

基于工序指标耦合关系分解的选冶全流程分层优化方法

刘 潭¹, 袁青云^{1†}, 王福利², 何大阔², 王永刚¹

(1. 沈阳农业大学 信息与电气工程学院, 沈阳 110866; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 针对某选冶全流程分层优化中工序指标众多且各工序指标之间存在一定耦合关系的问题, 提出一种基于工序指标耦合关系分解的全流程分层优化方法. 该方法是在全流程分层优化的基础上, 利用两个指标实现对工序指标的分解, 进而将工序层优化问题转换为相应的子优化问题. 这种方法能够简化原始的工序层优化问题, 提高选冶全流程分层优化问题的求解效率, 且具有较高的全局收敛性. 仿真结果表明, 相比于常规全流程优化方法以及单纯的全流程分层优化方法, 所提出的优化方法具有较好的性能.

关键词: 全流程分层优化; 工序指标; 耦合关系; 选冶流程; 约束耦合; 目标耦合

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Plant-wide hierarchical optimization method based on decomposition of coupling relationship between technical indices for mineral and metallurgical processes

LIU Tan¹, YUAN Qing-yun^{1†}, WANG Fu-li², HE Da-kuo², WANG Yong-gang¹

(1. College of Information and Electrical Engineering, Shenyang Agricultural University, Shenyang 110866, China;

2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: In the plant-wide hierarchical optimization for mineral and metallurgical processes, the technical indices are numerous, and a certain coupling relationship exists among them. Aiming at this problem, a plant-wide hierarchical optimization method based on the decomposition of coupling relationship between technical indices is proposed. On the basis of the plant-wide hierarchical optimization, the proposed method uses two metrics to decompose the technical indices, and then the procedure-level optimization problem is converted into the corresponding sub-problems. This method can simplify the original procedure-level optimization problem and improve the efficiency of solving the plant-wide hierarchical optimization problem for mineral and metallurgical processes, which has a strong global convergence. Simulation results show that the proposed optimization method has better performance in comparison with the conventional plant-wide optimization method and the pure plant-wide hierarchical optimization method.

Keywords: plant-wide hierarchical optimization; technical indices; coupling relationship; mineral and metallurgical process; constraint coupling; objective coupling

0 引 言

一般大型矿企都是综合选和冶的资源型企业. 选矿是采用物理或化学方法将矿物原料中的有用矿物、无用矿物(通常称脉石)与有害矿物分开, 或将多种有用矿物分离开的工艺过程. 通过选矿, 有用成分富集为精矿, 无用成分富集为尾矿, 冶炼就是从选矿获得的精矿中提取金属或金属化合物的工艺过程. 由于选矿与冶炼的密切联系, 随着矿石加工工业的发展, 越来越多的企业选择建立选冶联合生产流程. 为

了满足选冶联合流程的生产需求^[1-2], 选冶全流程优化已经得到了广泛的关注^[3-5], 并成为矿物加工工业的一个重要发展目标^[6-8]. 然而, 由于选冶流程规模过大、工序及变量过多, 使得选冶全流程优化问题更为复杂, 迫切需要对其优化方法进行研究.

由于选冶流程复杂、设备类型多样、工艺条件恶劣等, 还未见有关选冶全流程优化方法的报道. 但是, 通过国内外学者的努力, 在全流程优化方面的研究也取得了一些进展, 如常规全流程优化方法^[9-10]

收稿日期: 2017-01-17; 修回日期: 2017-09-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61673281, 61533007, 61374146, 61374147).

责任编委: 马寿峰.

作者简介: 刘潭(1985—), 男, 讲师, 博士, 从事复杂工业过程的建模与优化等研究; 袁青云(1986—), 女, 讲师, 博士, 从事复杂工业过程的建模、优化、控制等研究.

†通讯作者. E-mail: yqy8@126.com

和分解-协调算法^[11-13]. 前一种优化方法以波兰学者 Findeisen 等^[14-15] 和英国学者 Chen 等^[16] 提出的基于模型的稳态递阶控制方法为代表, 即将全流程优化控制看作一个大系统或大规模优化控制问题, 将单一工序的优化控制思想直接引入全流程优化控制中, 将生产全流程作为一个整体进行优化控制. 由于系统规模过大, 使得决策变量维数过高、约束众多, 进而导致常规全流程优化问题过于复杂, 且往往难于求解. 针对这一问题, 基于化繁为简的基本思想, 一些学者在将常规全流程优化问题转换为若干较易求解子问题方面作了一些研究, 这类方法即为分解-协调算法. 在工程应用中, 分解-协调算法又分为拉格朗日分解(LD)方法^[17-18]、多层协调搜索(MCS)算法^[19]和双层交叉协调启发算法^[20]. 分解-协调算法是利用递阶策略先将各工序割裂开, 再通过协调器使工序局部优化目标和全局优化目标间进行迭代计算, 并最终获得全流程整体目标. 这类方法在解决选冶全流程优化问题时存在两个问题: 其一, 选冶流程生产的产品是最后一个工序的产出, 故很难对中间工序的产出进行价值评估, 使得以经济效益为目标的全流程优化问题难以准确分解为各工序优化问题; 其二, 在实际的选冶生产管理中, 工序指标与操作变量设定值的决策过程是, 首先依据综合生产指标(总产量、总消耗等)确定各工序指标(质量指标、消耗指标), 然后依据所确定的指标确定各工序的操作变量设定值. 由此可见, 在选冶生产管理中, 工序指标与操作变量设定值是分层获得的, 并非是通过单层决策将工序指标与操作变量设定值一并给出. 因此, 为了适应实际选冶生产流程的特点与决策规律, 工序指标与操作变量设定值应是分层优化确定的. 选冶流程要实现分层优化所面临的最大问题是, 当对工序指标优化时, 过程层操作变量是未知的, 而操作变量又直接决定了工序指标, 于是在过程层操作变量未知的情况下, 工序指标的可实现性和最优性无法保证. 为了解决这一问题, 文献[21]提出利用最小消耗模型来描述各工序指标与其对应最小消耗之间的关系, 进而实现在过程操作变量未知条件下的工序指标优化, 确保全流程分层优化结构中获得工序指标的可行性和最优性.

