{j+1}). \quad (2)$$

式(2)即为本文设计的算法需要优化的模型。该问题是一个典型的组合优化问题,没有确定的算法能够在多项式时间内得到全局最优解。

2 遗传算法和模拟退火算法

2.1 遗传算法

遗传算法(GA)^[20]是一种群智能优化算法,该算法类似于进化论:首先,初始化一个种群,确定种群的个体规模以及种群中每个个体的染色体;其次,根据优化对象建立优化模型,并确定算法迭代次数;再次,通过选择、交叉、变异改变种群中所有个体的染色体信息,并不断重复迭代;最后,当算法的迭代次数达到规定次数后,输出适应度函数最高的解即全局最优解,同时输出该解的函数值,即全局最优值^[21]。

该算法能够通过选择交叉使种群快速地收敛于较优的极值,但是在优化后期,由于种群中所有个体染色体非常接近,交叉后难以产生新的染色体,无法跳出局部最优,单纯地提高变异概率会使算法出现震荡效应。

2.2 模拟退火算法

模拟退火算法(SA)^[22]的原理类似于物理退火的过程:初始化温度 T_0 、初始解 v_0 和温度的下降方式;在原解一定范围内随机跳变产生新解 v_1 ,当 $\Delta_1 = v_1 - v_0 > 0$ (求最小值)/ $\Delta_1 = v_1 - v_0 < 0$ (求最大值)时,按照 $p_1 = \exp(-\Delta_1/T)$ ^[22]概率接受 v_1 为新解,当 $\Delta_1 = v_1 - v_0 > 0$ (求最大值)/ $\Delta_1 = v_1 - v_0 < 0$ (求最小值)时,直接接受 v_1 为新解;最终算法在温度趋向于最低临界值时趋向于全局最优解^[23]。

该算法在每次跳变后即得到更差的解,也存在一定概率接受该解为新解,因此爬坡能力较强,不易陷入局部最优,但是每次跳变都局限在一定范围内,使得该算法收敛速度较慢,增大了跳变范围,同样也会出现震荡效应。

3 改进遗传模拟退火算法(ISAGA)的设计

3.1 算法步骤

1) 初始化。

假设总共有 n 个不同地点,首先初始化种群,定义种群规模为 m (有 m 个个体),个体染色体长度均为

$n + 1$, 染色体前 n 个基因由 n 个不同数值(代表不同地点)组成, 第 $n + 1$ 个基因与第 1 个基因相同, 表示最后返回原始地点(前 n 个数值分别代表 n 个不同地点, 染色体基因的顺序即旅行商经过的地点顺序). 初始种群中第 i 个个体的染色体为 U_{0i} , 该个体函数值 D_{0i} 由式(2)所得, 初始种群最优函数值为 $D_{0\min}$, 对应的染色体为 $U_{0\text{best}}$, 初始种群平均函数值为 $D_{0\text{ave}}$. 规定温度初始值为 $T_0 = 100^\circ\text{C}$, T 为当前温度, T_{\min} 为最小温度, 定义温度参考值为

$$T_w = \frac{D_{0\text{ave}} - D_{0\min}}{\ln u}, \quad (3)$$

其中 u 为 $0 \sim e$ 之间的数.

初始局部最优函数值 D_{locbest} 和全局最优函数值 D_{globest} 为 $D_{0\min}$, 初始局部最优解 U_{locbest} 和全局最优解 U_{globest} 为 $U_{0\text{best}}$; 每一个温度下的迭代次数为 g_{\max} .

2) 初始化当前迭代次数 $g = 1$.

3) 定义适应度函数

$$f(D) = \begin{cases} (D_{\max} - D)^{(T/100)^{1/3}}, & D < D_{\max}; \\ 0, & D \geq D_{\max}. \end{cases} \quad (4)$$

其中 D_{\max} 为算法所能容许的个体最大函数值. 该适应度公式能够使种群个体差异随着温度的降低而变小, 因此能够在温度较低时适当增加适应度较低个体被选择的概率, 保证种群个体的多样性, 有效提高算法跳出局部最优的能力.

4) 通过选择、交叉和变异算法更新种群个体的染色体.

