

基于两参照点的动态混合多属性群决策算法

裴 凤[†], 张莉莉, 闫 安

(合肥工业大学 管理学院, 合肥 230009)

摘 要: 针对方案属性值为三参数区间灰数与三角模糊数相混合的动态多属性群决策问题, 提出一种基于前景理论和两参照点的动态解决方案. 针对灰数与模糊数混合的状况, 提出混合靶心模型; 设置时间参照点, 通过均值和平均发展速度, 考察各方案之间动态发展情况; 利用向量之间的夹角, 考察专家个体决策与群决策之间的相似度, 建立相应的专家权重调整模型; 考虑决策问题发展过程中的未来多个阶段, 采用熵权法确定时间权重, 并通过算例验证所提出方法的可行性和实用性.

关键词: 多属性群决策; 动态; 混合信息; 参照点

中图分类号: C934

文献标志码: A

Algorithm of dynamic hybrid multi-attribute group decision-making based on two reference points

PEI Feng[†], ZHANG Li-li, YAN An

(School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: With respect to the dynamic multi-attribute group decision-making problem with mixed information of the three-parameter interval grey number and triangular fuzzy number, a dynamic method based on the prospect theory and two reference points is proposed. For the problem of mixed gray numbers and fuzzy numbers, the mixed target model is proposed. In order to understand the dynamic development of each alternative, the time reference point is set based on the mean value and the average development speed. By investigating the similarity between individual decision-making and group decision-making, the adjustment model of expert's weight is established. Considering the multiple stages in the development of decision-making, the entropy weight method is used to determine the weight of time. Finally, a numerical example is given to illustrate the feasibility and practicability of the proposed method.

Keywords: multi-attribute group decision-making; dynamic; mixed information; reference point

0 引 言

多属性决策一直是决策科学中备受关注的一类问题, 然而在实际决策过程中经常会遇到一些问题. 例如, 多种属性值相混合的多属性决策、多种自然状态和多人参与的不确定性群决策以及考虑决策未来发展的动态决策等. 在不确定多属性群决策过程中, 面对决策风险, 决策者往往存在一定的风险偏好, 因此, 将决策者的偏好融入多属性决策是一项有意义的工作.

1979年 Kahneman 等提出了前景理论的概念^[1], 指出人类在面对风险时存在“高估低概率事件, 低估高概率事件”的心理感知偏差. 该理论是对传统期望

理论的一个挑战, 能够解释很多期望理论无法解释的现象. 因此, 将该理论应用到多属性决策中可以很好地解决决策者的偏好问题. Kahneman 等在提出前景理论的同时, 也提出了“参照点”的概念, 参照点作为决策者判断和选择的基础, 直接影响决策结果. 目前, 关于多属性决策中参照点设置的研究主要分为两类. 一类是决策方法本身默认存在并使用参照点, 例如逼近理想点的排序(TOPSIS)方法中的正、负理想点即为参照点. 除此之外, 层次分析法(AHP)、数据包络分析法(DEA)、加权和法、加权积法以及消去与选择转换法(ELECTRE)均渗透着参照点的思想^[2]. 此类研究中参照点虽然未被明确提及, 但它是默认的,

收稿日期: 2016-12-19; 修回日期: 2017-02-20.

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体项目(71521001); 国家自然科学基金重点项目(71231004); 合肥工业大学青年教师创新项目(JZ2014HGQC0143); 合肥工业大学哲学社会科学培育计划项目(JS2017AJRW0031).

作者简介: 裴凤(1980—), 女, 副教授, 博士, 从事决策科学与技术等研究; 张莉莉(1992—), 女, 硕士生, 从事决策科学与技术的研究.

[†]通讯作者. E-mail: pf98612@sina.com

客观存在并发挥作用的. 另一类是决策者主观设置参照点, 樊治平等^[3-4]将决策者的期望值作为参照点, 提出了基于前景理论的多属性决策方法.