对于选冶全流程分层优化问题, 由于其工序和对应的工序指标众多, 使得工序指标优化问题依然较为复杂, 而工序指标优化又会直接影响整个分层优化的成败. 针对这一问题, 本文在基于最小消耗模型的分层优化方法的基础上, 提出基于工序指标耦合关系分

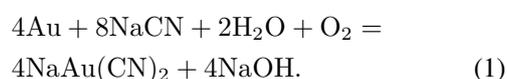
解的选冶全流程分层优化方法. 该方法旨在更有效地求解工序指标优化问题, 即通过对约束和目标函数的处理, 得到相应的两个指标, 实现对工序指标的分解, 进而将工序层优化问题分解为几个较易于求解的子问题, 从而提高工序指标优化的效率及性能, 为整体全流程优化的性能提供保证.

1 选冶全流程分层优化问题的描述

1.1 选冶生产流程

本文以某精炼厂的选冶生产流程为研究对象, 其生产流程如图1所示.

由图1可知, 选冶生产是从原矿分离精矿, 再通过浸出和置换将精矿中的有价金属提取出来的过程. 可见, 浮选、浸出和置换是选冶生产流程的关键生产工序. 其中: 浮选是根据矿物颗粒表面物理化学性质的不同, 从矿石中分离精矿的过程; 浸出是通过浸出剂将矿石中的有价金属溶解到液相中的过程; 置换是通过与锌粉(Zn)反应, 从浸出液中提取有价金属的过程. 该选冶生产流程首先将金矿(Q_s)送入混合浮选分离为精矿和尾矿, 混合浮选精矿经过分离浮选被再次分离为精矿(高铜精矿)和尾矿(高硫精矿). 然后, 对高铜精矿进行调浆处理, 得到一定浓度的矿浆, 矿浆依次注入一次浸出过程的4个浸出槽中, 精矿中的金在每个浸出槽里均与氰化钠发生浸出反应, 即



一次浸出反应后的矿浆经过一次压滤洗涤生成滤饼和滤液, 利用从置换工序流出的贫液对滤饼进行洗涤, 再调浆依次注入到二次浸出工序的4个浸出槽中, 进一步实现精矿中剩余金与杂质的分离. 二次浸出反应后的矿浆又被送入到压滤机中生成滤饼和滤液, 同样地, 利用贫液对滤饼进行洗涤, 形成调浆水和高铜氰渣. 与此同时, 对高硫精矿进行调浆处理, 得到一定浓度的矿浆, 矿浆依次注入浸出工序的7个浸出槽中, 也发生浸出反应. 浸出反应后的矿浆经过一次浓密洗涤生成溢流和底流, 同样利用贫液对底流进行洗涤, 再注入到二次浓密洗涤工序的设备中生成溢流和底流, 底流被送入到压滤机中形成洗涤水和高硫氰渣. 最终, 对于高铜精矿而言, 两次压滤的滤液组合成贵液, 被送入置换车间的板框式压滤机与Zn发生如下置换反应, 生成金泥:



同样地, 对于高硫精矿而言, 从一次浓密洗涤工序中流出的溢流成为贵液, 也发生置换反应生成金泥.

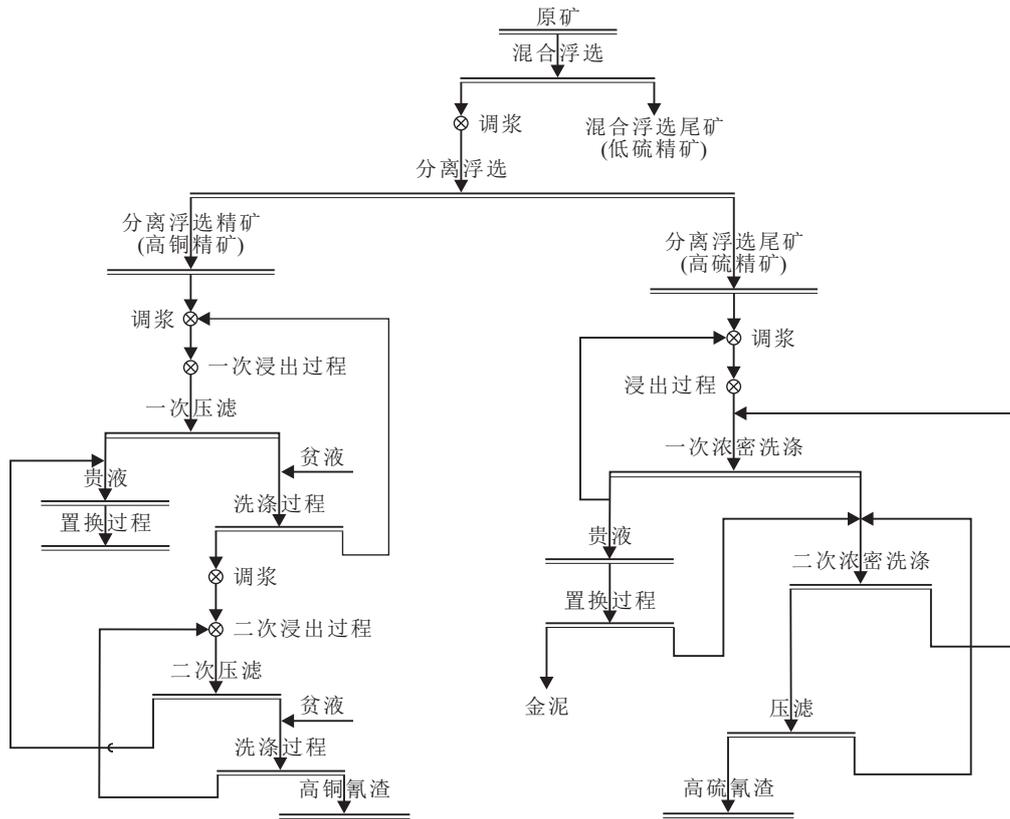


图1 选冶生产流程

1.2 选冶全流程分层优化

本节对选冶全流程模型和与其相关的全流程分层优化问题进行描述。

1.2.1 选冶全流程模型

由于选冶全流程模型在于揭示金产量、总消耗、各工序质量指标(浮选工序金的回收率、浸出率和置换率)和消耗指标随操作变量的变化情况,是实现选冶全流程优化的基础,故本节首先对选冶全流程模型