选择算子: 选择就是尽可能将适应度较高的个体保留, 将适应度较低个体舍弃, 保证种群向适应度较高的方向进化. 本文通过转盘比例选择算法来设计选择算子: 从种群中选择 m 次, 每次选择 1 个个体, 某个体在其中一次选择中的被选择概率为该个体适应度值与种群 m 个个体适应度之和之比^[24], 通过上述算法选出 m 个较优秀的个体(可重复)进行之后的交叉操作. 该算法能够使种群个体朝着适应度值较高的方向发展, 利于算法的寻优效果.

交叉算子: 随机排列上面选出的 m 个个体, 两两组队, 并以交叉概率 P_c 对每对个体的染色体中间随机一段位置进行交叉(每个个体只参与交叉一次). 交叉后, 同一个个体染色体可能存在重复的基因, 遍历该染色体, 若发现交叉区间内与交叉区间外有重复基因, 则找到交叉范围外与交叉范围内重复的基因位置, 从交叉后的另一个交叉个体的交叉区间中寻找一个与自己交叉后交叉段内没有重复的基因, 并覆盖

该染色体交叉范围外对应的基因(另一个交叉个体染色体交叉区间内的一个基因只能对该个体染色体覆盖一次). 依此类推, 最终得到交叉操作后所有染色体中没有重复基因的个体.

变异算子: 在交叉后种群每个个体的染色体中随机设置插入位和基因位, 若插入位在基因位之后, 则插入位和基因位之间的基因向后平移, 反之向前平移, 并将选择的基因位基因移到插入位置, 从而生成变异后的染色体. 例如某个体的染色体为 $(0, 5, 8, 1, 6, 2, 4, 7, 3)$, 插入位是第 5 位, 基因位是第 8 位, 则变异后染色体为 $(0, 5, 8, 1, 6, 3, 2, 4, 7)$. 依此类推, 最终得到变异操作后的所有个体.

5) 通过改进自适应 Metropolis 规则, 分情况修正选择交叉编译后种群中的所有个体, 得到新一代种群.

i) 若选择交叉变异后种群中第 i 个个体的函数值小于之前种群中第 i 个个体的函数值, 则保存该个体为新一代种群中的第 i 个个体, 依此类推.

ii) 定义跳变概率

$$P_1 = \exp\left(-\frac{u_1(D_{\text{scafteri}} - D_{\text{scmbeforei}})}{TT_w}\right). \quad (5)$$

其中: D_{scafteri} 为选择交叉变异后种群中第 i 个个体的函数值, $D_{\text{scmbeforei}}$ 为选择交叉变异前种群中第 i 个个体的函数值, u_1 为概率 P_1 的衰减系数, $u_1 > 0$. 如果选择交叉变异后种群中第 i 个个体的函数值 D_{scafteri} 大于交叉变异前的函数值 $D_{\text{scmbeforei}}$, 则遍历该个体染色体所有基因, 并以概率 P_1 对各基因以 0.01 的概率与该染色体随机一个基因进行位置对换后保存, 否则还原该个体为选择交叉变异前种群中的第 i 个个体, 依此类推.

在温度较高时, 需要通过跳变概率 P_1 使得算法具有较强的爬山能力, 同时 P_1 在随着温度的降低过程中需要较快的衰减速度, 因此 P_1 的衰减系数 u_1 需要设置一个较大的值.

iii) 定义跳变概率

$$P_2 = \exp\left(-\frac{u_2}{T}\right), \quad (6)$$

其中 u_2 为概率 P_2 的衰减系数, $u_2 > 0$.

如果选择交叉变异后种群中第 i 个个体的函数值 D_{scafteri} 等于 $D_{\text{scmbeforei}}$, 则按照概率 P_2 (随着温度的下降而缓慢降低)在选择交叉变异后该个体染色体中以 0.1 的概率随机选择两组长度相同的连续子染色体, 并相互对换后保存(如果两组染色体有交集, 则交集不变, 交集外的区域相互对换), 否则还原为选择交叉变异前种群中的第 i 个个体, 依此类推.