总结上述研究成果可知, 目前在多属性决策中针对参照点的研究相对较少, 而且参照点的设置都是在静态决策中完成的. 然而, 在动态多属性决策问题中, 随着时间的推移以及决策环境的不断变化, 参照点往往也是动态变化的. 因此, 设置一个与时间有关的动态参照点是十分有必要的. 然而, 目前关于多属性决策中动态参照点设置问题的研究还几乎空白.

除此之外, 在经济、管理和社会等诸多领域中, 多种属性值混合的现象普遍存在且不可忽略. 例如, 评价一个银行选择投资项目的问題, 主要考虑收益率、投资回报期和 risk 3 个方面. 其中, 收益率可用数值或者估值表示, 而 risk 往往通过模糊语言进行刻画. 对于此类多属性决策中存在不确定性的情形, 文献^[5]提出了一种基于前景理论的三参数灰数信息下的动态多属性决策方法; 文献^[6]提出了一种基于“离合”思想的混合灰靶决策方法. 在银行选择投资项目这类问题中, 不仅存在不确定性, 而且在定量属性和定性属性中, 两者的不确定性来源不同. 前者是清楚其边界值, 而不清楚具体为区间的哪一个值, 表现为“内涵不明确, 外延明确”; 而后者只能用“好”或者“较好”等此类的模糊语言表示, 其“好”与“较好”的边界具体在哪, 无法表述清楚, 表现为“内涵明确, 外延不明确”. 因此, 将定量属性和定性属性分开描述显得尤为重要.

综上所述, 针对定量属性和定性属性的不同特征, 本文分别使用三参数区间灰数和三角模糊数对其加以刻画, 提出三参数区间灰数与三角模糊数相混合的动态多属性群决策模型, 并在此基础上提出一种基于两参照点的动态解决方法. 首先, 针对灰数与模糊数混合状况, 提出混合靶心模型; 然后, 利用均值和平均发展速度设置时间参照点, 以反映方案的动态发展情况; 最后, 通过考察专家个体决策与群决策之间的相似度, 建立相应的专家权重调整模型, 并采用熵权法确定时间权重, 进一步提出基于两参照点的动态混合信息下的方案排序和择优方法.

1 问题描述

考虑某动态混合型多属性群决策问题, 问题框架如下: t 表示决策阶段, $t = 1, 2, \dots, h$, 相应的权重为 λ_t , $0 \leq \lambda_t \leq 1$, $\sum_{t=1}^h \lambda_t = 1$; $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 表示备选方案集合; $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ 表示属

性集合, 不失一般性, 考虑前 p 个属性为定量属性, 后 $(m-p)$ 个属性为定性属性, 记定量属性集合和定性属性集合分别为 $\{C_1, C_2, \dots, C_p\}$ ($1 \leq p \leq m$) 和 $\{C_{p+1}, C_{p+2}, \dots, C_m\}$, 各属性的权重为 ω_j , 且有 $j = 1, 2, \dots, m, 0 \leq \omega_j \leq 1, \sum_{j=1}^m \omega_j = 1$; $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$ 表示参与决策的专家集合, 相应的权重为 μ_s , 且有 $s = 1, 2, \dots, k, 0 \leq \mu_s \leq 1, \sum_{s=1}^k \mu_s = 1$; $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r\}$ 表示决策面临的自然状态集合.

本文中, 定量属性和定性属性分别采用三参数区间灰数和三角模糊数进行描述. 由于两者之间存在高度的相似性, 两者在计算方式上可以进行类比. 接下来以三参数区间灰数为例给出相关定义.

定义 1^[7] 设 $a(\otimes) = [\underline{a}, \tilde{a}, \bar{a}]$ 和 $b(\otimes) = [\underline{b}, \tilde{b}, \bar{b}]$ 为三参数区间灰数, 则

$$d(a(\otimes), b(\otimes)) = \alpha|\tilde{a} - \tilde{b}| + \beta|\underline{a} - \underline{b}| + (1 - \alpha - \beta)|\bar{a} - \bar{b}| \quad (1)$$

为三参数区间灰数 $a(\otimes)$ 与 $b(\otimes)$ 之间的距离, 其中 $0 \leq \alpha < 0.5, 0.5 \leq \beta \leq 1$. 当 $a(\otimes)$ 和 $b(\otimes)$ 中任意一个退化为实数时, 此公式依然适用.

