

# 一种回声状态网络的权值初始化方法

王 磊<sup>†</sup>, 乔俊飞, 李晓理

(1. 北京工业大学 信息学部, 北京 100124; 2. 计算智能与智能系统北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘 要:** 为了避免奇异解, 提高网络性能, 给出一种回声状态网络的权值初始化方法(WIESN). 利用柯西不等式和线性代数确定优化的初始权值的范围与输入维数、储备池维数、输入变量和储备池状态相关, 从而确保神经元的输出位于 sigmoid 函数的激活区域. 实验结果表明, 权值初始化方法的精度和训练时间要优于随机初始化方法, 且相比于训练时间, 权值初始化的时间是可以忽略不计的.

**关键词:** 回声状态网络; 奇异解; 权值初始化; 柯西不等式; 线性代数

**中图分类号:** TP183      **文献标志码:** A

## A weight initialization method for echo state network

WANG Lei<sup>†</sup>, QIAO Jun-fei, LI Xiao-li

(1. Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Beijing Key Laboratory of Computational Intelligence and Intelligent System, Beijing 100124, China)

**Abstract:** To avoid singular problem and improve the performance of neural network, a weight initialization method for echo state network(WIESN) is proposed. With Cauchy inequality and linear algebra, the range of optimal initial weights, which is related to input dimension, reservoir dimension, input variables and reservoir state, is determined. The proposed method ensures that the outputs of neurons are in the active region. Simulation results show that the accuracy and training time of the proposed method is better than learning with random initialization. In addition, the time for weight initialization process is negligible comparing with the training process.

**Keywords:** echo state network; abnormal solution; weight initialization; Cauchy inequality; linear algebra

## 0 引 言

神经网络可以看作是一个非线性系统, 它的训练过程可以看作是非线性优化问题, 目标是最小化误差函数<sup>[1-2]</sup>. 对于神经网络, 影响网络性能的主要因素有网络结构、训练算法、激活函数、初始权值的选择等<sup>[3-4]</sup>. 网络的性能(如训练时间、测试误差)部分程度上依赖于变量的初始化, 如在训练阶段网络权值的调整<sup>[5-8]</sup>. 因此, 有效的权值初始化技术对网络的训练非常重要, 权值初始化技术已经被广泛应用于前向神经网络中, 然而对于递归神经网络(如 ESN)的权值初始化的研究较少.

权值初始化的方法依赖于经验或神经元的特性, 定义优化的权值分布和范围, 主要分为最小二乘方法和区间分析方法两类. Thimm 等<sup>[9]</sup>用 8 个基准问题对这些方法进行了比对, 得到的结论是文献[10]的方法

最为有效, 最小二乘方法能够计算出准确的初始权值; Yam 等<sup>[11]</sup>提出了一种基于线性代数的权值初始化方法, 每层的优化初始权值通过最小二乘方法来估计; Timotheou<sup>[1]</sup>给出了随机神经网络的权值初始化方法, 利用非负约束逼近非线性方程得到线性方程, 然后利用投射梯度算法解决线性最小二乘问题, 结果表明, 有监督学习的初始化方法在解的质量和训练时间上比随机初始化方法有显著的提升.

区间分析方法主要是确定优化的初始权值和偏置的范围, 使得神经元处于 sigmoid 函数的激活区域. Yam 等<sup>[12]</sup>给出了基于主成分分析的多层感知器的权值初始化方法, 能够初始化隐含层的权值, 从输入数据提取显著特征成分. 仿真结果表明, 相比于其他初始化方法, 该方法能够显著减少训练时间, 有效加速多层感知器的学习过程. Drago 等<sup>[13]</sup>通过统计

收稿日期: 2016-11-04; 修回日期: 2017-02-13.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61533002); 国家杰出青年科学基金项目(61225016); 国家自然科学基金面上项目(61473034).

作者简介: 王磊(1980—)男, 博士生, 从事神经网络和智能计算的研究; 乔俊飞(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能优化控制、污水处理过程控制等研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: jade\_wanglei@163.com

分析,得到了与权值的最大量级成比例的尺度因子  $R$  作为瘫痪神经元百分比的函数,并得到了  $R$  的优化范围. 为了提高算法的稳定性和避免局部极小, Qiao 等<sup>[14]</sup> 提出了 sigmoida 前向神经网络的基于权值初始化的互信息方法,通过输入变量与输出变量之间的互信息来衡量输入变量中有价值的信息,通过计算权值的上下界来确保神经元的输入在 sigmoid 函数的激活区域内,结果表明该方法的稳定性和精度要优于其他的权值初始化方法. Serpen 等<sup>[15]</sup> 探究了实时递归神经网络动力学的初始化性质,促进了固定点训练算法的应用,仿真结果表明初始权值的理论界限是存在的.