进行介绍。

为了便于描述,根据图1的选冶生产流程,将混合浮选、分离浮选、高铜一次浸出、二次浸出、置换、高硫浸出和置换分别设定为该流程的第1~第7个工序,则选冶生产流程可转换为图2的形式。其中: x_i 和 u_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) 分别为第 i 个工序的指标向量和操作向量, x_i 由该工序的质量指标 (x_{ti}) 和消耗指标 (x_{ci}) 组成。

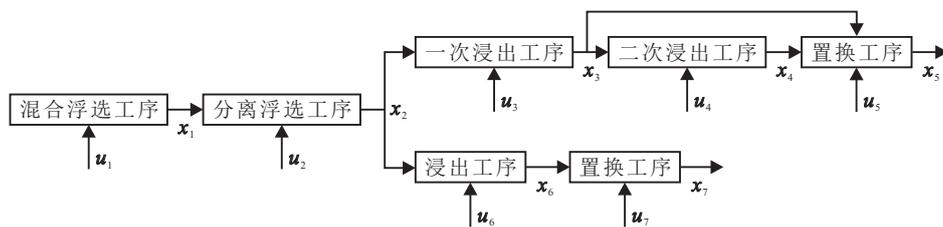


图2 选冶生产简要流程

基于浮选、浸出和置换工序的模型^[22-27],根据物料平衡关系,可得选冶全流程模型如下:

$$Q_{Au} = Q_s \alpha_s x_{t1} x_{t2} \{1 - [(1 - x_{t3})x_{t4} + x_{t3}(1 - w_1)](1 - w_2) - (1 - x_{t3})(1 - x_{t4})\} x_{t5} + Q_s \alpha_s x_{t1} (1 - x_{t2}) \{x_{t6} - x_{t6}(1 - w_3)(1 - w_4)\} x_{t7};$$

$$C =$$

$$Q_s P_s + (x_{t1} + x_{t2}) P_o + (x_{t3} + x_{t4} + x_{t6}) P_{cn} + (x_{t5} + x_{t7}) P_{zn} + Q_w P_w + Q_e P_e;$$

$$x_i = [x_{ti}, x_{ci}]^T = f_i(u_i, z_i), i \in \{1, 2, \dots, 7\};$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} f_{11}(Q_s, C_w, \alpha_s, C_{PH}, u_1) \\ u_{11} + u_{12} P_b / P_o \end{bmatrix};$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} f_{21}(Q_s, C_w, \alpha_s, C_{PH}, u_2, z_2) \\ u_{21} + u_{22} P_b / P_o + u_{23} P_l / P_o \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_3 &= \left[\frac{2 \left\{ \frac{(M_l r_{\text{cn}} - u_{31})(D_{0,\text{Au}}^{\text{fc}} - D_{11,\text{Au}})}{Q_s(C_{0,\text{cn}}^{\text{fc}} - C_{11,\text{cn}})} + \sum_{j=2}^4 \frac{(M_l r_{\text{cn}} - u_{3j})(D_{1(j-1),\text{Au}} - D_{1j,\text{Au}})}{Q_s(C_{1(j-1),\text{cn}} - C_{1j,\text{cn}})} \right\}}{Q_s \alpha_s \{ ([1, 1] \mathbf{z}_3)^2 - \mathbf{z}_3^T \mathbf{z}_3 \}} \right. \\
&\quad \left. \sum_{j=1}^4 u_{3j} \right]; \\
\mathbf{f}_4 &= \left[\frac{\frac{(M_l r_{\text{cn}} - u_{41})(D_{14,\text{Au}} - D_{21,\text{Au}})}{Q_s(C_{14,\text{cn}} - C_{21,\text{cn}})} + \sum_{j=2}^4 \frac{(M_l r_{\text{cn}} - u_{4j})(D_{2(j-1),\text{Au}} - D_{2j,\text{Au}})}{Q_s(C_{2(j-1),\text{cn}} - C_{2j,\text{cn}})}}{Q_s \alpha_s \{ [1 \ 0 \ 0]^T \mathbf{z}_4 [0 \ 1 \ 0]^T \mathbf{z}_4 (1 - [0 \ 0 \ 1]^T \mathbf{z}_4) \}} \right. \\
&\quad \left. \sum_{j=1}^4 u_{4j} \right]; \\
\mathbf{f}_5 &= \left[\frac{6V(u_5 - Vr_{\text{Zn}})e^{-E/T} + (w_1 - [w_1 - w_2, w_1] \mathbf{z}_5)}{\rho d_{\text{Zn}} Q_{1,g}(w_1 + w_2) + 6V(u_5 - Vr_{\text{Zn}})e^{-E/T}} \right. \\
&\quad \left. \mathbf{u}_5 \right]; \\
\mathbf{f}_6 &= \left[\frac{\frac{(M_l r_{\text{cn}} - u_{61})(D_{0,\text{Au}}^{\text{ft}} - D_{31,\text{Au}})}{Q_s(C_{0,\text{cn}}^{\text{ft}} - C_{31,\text{cn}})} + \sum_{j=2}^7 \frac{(M_l r_{\text{cn}} - u_{6j})(D_{3(j-1),\text{Au}} - D_{3j,\text{Au}})}{Q_s(C_{3(j-1),\text{cn}} - C_{3j,\text{cn}})}}{Q_s \alpha_s \{ [1 \ 0]^T \mathbf{z}_6 - (([1 \ 1]^T \mathbf{z}_6)^2 - \mathbf{z}_6^T \mathbf{z}_6)/2 \}} \right. \\
&\quad \left. \sum_{j=1}^4 u_{6j} \right]; \\
\mathbf{f}_7 &= \left[\frac{6V(u_7 - Vr_{\text{Zn}})e^{-E/T} + (w_3 - w_4 \mathbf{z}_7)}{\rho d_{\text{Zn}} Q_{2,g}(w_3 + w_4) + 6V(u_7 - Vr_{\text{Zn}})e^{-E/T}} \right. \\
&\quad \left. \mathbf{u}_7 \right].
\end{aligned}$$

