

# 基于神经网络的小型无人直升机非线性鲁棒控制设计

鲜 斌<sup>†</sup>, 张浩楠

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 针对小型无人直升机的姿态控制问题, 为补偿系统参数不确定性和外界扰动的影响, 设计一种连续的非线性鲁棒控制器. 首先, 利用神经网络在线估计系统不确定性, 采用基于误差符号函数积分的鲁棒控制算法抑制外界扰动, 同时补偿神经网络估计误差; 然后, 利用基于 Lyapunov 函数的分析方法, 证明所设计控制器的闭环稳定性, 确保无人直升机姿态误差的半全局渐近收敛; 最后, 在无人直升机飞行实验平台上, 进行无人抗风扰控制实验. 实验结果表明, 所提出的控制方法具有良好的控制效果, 对系统不确定性和外界扰动具有良好的鲁棒性.

**关键词:** 无人直升机; 神经网络; 鲁棒控制; 抗扰动; 渐近稳定

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Nonlinear robust control for a small unmanned helicopter based on neural network

XIAN Bin<sup>†</sup>, ZHANG Hao-nan

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** This paper presents an asymptotic tracking controller for a small-size unmanned helicopter using neural network(NN) and a continuous nonlinear robust control strategy called robust integral of the signum of the error(RISE). The NN in the control law approaches the uncertain parts of the helicopter's dynamics using online network weight tuning, while the NN approximation errors and the external disturbances are compensated by using the RISE approach. Semi-global asymptotic stability of the error signals and the boundedness of the closed-loop system signals are ensured via Lyapunov based stability analysis. Finally, real-time experiments are performed on a helicopter attitude control test-bed. The experimental results show that the proposed controller achieves a good performance and the closed loop systems obtain good robustness with respect to system uncertainties and external disturbances.

**Keywords:** unmanned helicopter; neural network; robust control; disturbance rejection; asymptotic stability

## 0 引言

近年来,随着传感器、通信、嵌入式信息等技术的进步,无人机各方面性能都得到了显著提高,并在军用和民用等领域得到了长足发展.相比于固定翼无人机,无人直升机具有操作简单、可低空飞行、可定点悬停、可垂直起降等诸多优点,得到了国内外研究人员广泛地关注.然而,由于小型无人直升机难以建立精确的系统模型,且具有非线性、欠驱动性、强耦合性、静不稳定性等特点,其控制器设计是国内外研究的热点及难点<sup>[1]</sup>.

目前,针对小型无人直升机系统的控制方法主要

包括线性控制、非线性控制和智能控制等多种设计方法.线性控制方法是目前常用的无人机控制方法,文献[2]基于简化的无人直升机线性模型设计了姿态跟踪控制器,通过仿真及飞行实验验证了控制器的有效性.但是,线性控制方法只能在平衡点附近使系统稳定,且其处理系统耦合和不确定性的能力有限,无法满足大范围飞行包线的需求<sup>[3-4]</sup>.

为了克服线性控制方法的上述不足,许多学者采用非线性控制方法实现无人直升机的大范围控制.针对系统存在参数不确定性,文献[5]采用反步法为无人直升机设计了飞行控制律,使用自适应方法对

收稿日期: 2017-03-28; 修回日期: 2017-07-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60804004, 90916004); 天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(14JCZDJC31900); 天津市科技支撑计划重点项目(15ZCZDZX00810); 天津市科技计划项目(14RCHZGX00862).

责任编辑: 张庆灵.

作者简介: 鲜斌(1975—),男,教授,博士生导师,从事非线性系统控制、无人机系统、实时控制系统及其应用等研究; 张浩楠(1993—),男,硕士生,从事无人直升机系统的非线性控制的研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn

系统未知参数进行在线估计,实现了直升机的姿态和高度控制.但是,非线性控制器的设计依赖于系统的数学模型,而由于无人直升机飞行动力学模型的复杂性,以及其在飞行过程中不可避免要受到外界干扰的影响,难以获得较为精确的动力学模型.

除上述两种方法外,智能控制方法也在无人直升机控制上得到了较多的应用.文献[6]利用模糊智能方法实现了小型无人直升机的飞行控制;文献[7]使用自适应神经网络算法对系统不确定部分进行估计,但是由于神经网络逼近误差及外界扰动的存在,采用该方法一般只能得到一致最终有界的结果.为了消除有界误差对系统的影响,可在神经网络控制的基础上引入鲁棒控制器(如滑模控制),但是此类不连续控制又会带来系统抖振的问题.

