

行驶时间和服务时间随机的集配货一体的 分批配送车辆路径优化

石建力^{1,2†}, 张 锦²

(1. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 成都 610031;

2. 西南交通大学 综合交通运输智能化国家地方联合工程实验室, 成都 610031)

摘要: 将铁路物流中心集配货路径问题抽象为行驶时间和服务时间随机的集送货一体的分批配送车辆路径问题进行优化. 根据问题特点建立带修正的随机规划模型, 对迭代局部搜索算法进行改进, 设计允许分批配送的初始解构造算法、局部搜索算法和扰动机制. 算例测试证实: 分批配送在中等规模和大规模算例中能发挥较好的作用, 大部分中等规模和大规模算例都比不允许分批配送时所得到的解更优, 部分中等规模和大规模算例车辆数有所减少; 配送点数随着算例规模的扩大而增加, 但是配送点数占顾客点数的比例却逐步降低; 随机因素随机性增加将导致目标函数增大, 对分批配送点数的影响不大.

关键词: 行驶时间和服务时间随机; 分批配送车辆路径问题; 改进的迭代局部搜索

中图分类号: F270; F224.3; C931

文献标志码: A

Optimization on simultaneous pick-up and delivery vehicle routing problem with split delivery and stochastic travel and service time

SHI Jian-li^{1,2†}, ZHANG Jin²

(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: The pick-up and dispatch routing problem in the railway logistics center is considered as the vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and stochastic travel and service time. A stochastic programming model with recourse is formulated. An improved iterated local search algorithm is designed, in which the split delivery is considered for the construction algorithm, local operators and perturbation mechanism. Three classes of instances, which are named small scale instances, medium scale instances and large scale instances, are tested. Better solutions are obtained because of the split delivery in most of the medium scale instances and large scale instances, where there are reductions for both the cost and the vehicles used in the optimum solution. The ratio of the delivery customers to the customers decreases as the scale of the instances grows, even through there are more split customers in the larger scale problem. With the level of stochastic factors getting high, the value of the objective grows, but the number of split customers are not affected.

Keywords: stochastic travel and service time; split delivery vehicle routing problem; improved iterated local search

0 引言

自2013年铁路货运组织改革开始, 铁路物流部门便提出打造面向全程的物流服务, 从以前的“站到站”发展到现在的“门到门”服务. “门到门”两端的“门到站”、“站到门”运输必须由公路完成, 解决这两段问题的核心是将车辆进行合理调度, 合理分配

运力, 科学安排车辆行驶线路, 此类问题即为车辆路径问题.

铁路物流中心各个顾客点同时具有配货需求和集货需求, 铁路物流中心同时具有集货和配货功能, 本文将铁路物流配送和集货路径问题抽象为同时取送货的车辆路径问题 (Vehicle routing problem with

收稿日期: 2017-03-23; 修回日期: 2017-08-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(41501123); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2682016CX058).

责任编委: 梁樑.

作者简介: 石建力(1985—), 男, 博士生, 从事物流系统优化的研究; 张锦(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事物流系统优化及铁路物流优化、流线组织优化、物流大数据技术及应用等研究.

†通讯作者. E-mail: shjl20043528@163.com

simultaneous pickup and delivery, VRPSPD) 进行研究. 卜雷等^[1]根据铁路行包配送的特点, 将行包配送问题抽象为车辆具有行驶距离限制的同时取送货的车辆路径问题, 从而建立混合整数规划模型, 并根据问题特点设计改进的禁忌搜索算法对问题进行优化, 得到了较好的结果.

在实际的配送运作中, 由于道路信号控制、交通管制以及交通拥堵、天气、交通意外、道路修补、车辆维修等因素造成的行驶时间不确定等对车辆路径优化有很大影响^[2]. 同时, Archetti 等^[3-4]的研究证实, 在 VRP 中考虑允许分批配送能节约总行驶距离和使用车辆数. 本文考虑更接近现实情况的问题, 在 VRPSPD 基础上考虑分批配送、行驶时间和服务时间随机等现实因素, 建立带修正的随机规划模型, 并根据问题特点设计改进的迭代局部搜索算法进行求解, 以优化铁路物流中心集配货路径, 提升铁路货运最后一公里服务水平.