当 $D_{scmafteri} = D_{scmbeforei}$ 时,选择交叉变异前后同一个体的染色体基因的顺序虽然相同,但是染色体首基因可能不同(染色体基因发生平移),在之后的迭代过程中的交叉变异也会不同,因此通过衰减速度较慢的跳变概率 P_2 能够使算法在优化的后期有较高的局部搜索能力,所以 P_2 的衰减系数 u_2 需要设置一个小的值。

6) 更新局部最优函数值 $D_{locbest}$ 、局部最优解 $U_{locbest}$ 、全局最优函数值 $D_{globest}$ 和全局最优解 $U_{globest}$ 。

计算新种群的局部最优函数值 $D_{locbest}$,局部最优解 $U_{locbest}$,并将 $D_{locbest}$ 与之前全局最优函数值 $D_{globest}$ 进行对比,如果 $D_{locbest} < D_{globest}$,则将 $D_{locbest}$ 赋值给 $D_{globest}$, $U_{locbest}$ 赋值给 $U_{globest}$ 。

7) 循环。当 $g < g_{max}$, $g = g + 1$ 时,循环执行步骤3)。当 $g = g_{max}$ 时, $T = 0.99T$,当 $T > T_{min}$ 时,循环执行步骤2);当 $T \leq T_{min}$ 时,降温结束,得出全局最优函数值 $D_{globest}$ 以及全局最优解 $U_{globest}$,其中 T_{min} 的取值设置为0.1。

3.2 算法流程

本文设计的基于 ISAGA 算法的 TSP 优化算法流程如图1所示。

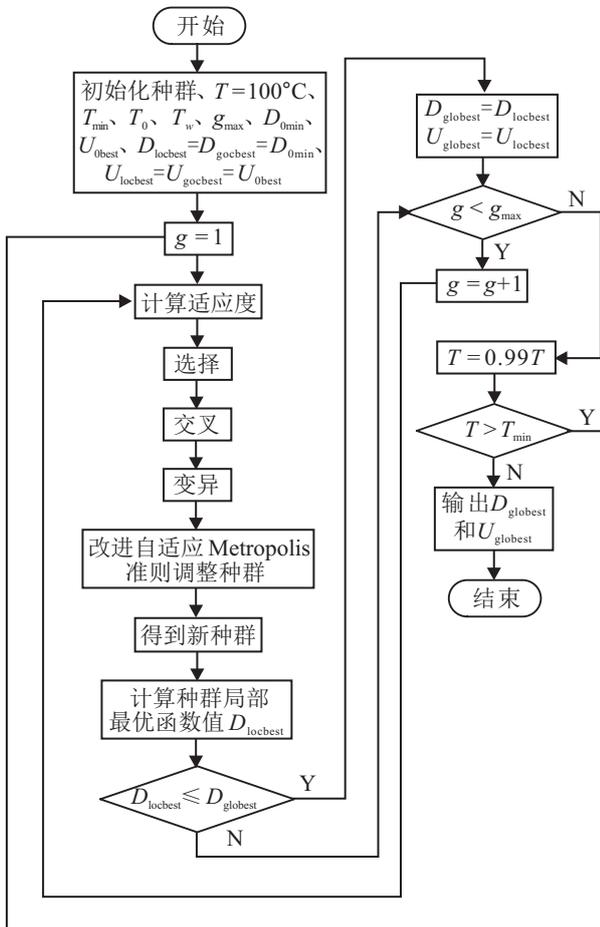


图1 基于 ISAGA 算法的 TSP 路径优化算法流程

4 仿真实验及分析

为了验证本文设计的 ISAGA 算法的可行性和有效性,选取 TSPLIB 标准库中的几个实例进行实验,同时选择文献 [6-11,15,17,25] 中算法的优化结果进行对比。

设置温度参考值 T_w 中的 $u = 1.25$,跳变概率 P_1 的衰减系数 $u_1 = 5000$,跳变概率 P_2 的衰减系数 $u_1 = 5$ 。

4.1 实验结果

4.1.1 Dantzig42问题

针对 Dantzig42 问题,本文参数取值如下:种群规模 $popsize = 6$, $g_{max} = 500$,交叉概率 $P_c = 0.8$, $c_{max} = 2800$ 。本文算法优化结果如图2所示,优化路径如图3所示,10次优化结果如表1第2列所示。

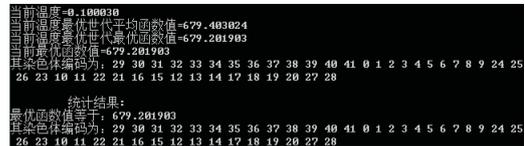


图2 Dantzig42问题优化结果

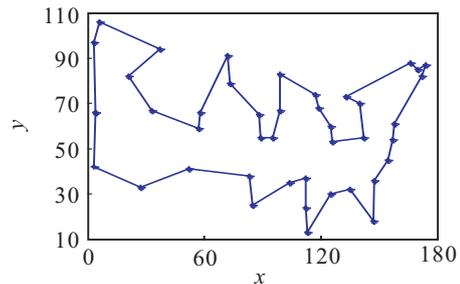


图3 Dantzig42问题优化路径

4.1.2 Eil51问题

针对 Eil51 问题,本文参数取值如下:种群规模 $popsize = 6$, $g_{max} = 500$,交叉概率 $P_c = 0.8$, $c_{max} = 1700$ 。本文算法优化结果如图4所示,优化路径如图5所示,10次优化结果如表1第3列所示。