其中: Q_{Au} 为金产量; Q_s 为原矿流量; α_s 为原矿品位; $x_{t1} \sim x_{t7}$ 分别为混合浮选工序金回收率、分离浮选工序金回收率、高铜一浸浸出率、二浸浸出率、置换率、高硫浸出率和置换率; w_1 、 w_2 分别为高铜精矿一次和二次压滤洗涤工序的洗涤率; w_3 、 w_4 分别为高硫一次和二次浓密洗涤工序的洗涤率, 通常为定值; C 为整个选冶流程的消耗成本; P_s 为矿石价格; x_{ci} 为第 i 个工序的消耗; P_o 为 2# 油的价格; P_{cn} 为氰化钠的价格; P_{Zn} 为锌粉的价格; Q_w 为洗涤工序的水消耗; P_w 为水的价格; Q_e 为空压机和泵的电能损耗; P_e 为电的价格; f_{11} 、 f_{21} 分别为混合和分离浮选金回收率的 RBF 训练模型^[28]; C_w 为矿浆浓度; C_{PH} 为矿浆 PH 值; $\mathbf{u}_1 = [u_{11}, u_{12}]^T$, u_{11} 、 u_{12} 分别为混合浮选工序的 2# 油和丁基黄药添加量; P_b 为丁基黄药的价格; $\mathbf{u}_2 = [u_{21}, u_{22}, u_{23}]^T$, u_{21} 、 u_{22} 和 u_{23} 分别为分离浮选工序的 2# 油、丁基黄药和石灰乳添加量; P_l 为石灰乳的价格; M_l 为浸出槽的滞留液体质量; r_{cn} 为氰化钠的消耗速率; $D_{0,\text{Au}}^{\text{fc}}$ 、 $C_{0,\text{cn}}^{\text{fc}}$ 分别为高铜精矿流入一次浸出工序的第 1 个浸出槽的液体中金的初始品位和氰根离子的初始浓度; $D_{ij,\text{Au}}$ 、 $C_{ij,\text{cn}}$ 分别为高铜精矿 i ($i = 1, 2$) 次浸出工序第 j ($j = 1, 2, 3, 4$) 个

浸出槽的液体中金品位和氰根离子浓度; u_{ij} 为高铜第 $i - 2$ ($i = 3, 4$) 次浸出工序第 j 个浸出槽的氰化钠添加量; V 为压滤机中液体的体积; r_{Zn} 为锌粉的反应速率; E 为反应活化能; T 为温度; d_{Zn} 为锌粉的平均直径; $Q_{1,g}$ 为高铜精矿的贵液流量; u_5 为高铜置换工序的锌粉添加量; $D_{0,\text{Au}}^{\text{ft}}$ 、 $C_{0,\text{cn}}^{\text{ft}}$ 分别为高硫精矿流入一次浸出工序的第 1 个浸出槽的液体中金的初始品位和氰根离子的初始浓度; $D_{3j,\text{Au}}$ 、 $C_{3j,\text{cn}}$ 分别为高硫精矿浸出工序第 j ($j = 1, 2, \dots, 7$) 个浸出槽的液体中金品位和氰根离子浓度; u_{61} 、 u_{62} 、 u_{63} 和 u_{64} 分别为高硫浸出工序的第 1、2、4、6 槽的氰化钠添加量; $Q_{2,g}$ 为高硫精矿的贵液流量; u_7 为高硫置换工序的锌粉添加量; z_i 为对第 i 个工序有影响的其他工序的质量指标, $\mathbf{z}_2 = x_{t1}$, $\mathbf{z}_3 = \mathbf{z}_6 = [x_{t1}, x_{t2}]^T$, $\mathbf{z}_4 = [x_{t1}, x_{t2}, x_{t3}]^T$, $\mathbf{z}_5 = [x_{t3}, x_{t4}]^T$, $\mathbf{z}_7 = x_{t6}$.

1.2.2 选冶全流程分层优化问题

由上面的分析可知, 以 $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1^T, \mathbf{u}_2^T, \mathbf{u}_3^T, \mathbf{u}_4^T, \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_6^T, \mathbf{u}_7^T]^T$ 为决策变量, 以选冶全流程模型、回收率、消耗和生产能力为约束, 以选冶生产单位时间内经济效益 J 最大为目标的常规全流程优化模型可表示为

$$\max_{\mathbf{u}} J = \{P(\mathbf{x}) - C(\mathbf{x})\}.$$

s.t. 选冶全流程模型;

$$\begin{aligned} g_1(x_{t3}, x_{t4}) &\leq 0; \\ x_{ci} &\leq x_{ci,U}, x_{ti,L} \leq x_{ti} \leq x_{ti,U}, i = 1, 2, \dots, 7; \\ u_{i,L} &\leq u_i \leq u_{i,U}, i = 1, 2, 5, 7; \\ u_{ij,L} &\leq u_{ij} \leq u_{ij,U}, i = 3, 4, j = 1, 2, 3, 4; \\ u_{6j,L} &\leq u_{6j} \leq u_{6j,U}, j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $P = Q_{Au}P_{Au}$ 为金的经济价值, P_{Au} 为金的单价; C 为总消耗成本; 在处理量一定时, P 和 C 均由各工序指标所决定, 故它们可以表示为 $P(\mathbf{x})$ 和 $C(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = [x_1^T, x_2^T, x_3^T, x_4^T, x_5^T, x_6^T, x_7^T]^T$; $g_1 = 0.99 - x_{t3} - (1 - x_{t3})x_{t4} \leq 0$ 为高铜精矿总浸出率约束; $x_{ci,U}$ 为第 i 个工序消耗指标的上限; $x_{ti,U}$ 、 $x_{ti,L}$ 分别为第 i 个工序第 j 个工序质量指标的上下限; $u_{ij,U}$ 、 $u_{ij,L}$ 分别为第 i 个工序第 j 个操作变量的上下限.

在选冶流程中, 工序间的关联关系导致式(3)中的优化问题是复杂的, 进而使其求解效率与全局收敛性较低. 鉴于分层决策的优势, 利用分层结构解决上述优化问题, 即分层优化, 将是有效的.

首先, 工序指标决策层以全流程综合生产指标为优化目标, 解决工序质量指标的决策及消耗指标的最优分配问题; 然后, 在上层所获得的最优工序指标基础上, 确定过程操作变量设定值, 实际上即消耗指标的进一步分配. 多个工序之间相互紧密关联、相互影响是全流程优化问题复杂性的重要原因, 从全流程模型可以看出, 各工序的相互关联是通过质量指标完成的. 同时, 指标决策层的目标函数由工序质量指标与消耗指标共同决定, 而实际的生产操作直接决定了工序质量指标与消耗指标, 即使在相同的质量指标条件下, 质量指标与消耗指标之间的关系也不是一一对应的, 这使得在操作变量未知的条件下难以实现指标优化. 最小消耗模型是以该工序及其相关联工序的质量指标和边界条件为输入, 以该工序在上述质量指标条件下的最小消耗指标为输出, 其可用来描述工序质量指标与相应最小消耗之间的相关关系. 分层方法就是利用最小消耗模型的这一特点, 将常规全流程优化问题等价转化为工序指标优化问题, 以及在工序指标优化基础上的各操作变量优化问题. 这种等价转化可有效地降低常规全流程优化问题的复杂程度, 从而大幅提高问题的求解性能.