下面给出三参数区间灰数大小比较的定义.

定义 2 设 $a(\otimes) = [\underline{a}, \tilde{a}, \bar{a}]$ 和 $b(\otimes) = [\underline{b}, \tilde{b}, \bar{b}]$ 为三参数区间灰数, 其中 $d'(\bar{a} - \bar{a})$ 表示实数 \bar{a} 与 \bar{a} 之间的距离, 则: 1) 当 $\tilde{a} > \tilde{b}$ 时, 有 $a(\otimes) > b(\otimes)$. 2) 当 $\tilde{a} = \tilde{b}$ 时, 若 $d'(\bar{a} - \bar{a}) - d'(\tilde{a} - \underline{a}) > d'(\bar{b} - \bar{b}) - d'(\tilde{b} - \underline{b})$, 则 $a(\otimes) > b(\otimes)$; 若 $d'(\bar{a} - \bar{a}) - d'(\tilde{a} - \underline{a}) = d'(\bar{b} - \bar{b}) - d'(\tilde{b} - \underline{b})$, 且 $d'(\bar{a} - \bar{a}) = d'(\bar{b} - \bar{b})$, 则 $a(\otimes) = b(\otimes)$; 若 $d'(\bar{a} - \bar{a}) - d'(\tilde{a} - \underline{a}) = d'(\bar{b} - \bar{b}) - d'(\tilde{b} - \underline{b})$, 且 $d'(\bar{a} - \bar{a}) < d'(\bar{b} - \bar{b})$, 则 $a(\otimes) > b(\otimes)$. 当 $a(\otimes)$ 和 $b(\otimes)$ 中任意一个退化为实数时, 此公式依然适用.

2 参照点的设置

2.1 外部参照点

针对灰数和模糊数混合的状况, 为了尽量减少加工数据对其造成的损失, 本文提出混合靶心模型, 即正负靶心中均包含灰数和模糊数. 这里 u_{ij} 表示第 i 个方案关于第 j 个属性的属性值.

定义 3 设 $u_j^+ = \max\{u_{ij}(\otimes) | 1 \leq i \leq n\}$, $j = 1, 2, \dots, p$, 其对应的属性值记为 $u_{ij}^+(\otimes)$, 即

$$u^+(\otimes) = \{u_1^+, u_2^+, \dots, u_p^+\} = \{u_{i_1}^+(\otimes), u_{i_2}^+(\otimes), \dots, u_{i_p}^+(\otimes)\} \quad (2)$$

为决策的最优效果向量, 称为正靶心.

定义 4 设 $u_j^- = \min\{u_{ij}(\otimes) | 1 \leq i \leq n\}$, $j =$

1, 2, \dots, p, 其对应的属性值记为 $u_{ij}^-(\otimes)$, 即

$$u^-(\otimes) = \{u_1^-, u_2^-, \dots, u_p^-\} = \{u_{i1}^-(\otimes), u_{i2}^-(\otimes), \dots, u_{ip}^-(\otimes)\} \quad (3)$$

为决策的最劣效果向量, 称为负靶心.

2.2 时间参照点

时间维度参照点的设置, 主要考虑利用均值与平均发展速度相结合的方式. 这是因为每个阶段的平均值可以很好地反映该阶段的平均水平, 而发展速度则反映动态变化对结果的影响.

定义5 设 $a(\otimes) = [\underline{a}, \tilde{a}, \bar{a}]$ 为三参数区间灰数, 记

$$a'(\otimes) = E(a(\otimes)) = \frac{1}{4}\underline{a} + \frac{1}{2}\tilde{a} + \frac{1}{4}\bar{a} = a(\otimes). \quad (4)$$

此定义将三参数区间灰数转化为一个实数, 当其退化为实数时, 此定义依然适用.