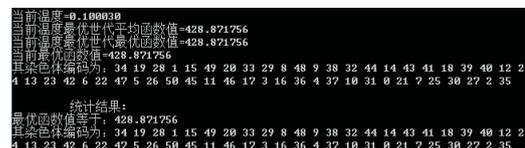


图4 Eil51问题优化结果

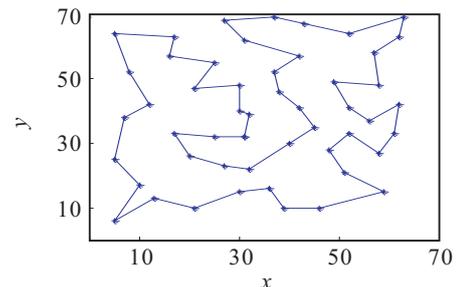


图5 Eil51问题优化路径

4.1.3 Berlin52问题

针对Berlin52问题,本文参数取值如下:种群规模 $\text{popsize}=6, g_{\text{max}}=500$,交叉概率 $P_c=0.6, c_{\text{max}}=30000$. 本文算法优化结果如图6所示,优化路径如图7所示,10次优化结果如表1第4列所示.

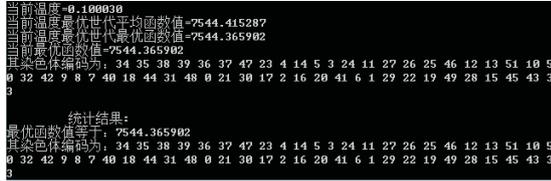


图6 Berlin52问题优化结果

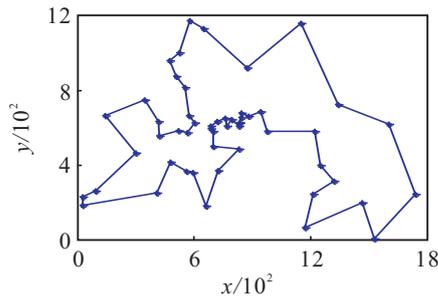


图7 Berlin52问题优化路径

4.1.4 St70问题

针对St70问题,本文参数取值如下:种群规模 $\text{popsize}=6, g_{\text{max}}=500$,交叉概率 $P_c=0.9, c_{\text{max}}=3400$. 本文算法优化结果如图8所示,优化路径如图9所示,10次优化结果如表1第5列所示.



图8 St70问题优化结果

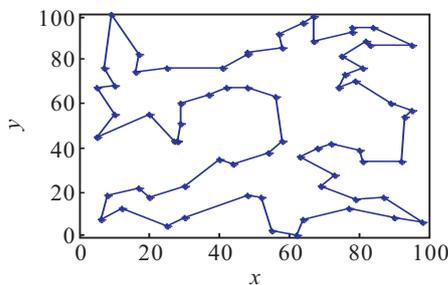


图9 St70问题优化路径

4.1.5 Eil76问题

针对Eil76问题,本文参数取值如下:种群规模 $\text{popsize}=6, g_{\text{max}}=500$,交叉概率 $P_c=0.9, c_{\text{max}}=2400$. 本文算法优化结果如图10所示,优化路径如图11所示,10次优化结果如表1第6列所示.



图10 Eil76问题优化结果

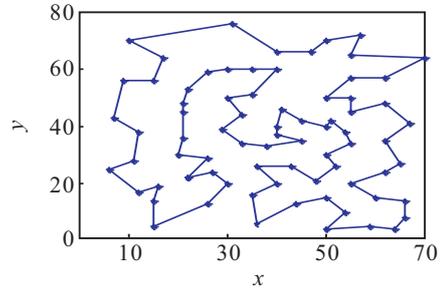


图11 Eil76问题优化路径

4.1.6 Pr107问题

针对Pr107问题,本文参数取值如下:种群规模 $\text{popsize}=6, g_{\text{max}}=500$,交叉概率 $P_c=0.8, c_{\text{max}}=550000$. 本文算法优化结果如图12所示,优化路径如图13所示,10次优化结果如表1第7列所示.