通常很难建立最小消耗机理模型, 因此考虑建立最小消耗数据模型. 本文是利用三层BP神经网络建

立各工序最小消耗数据模型, 可以表示为

$$x_{ci,\min} = F_i(x_{ti}, \mathbf{z}_i, \boldsymbol{\theta}), i = 1, 2, \dots, 7. \quad (4)$$

其中: $x_{ci,\min}$ 为第 i 个工序的最小消耗, $\boldsymbol{\theta}$ 为边界条件.

基于最小消耗模型, 选冶常规全流程优化问题可分解为工序层和过程层两层子优化问题.

工序层优化问题为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}} J. \\ \text{s.t. } x_{ci,\min} &= F_i(x_{ti}, \mathbf{z}_i, \boldsymbol{\theta}), i = 1, 2, \dots, 7; \\ g_1(x_{t3}, x_{t4}) &\leq 0; \\ x_{ci} &\leq x_{ci,U}, i = 1, 2, \dots, 7; \\ x_{ti,L} &\leq x_{ti} \leq x_{ti,U}, i = 1, 2, \dots, 7. \end{aligned} \quad (5)$$

过程层优化问题为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_i} J_i &= \min_{\mathbf{u}_i} (x_{ci} - x_{ci,\min}^*)^2. \\ \text{s.t. } \mathbf{x}_i &= \mathbf{f}_i(\mathbf{u}_i, \mathbf{z}_i^*); \\ x_{ti} &= x_{ti}^*; \\ u_{ij,L} &\leq u_{ij} \leq u_{ij,U}; \\ i &= 1, 2, \dots, 7, j = 1, 2, \dots, m_i. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: x_{ti}^* 、 $x_{ci,\min}^*$ 分别为通过求解工序层优化模型确定的第 i 个工序的最优质量指标和对应的最小消耗指标, \mathbf{z}_i^* 为对第 i 个工序有影响的所有其他最优工序质量指标.

2 基于工序指标耦合关系分解的选冶全流程分层优化

分层优化两层求解结构不仅有效地减低了原问题的复杂程度, 而且满足实际生产的决策需求. 然而, 选冶全流程分层优化涉及的工序指标众多, 且工序指标间存在较强的耦合关系, 导致工序优化仍是一个多变量和多约束的复杂优化问题. 同时, 工序层求解直接影响整个全流程优化的求解, 为了有效地求解选冶全流程优化问题, 可利用化繁为简的方法将工序层优化问题分解为若干子优化问题加以求解, 从而进一步提高全流程优化问题的求解性能. 这种方法的基本思想是先将原问题分解为若干子优化问题, 然后通过迭代逐次求解各子问题得到原问题的最优解. 由于选冶全流程各工序指标间存在耦合, 考虑利用各工序指标间的耦合程度实现工序层优化问题的分解. 为了得到各工序指标间耦合程度, 可通过两个工序指标对约束影响的相对大小(I_1)以及其中一个工序指标对另一个工序指标对目标函数作用的影响大小(I_2)定量获得.

I_1 的计算公式为

$$I_1 = \max\{I_{1i}, i = 1, 2, \dots, s\}. \quad (7)$$

其中: s 为有效约束的数目, I_{1i} 为第 i 个有效约束 h_i 对各工序质量指标在初始值 $\mathbf{x}_t(0) = [x_{t1}(0), x_{t2}(0), \dots, x_{t7}(0)]^T$ 处的最大导数值和次大导数值的比值.

由式(7)可知, I_1 是 $(0,1)$ 之间的一个数, 且 I_1 越接近 1 表明相应的两个工序之间的约束耦合关系越强. θ_h 用来判断相应的两个工序之间是否存在较强的约束耦合, 若 $I_1 > \theta_h$, 则相应的两个工序间存在较强的约束耦合关系, 这两个工序的质量指标被分为一组. 通过第 1 次的约束耦合判断, 所有的工序质量指标被分组为

$$\mathbf{X}_{11}, \mathbf{X}_{12}, \dots, \mathbf{X}_{1q_1}. \quad (8)$$

其中: q_1 为第 1 次约束耦合判断后的子过程数; \mathbf{X}_{1i} ($i = 1, 2, \dots, q_1$) 为第 1 次约束耦合判断后第 i 个子过程的质量指标向量.

依据相同的约束耦合判断, 所有子过程的质量指标被再次组合为 $\mathbf{X}_{21}, \mathbf{X}_{22}, \dots, \mathbf{X}_{2q_2}$, 这样的过程迭代进行, 直至 $I_1 \leq \theta_h$.

I_2 的计算公式为

$$I_2 = 1 - e^{-d_{\max}}. \quad (9)$$

其中

$$d_{\max} = \max \left\{ \left\| \frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{X}_{li} \partial \mathbf{X}_{lj}} \Big|_{\mathbf{x}_t(0)} \right\|_2, i = 1, 2, \dots, q_l, i < j < q_l \right\}. \quad (10)$$

$\|\cdot\|$ 为矩阵的 2-范数; J 为目标函数; $\mathbf{X}_{li} = [X_{li,1}, X_{li,2}, \dots, X_{li,n_{li}}]^T$, $\mathbf{X}_{lj} = [X_{lj,1}, X_{lj,2}, \dots, X_{lj,n_{lj}}]^T$ 分别为第 i 和第 j 个子过程的质量指标向量. 因此,

$\frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{X}_{li} \partial \mathbf{X}_{lj}}$ 是 $n_{li} \times n_{lj}$ 维的矩阵, 表示为

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{X}_{li} \partial \mathbf{X}_{lj}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,1} \partial X_{lj,1}} & \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,1} \partial X_{lj,2}} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,2} \partial X_{lj,1}} & \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,2} \partial X_{lj,2}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,n_{li}} \partial X_{lj,1}} & \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,n_{li}} \partial X_{lj,2}} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,1} \partial X_{lj,n_{lj}}} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,2} \partial X_{lj,n_{lj}}} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 J}{\partial X_{li,n_{li}} \partial X_{lj,n_{lj}}} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

由式(9)可知, I_2 也是 $(0,1)$ 之间的一个数, 且 I_2 越接近 1 表明相应的两个子过程质量指标间目标函数耦合程度越强. θ_j 用来判断相应的两个子过程质量指标间是否存在较强的目标函数耦合关系, 若 $I_2 > \theta_j$, 则相应的两个子过程间存在较强的目标函数耦合关系, 将它们的质量指标分为一组.