定义6 在第 t 阶段, 决策评价均值为 $\overline{u'_{jt}(\otimes)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u'_{ijt}(\otimes)$, $j = 1, 2, \dots, p$, 则方程

$$1 + \bar{f} + \bar{f}^2 + \dots + \bar{f}^{(h-1)} = \frac{\sum_{t=1}^h \overline{u'_{jt}(\otimes)}}{u'_{j1}(\otimes)} \quad (5)$$

的正根 \bar{f} 称为平均发展速度.

定义7 设 $s_{jt}(\otimes) = \overline{u'_{j1}(\otimes)} \times \overline{(f_j)^{(t-1)}}$, $j = 1, 2, \dots, p$, 称

$$s_t(\otimes) = \{s_{1t}(\otimes), s_{2t}(\otimes), \dots, s_{pt}(\otimes)\}, \quad t = 1, 2, \dots, h \quad (6)$$

为时间参照点.

2.3 两参照点融合

对于多个参照点的决策问题, 将每个参照点独立处理的模式能够更精准地评估结果^[8]. 因此, 设基于外部参照点的前景值为 V_1 , 基于时间参照点的前景值为 V_2 , 则综合前景值为

$$V = lV_1 + (1-l)V_2, \quad (7)$$

其中 l 表示决策者对外部参照点的偏好程度.

关于前景价值的计算, Kahneman 等指出, “价值函数” 和 “决策权重” 共同决定前景价值的大小^[1]. 前景价值函数表示为

$$V = \sum_{i=1}^n \pi(p_i)v(x_i). \quad (8)$$

其中: 权重函数表示为^[9]

$$\pi(p) = \frac{p^r}{(p^r + (1-p)^r)^{\frac{1}{r}}}. \quad (9)$$

价值函数表示为

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha, & x \geq 0; \\ -\theta(-x)^\beta, & x < 0. \end{cases} \quad (10)$$

对于上式中的各参数大小, 文献[10]通过大量实验得出 $\alpha = \beta = 0.88, \theta = 2.25$. 对于式(9), 面对收益时, $\gamma = 0.61$; 面对损失时, $\gamma = 0.69$.

3 基于两参照点的动态混合多属性群决策

3.1 专家权重调整

把专家个体决策结果和群决策结果分别看作一个个矢量序列, 考虑个体决策序列与群决策序列的夹角. 夹角越小, 说明该比较序列与参考序列相似度越高, 相应专家的权重越大. 不断调整专家权重, 当两次群决策结果之间的偏差很小时, 则认为决策结果趋于稳定一致.

Step 1: 在初始得到的规范化专家权重和属性权重的基础上, 计算专家个体决策结果和专家群决策结果.

1) 在第 t 阶段, 基于两参照点的专家个体决策关于各方案的得分为

$$x_{st}(i) = lV_1(i) + (1-l)V_2(i); \quad (11)$$

2) 在第 t 阶段, 基于两参照点的专家群决策关于各方案的得分为

$$x_{0t}(i) = \sum_{s=1}^k x_{st}(i)\mu_s. \quad (12)$$

Step 2: 将群决策结果视为参考序列 x_{0t} , 专家个体决策视为比较序列 x_{st} , $s = 1, 2, \dots, k$, 则

$$x_{0t} = (x_{0t}(1), x_{0t}(2), \dots, x_{0t}(n)), \quad (13)$$

$$x_{st} = (x_{st}(1), x_{st}(2), \dots, x_{st}(n)). \quad (14)$$

Step 3: 计算比较序列与参考序列之间的夹角大小, 具体计算公式如下:

$$\cos \varphi = \frac{\sum_{i=1}^n x_{st}(i)x_{0t}(i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{st}(i))^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{0t}(i))^2}}. \quad (15)$$