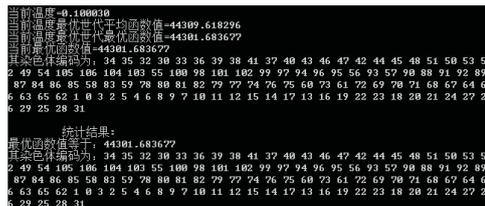


图12 Pr107问题优化结果

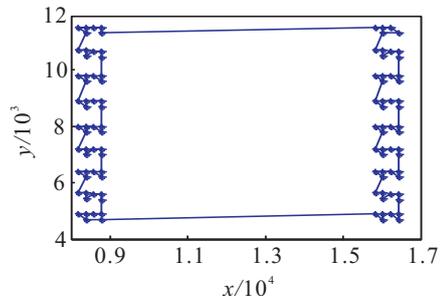


图13 Pr107问题优化结果

4.1.7 Pr136问题

针对Pr136问题,本文参数取值如下:种群规模 $\text{popsize}=6, g_{\text{max}}=500$,交叉概率 $P_c=0.6, c_{\text{max}}=800000$. 本文算法优化结果如图14所示,优化路径如图15所示,10次优化结果如表1第8列所示.



图14 Pr136问题优化结果

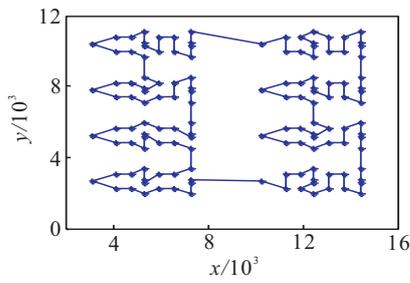


图 15 Pr136问题优化路径

4.1.8 各TSP问题10次优化结果

本文针对对上述7个TSP问题的10次优化结果如表1所示。

4.2 优化质量对比和分析

本文选用TSPLIB标准库中的7个实例,将本文算法与不同文献算法的优化结果作比较,具体比较结果如表2所示。

表 1 本文算法各TSP问题10次优化结果

序号	Dantzig42 问题	Eil51 问题	Berlin52 问题	St70 问题	Eil76 问题	Pr107 问题	Pr136 问题
1	679.201 903	431.953 245	7 544.365 902	682.574 824	547.173 050	44 301.683 677	98 587.710 489
2	679.201 903	428.981 647	7 544.365 902	677.109 609	546.886 423	44 301.683 677	97 576.064 799
3	679.201 903	428.981 647	7 675.774 697	682.574 824	544.369 053	44 485.611 071	100 288.497 911
4	679.201 903	428.871 756	7 544.365 902	688.987 302	547.060 634	44 524.847 941	100 173.679 256
5	696.629 842	431.953 245	7 544.365 902	687.047 822	547.670 324	44 429.750 158	100 016.226 952
6	679.201 903	433.585 536	7 544.365 902	677.109 609	550.853 809	44 385.849 947	100 156.757 394
7	679.201 903	428.981 647	7 777.332 311	682.574 824	546.502 505	44 301.683 677	99 137.250 423
8	679.201 903	428.981 647	7 607.857 934	682.574 824	552.283 007	44 390.294 490	97 795.197 946
9	679.201 903	428.871 756	7 544.365 902	677.109 609	547.548 287	44 520.403 398	99 872.162 814
10	679.201 903	438.650 740	7 544.365 902	677.109 609	546.502 505	44 301.683 677	98 169.250 150

表 2 优化效果对比

序号	TSP 实例	已知最优解	不同算法优化所得最优解									
			文献[6]	文献[7]	文献[8]	文献[9]	文献[10]	文献[11]	文献[15]	文献[17]	文献[26]	ISAGA
1	Dantzig42	699	—	—	—	679.201 9	—	—	686.2	—	—	679.201 9
2	Eil51	426	429.983 3	440	428.87	431.24	447	466.875	442	—	428.871 7	428.871 7
3	Berlin52	7 542	7 544.37	7 602	7 544.37	7 680.78	7 636	8 700.156	—	—	—	7 544.37
4	St70	675	—	712	678.62	—	712	—	703.2	677.194 5	677.109 6	677.109 6
5	Eil76	538	—	575	538.36	—	565	—	—	544.456	552.928	544.369
6	Pr107	44 303	—	46 640	44 620.18	—	—	—	—	—	44 480.74	44 301.68
7	Pr136	96 772	—	—	—	—	110 851	—	—	—	100 176.2	97 576.06