为了获得连续的控制策略,文献[8]提出了一种基于误差符号函数积分的鲁棒控制算法(RISE).该控制方法可有效抑制外界扰动和补偿有界误差(如神经网络近似误差),最终保证系统跟踪误差实现半全局渐近收敛<sup>[9]</sup>.文献[10]在RISE控制器中引入自适应增益,仿真结果表明了该控制方法的有效性.

综合已有的研究结果,为了弥补上述研究工作的不足,本文以RISE控制为基础,结合神经网络算法,提出一种连续的非线性鲁棒控制算法(简称NN-RISE),该方法能够有效地补偿建模不确定性和外部扰动对系统的影响.本文的创新性包括:1)利用无人直升机的横向周期变距、纵向周期变距以及尾桨总距作为真实控制输入量进行控制器设计,避免使用难以测量的挥舞角作为控制输入量,便于控制器的设计与实现;2)设计基于神经网络的系统不确定性补偿方法,对系统模型依赖性较低,减少了未建模动态和模型不确定参数对控制性能的影响;3)使用RISE连续鲁棒控制和自适应增益,提高控制律对外界扰动的鲁棒性,并降低了颤振的影响.

## 1 小型无人直升机动力学模型

小型无人直升机的姿态动力学模型<sup>[11]</sup>可以描述为

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + G(\eta) + d = S^{-T}(AD\delta + B). \quad (1)$$

其中:  $M(\eta) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为惯性矩阵,  $C(\eta, \dot{\eta}) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为科氏力矩阵,  $G(\eta) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为重力力矩向量,  $d(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为未知扰动,  $S(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为角速度变换矩阵,  $A \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 、 $B \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为与旋翼动力学相关的矩阵,  $D \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为与旋翼挥舞角动力学相关的矩阵;  $\eta(t) = [\phi(t), \theta(t), \psi(t)]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为姿态角向量,  $\phi(t)$

为滚转角,  $\theta(t)$  为俯仰角,  $\psi(t)$  为偏航角;  $\delta = [\delta_{\text{lat}}, \delta_{\text{lon}}, \delta_{\text{ped}}]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为控制输入,  $\delta_{\text{lat}}$  为横向周期变距,  $\delta_{\text{lon}}$  为纵向周期变距,  $\delta_{\text{ped}}$  为尾桨总距. 式(1)中角速度变换矩阵  $S(t)$  定义为

$$S(t) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2)$$

该拉格朗日动力学模型具有如下性质<sup>[11]</sup>,可以辅助后续控制律设计和稳定性分析.

**性质1** 惯性矩阵  $M(\eta)$  为正定对称矩阵,满足

$$m_1 \|\xi\|^2 \leq \xi^T M(\eta) \xi \leq m_2 \|\xi\|^2, \forall \xi \in \mathbf{R}^3. \quad (3)$$

其中:  $m_1, m_2 \in \mathbf{R}^+$  为正常数,  $\|\cdot\|$  表示欧几里得范数.

**性质2** 科氏力矩阵  $C(\eta, \dot{\eta})$  和重力力矩向量  $G(\eta)$  满足

$$\|C(\eta, \dot{\eta})\| \leq \zeta_c \|\dot{\eta}\|, \|G(\eta)\| \leq \zeta_g, \quad (4)$$

其中  $\zeta_c, \zeta_g \in \mathbf{R}^+$  为正常数.

**性质3** 惯性矩阵  $M(\eta)$  和科氏力矩阵  $C(\eta, \dot{\eta})$  有

$$\xi^T \left( \frac{1}{2} \dot{M}(\eta) - C(\eta, \dot{\eta}) \right) \xi = 0, \forall \xi \in \mathbf{R}^3. \quad (5)$$

## 2 控制器设计

考虑到实际环境中存在干扰,本文作如下假设:

**假设1** 未知扰动  $d(t)$  连续可导,且满足  $d(t)$ 、 $\dot{d}(t)$  及  $\ddot{d}(t)$  有界.

本文的控制目标是:设计控制输入  $\delta(t)$ ,使无人机姿态角向量  $\eta(t)$  跟踪目标轨迹  $\eta_d = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d]^T \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ ,并确保闭环信号均有界.这里目标轨迹  $\eta_d(t)$  及其各阶导数项  $\dot{\eta}_d(t)$ 、 $\ddot{\eta}_d(t)$  和  $\ddot{\eta}_d(t)$  均存在且有界.