Step 4: 调整专家权重. 为了既体现群决策的智慧, 又照顾到每个专家的意愿, 将专家权重进行调整, 具体调节方向如下:

$$\mu'_s = \frac{\cos \langle x_s, x_0 \rangle}{\sum_{s=1}^k \cos \langle x_s, x_0 \rangle}. \quad (16)$$

Step 5: 计算 x_{0t} 与 x'_{0t} 之间的距离. 经上述步骤对专家权重的调整, 结合式(12)和更新后的 μ'_{0t} 值, 计算出新的群决策结果为

$$x'_{0t} = (x'_{0t}(1), x'_{0t}(2), \dots, x'_{0t}(n)). \quad (17)$$

设 $L(x_{0t}, x'_{0t})$ 为 x_{0t} 与 x'_{0t} 之间的距离, 定义

$$L(x_{0t}, x'_{0t}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{0t}(i) - x'_{0t}(i))^2}. \quad (18)$$

Step 6: 设定阈值 r , 比较 $L(x_{0t}, x'_{0t})$ 与 r 的大小.

1) 若 $L(x_{0t}, x'_{0t}) \leq r$, 则两次结果偏差很小, 结束调整, 并将 x'_{0t} 作为最终的群决策结果;

2) 若 $L(x_{0t}, x'_{0t}) > r$, 则令 $\mu_s = \mu'_s, x_{0t} = x'_{0t}$, 重复 Step 3 ~ Step 6, 直至 $L(x_{0t}, x'_{0t}) \leq r$ 结束循环.

3.2 时间权重的确定

1) 将 n 个方案的决策结果按照 h 个时间阶段顺序排列组成一个 $n \times h$ 的矩阵 I , 即

$$I = \begin{bmatrix} x_{01}(1) & x_{02}(1) & \dots & x_{0h}(1) \\ x_{01}(2) & x_{02}(2) & \dots & x_{0h}(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{01}(n) & x_{02}(n) & \dots & x_{0h}(n) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

2) 计算各阶段的熵值

$$e_t = -\frac{1}{\ln n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_{0t}(i)}{\sum_{i=1}^n x_{0t}(i)} \cdot \ln \frac{x_{0t}(i)}{\sum_{i=1}^n x_{0t}(i)} \right]. \quad (20)$$

3) 计算出各阶段权重

$$\lambda_t = \frac{1 - e_t}{h - \sum_{t=1}^h e_t}. \quad (21)$$

3.3 基于两参照点的动态混合多属性群决策步骤

综合以上各环节的处理过程, 得到基于两参照点的动态混合多属性群决策算法步骤如下.

Step 1: 根据属性值类型, 对各属性值进行规范化处理;

Step 2: 求在状态 θ_q 下, 专家 D_s 对备选方案 A_i 关于属性 C_j 的评价矩阵的正负靶心, 即外部参照点;

Step 3: 求在状态 θ_q 下, 专家 D_s 对备选方案 A_i 在各个阶段的时间参照点;

Step 4: 计算专家 D_s 关于各方案在外部参照点下的前景值 V_1 ;

Step 5: 计算专家 D_s 关于各方案在时间参照点下的前景值 V_2 ;

Step 6: 计算专家 D_s 关于各方案在两参照点下的前景值 V ;

Step 7: 根据式(11) ~ (18), 调整各专家权重;

Step 8: 根据式(20)和(21), 确定各阶段时间权重;

Step 9: 结合式 $X_i = \sum_{t=1}^h \lambda_t x'_{0t}(i)$, 计算各方案的前景值, 比较大小, 进而得出结论.