可以看到,上述7个TSPLIB实例经本文ISAGA算法优化得到的最优路径没有出现路径十字交叉,长度基本都优于其他各文献算法,其中Dantzig42和Pr107实例的优化结果优于国际通用网站TSPLIB给出的最优结果;同时,本文算法在种群中只设置6个个体或更少时能够通过该算法很强的局部搜索能力有效地跳出局部最优解,并尽可能收敛得到全局最优解.在多次优化实验中,当温度降低到35°C左右时算法能基本收敛得到全局最优解,所以该算法在优化得到全局最优解时计算量不大,与遗传算法相当,但与模拟退火算法相比有一定增加.因此,本文设计的ISAGA算法能够更有效地跳出局部最优,针对TSP能够收敛得到更好的旅行路径。

5 结论

本文提出了一种改进的遗传模拟退火算法(ISAGA),将遗传算法和模拟退火算法思想相结合并通过程序实现;对遗传算法中的适应度函数、交叉算子和变异算子进行改进,有效提高了算法跳出局部

最优的能力;提出了一种改进自适应的Metropolis规则,使模拟退火算法的跳变更具有自适应性,利于算法寻优,并将改进思想在程序中实现.通过对TSP不同实例的优化实验结果及对比分析表明,本文设计的ISAGA算法能够优化得到相对于其他优化算法更短的旅行路径,提高了针对TSP问题的优化效率。

参考文献(References)

- [1] Dantzig G, Johnson S. Solution of a large-scale traveling-salesman problem[J]. Operations Research, 2010, 2(4): 393-410.
- [2] Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220(4598): 671-680.
- [3] Tsai C F, Tsai C W, Tseng C C. A new hybrid heuristic approach for solving large traveling salesman problem[J]. Information Sciences, 2004, 166(1/2/3/4): 67-81.
- [4] Tsai C F, Tsai C W, Yang T. A Modified multiple-searching method to genetic algorithms for solving traveling salesman problem[C]. 2002 IEEE Int Conf on Systems, Man, and Cybernetics. Hammamet: IEEE, 2002: 1-6.