### 2.1 开环误差系统构建

定义系统姿态跟踪误差  $r_1 \in \mathbf{R}^3$ 、其滤波误差  $r_2 \in \mathbf{R}^3$  和  $r_3 \in \mathbf{R}^3$  为如下形式:

$$\begin{cases} r_1 = \eta_d - \eta, \\ r_2 = \dot{r}_1 + \lambda r_1, \\ r_3 = \dot{r}_2 + \alpha r_2. \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}^T \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$  和  $\alpha = \text{diag}\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}^T \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$  为正常数阵.

对  $r_3(t)$  求一阶时间导数,并代入式(1),可得滤波误差的开环动态方程为

$$M(\eta)\dot{r}_3 = -\frac{1}{2}\dot{M}(\eta)r_3 - r_2 - (\dot{\Omega}\delta) + \dot{d} -$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} \dot{M}(\eta) - (\lambda + \alpha)M(\eta) + C(\eta, \dot{\eta}) \right] r_3 + \\ & [(\lambda + \alpha)\dot{M}(\eta) - (\lambda^2 + \lambda\alpha + \alpha^2)M(\eta) + \\ & \alpha C(\eta, \dot{\eta}) + 1]r_2 - (\lambda^2 \dot{M}(\eta) - \\ & \lambda^3 M(\eta) + \lambda^2 C(\eta, \dot{\eta}))r_1 + M(\eta)\ddot{\eta}_d + \\ & \dot{M}(\eta)\dot{\eta}_d + \dot{C}(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \dot{G}(\eta), \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\Omega(t) = S^{-T}AD$  为不确定项. 由式(2)可知  $S(t)$  有界, 则  $\Omega(t)$  有界. 将  $\Omega(t)$  拆为如下两部分<sup>[12]</sup>:

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega_\Delta. \quad (8)$$

其中:  $\Omega_0$  为  $\Omega(t)$  的最佳估计,  $\Omega_\Delta \in \mathcal{L}_\infty$  为  $\Omega(t)$  的剩余不确定部分. 将式(8)代入(7)中, 可得

$$M(\eta)\dot{r}_3 = -\frac{1}{2}\dot{M}(\eta)r_3 - r_2 - \Omega_0\dot{\delta} + \tilde{N} + N(x) + \dot{\delta}. \quad (9)$$

其中: 辅助函数  $\tilde{N} \in \mathbf{R}^3$  定义为

$$\begin{aligned} \tilde{N} = & - \left( \frac{1}{2} \dot{M}(\eta) - (\lambda + \alpha)M(\eta) + C(\eta, \dot{\eta}) \right) r_3; \end{aligned} \quad (10)$$

辅助函数  $N(x) \in \mathbf{R}^3$  定义为

$$\begin{aligned} N(x) = & [(\lambda + \alpha)\dot{M}(\eta) - (\lambda^2 + \lambda\alpha + \alpha^2)M(\eta) + \\ & \alpha C(\eta, \dot{\eta}) + 1]r_2 - (\lambda^2 \dot{M}(\eta) - \lambda^3 M(\eta) + \\ & \lambda^2 C(\eta, \dot{\eta}))r_1 + M(\eta)\ddot{\eta}_d + \dot{M}(\eta)\dot{\eta}_d + \\ & \dot{C}(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \dot{G}(\eta) - (\dot{\Omega}_\Delta\delta), \end{aligned} \quad (11)$$

$x = [\eta^T, \dot{\eta}^T, r_1^T, r_2^T, \delta^T]^T \in \mathbf{R}^{15}$ . 由性质1和性质2可知  $\tilde{N}(t)$  有界, 运用微分中值定理<sup>[8]</sup>, 可得

$$\|\tilde{N}(t)\| \leq \rho(\|r\|)\|r\|. \quad (12)$$

其中: 有界函数  $\rho(\|r\|)$  是可逆非递减函数,  $r = [r_1^T, r_2^T, r_3^T]^T \in \mathbf{R}^9$ .

### 2.2 神经网络近似

函数  $N(x)$  中的  $M(\eta)$ 、 $C(\eta, \dot{\eta})$  和  $G(\eta)$  均未知, 本文使用神经网络算法来估计系统不确定部分  $N(x)$ , 为

$$N(x) = W^T \sigma(V^T x) + \varepsilon(x). \quad (13)$$

其中:  $V \in \mathbf{R}^{15 \times N_n}$  和  $W \in \mathbf{R}^{N_n \times 3}$  为隐含层和输出层理想权重, 有  $\|V\| \leq V_M$ ,  $\|W\| \leq W_M$ ;  $\sigma(\cdot) \in \mathbf{R}^{N_n}$  为激励函数;  $\varepsilon(x) \in \mathbf{R}^3$  为神经网络逼近误差, 有  $\|\varepsilon(x)\| \leq \varepsilon_M$ . 为匹配系统输入输出量, 设置输入层节点数为15, 隐含层节点数为  $N_n$ , 输出层节点数为3. 将式(13)代入(9)中, 可得

$$\begin{aligned} M(\eta)\dot{r}_3 = & -\frac{1}{2}\dot{M}(\eta)r_3 - r_2 - \Omega_0\dot{\delta} + \tilde{N} + \\ & W^T \sigma(V^T x) + \varepsilon(x) + \dot{\delta}. \end{aligned} \quad (14)$$