回声状态网络 (ESN) 是一种递归神经网络,具有记忆功能,它的优点是可以缓解局部极小,学习速度快<sup>[16]</sup>. ESN 的参数较多,储备池规模、稀疏度、输入权值及储备池权值范围等需要大量尝试甚至是运气. ESN 的输出权值由简单的线性回归得到,伴随的问题是可能产生病态解. 若产生病态解,则会有较大幅值的输出权值,降低网络的泛化能力,产生过拟合,使网络的性能降低<sup>[17]</sup>. 为了解决 ESN 的奇异解问题,提高网络性能,本文提出利用柯西不等式和线性代数的方法进行权值初始化,使得储备池的状态位于双曲正切函数的激活区域.

## 1 ESN 的权值初始化

### 1.1 回声状态网络

ESN 的储备池内含有成百上千个神经元,它们随机稀疏连接,彼此耦合在一起. ESN 在结构上更接近于生物神经网络,没有输出反馈的基本 ESN 方程为

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{f}(\mathbf{W}^{\text{in}}\mathbf{u}(n+1) + \mathbf{W}\mathbf{x}(n)), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{f}^{\text{out}}(\mathbf{W}^{\text{out}}(\mathbf{u}(n+1), \mathbf{x}(n+1))). \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{u}(n)$ 、 $\mathbf{x}(n)$ 、 $\mathbf{y}(n)$  分别为网络的输入变量、储备池神经元状态和网络输出变量;  $\mathbf{W}^{\text{in}}$ 、 $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{W}^{\text{out}}$  分别为输入权值矩阵、储备池权值矩阵、输出权值矩阵,其维数分别为  $N \times K$ 、 $N \times N$ 、 $L \times (K+N)$ ;  $\mathbf{f}$ 、 $\mathbf{f}^{\text{out}}$  为储备池神经元及输出神经元的激活函数,分别取为双曲正切函数  $\tanh$  和线性函数. ESN 的  $\mathbf{W}^{\text{in}}$  和  $\mathbf{W}$  均在训练前随机确定,且在训练和测试过程中保持不变. 定义内部状态矩阵  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}(1), \mathbf{X}(2), \dots, \mathbf{X}(P)]^T$  ( $P$  为训练样本数),其中  $\mathbf{X}(n) = [\mathbf{u}(n)^T, \mathbf{x}(n)^T]^T$ , 对应的期望输出矩阵为  $\mathbf{T} = [\mathbf{t}(1), \mathbf{t}(2), \dots, \mathbf{t}(P)]^T$ , 输出权值矩阵的计算公式为

$$\mathbf{W}^{\text{out}} = ((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{T})^T. \quad (3)$$

### 1.2 权值初始化

从式(3)可以看到,若  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  不可逆,则会产生奇异解,产生较大的输出权值. 设计回声状态网络时,输入权值矩阵和储备池权值矩阵的元素一般选择在区间  $[-1, 1]$  上服从均匀分布,一般地,区间范围的选择对网络的性能有一定的影响. 为了探究权值分布区间的范围对网络性能的影响,选择 Mackey-Glass 系统  $\frac{dx(t)}{dt} = \frac{ax(t-\tau)}{1+x^n(t-\tau)} + bx(t)$  对回声状态网络进行测试. 观察随着权值分布区间的范围变化,网络学习能力及泛化能力的变化,图1给出了不同权值分布区间对网络性能的影响. 设输入权值矩阵在  $[-a, a]$  上均匀分布,  $a$  逐步由 0.1 增加到 5, 每次增加 0.1. 对每个  $a$  取值所对应的权值分布区间的回声状态网络,独立进行 20 次仿真实验,训练 RMSE 和测试 RMSE 的平均值随  $a$  取值的变化如图 1 所示.