通过目标耦合判断, 所有的质量指标分组为

$$\mathbf{X}_{l1}^1, \mathbf{X}_{l2}^1, \dots, \mathbf{X}_{ld_1}^1. \quad (12)$$

其中: d_1 为第 1 次目标耦合判断后的子过程数, \mathbf{X}_{li}^1 ($i = 1, 2, \dots, d_1$) 为第 l 次约束耦合判断和第 1 次目标耦合判断后第 i 个子过程的质量指标向量.

将式(12)的质量指标再次依据目标耦合判断分组为 $\mathbf{X}_{l1}^2, \mathbf{X}_{l2}^2, \dots, \mathbf{X}_{ld_2}^2$, 该过程迭代进行, 直至 $I_1 \leq \theta_h$ 且 $I_2 \leq \theta_j$, 相应的指标分解流程如图 3 所示.

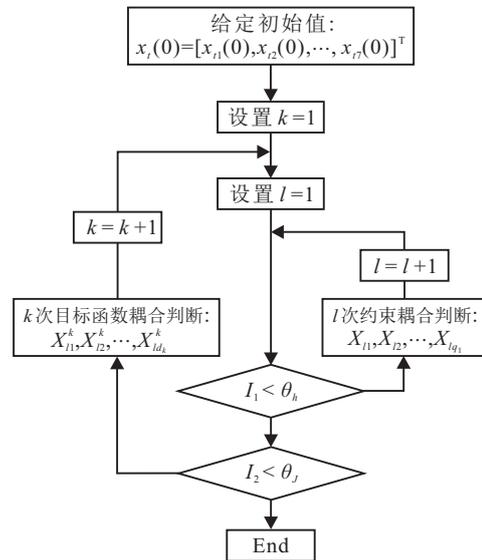


图 3 基于耦合关系的质量指标分解

基于此, 提出求解选冶全流程优化问题的方法, 该方法的流程如下, 对应的流程如图 4 所示.

Step 1: 最小消耗模型的建立. 利用获得的最小消耗建模数据, 建立各工序最小消耗 BP 神经网络模型, 进而得到工序层优化模型.

Step 2: 初始化. 给定工序层优化问题的一个初始解

$$\mathbf{x}_t(n-1) = [x_{t1}(n-1), \dots, x_{t7}(n-1)]^T.$$

Step 3: 基于耦合关系的分解. 依据耦合关系的分解, 质量指标被分组为

$$\mathbf{X}_{l1}^k(n), \mathbf{X}_{l2}^k(n), \dots, \mathbf{X}_{la_n}^k(n). \quad (13)$$

其中: a_n 为第 n 次迭代中子过程的总数, $\mathbf{X}_{li}^k(n)$ ($i = 1, 2, \dots, a_n$) 为第 n 次迭代中 l 次约束耦合判断和 k 次目标耦合判断后的第 i 个子过程的质量指标向量.

Step 4: 求解子问题. 根据 Step 3 中的工序质量指

标分组情况,得到相应的子问题. 考虑到这些子优化问题是含有不等式约束的非线性规划问题,而SQP算法是求解此类问题的最佳算法之一,故这里采用SQP算法逐次求解子问题,进而获得工序层优化问题的一个解 $\mathbf{x}_t(n) = [\mathbf{X}_{l_1}^k(n), \mathbf{X}_{l_2}^k(n), \dots, \mathbf{X}_{l_{a_n}}^k(n)]^T$, 该解获得的具体过程为: 首先,在给定 $\{\mathbf{X}_{l_2}^k(n-1), \mathbf{X}_{l_3}^k(n-1), \dots, \mathbf{X}_{l_{a_n}}^k(n-1)\}$ 的情况下,通过求解式(5)获得 $\mathbf{X}_{l_1}^k(n)$; 然后,在给定 $\{\mathbf{X}_{l_1}^k(n), \mathbf{X}_{l_3}^k(n-1), \mathbf{X}_{l_4}^k(n-1), \dots, \mathbf{X}_{l_{a_n}}^k(n-1)\}$ 的情况下,通过求解式(5)获得 $\mathbf{X}_{l_2}^k(n)$. 以此类推,直至在给定 $\{\mathbf{X}_{l_1}^k(n), \mathbf{X}_{l_2}^k(n), \dots, \mathbf{X}_{l_{(a_n-1)}}^k(n)\}$ 的情况下获得 $\mathbf{X}_{l_{a_n}}^k(n)$. 最终,得到 $\mathbf{x}_t(n)$.

Step 5: 判断. 若满足 $|\mathbf{x}_t(n) - \mathbf{x}_t(n-1)| > \delta$, 则返回 Step 3; 若同时满足 $|\mathbf{x}_t(n) - \mathbf{x}_t(n-1)| < \delta$ 和 $|J(\mathbf{x}_t(n)) - J(\mathbf{x}_t(n-1))| \geq \varepsilon$, 则返回 Step 4. 整个迭代过程循环进行直至满足条件

$$\begin{cases} |\mathbf{x}_t(n) - \mathbf{x}_t(n-1)| < \delta; \\ |J(\mathbf{x}_t(n)) - J(\mathbf{x}_t(n-1))| < \varepsilon. \end{cases} \quad (14)$$

Step 6: 最优操作变量值的获得. 依据上述步骤获得的最优工序质量指标和相应的最小消耗构建过程层优化问题,进而通过SQP求解获得最优操作变量值 \mathbf{u}^* .