基于式(13), 设计神经网络  $\hat{N}(x)$  来估计系统不确定函数  $N(x)$ , 表示为

$$\hat{N}(x) = \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T x). \quad (15)$$

其中:  $\hat{V} \in \mathbf{R}^{15 \times N_n}$  和  $\hat{W} \in \mathbf{R}^{N_n \times 3}$  表示对理想权重  $V$  和  $W$  的估计, 估计误差  $\tilde{V} \in \mathbf{R}^{15 \times N_n}$  和  $\tilde{W} \in \mathbf{R}^{N_n \times 3}$  为

$$\begin{cases} \tilde{V} = V - \hat{V}, \\ \tilde{W} = W - \hat{W}. \end{cases} \quad (16)$$

定义  $z = V^T x$ , 本文选取激励函数  $\sigma(\cdot)$  为正弦双曲函数, 则激励函数输出向量  $\sigma(z)$  为

$$\sigma(z) = [\tanh(z_1), \dots, \tanh(z_{N_n})]^T, \quad (17)$$

隐含层输出误差  $\tilde{\sigma}(z) \in \mathbf{R}^{N_n}$  定义为

$$\tilde{\sigma} = \sigma - \hat{\sigma} = \sigma(V^T x) - \sigma(\hat{V}^T x). \quad (18)$$

对激励函数输出  $\sigma(V^T x)$  进行泰勒展开, 可得

$$\sigma(V^T x) = \sigma(\hat{V}^T x) + \hat{\sigma}'(\hat{V}^T x)\tilde{V}^T x + O^2(\tilde{V}^T x). \quad (19)$$

定义  $\hat{\sigma}' = \frac{\partial \sigma(z)}{\partial z} \Big|_{z=\hat{z}}$ , 引入二阶项  $O^2(z)$ , 将式(18)变为

$$\tilde{\sigma} = \hat{\sigma}'(\hat{V}^T x)\tilde{V}^T x + O^2(\tilde{V}^T x), \quad (20)$$

其中二阶项  $O^2(z)$  有界<sup>[7]</sup>.

### 2.3 控制律设计

设计控制输入  $\delta(t)$  为

$$\begin{aligned} \delta(t) = & \Omega_0^{-1} \left( (K_s + I_3)r_2(t) - (K_s + I_3)r_2(0) + \int_0^t [(K_s + I_3)\alpha r_2(\tau) + \Gamma(\tau)\text{sgn}(r_2(\tau)) + \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T x)] d\tau \right), \end{aligned} \quad (21)$$

其中:  $K_s = \text{diag}\{[K_{s1}, K_{s2}, K_{s3}]^T\} \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$  为增益阵,  $\Gamma(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为变增益阵,  $I_3 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为单位阵,  $\text{sgn}(\cdot)$  为标准符号函数.

设计式(15)中  $\hat{W}$  和  $\hat{V}$  的更新律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{W}} = \Lambda(\alpha\hat{\sigma}r_2^T - \alpha\hat{\sigma}'\hat{V}^T x r_2^T - k_\omega \|r_2\| \hat{W}), \\ \dot{\hat{V}} = \Delta(\alpha x r_2^T \hat{W} \hat{\sigma}' - k_\omega \|r_2\| \hat{V}). \end{cases} \quad (22)$$

其中:  $\Lambda \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$ ,  $\Delta \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$  为正定矩阵,  $k_\omega \in \mathbf{R}_+$  为正常数. 设计自适应变增益阵  $\Gamma(t)$  为

$$\Gamma(t) = \Gamma_{\Delta}(t) + \Gamma_0, \quad (23)$$

其中:  $\Gamma_{\Delta}(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为  $\Gamma(t)$  的时变部分,  $\Gamma_0 \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$  为  $\Gamma(t)$  的正常数阵部分. 设计  $\Gamma_{\Delta}(t)$  及其关于时间的一阶导数为

$$\begin{cases} \Gamma_{\Delta}(t) = |r_2(t)| - |r_2(0)| + \alpha \int_0^t |r_2(\tau)| d\tau, \\ \dot{\Gamma}_{\Delta}(t) = r_3 \text{sgn}(r_2). \end{cases} \quad (24)$$