VRPSPD 是由 Min^[5]首次提出的, 随后的研究大都在此基础上对 VRPSPD 进行拓展, 主要包括带时间窗的 VRPSPD^[6-11]、随机 VRPSPD^[12-15]、最大行驶距离或行驶时间限制的 VRPSPD^[16-17]、多车场的 VRPSPD^[18-19]、装载约束的 VRPSPD^[20-21]、非齐次车辆 VRPSPD^[22]等. 由于问题较为复杂, VRPSPD 求解算法主要集中在启发式算法上, 主要包括禁忌搜索算法^[23]、局部迭代搜索算法^[24]、自适应大邻域搜索算法^[9, 25]、粒子群算法^[26]、遗传算法^[18, 27]、蚁群算法^[16, 28-30]、模拟退火算法^[7]、分散搜索算法^[15]、差分进化算法^[13]及各类混合启发式算法^[20-22, 25, 31-33]等.

在随机 VRPSPD 方面, Zhang 等^[12, 15]构建了同时取送货的随机行驶时间车辆路径问题的机会约束模型, 并设计了改进的分散搜索算法进行求解. Zhang 等^[29]构建了带时间窗的、时变 VRPSPD 混合整数规划模型, 并设计了蚁群算法和禁忌搜索算法相结合的混合启发式算法进行求解. 马明帅^[14]考虑模糊时间窗和时间依赖行驶时间的 VRPSPD, 建立了多目标混合整数规划模型, 并设计了遗传算法与禁忌搜索算法相结合的启发式算法进行求解. Berhan 等^[13]考虑客车接送人员问题, 将其抽象为随机需求(每次停靠上下车辆的人员数不定)的 VRPSPD, 建立了混合整数规划模型, 并设计差分进化算法进行求解.

在允许分批配送的 VRPSPD 方面, 作者尚未发现直接相关的研究成果, 只发现部分研究关注了取货与配送货可分开服务的车辆路径问题(VRP with divisible delivery and pickup, VRPDDP). Mitra 等^[31]首

次考虑了分批配送 VRPDDP, 允许顾客点之间交换货物, 从而建立混合整数规划模型, 并分别设计并行聚类算法进行求解. Novak 等^[34-35]研究了分批配送 VRPDDP, 不允许顾客点之间交换货物, 从而设计局部搜索算法进行求解, 研究分批配送对问题的影响, 证实了在车辆载货量刚刚超过车容量一半时由于分批配送而产生的节约量最大. Hennig 等^[36]将原油配送抽象为 VRPDDP, 取货和送货均允许分批服务, 从而建立路径流模型, 并设计了局部搜索算法进行求解. Chen 等^[37]将时装零售和烟草零售配送问题抽象为 VRPDDP, 考虑允许分批配送的情形, 从而建立混合整数规划模型, 并设计了贪婪搜索算法与变邻域搜索算法相结合的算法进行求解.

本文研究的问题较为复杂, 而迭代局部搜索算法(ILS)具有简单、易实现、高效、稳定等特点, 在车辆路径问题求解中表现较好, 为此, 本文考虑使用迭代局部搜索算法进行求解. Subramanian^[24]设计了改进的 ILS 求解带行驶时间限制的 VRPDDP, 经测试, 大部分算例得到了比现有结果更优的结果. Morais 等^[38]设计了改进的 ILS 求解带越库的分批配送车辆路径问题, 并得到了较好的结果. Palhazi 等^[39]设计了改进的 ILS 求解考虑回程带货的 VRP, 经测试, 大部分算例得到了比其他算法更优的解. Li 等^[19]设计与大邻域搜索相结合的 ILS 算法求解多车场 VRPSPD, 得到了较好的结果. Silva 等^[40]设计了多起始点的 ILS 求解分批配送 VRP, 算法使用奇异扰动策略, 在随机变邻域搜索算法中嵌入 10 类不同的邻域进行求解, 经测试, 对于大部分算例, ILS 能在较短的时间内找到最优解或提高当前最优解.

本文首先根据问题特点建立带修正的随机规划模型; 然后设计迭代局部搜索算法, 采用随机变邻域搜索的局部搜索策略, 改进局部搜索算子以适应分批配送; 最后将所提出的方法在 VRPSPD 经典算例上进行测试, 并对结果进行分析.