4 算例

下面以某投资银行选择项目为例. 设有3个项目 $A = \{A_1, A_2, A_3\}$, 该银行欲从中选择一个项目进行投资. 对项目的考核主要从3个方面 $C = \{C_1, C_2, C_3\}$ 考虑. 其中: C_1 表示收益率(单位: %/年), C_2 表示投资回报期(单位: 月), C_3 表示风险, 且 C_1 和 C_2 为定量属性, C_3 为定性属性. 本文对3个项目的未来3个阶段 $t = \{1, 2, 3\}$ 进行考评. 每个阶段有3种可能的自然状态 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, 它们出现的概率为 $\varphi = (0.3, 0.5, 0.2)^T$. 参与评估的专家组共3人 $D = \{D_1, D_2, D_3\}$, 关于属性 C_3 的语言变量及相应三角模糊数的转换关系如表1所示, 专家 D_1, D_2 和 D_3 在各阶段对各项目的评估值如表2 ~ 表4所示, 接下来应用本文介绍的算法来确定最佳投资项目.

Step 1: 将3张决策表中的数据进行规范化处理.

Step 2: 根据德菲尔法得到专家权重 $\mu = (0.280, 0.340, 0.380)$, 各属性权重为 $\omega = (0.254, 0.340, 0.406)$.

Step 3: 设 $l = 1/2, \alpha = 1/2, \beta = 1/4$, 本文取第1阶段对专家权重进行自适应调整, 得出比较序列 x_{st} 和参考序列 x_{0t} .

Step 4: 计算 x_{st} 与 x_{0t} 之间的夹角值. 这里设 $r = 0.0001$, 经3次调整, 得到 $L < 0.0001$, 此时的专家权重为 $\mu' = (0.332, 0.337, 0.331)$, 相应的群决策结果为 x'_{01} .

Step 5: 将最终调整的专家权重代入第2和第3阶段, 计算出相应的群决策结果值分别为 x'_{02} 和 x'_{03} .

Step 6: 根据式(20)和(21)得到的最终解为 $\lambda = (0.311, 0.080, 0.609)$.

Step 7: 得出3个方案最终结果为 $X = (-0.144, 0.007, -0.710)$. 因此, 项目2 \succ 项目1 \succ 项目3.

表1 属性 C_3 语言变量及对应的三角模糊数

语言变量	极低	很低	低	较低	中	较高	高	很高	极高
对应的三角模糊数	(0, 1, 2)	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	(3, 4, 5)	(4, 5, 6)	(5, 6, 7)	(6, 7, 8)	(7, 8, 9)	(8, 9, 10)

表 2 第1阶段各专家对项目的评估值

专家	项目	C_1			C_2			C_3		
		θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
D_1	A_1	[15, 17, 20]	[12, 13, 15]	[8, 9, 11]	[42, 45, 46]	[57, 60, 62]	[70, 72, 75]	低	较低	高
	A_2	[20, 22, 25]	[13, 15, 18]	[10, 13, 14]	[35, 38, 40]	[53, 55, 57]	[60, 62, 65]	较低	中	高
	A_3	[16, 20, 22]	[10, 12, 14]	[7, 9, 10]	[37, 40, 42]	[63, 65, 68]	[78, 80, 84]	低	较低	中
D_2	A_1	[17, 19, 22]	[13, 15, 16]	[10, 11, 13]	[45, 46, 48]	[59, 60, 63]	[71, 73, 75]	低	中	较高
	A_2	[21, 25, 26]	[13, 14, 16]	[12, 14, 15]	[37, 39, 41]	[55, 57, 59]	[63, 65, 66]	较低	中	高
	A_3	[16, 18, 22]	[12, 13, 15]	[8, 9, 10]	[38, 40, 43]	[64, 65, 67]	[79, 80, 83]	低	较低	中
D_3	A_1	[16, 17, 20]	[14, 16, 18]	[7, 9, 10]	[40, 43, 46]	[55, 56, 57]	[71, 72, 73]	较低	较低	较高
	A_2	[22, 23, 25]	[14, 15, 17]	[11, 13, 14]	[37, 38, 39]	[52, 53, 55]	[60, 61, 63]	低	中	高
	A_3	[15, 16, 19]	[9, 10, 13]	[7, 9, 10]	[38, 40, 41]	[64, 66, 67]	[77, 81, 82]	较低	较低	中