将式(21)代入(14)中,联立式(16)和(18),得到姿态系统闭环方程为

$$\begin{aligned} M(\eta)\dot{r}_3 = & -\frac{1}{2}\dot{M}(\eta)r_3 - r_2 + \tilde{W}^T \hat{\sigma} - \\ & \tilde{W}^T \hat{\sigma}' \hat{V}^T x + \hat{W}^T \hat{\sigma}' \tilde{V}^T x - \\ & (K_s + I_3)r_3 - \Gamma \text{sgn}(r_2) + \tilde{N} + N^*, \end{aligned} \quad (25)$$

其中辅助函数  $N^*(t)$  定义为

$$N^* = \tilde{W}^T \hat{\sigma}' \hat{V}^T x + W^T O^2(\tilde{V}^T x) + \varepsilon(x) + \dot{d}. \quad (26)$$

根据二阶项  $O^2(z)$  有界和假设1,可知  $N^*(t)$  有界,有  $\|N^*(t)\| \in \mathcal{L}_{\infty}$  和  $\|\dot{N}^*(t)\| \in \mathcal{L}_{\infty}$ .

### 3 稳定性分析

为方便分析,引入下列引理,其证明参见文献[8,10].

**引理1** 定义辅助函数  $L(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为

$$L = r_3^T (N^* - \Gamma_d \text{sgn}(r_2)) + D_m r_2^T \text{sgn}(r_2). \quad (27)$$

其中:  $\Gamma_d = \text{diag}\{\Gamma_{d1}, \Gamma_{d2}, \Gamma_{d3}\}^T \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$  为正常数阵,  $D_m = \frac{k_{\omega} V_M^2}{4} + \frac{k_{\omega} W_M^2}{4} \in \mathbf{R}_+$  为正常数. 若选择合适的  $\alpha$  和  $\Gamma_d$ , 并满足

$$\Gamma_{di} > \|N^*(t)\|_{\mathcal{L}_{\infty}} + \frac{1}{\alpha} \|\dot{N}^*(t)\|_{\mathcal{L}_{\infty}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

则有下式成立:

$$\int_0^t L(\tau) d\tau < \zeta_b. \quad (28)$$

其中  $\zeta_b = \|\Gamma_d\| |r_2(0)| - r_2(0) N^*(0) \in \mathbf{R}^+$ . 使用自适应增益  $\Gamma$  来估计  $\Gamma_d$ , 近似误差为  $\tilde{\Gamma} = \Gamma - \Gamma_d$ .

**引理2** 考虑系统

$$\dot{\xi} = f(\xi, t),$$

其中  $f: \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^m$ , 该系统存在实数解. 定义区域

$$\mathbf{D} = \{\xi \in \mathbf{R}^m \mid \|\xi\| < \iota\}, \quad \iota \in \mathbf{R}^+. \quad (29)$$

令  $V: \mathbf{D} \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^m$  连续可微, 且满足

$$\begin{cases} W_1(\xi) \leq V(\xi, t) \leq W_2(\xi), \\ \dot{V}(\xi, t) \leq -W(\xi). \end{cases} \quad (30)$$

其中:  $\forall t \geq 0, \forall \xi \in \mathbf{D}$ ,  $W_1(\xi)$  和  $W_2(\xi)$  为连续正定函数,  $W(\xi)$  为一致连续半正定函数. 若式(29)成立, 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(\xi) = 0, \quad (31)$$

其中域  $\mathbf{S}$  定义为

$$\mathbf{S} = \{\xi \in \mathbf{D} \mid W_2(\xi) \leq \varrho\}, \quad \varrho \leq \min_{\|\xi\|=\iota} W_1(\xi),$$

$\varrho \in \mathbf{R}^+$  是正常数.

**定理1** 对于开环系统(7), 若控制增益  $\alpha_i > \frac{1}{2}$ ,  $\lambda_i > \frac{1}{2}$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $\Gamma_0$  为正常数阵, 且控制增益  $K_s$  足够大, 则式(21)设计的控制器输入能够使姿态角跟踪误差  $r_1(t)$  实现半全局渐近收敛, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_1(t) = 0. \quad (32)$$

**证明** 为方便后文分析, 此处定义辅助函数

$$P(t) = \zeta_b - \int_0^t L(\tau) d\tau \geq 0,$$

$$Q = \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \tilde{W}) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{V}^T \Delta^{-1} \tilde{V}) \geq 0,$$

其中  $\text{tr}(\cdot)$  为矩阵的迹.