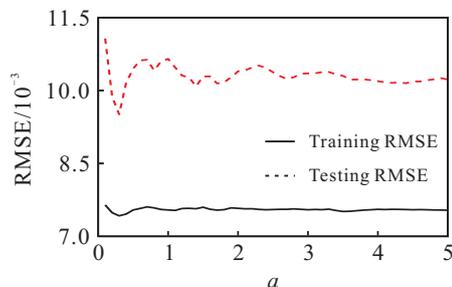


图 1 权值分布区间对 ESN 的影响

从图1可以看出:当  $a$  增大到 0.5 后,训练 RMSE 变化平稳,测试 RMSE 总体趋势先减少后增大最终趋于平稳,波动相对比较大;在  $a$  取值为 0.3 时,测试 RMSE 达到最小;当  $a$  增加至 2.6 后,测试 RMSE 趋于平稳. 仿真实验说明,权值分布区间范围对网络的性能有影响,因此需要选择合适的权值分布区间范围,提高网络的泛化能力.

ESN 的储备池神经元的激活函数取双曲正切函数,将函数值接近于 1 或 -1 的变量所处的区域称为饱和区域,其他区域称为激活区域. 若处于饱和区域,  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  有可能不可逆,由式(3)可知会产生奇异解,最终导致产生较大的输出权值,影响网络的性能. 权值初始化的目的是要保证储备池的状态远离饱和区域,使之位于双曲正切函数的激活区域,即激活函数的导数值较大的区域为

$$-\bar{s} \leq \sum_{k=1}^K w_{ik}^{\text{in}} u_{kp} + \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{j,p-1} \leq \bar{s}, \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

其中:  $w_{ik}^{\text{in}}$  为  $\mathbf{W}^{\text{in}}$  的  $(i, k)$  元,  $w_{ij}$  为  $\mathbf{W}$  的  $(i, j)$  元,  $u_{kp}$  为  $\mathbf{u}(p)$  ( $p = 1, 2, \dots, P$ ) 的第  $k$  个分量,  $x_{j,p-1}$  为

$\mathbf{x}(p-1)$  ( $p=1, 2, \dots, P$ ) 的第  $j$  个分量.

激活区域假定为大于激活函数导数最大值的 2%, 即  $\bar{s} \approx 2.65$ . 定理 1 给出了, 在一定条件下使变量处于激活区域的权值取值范围.

**定理 1** 假设输入权值和储备池权值均在同一区间上服从零均值独立均匀分布, 若

$$\left( \sum_{k=1}^K (w_{ik}^{\text{in}})^2 + \sum_{j=1}^N w_{ij}^2 \right) \left( \sum_{k=1}^K u_{kp}^2 + \sum_{j=1}^N x_{j,p-1}^2 \right) \leq \bar{s}^2 \quad (5)$$

成立, 则权值区间可以限定为  $[-a, a]$ , 其中

$$a = \min_{p=1, 2, \dots, P} a_p, \\ a_p \leq \bar{s} \sqrt{\frac{3}{(K+N) \left( \sum_{k=1}^K (u_{kp})^2 + \sum_{j=1}^N (x_{j,p-1})^2 \right)}}$$

**证明** 由不等式(4)可得

$$\left( \sum_{k=1}^K w_{ik}^{\text{in}} u_{kp} + \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{j,p-1} \right)^2 \leq \bar{s}^2, \quad (6)$$

由柯西不等式及式(5)可得

$$\left( \sum_{k=1}^K w_{ik}^{\text{in}} u_{kp} + \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{j,p-1} \right)^2 \leq \left( \sum_{k=1}^K (w_{ik}^{\text{in}})^2 + \sum_{j=1}^N w_{ij}^2 \right) \left( \sum_{k=1}^K u_{kp}^2 + \sum_{j=1}^N x_{j,p-1}^2 \right) \leq \bar{s}^2. \quad (7)$$

对于输入样本  $p$ , 若输入权值和储备池权值均在区间  $[-a_p, a_p]$  上服从零均值独立均匀分布, 则由大数定律有

$$\sum_{k=1}^K (w_{ik}^{\text{in}})^2 \approx E \left( \sum_{k=1}^K (w_{ik}^{\text{in}})^2 \right) = K \cdot \text{var}(w_{ik}^{\text{in}}) = \frac{K a_p^2}{3}, \quad (8)$$

类似地

$$\sum_{j=1}^N (w_{ij})^2 \approx \frac{N a_p^2}{3}. \quad (9)$$

将式(8)和(9)代入(7), 得

$$a_p \leq \bar{s} \sqrt{\frac{3}{(K+N) \left( \sum_{k=1}^K (u_{kp})^2 + \sum_{j=1}^N (x_{j,p-1})^2 \right)}}, \quad (10)$$

取

$$a = \min_{p=1, 2, \dots, P} a_p, \quad (11)$$

即得定理 1 成立.  $\square$

经过权值初始化后的 ESN 训练过程可分为如下步骤:

**Step 1:** 初始化储备池的状态  $\mathbf{x}(0)$ , 按照式(10)和(11)进行权值初始化, 确定  $a$  的值.

**Step 2:** 产生储备池.

**Step 2.1:** 按照预设的稀疏度和储备池规模生成储备池权矩阵  $\mathbf{W}_0$ ,  $\mathbf{W}_0$  在区间  $[-a, a]$  上服从零均值的均匀独立分布, 其中  $a$  由式(10)和(11)生成;

**Step 2.2:** 通过比例因子  $\alpha_w$  ( $0 < \alpha_w < 1$ ) 调整  $\mathbf{W}_0$ , 使其满足回声状态的必要条件, 即  $\mathbf{W} = (\alpha_w / \rho(\mathbf{W}_0)) \mathbf{W}_0$ , 其中  $\rho(\mathbf{W}_0)$  为  $\mathbf{W}_0$  的谱半径.

**Step 3:** 按照零均值独立均匀分布, 在区间  $[-a, a]$  上随机生成输入权矩阵  $\mathbf{W}^{\text{in}}$ , 其中  $a$  由式(10)和(11)生成.

**Step 4:** 利用输入变量  $\mathbf{u}(n)$  驱动储备池, 并且从某一时刻  $n_{\text{min}}$  后开始收集内部状态.

**Step 5:** 根据式(3)计算网络的输出权矩阵  $\mathbf{W}^{\text{out}}$ .

**Step 6:** 测试训练好的回声状态网络.

## 2 仿真实验

### 2.1 Mackey-Glass 系统

Mackey-Glass(MGS) 系统是混沌时间序列预测模型的标准检测系统, 广泛应用于测试神经网络对非线性混沌系统的辨识能力<sup>[16, 18-21]</sup>. MGS 系统由如下的时滞微分方程给出:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{ax(t-\tau)}{1+x^n(t-\tau)} + bx(t). \quad (12)$$

当  $\tau > 16.8$  时, MGS 系统产生一个混沌吸引子, 建模难度增加, 取  $\tau = 17$ , 其他参数取值为  $n = 10, a = 0.2, b = -0.1$ , 初始条件  $x(0) = 1.2$ . 训练样本数是 4000, 为了克服初始瞬态的影响, 丢弃样本数是 1000, 测试样本数是 2000.

采用如下所示的 84 步预测 NRMSE<sub>84</sub> 作为网络的性能评价指标:

$$\text{NRMSE}_{84} = \left( \sum_{i=1}^{N_r} (d_i(84) - y_i(84))^2 / N_r \sigma^2 \right)^{1/2}. \quad (13)$$

其中:  $d_i(84)$  和  $y_i(84)$  分别为第  $i$  次独立实验的第 84 步的期望输出和网络预测输出,  $\sigma^2$  为期望输出的方差,  $N_r$  为进行独立仿真实验的次数.

ESN 的权值初始化的时间是 0.001 3 s, 相比于网络的训练时间, 初始化的时间是可以忽略不计的. 测试输出和测试误差分别如图 2 和图 3 所示, 储备池规模为 1000, 谱半径为 0.8. 进行 100 次独立仿真实验后, 与原始的 ESN、DESN<sup>[22]</sup>、SCR<sup>[23]</sup>、细胞神经网络(CNN)<sup>[24]</sup> 和 RBF<sup>[25]</sup> 的详细对比实验结果列于表 1 中, 原始的 ESN、DESN 及 SCR 的输入权值和储备池权

值均在  $[-1, 1]$  上均匀分布, 基于梯度方法的 RBF 学习率为 0.000 1. 从表 1 可以看出, 相比于其他的神经网络, WIESN 减少了训练时间, 且提高了精度.