- [5] Cochrane E M, Beasley J E. The co-adaptive neural network approach to the euclidean travelling salesman problem[J]. *Neural Networks*, 2003, 16(10): 1499-1525.
- [6] 张家善, 王志宏. 基于信息素的改进蚁群算法及其在 TSP 中的应用[J]. *数学的实践与认识*, 2013, 43(22): 157-161.
(Zhang J S, Wang Z H. Improved ant colony algorithm based on pheromone and application in the TSP[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2013, 43(22): 157-161.)
- [7] 张弛, 涂立, 王加阳. 新型蚁群算法在 TSP 问题中的应用[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2015, 46(8): 2944-2949.
(Zhang C, Tu L, Wang J Y. Application of Self-adaptive ant colony optimization in TSP[J]. *J of Central South University: Science and Technology*, 2015, 46(8): 2944-2949.)
- [8] 杜鹏桢, 唐振民, 孙研. 一种面向对象的多角色蚁群算法及其 TSP 问题求解[J]. *控制与决策*, 2014, 29(10): 1729-1736.
(Du P Z, Tang Z M, Sun Y. An object-oriented multi-role ant colony optimization algorithm for solving TSP problem[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(10): 1729-1736.)
- [9] 于宏涛, 高立群, 田卫华. 求解 TSP 的离散人工蜂群算法[J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2015, 36(8): 1074-1079.
(Yu H T, Gao L Q, Tian W H. Discrete artificial bee colony algorithm for TSP[J]. *J of Northeastern University: Natural Science*, 2015, 36(8): 1074-1079.)
- [10] 李擎, 张超, 陈鹏, 等. 一种基于粒子群参数优化的改进蚁群算法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(6): 873-878.
(Li Q, Zhang C, Chen P, et al. Improved ant colony optimization algorithm based on particle swarm optimization[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(6): 873-878.)
- [11] Ge Haiming. Application and research of improved genetic algorithm in TSP problem[D]. Ganzhou: Jiangxi University of Science and Technology, 2016.
- [12] 刘荷花, 崔超, 陈晶. 一种改进的遗传算法求解旅行商问题[J]. *北京理工大学学报*, 2013, 33(4): 390-393.
(Liu H H, Cui C, Chen J. An improved genetic algorithm for solving travel salesman problem[J]. *Trans on Beijing Institute of Technology*, 2013, 33(4): 390-393.)
- [13] 王挺, 吴晓军, 张玉梅. 基于遗传算法的双向搜索 Chord 算法[J]. *计算机应用研究*, 2016, 33(1): 46-49.
(Wang T, Wu X J, Zhang Y M. Improved chord-based method based on genetic algorithm[J]. *Application Research of Computers*, 2016, 33(1): 46-49.)
- [14] 李阳, 李文芳, 马骊, 等. 混合退火算法求解旅行商问题[J]. *计算机应用*, 2014, 34(增 1): 110-113.
(Li Y, Li W F, Ma L, et al. Hybrid annealing algorithm for solving traveling salesman problem[J]. *J of Computer Applications*, 2014, 34(S1): 110-113.)
- [15] 王银年, 葛洪伟. 求解 TSP 问题的改进模拟退火遗传算法[J]. *计算机工程与应用*, 2010, 46(5): 44-47.
(Wang Y N, Ge H W. Highway transportation route selection optimization based on improved simulated annealing genetic algorithm for solving TSP problem[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2010, 46(5): 44-47.)
- [16] 王迎, 张立毅, 费腾, 等. 求解 TSP 的带混沌扰动的模拟退火蚁群算法[J]. *计算机工程与设计*, 2016, 37(4): 1067-1070.
(Wang Y, Zhang L Y, Fei T, et al. Chaotic-simulated annealing ant colony algorithm for TSP[J]. *Computer Engineering and Design*, 2016, 37(4): 1067-1070.)
- [17] 程博, 杨育, 刘爱军, 等. 基于遗传模拟退火算法的大件公路运输路径选择优化[J]. *计算机集成制造系统*, 2013, 19(4): 879-887.
(Cheng B, Yang Y, Liu A J, et al. Highway transportation route selection optimization based on improved genetic annealing algorithm[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2013, 19(4): 879-887.)
- [18] 乔彦平, 张骏. 基于一种改进遗传模拟退火算法的 TSP 求解[J]. *计算机仿真*, 2009, 26(5): 205-208.
(Qiao Y P, Zhang J. Traveling salesman problem solving based on an improved genetic simulated annealing algorithm[J]. *Computer Simulation*, 2009, 26(5): 205-208.)
- [19] Lin W, Delgado-frias J G, Gause D C, et al. Hybrid newton-raphson genetic algorithm for the traveling salesman problem[J]. *Cybernetics and Systems*, 1995, 26(4): 387-412.
- [20] Maulik U, Bandyopadhyay S. Genetic algorithm-based clustering technique[J]. *Pattern Recognition*, 2000, 33(9): 1455-1465.
- [21] Falkenauer E, Delchambre A. A genetic algorithm for bin packing and line balancing[C]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. Nice: IEEE, 1992: 1186-1192.
- [22] Simopoulos D N, Kavatzas S D, Vournas C D. Unit commitment by an enhanced simulated annealing algorithm[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 2006, 21(1): 68-76.
- [23] Zhang H, Bai G, Liu C. A broadcast path choice algorithm based on simulated annealing for wireless sensor network[C]. *IEEE Int Conf on Automation and Logistics*. Zhengzhou: IEEE, 2012: 310-314.
- [24] 卢月品, 赵阳, 孟跃强, 等. 基于改进遗传算法的狭窄空间路径规划[J]. *计算机应用研究*, 2015, 32(2): 413-418.
(Lu Y P, Zhao Y, Meng Y Q, et al. Path planning in narrow space by improved genetic algorithm[J]. *Application Research of Computers*, 2015, 32(2): 413-418.)
- [25] 王忠英, 白艳萍, 岳利霞. 经过改进的求解 TSP 问题的蚁群算法[J]. *数学的实践与认识*, 2012, 42(4): 133-140.
(Wang Z Y, Bai Y P, Yue L X. An improved ant colony algorithm for solving TSP problems[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2012, 42(4): 133-140.)

(责任编辑: 孙艺红)