表 3 第2阶段各专家对项目的评估值

专家	项目	C_1			C_2			C_3		
		θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
D_1	A_1	[17, 19, 20]	[14, 15, 17]	[9, 11, 12]	[40, 42, 45]	[55, 57, 59]	[68, 70, 72]	低	较低	较高
	A_2	[21, 23, 25]	[13, 17, 19]	[11, 14, 15]	[33, 39, 40]	[55, 57, 58]	[61, 63, 65]	低	较低	中
	A_3	[15, 16, 18]	[9, 10, 12]	[6, 7, 9]	[37, 39, 40]	[61, 63, 65]	[75, 77, 78]	低	低	较低
D_2	A_1	[19, 22, 24]	[15, 16, 17]	[11, 13, 14]	[41, 43, 45]	[57, 59, 60]	[70, 71, 73]	低	较低	中
	A_2	[23, 25, 28]	[14, 16, 19]	[13, 15, 17]	[38, 39, 43]	[53, 54, 55]	[61, 63, 65]	低	较低	中
	A_3	[15, 16, 18]	[11, 12, 13]	[7, 9, 10]	[37, 38, 39]	[63, 64, 66]	[75, 77, 79]	低	较低	中
D_3	A_1	[17, 19, 20]	[15, 16, 19]	[8, 9, 12]	[38, 40, 42]	[53, 55, 56]	[70, 71, 72]	较低	中	较高
	A_2	[23, 25, 26]	[15, 16, 18]	[13, 14, 16]	[35, 37, 38]	[50, 51, 52]	[58, 60, 61]	低	较低	中
	A_3	[14, 15, 16]	[7, 8, 10]	[5, 7, 9]	[36, 37, 40]	[63, 64, 66]	[73, 74, 76]	较低	中	中

表 4 第3阶段各专家对项目的评估值

专家	项目	C_1			C_2			C_3		
		θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
D_1	A_1	[19, 20, 21]	[15, 17, 19]	[11, 12, 13]	[37, 38, 39]	[55, 56, 57]	[67, 68, 69]	低	低	较低
	A_2	[18, 19, 21]	[11, 13, 15]	[10, 11, 13]	[30, 31, 33]	[55, 57, 59]	[63, 64, 66]	较低	较低	中
	A_3	[13, 15, 16]	[8, 9, 10]	[5, 6, 7]	[35, 36, 37]	[61, 64, 66]	[76, 77, 79]	低	较低	中
D_2	A_1	[20, 22, 23]	[16, 18, 20]	[13, 15, 17]	[40, 41, 42]	[57, 60, 61]	[71, 73, 75]	低	低	较低
	A_2	[21, 23, 25]	[13, 14, 16]	[11, 13, 15]	[37, 39, 40]	[52, 53, 54]	[61, 64, 65]	较低	较低	中
	A_3	[15, 16, 18]	[10, 11, 12]	[7, 9, 10]	[37, 38, 39]	[64, 65, 66]	[77, 78, 79]	较低	中	较高
D_3	A_1	[17, 20, 21]	[12, 14, 16]	[5, 7, 9]	[38, 40, 41]	[55, 56, 57]	[68, 69, 70]	低	较低	中
	A_2	[21, 23, 25]	[13, 15, 16]	[11, 13, 14]	[33, 34, 35]	[51, 53, 55]	[59, 61, 63]	低	较低	较高
	A_3	[13, 14, 16]	[6, 7, 9]	[4, 5, 6]	[35, 36, 37]	[63, 64, 65]	[74, 75, 76]	低	低	较低

为了检验本文所提方法的合理性,现采用文献[3]中提出的基于前景理论的风险型混合多属性决策方法对本例进行求解.文献[3]提出的方法只能

解决静态的个体决策问题.因此,在本例的静态个体决策结果的求解阶段采用文献[3]中的方法,而在群决策以及动态过程的处理上依旧采用本文提出

的方法,最终得到的结果为 $X_1 = (-0.253, -0.022, -0.933)$. 因此,项目2 > 项目1 > 项目3. 可见,两种方法得到的项目优劣排序结果是相同的. 与此同时,本文提出的基于两个参照点的决策方法相较于文献[3]中的决策方法,主要进行了以下两方面的改进: 1) 在外部参照点的基础之上考虑了时间参照点; 2) 考虑了多属性决策的多个发展阶段. 这两方面的改进,一方面可以有效避免由于静态决策中某一属性值异常而导致的决策失误; 另一方面可以更加全面地考虑决策过程,考察备选项目的发展态势,从而作出更加科学的决策.