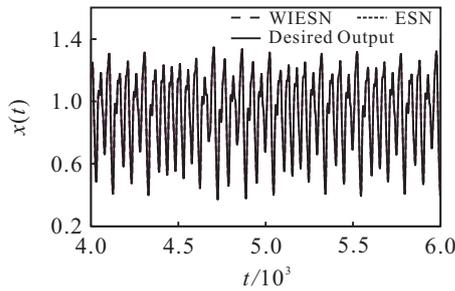


图 2 WIESN 及 ESN 对 MGS 的测试输出

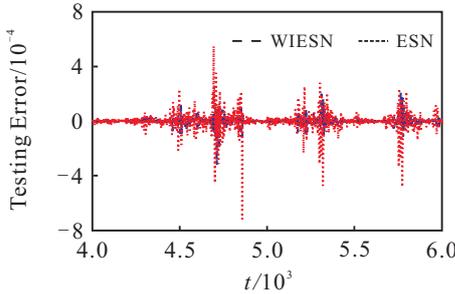


图 3 WIESN 及 ESN 对 MGS 的测试误差

表 1 MGS 仿真结果

方法	训练时间/s	测试 NRMSE <sub>84</sub>
WIESN	5.5102e+2	1.05e-4
ESN	6.1465e+2	1.58e-4
DESN	6.3590e+2	1.50e-4
SCR	8.5575e+1	5.39e-4
CNN	9.9653e+2	1.23e-3
RBF	9.2342e+2	8.28e-3

### 2.2 太阳黑子序列预测

太阳黑子是太阳系活动的一个基本特征, 对地球有重要的影响, 太阳黑子的建模对于揭示太阳活动非常重要. 由于太阳系的复杂性, 缺乏准确的数学模型, 因而具有挑战性. 太阳黑子序列预测常用于测试神经网络的建模和预测能力<sup>[20,23]</sup>. 所采用的数据集为月均值 Wolf 太阳黑子, 来源于 1749 年 1 月至 2013 年 6 月的 3 174 组数据<sup>[26]</sup>, 2 200 组用于训练, 丢弃 200 组克服初始瞬态的影响, 974 组用于测试. 如文献 [23], 选择输入变量为  $d(t) = [y(t), y(t - 10), y(t - 20)]$ , 相应的预测输出变量为  $y(t + 1)$ , 且所有网络均没有设置输出反馈连接. 将输入变量用下式进行归一化:

$$d_g = (d - d_{\min}) / (d_{\max} - d_{\min}). \quad (14)$$

采用如下式所示的标准均方根误差 (NRMSE) 作为网络的泛化性能评价指标:

$$\text{NRMSE} = \left( \sum_{i=1}^P (d_i - y_i)^2 / P\sigma^2 \right)^{1/2}. \quad (15)$$

其中:  $d(i)$  为网络的期望输出,  $y(i)$  为网络的测试输

出,  $P$  为测试样本数,  $\sigma^2$  为期望输出的方差.

权值初始化的时间为 0.001 5 s, 在相同条件下, 取储备池规模为 100, 谱半径为 0.75, 测试输出和测试误差如图 4 和图 5 所示. 进行独立仿真实验 100 次, 各种网络的实验结果平均值如表 2 所示, 包括训练时间和测试 NRMSE. 原始 ESN、DESN 及 SCR 的输入权值和储备池权值均在  $[-1, 1]$  上均匀分布, 基于梯度方法的 RBF 的学习率为 0.000 1. 表 2 的结果显示, 在太阳黑子序列预测实验中, WIESN 在训练时间和测试精度上都要优于其他网络.

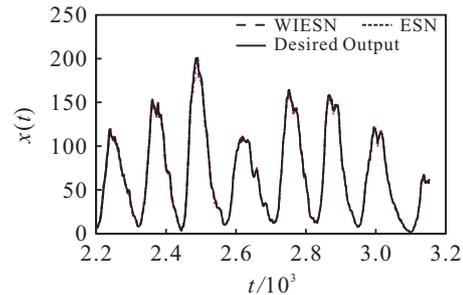


图 4 WIESN 及 ESN 对太阳黑子的测试输出

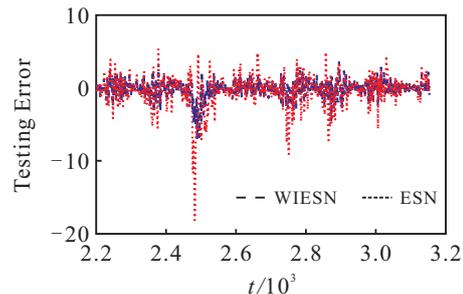


图 5 WIESN 及 ESN 对 MGS 的测试误差

表 2 太阳黑子仿真结果

方法	训练时间/s	测试 NRMSE
WIESN	69.07	0.081 1
ESN	82.02	0.090 6
DESN	81.01	0.1991
SCR	65.03	0.110 4
CNN	91.26	0.231 2
RBF	89.05	0.293 8

### 3 结 论

本文针对回声状态网络可能存在的奇异解问题, 提出了基于柯西不等式和线性代数的权值初始化方法, 得到了优化的初始权值的范围. 通过 Mackey-Glass 系统和太阳黑子序列预测仿真实验得出, 权值初始化后的 ESN 比传统 ESN 的训练时间少, 测试误差明显减少, 网络性能显著提高, 且权值初始化的时间相对于 ESN 的训练时间可以忽略不计.