选取 Lyapunov 候选函数  $V(y, t)$  为

$$\begin{aligned} V(y, t) = & \frac{1}{2} r_1^T r_1 + \frac{1}{2} r_2^T r_2 + \frac{1}{2} r_3^T M(\eta) r_3 + \\ & P + Q + \frac{1}{2} \tilde{\Gamma}^2, \end{aligned} \quad (33)$$

其中  $y = [r^T, \sqrt{P}, \sqrt{Q}, \tilde{\Gamma}]^T$ . 对式(32)进行变换, 得

$$U_1(y) \leq V(y, t) \leq U_2(y). \quad (34)$$

其中

$$\begin{aligned} U_1(y) &= v_1 \|y\|^2, \\ U_2(y) &= v_2 \|y\|^2, \\ v_1 &= \frac{1}{2} \min\{1, m_1\}, \\ v_2 &= \frac{1}{2} \max\{m_2, 1\}. \end{aligned}$$

对式(32)求导, 联立式(22)、(24)和(25), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -r_1^T \lambda r_1 + r_1^T r_2 - r_2^T \alpha r_2 - r_3^T r_3 - r_3^T K_s r_3 - \\ & k_{\omega} \|r_2\| \text{tr}(\tilde{W}^T \tilde{W}) - k_{\omega} \|r_2\| \text{tr}(\tilde{W}^T W) - \\ & k_{\omega} \|r_2\| \text{tr}(\tilde{V}^T \tilde{V}) - k_{\omega} \|r_2\| \text{tr}(\tilde{V}^T V) - \\ & D_m r_2^T \text{sgn}(r_2) - \Gamma r_3^T \text{sgn}(r_2) + \\ & \Gamma_d r_3^T \text{sgn}(r_2) + \tilde{\Gamma} r_3^T \text{sgn}(r_2), \end{aligned} \quad (35)$$

将  $r_1^T r_2 \leq \frac{1}{2}(r_1^T r_1 + r_2^T r_2)$  代入式(34), 可得

$$\dot{V} \leq \left( \lambda^* - \frac{\rho^2 \|r\|}{4k^*} \right) \|r\|^2. \quad (36)$$

其中

$$\lambda_{\min}\{\lambda\} > \frac{1}{2},$$

$$\lambda_{\min}\{\alpha\} > \frac{1}{2},$$

$$\lambda^* = \min\left\{ \lambda_{\min}\{\lambda\} - \frac{1}{2}, \lambda_{\min}\{\alpha\} - \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\},$$

$$k^* = \min\{K_{si}\} \in \mathbf{R}^+, i = 1, 2, 3.$$

当参数  $k^*$  满足如下条件:

$$k^* > \frac{1}{4\lambda^*} \rho^2 \|r\| \text{ or } \|r\| < \rho^{-1}(2\sqrt{\lambda^* k^*}), \quad (37)$$

由式(35)可得

$$\dot{V} \leq -U(y), \quad (38)$$

其中  $U(y) = \gamma \|r\|^2$ , 为定义域  $D = \{y \in \mathbf{R}^{3 \times 1} \mid \|y\| < \rho^{-1}(2\sqrt{\lambda^* k^*})\}$  中的连续正定函数.

由式(33)可知,  $V(y, t) \in \mathcal{L}_\infty$ ; 由式(6)可知,  $r_1, r_2, r_3 \in \mathcal{L}_\infty$ ;  $\eta_d(t), \dot{\eta}_d(t)$  和  $\ddot{\eta}_d(t)$  有界, 因此  $\eta(t), \dot{\eta}(t), \ddot{\eta}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ; 由式(21)可知,  $\delta(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ; 由性质1和性质2可知,  $M(\eta), C(\eta, \dot{\eta}), G(\eta) \in \mathcal{L}_\infty$ , 即闭环系统所有信号均有界; 根据  $U(y)$  的定义, 可知  $\dot{U}(y) \in \mathcal{L}_\infty$ , 则有  $U(y)$  一致连续. 定义区域  $S \subset D$  为

$$S = \{y \in D \mid \|y\| < v_1(\rho^{-1}(2\sqrt{\lambda^* k^*}))^2\}, \quad (39)$$

由引理2可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_1(t) = 0, y(0) \in S. \quad (40)$$