5 结论

实际决策中经常会遇到既有定性属性又有定量属性的不确定动态多属性群决策问题. 因此,将定量属性用灰数表示,定性属性用模糊数表示,同时考虑未来多阶段发展状况的群决策问题. 首先,本文针对灰数与模糊数混合的状况,提出了混合靶心模型;其次,采用外部参照点与时间参照点相结合的方式,既考虑了各项目之间的对比,又兼顾了各项目在发展过程中发展速度的差异;然后,对群决策中专家权重的调整算法作出改进,提出了通过考察两向量之间夹角的方法得出专家个体决策与群决策之间的相似度,相似度越高的专家其权重越大;最后,考虑决策问题的未来多个阶段,为在决策中作出长远打算提供可能的解决方案. 本文在动态混合多属性群决策问题上提出了新的解决思路,具有实际参考使用价值. 虽然将定性属性和定量属性分别用三参数区间灰数和三角模糊数区分进行表示,但后期处理时未将两者完全隔离开. 由于两者的不确定性来源不同,本文的处理方法较为粗略. 为避免定性属性和定量属性在统一过程中失去其本色,将两者从始至终完全隔离是下一步研究的重点.

参考文献(References)

[1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decisions under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263-291.

- [2] 裴凤. 基于参照点的区间数TOPSIS方法研究[D]. 合肥: 合肥工业大学管理学院, 2012.
(Pei F. Research on TOPSIS method with interval numbers based on the reference points[D]. Hefei: School of Management, Hefei University of Technology, 2012.)
- [3] 张晓, 樊治平. 基于前景理论的风险型混合多属性决策方法[J]. *系统工程学报*, 2012, 27(6): 772-781.
(Zhang X, Fan Z P. Method for risky hybrid multiple attribute decision making based on prospect theory[J]. *J of Systems Engineering*, 2012, 27(6): 772-781.)
- [4] 樊治平, 陈发动, 张晓. 基于累积前景理论的混合型多属性决策方法[J]. *系统工程学报*, 2012, 27(3): 295-301.
(Fan Z P, Chen F D, Zhang X. Method for hybrid multiple attribute decision making based on cumulative prospect theory[J]. *J of Systems Engineering*, 2012, 27(3): 295-301.)
- [5] 王霞, 党耀国. 三参数区间灰数信息下的动态多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(9): 1623-1629.
(Wang X, Dang Y G. Dynamic multi-attribute decision-making methods with three-parameter interval grey number[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(9): 1623-1629.)
- [6] 罗党, 李诗. 基于“离合”思想的混合型灰色多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(7): 1305-1310.
(Luo D, Li S. Hybrid grey multiple attribute decision-making method based on “clutch” thought[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(7): 1305-1310.)
- [7] 闫书丽, 刘思峰, 吴利丰. 一种基于前景理论的三参数区间灰数型群体灰靶决策方法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(1): 105-109.
(Yan S L, Liu S F, Wu L F. A group grey target decision making method with three parameter interval grey number based on prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(1): 105-109.)
- [8] Ordóñez L D, Connolly T, Coughlan R. Multiple reference points in satisfaction and fairness assessment.[J]. *J of Behavioral Decision Making*, 2000, 13(3): 329-344.
- [9] Wu G, Gonzalez R. Curvature of the probability weighting function[J]. *Management Science*, 1996, 42(12): 1676-1690.
- [10] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. *J of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297-323.

(责任编辑: 闫妍)