1 问题描述及模型建立

1.1 问题描述

问题定义在如下无向图上:

$$G = (V, A).$$

其中: $V = \{0, 1, \dots, n\}$ 为节点集合, 包括铁路物流中心和各个顾客点, 代表铁路物流中心; $C = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示 n 个不同的顾客点, 每个顾客点同时具有送货需求 $d_i (d_i > 0)$ 和取货需求 $p_i (p_i > 0)$; 每个顾客点的送货需求和取货需求均小于车容量; 顾客点之间不存在货物交换. $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ 为边集

合, 每条边上行驶时间 $t_{ij} (t_{ij} > 0)$ 为相互独立的随机变量, 均值为对应边的行驶费用 c_{ij} . 车辆集合为 $K = \{1, 2, \dots, m\}$, 所有车容量均相同, 为 Q ; 每辆车只从铁路物流中心出发并返回铁路物流中心一次. 第 k 辆车对顾客点 i 的服务时间 $s_{ik}^d (s_{ik}^d \geq 0)$ 、 $s_{ik}^p (s_{ik}^p \geq 0)$ 是随机变量. 允许分批配送和分批取货, 每个顾客点需要配送的货物和需要取的货物只要有利于节省费用, 都能被不同的车辆服务. 因此, 每个需求点都有可能被多辆车服务, 配送和取货必须同时发生; 不允许配送量完全得到服务而集货量无法满足的情况. 但是, 本文中假定每辆车只对单个需求点服务一次, 不重复对同一需求点进行重复服务.

所有节点均带有时间窗 $[e_i, l_i]$, 其中 e_i, l_i 分别代表对需求点 i 开始服务的最早时刻和结束服务的最晚时刻; $[e_0, l_0]$ 代表车辆离开铁路物流中心的 earliest 时刻和返回铁路物流中心的 latest 时刻. 时间窗为软时间窗, 允许车辆在时间窗外开始服务, 但会产生额外的惩罚费用.

1.2 模型建立

本文以最小化综合费用为目标函数, 根据问题特点建立带修正的随机规划模型.

符号说明:

n_k 表示车辆 k 服务的顾客点数量;

q_{ijk} 表示车辆 k 访问完顾客点 i 后访问顾客点 j 之前的负载量;

$E_{jk}(R)$ 表示解 R 中车辆 k 在顾客点 j 的期望提前时间;

$D_{jk}(R)$ 表示解 R 中车辆 k 在顾客点 j 的期望延迟时间;

c_f 为固定费率, 表示使用一辆车的固定费用;

c_t 表示期望行驶时间费率;

c_e 表示早于时间窗服务的单位时间惩罚费率;

c_d 表示晚于时间窗服务的单位时间惩罚费率.

决策变量包括 3 组:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{车辆 } k \text{ 直接从需求点 } i \text{ 行驶到} \\ & \text{需求点 } j; \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

y_{ik} 为车辆 k 对顾客点 i 配送的量.

z_{ik} 为车辆 k 在顾客点 i 的取货量.

随机规划模型如下:

$$\min c_f \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{0jk} + c_t \cdot \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m c_{ij} x_{ijk} + c_d \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m D_{jk}(R) + c_e \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m E_{jk}(R).$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n x_{0jk} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0k} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{2}$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ipk} - \sum_{j=0}^n x_{pjk} = 0, \quad p = 0, 1, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{3}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, \quad \forall k \in K; \tag{4}$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = d_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^m z_{ik} = p_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \tag{6}$$

$$q_{ijk} - y_{jk} + z_{jk} \leq Q, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n_k; \tag{7}$$

$$0 \leq q_{ijk} \leq Q, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n; \tag{8}$$

$$y_{ik} \leq d_i \sum_{j=0}^n x_{ijk}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{9}$$

$$z_{ik} \leq p_i \sum_{j=0}^n x_{ijk}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{10}$$

$$y_{ik} \in N, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{11}$$

$$z_{ik} \in N, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m; \tag{12}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m. \tag{13}$$

目标函数包括 4 部分, 即车辆使用费用、行驶时间费用、延迟服务惩罚费用和提前服务惩罚费用. 式 (1) 和 (2) 表示每辆车都从铁路物流中心出发并最终返回铁路物流中心, 并且每辆车只从铁路物流中心出发一次, 即每辆车只进行一次配送服务. 式 (3) 表示每个顾客点的出度与入度是相同的, 每个顾客点上的服务车辆必须在服务结束后离开顾客点; 同时, 由于允许分批配送, 每个顾客点的出度和入度有可能大于 1, 即此顾客点的服务需求由不同的车辆共同完成. 式 (4) 为子路径消减约束, 去除所有不满足条件的子路径. 式 (5) 和 (6) 表示所有顾客点的配送需求和取货需求都被完全满足; 注意, 此处对配送需求服务的车辆集不完全与对取货需求服务的车辆集相同, 但必

有相同车辆,原因在于对顾客点进行配送服务的车辆肯定能取走一部分货,反之则不对.式(7)和(8)表示,任一车辆在任一需求点都要满足车容量限制,车辆在每个顾客点服务时都必须注意车容量限制.式(9)和(10)表示任一车辆对其路径上的任一顾客点的配送服务和取货服务的量都不超过其需求量.式(11)~(13)为决策变量取值范围,其中每辆车对任一顾客点的配送量和取货量都是整数.