当控制增益  $K_s$  足够大时, 式(38)吸引域可以包含更多的初始状态, 得到半全局渐近收敛的结果, 有

$$\|y(0)\| < \sqrt{\frac{v_1}{v_2 \|y(0)\|}} \rho^{-1}(2\sqrt{\lambda^* k^*}), \quad (41)$$

进一步变换为

$$k^* > \frac{1}{4\lambda^*} \rho^2 \left( \sqrt{\frac{v_2 \|y(0)\|}{v_1}} \|y(0)\| \right). \quad (42)$$

证明成立.  $\square$

### 4 实验验证

为了验证上述控制律的有效性, 采用本研究组研发的无人直升机飞行平台进行实时镇定抗扰实验, 实验平台详情参见文献[3]. 抗风扰飞行实验过程约140s, 0~20s手动控制无人机姿态稳定, 20~45s无人机按照参考轨迹镇定飞行, 45~140s加入定向风扰, 风扰持续到实验结束.

采用本文提出的控制器, 期望轨迹设定为  $\eta_d = [0 \ 0 \ 0]^T$ , 实验结果如图1所示. 无人机在切换为自动飞行后, 姿态角在5s内达到平衡. 加入阵风扰动后, 姿态角迅速达到平衡状态, 且滚转角控制精度在  $\pm 2.5^\circ$  以内, 俯仰角初始加风波动为  $2.5^\circ$ , 稳定后控制精度为  $\pm 2^\circ$  以内, 偏航角精度在  $\pm 1.5^\circ$  以内, 实验结果说明控制器具有较好的鲁棒性.

为了对比本文所提出算法的有效性, 在同样的实验条件下, 使用LQR控制器进行对比飞行实验, 实验结果如图2所示.

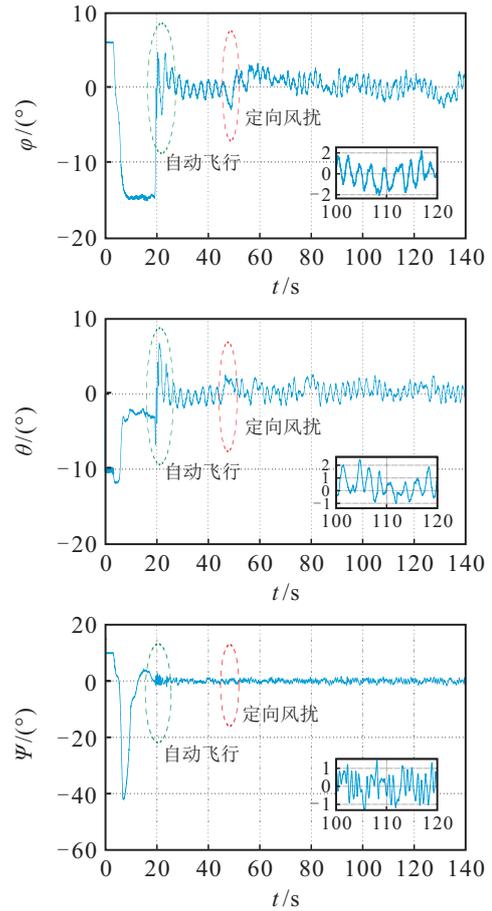


图1 NN-RISE控制实验: 姿态角变化曲线

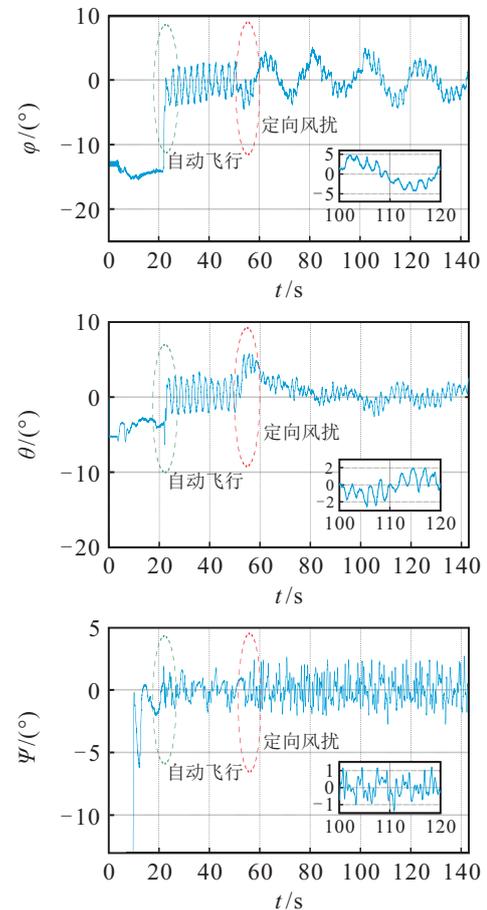


图2 LQR控制实验: 姿态角变化曲线

两次抗风扰实验误差数据如表1所示. 由表1可知, NN-RISE算法显著提高了抗风扰飞行过程的控制精度, 相比于LQR控制, 姿态控制误差降低了40%以上. 对比姿态角实验图1和图2可知, LQR控制器鲁棒性较弱, 受到扰动时姿态角波动幅度较大, 控制效果相比于本文提出的控制器较差.