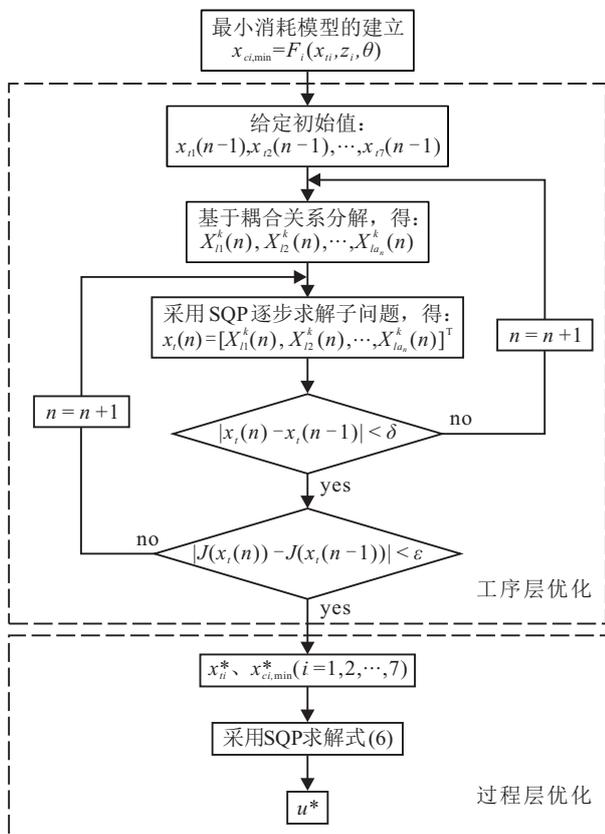


图4 选冶全流程分层优化流程

3 仿真优化结果与分析

采用提出的优化策略实现对选冶全流程优化,模型中的变量和参数值见表1,得到的优化结果见表2.

表1 优化模型相关变量及参数取值

Parameter	Value
Q_s	50
α_s	60
C_{1w}, C_{2w}	0.33
$D_{0,Au}^{fc}, D_{0,Au}^{ft}$	0.001
$C_{0,cn}^{fc}$	200
$C_{0,cn}^{ft}$	100
P_{cn}	12.8
P_{zn}	22
$x_{t1,L}, x_{t2,L}, x_{t4,L}$	0.80
$x_{t1,U}, x_{t2,U}, x_{t4,U}$	0.90
$x_{t3,L}$	0.85
$x_{t3,U}$	0.95
$x_{t5,L}, x_{t7,L}$	0.995
$x_{t5,U}, x_{t6,U}, x_{t7,U}$	0.999
$x_{t6,L}$	0.97
$u_{ij,L} (i=3,4,6), u_{5,L}, u_{7,L}$	0
$u_{ij,U} (i=3,4,6)$	1000
$u_{5,U}, u_{7,U}$	10

表2 优化结果

类型	工序层	过程层
经济效益(\$/h)	2710.9	-
混合浮选金的回收率	0.9150	-
分离浮选金的回收率	0.8598	-
高铜一浸浸出率	0.944	-
高铜二浸浸出率	0.8745	-
高铜置换率	0.9984	-
高硫浸出率	0.9860	-
高硫置换率	0.9981	-
混合浮选消耗	96.85	-
分离浮选消耗	91.08	-
高铜一浸消耗	132.11	-
高铜二浸消耗	311.98	-
高铜置换消耗	0.9941	-
高硫浸出消耗	348.21	-
高硫置换消耗	0.6213	-
u_{11}	-	70.33
u_{12}	-	78.06
u_{21}	-	62.60
u_{22}	-	79.10
u_{23}	-	97.45
u_{31}	-	46.39
u_{32}	-	36.03
u_{33}	-	29.76
u_{34}	-	19.93
u_{41}	-	99.84
u_{42}	-	86.85
u_{43}	-	70.02
u_{44}	-	55.27
u_5	-	0.9941
u_{61}	-	127.24
u_{62}	-	97.83
u_{63}	-	66.51
u_{64}	-	56.63
u_7	-	0.6213

由表2可知,所提出的全流程优化方法实现了对选冶流程工序指标和操作变量的分层决策。

为了进一步验证所提出的优化方法具有较好的性能,分别应用常规优化方法、分层优化方法和所提出的优化方法求解选冶全流程优化问题,随机优化运行100次,得到的优化结果如图5所示。根据优化结果对这3种优化方法的性能进行比较,比较结果见表3。

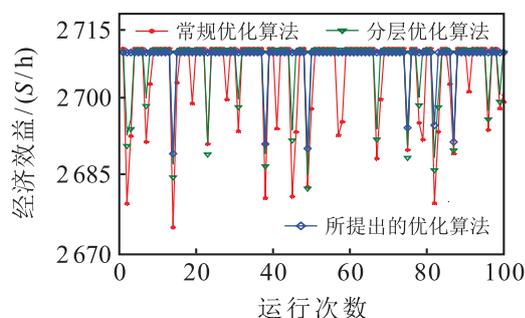


图5 常规优化、分层优化和所提优化方法的结果

表3 3种优化方法的性能比较

类型	常规优化方法	分层优化方法	所提出的优化方法
$\alpha / \%$	69	83	94
m	4	3	2
$T_{\text{total}} / \text{min}$	20.8	14.9	10.1

表3中, α 、 m 、 T_{total} 分别为一次运行获得全局最优解的概率、以 $(1 - \beta)$ 的概率获得全局最优解的最少运行次数和获得全局最优解的运行时间,它们的计算公式如下:

$$\begin{cases} \alpha = n'/N, \\ m = \lceil \ln(\beta)/\ln(1 - \alpha) \rceil, \\ T_{\text{total}} = mT_{\text{average}}. \end{cases} \quad (15)$$

其中: n' 为在 N 次运行中的获得全局最优解的运行次数, $\lceil x \rceil$ 为取不小于 x 的最小整数,这里 β 设置为0.01, T_{average} 为获得全局最优解的平均运行时间。

由表3可知,与常规优化方法和分层优化方法相比,所提出的优化方法具有较好的全局收敛性,优化时间较短。这是由于所提出的优化方法利用工序指标耦合关系将整个选冶全流程分为5个子过程:混合浮选和分离浮选、高铜一次浸出和二次浸出、高铜置换、高硫浸出以及高硫置换,通过这种分块方式有效地提高了工序层优化问题的求解效率,进而提高了分层优化求解的整体效率。

4 结论

针对全流程分层优化方法在求解选冶全流程优化问题时,工序指标众多且各工序指标之间存在一定耦合关系的问题,提出了一种基于工序质量指标耦合关系分解的选冶全流程分层优化方法。在该方法中,