#### 参考文献 (References)

[1] Timotheou S. A novel weight initialization method for the random neural network[J]. Neurocomputing, 2009,

- 73(1/2/3): 160-168.
- [2] Luo Y, Wang Z, Wei G, et al. State estimation for a class of artificial neural networks with stochastically corrupted measurements under Round-Robin protocol[J]. *Neural Networks*, 2016, 77: 70-79.
- [3] Yam Y F, Chow T W S. Determining initial weights of feedforward neural networks based on least squares method[J]. *Neural Processing Letters*, 1995, 2(2): 13-17.
- [4] Man Z, Lee K, Wang D, et al. A new robust training algorithm for a class of single-hidden layer feedforward neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(16): 2491-2501.
- [5] Nasr M B, Chtourou M. A self-organizing map-based initialization for hybrid training of feedforward neural networks[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(8): 4458-4464.
- [6] Song Q. Robust initialization of a Jordan network with recurrent constrained learning[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2011, 20(12): 2460-2473.
- [7] Talaśka T, Kolasa M, Dlugosz R, et al. An efficient initialization mechanism of neurons for winner takes all neural network implemented in the CMOS technology[J]. *Applied Mathematics & Computation*, 2015, 267: 119-138.
- [8] Adam S P, Karras D A, Magoulas G D, et al. Solving the linear interval tolerance problem for weight initialization of neural networks[J]. *Neural Networks*, 2014, 54: 17-37.
- [9] Thimm G, Fiesler E. High-order and multilayer perceptron initialization[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1996, 8(2): 349-359.
- [10] Wessels L A, Barnard E. Avoiding false local minima by proper initialization of connections[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3(6): 899-905.
- [11] Yam Y F, Chow T W S, Leung C T. A new method in determining initial weights of feedforward neural networks for training enhancement[J]. *Neurocomputing*, 1997, 16(1): 23-32.
- [12] Yam Y F, Leung C T, Tam P K S, et al. An independent component analysis based weight initialization method for multilayer perceptrons[J]. *Neurocomputing*, 2002, 48(1/2/3): 807-818.
- [13] Drago G P, Ridella S. Statistically controlled activation weight initialization(SCAWI)[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3(4): 627-631.
- [14] Qiao J, Li S, Li W. Mutual information based weight initialization method for sigmoidal feedforward neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2016, 207: 676-683.
- [15] Serpen G, Xu Y. Weight initialization for simultaneous recurrent neural network trained with a fixed-point learning algorithm[J]. *Neural Processing Letters*, 2003, 17(1): 33-41.
- [16] Jaeger H, Haas H. Harnessing nonlinearity: predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication[J]. *Science*, 2004, 304(5667): 78-80.
- [17] Jaeger H. Reservoir riddles: Suggestions for echo state network research[C]. *Proc of Int Joint Conf on Neural Networks*. Montreal: IEEE, 2005: 1460-1462.
- [18] Qiao J, Li F, Han H, et al. Growing echo-State network with multiple subreservoirs[J]. *IEEE Trans on Neural Networks & Learning Systems*, 2017, 28(2): 391-404.
- [19] Pan Y, Wang J. Model Predictive control of unknown nonlinear dynamical systems based on recurrent neural networks[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2012, 59(59): 3089-3101.
- [20] Shi Z, Han M. Support vector echo-state machine for chaotic time-series prediction[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2007, 18(2): 359-372.
- [21] Strauss T, Wustlich W, Labahn R. Design strategies for weight matrices of echo state networks[J]. *Neural Computation*, 2012, 24(12): 3246-3276.
- [22] Xue Y, Yang L, Haykin S. Decoupled echo state networks with lateral inhibition[J]. *Neural Networks*, 2007, 20(3): 365-376.
- [23] Rodan A, Tino P. Minimum complexity echo state network[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2011, 22(1): 131-144.
- [24] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: Applications[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 1988, 35(10): 1273-1290.
- [25] Liu Y, Huang H, Huang T. An improved maximum spread algorithm with application to complex-valued RBF neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2015, 216: 261-267.
- [26] National Geophysical Data Center(2014). Sunspot Numbers[EB/OL]. (2014-10-30)[2016-10-21]. <http://www.ngdc.noaa.gov/stp/space-weather/solar-data/solarindices/sunspot-international/tables/>.

(责任编辑: 齐 霖)