表1 抗风扰实验误差数据分析

|             |                 | NN-RISE控制器 | LQR控制器 |
|-------------|-----------------|------------|--------|
| $\phi(t)$   | 最大误差/ $^\circ$  | 2.4844     | 5.0000 |
|             | 均方根误差/ $^\circ$ | 1.0320     | 2.1500 |
| $\theta(t)$ | 最大误差/ $^\circ$  | 2.5469     | 5.7500 |
|             | 均方根误差/ $^\circ$ | 0.9333     | 1.5486 |
| $\psi(t)$   | 最大误差/ $^\circ$  | 1.4609     | 2.6719 |
|             | 均方根误差/ $^\circ$ | 0.5723     | 0.9275 |

## 5 结论

本文针对小型无人直升机飞行姿态控制问题, 设计了基于RISE反馈和神经网络的非线性鲁棒控制器. 利用神经网络估计系统不确定性, 采用RISE控制算法抑制外界扰动, 同时补偿神经网络估计误差. 基于Lyapunov分析方法对闭环系统的稳定性进行了理论分析和证明, 并通过实验进一步证实了本文所设计控制器的有效性. 实验结果表明, 本文所提出的控制算法能够有效处理外界扰动和系统不确定性带来的影响, 并取得良好的姿态控制效果.

### 参考文献(References)

- [1] 盛守照, 王道波, 姜斌, 等. 新型无人直升机纵横向无姿态反馈自适应控制[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1215-1219.  
(Sheng S Z, Wang D B, Jiang B, et al. Longitudinal and lateral adaptive control without attitude feedback for a new prototype unmanned helicopter[J]. Control and Decision, 2010, 25(8): 1215-1219.)
- [2] Liu H, Lu G, Zhong Y. Robust LQR attitude control of a 3-DOF laboratory helicopter for aggressive maneuvers[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2013, 60(10): 4627-4636.
- [3] 姜鑫燃, 鲜斌. 小型无人直升机浸入——不变集自适应控制[J]. 控制理论与应用. 2015, 32(10): 1378-1383.  
(Jiang X R, Xian B. Immersion and invariance adaptive control for a miniature unmanned helicopter[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1378-1383.)
- [4] 周洪波, 裴海龙, 贺跃帮, 等. 基于滤波反步法的无人直升机轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 613-617.  
(Zhou H B, Pei H L, He Y B, et al. Trajectory tracking control of unmanned helicopter via filtering backstepping[J]. Control and Decision, 2012, 27(4): 613-617.)
- [5] 孙秀云, 方勇纯, 孙宁. 小型无人直升机的姿态与高度自适应反步控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 111-118.  
(Sun X Y, Fang Y C, Sun N. Backstepping-based adaptive attitude and height control of a small-scale unmanned helicopter[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(3): 111-118.)
- [6] Limnaios G, Tsourveloudis N. Fuzzy logic controller for a mini coaxial indoor helicopter[J]. J of Intelligent and Robotic Systems, 2012, 65(1): 187-201.
- [7] Lewis F L, Yesildirak A, Jagannathan S. Neural network control of robot manipulators and nonlinear systems[M]. London: Taylor and Francis, 1999: 196-204.
- [8] Xian B, Dawson D M, Queiroz M S, et al. A continuous asymptotic tracking control strategy for uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 49(7): 1206-1211.
- [9] Patre P M, Mackunis W, Kaiser K, et al. Asymptotic tracking for uncertain dynamic systems via a multilayer NN feedforward and RISE feedback control structure[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(9): 2180-2185.
- [10] Yang Q M, Jagannathan S, Sun Y X. Robust integral of neural network and error sign control of MIMO nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(12): 3278-3286.
- [11] Cai G, Chen B M, Tong H L. Unmanned rotorcraft systems[M]. London: Springer, 2011: 32-40.
- [12] Tran T T, Ge S S, He W. Adaptive control for an uncertain robotic manipulator with input saturations[J]. Control Theory and Applications, 2016, 14(2): 113-121.

(责任编辑: 齐 霖)