依据工序质量指标之间的耦合程度,实现对工序质量指标的分解,进而将工序层优化问题分解为相应的子优化问题。然后,通过对子优化问题的求解,实现对工序指标的决策。这种求解结构不仅满足实际生产过程对工序指标和操作变量的分层决策需求,而且有效地降低了工序层优化问题的复杂性,提高了分层优化的求解性能。

仿真结果表明,本文所提方法与常规全流程优化方法和单纯的全流程分层优化方法相比,具有较好的全局收敛性,且需要较少的运行时间。

参考文献(References)

- [1] Grossmann I E. Enterprise-wide optimization: A new frontier in process systems engineering[J]. *AIChE J*, 2005, 51(7): 1846-1857.
- [2] Christofides P D, Davis J F, El-Farra N H, et al. Smart plant operations: Vision, progress and challenges[J]. *AIChE J*, 2007, 53(11): 2734-2741.
- [3] Quaglia A, Sarup B, Sin G, et al. SA systematic framework for enterprise-wide optimization: Synthesis and design of processing networks under uncertainty[J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2013, 59: 47-62.
- [4] Wassick J M. Enterprise-wide optimization in an integrated chemical complex system[J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2009, 33(12): 1950-1963.
- [5] Varma V A, Reklaitis G V, Blau G E, et al. Enterprise-wide modeling & optimization-an overview of emerging research challenges and opportunities[J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2007, 31(5/6): 692-711.
- [6] Grossmann I E. Advances in mathematical programming models for enterprise-wide optimization[J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2012, 47: 2-18.
- [7] Wassick J M, Agarwal A, Akiya N, et al. Addressing the operational challenges in the development, manufacture, and supply of advanced materials and performance products[J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2012, 47: 157-169.
- [8] Chu Y F, You F Q. AIntegrated planning, scheduling, and dynamic optimization for bath processes: MINLP model formulation and efficient solution methods via surrogate modeling[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2014, 53: 13391-13411.
- [9] Huang X L, Chu Y G, Hu Y, et al. The production process management system for production indices optimization of mineral processing[C]. *Proc of the 16th IFAC World Congress*. Prague: IFAC, 2005: 1-6.
- [10] Ma E J, Chai T Y. Optimization decomposition methods based on particle swarm algorithm for

- daily global production indices of mineral process[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2007, 13(8): 1624-1631.
- [11] Zeng J C, Wan B W. A decomposition-coordination algorithm for solving large scale linear programming problems[J]. *J of Systems Engineering*, 1986(1): 24-32.
- [12] Li Z H, Hua H. Optimal design of heat exchanger networks synthesis based on exergy-economic object and strategy of decomposition and coordination[J]. *J of Chemical Industry and Engineering*, 2000, 51(1): 96-101.
- [13] Zhang F. A decomposition-coordination algorithm with parallel approach in large-scale process optimization[J]. *Computer Simulation*, 2004, 21(6): 74-77.
- [14] Findeisen W, Brdys M, Malinowski K, et al. On-line hierarchical control for steady-state systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1978, 23(2): 189-209.
- [15] 万百五. 大系统理论研究中的波兰 Findeisen 学派[J]. *自动化学报*, 1984(2): 173-181.
(Wan B W. Poland Findeisen School in the study of large system theory[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1984(2): 173-181.)
- [16] Chen S, Brdys M, Roberts P D. An integrated system optimization and parameter estimation technique for hierarchical control of steady-systems[J]. *Int J of Systems science*, 1986(17): 1209-1228.
- [17] Wu D, Ierapetritou M. Unified frameworks for the optimal production planning and scheduling[D]. New Brunswick: Department of Chemical and Biochemical, The State University of New Jersey, 2005.
- [18] Oliveira F, Gupta V, Hamacher S, et al. A Lagrangean decomposition approach for oil supply chain investment planning under uncertainty with risk considerations[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2013, 50: 184-195.
- [19] Rios L M. Algorithms for derivative-free optimization[D]. Urbana-Champaign: Department of Chemical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2009.
- [20] Xu C J, Sand G D, Harjunkski I, et al. A new heuristic for plant-wide schedule coordination problems: The intersection coordination heuristic[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2012, 42: 152-167.
- [21] He D K, Yuan Q Y, Wang F L, et al. Plant-wide hierarchical optimization based on minimum consumption model[J]. *The Canadian J of Chemical Engineering*, 2016, 94: 1159-1166.
- [22] 袁青云, 王福利, 何大阔. 湿法冶金中预测金产量的混合建模方法[J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2013, 34(3): 308-311.
(Yuan Q Y, Wang F L, He D K. Hybrid modeling method of forecasting gold production in the hydrometallurgy process[J]. *J of Northeastern University: Natural Science*, 2013, 34(3): 308-311.)
- [23] Crundwell F K, Godorr S A. A mathematical model of the leaching of gold in cyanide solutions[J]. *Hydrometallurgy*, 1997, 44: 147-162.
- [24] Hu G H, Mao Z Z, He D K, et al. Hybrid modeling for prediction of leaching rate in leaching process based on negative correlation learning bagging ensemble algorithm[J]. *Computer and Chemical Engineering*, 2011, 35(12): 2611-2617.
- [25] Hu G H, Mao Z Z, He D K. Multi-objective optimization for leaching process using improved two-stage guide PSO algorithm[J]. *J of Central South University of Technology*, 2011, 18(4): 1200-1210.
- [26] Jiang H C. Grey forecasting model of copper extraction rate of primary ore with column leaching[J]. *Express Information of Mining Industry*, 2011, 1(453): 13-15.
- [27] 贾润达, 毛志忠, 常玉清, 等. 钴湿法冶炼萃取过程中的组分含量软测量[J]. *控制与决策*, 2009, 24(4): 632-636.
(Jia R D, Mao Z Z, Chang Y Q, et al. Soft sensing for component content in cobalt hydrometallurgy extraction process[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(4): 632-636.)
- [28] 周俊武, 孙传尧, 王福利. 基于RBF网络的浮选技术指标预报模型的研究[J]. *有色金属(选矿部分)*, 2002(1): 39-43.
(Zhou J W, Sun C R, Wang F L. Flotation technical index prediction model based on RBF network[J]. *Nonferrous Metals(Mineral Processing Section)*, 2002(1): 39-43.)

(责任编辑: 齐 霁)