1.3 服务时间性质

被分批的顾客点的配送服务时间分别为

$$\alpha_{i1} \cdot s_{ik_1}^d, \alpha_{i2} \cdot s_{ik_2}^d, \dots, \alpha_{il_i} \cdot s_{ik_{l_i}}^d.$$

其中: k_1, k_2, \dots, k_{l_i} 表示对顾客点 i 进行服务的车辆,顾客点 i 的配送需求被 l_i 辆车服务,注意,此处的所有车辆都在对顾客点 i 进行配送服务的同时进行取货服务; $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{il_i}$ 分别表示顾客点 i 被车辆 k_1, k_2, \dots, k_{l_i} 服务的配送量.由正态分布的可乘性,各车辆对顾客点 i 的配送需求服务时间的均值和方差分别为

$$\begin{aligned} & \alpha_{i1} \cdot \mu_{ik_1}^d, \alpha_{i2} \cdot \mu_{ik_2}^d, \dots, \alpha_{il_i} \cdot \mu_{ik_{l_i}}^d; \\ & \alpha_{i1}^2 \cdot \sigma_{ik_1}^d, \alpha_{i2}^2 \cdot \sigma_{ik_2}^d, \dots, \alpha_{il_i}^2 \cdot \sigma_{ik_{l_i}}^d. \end{aligned}$$

相似地,取货服务被分批的顾客点取货服务时间为

$$\beta_{j1} \cdot s_{jk'_1}^p, \beta_{j2} \cdot s_{jk'_2}^p, \dots, \beta_{je_j} \cdot s_{jk'_{e_j}}^p.$$

其中: $k'_1, k'_2, \dots, k'_{e_j}$ 表示对顾客点 j 进行服务的车辆,顾客点 j 的配送需求被 e_j 辆车服务,注意,进行取货服务的车辆不一定进行配送服务,如果 $i = j$,则 $k_1, k_2, \dots, k_{l_i} \subseteq \{k'_1, k'_2, \dots, k'_{e_j}\}$; $\beta_{j1}, \beta_{j2}, \dots, \beta_{je_j}$ 分别表示顾客点 j 被车辆 $k'_1, k'_2, \dots, k'_{e_j}$ 服务的取货量.同样,由正态分布的可乘性,各车辆对顾客点 i 的配送需求服务时间的均值和方差分别为

$$\begin{aligned} & \beta_{j1} \cdot \mu_{jk'_1}^p, \beta_{j2} \cdot \mu_{jk'_2}^p, \dots, \beta_{je_j} \cdot \mu_{jk'_{e_j}}^p; \\ & \beta_{j1}^2 \cdot \sigma_{jk'_1}^p, \beta_{j2}^2 \cdot \sigma_{jk'_2}^p, \dots, \beta_{je_j}^2 \cdot \sigma_{jk'_{e_j}}^p. \end{aligned}$$

1.4 到达时刻性质

令 T_{ij} 表示车辆经过弧 (i, j) 从需求点 i 到需求点 j 所需时间,则车辆 k 到达需求点 j 的时间 a_{jk} 为直到需求点 j 所有边的行驶时间、需求点 j 之前的所有需求点的服务时间之和,即

$$a_{jk} = \sum_{(l,m) \in A_{jk}} T_{lm} + \sum_{i \in C_{jk}} \alpha_{ik} \cdot s_{ik}^d + \sum_{i \in C_{jk}} \beta_{ik} \cdot s_{ik}^p.$$

其中: A_{jk} 表示车辆 k 经过的直到需求点 j 的所有边; C_{jk} 表示车辆 k 到需求点 j 之前的所有需求点; α_{ik}, β_{ik} 为车辆 k 对 C_{jk} 中需求点的配送比例和取货比

$$\text{例, } \alpha_{ik} = \frac{y_{ik}}{d_i}, \beta_{ik} = \frac{z_{ik}}{p_i}.$$

根据正态分布的可加性,到达时间 a_{jk} 也服从正态分布,其均值和方差分别为

$$\begin{aligned} \mu_{jk} &= \sum_{(l,m) \in A_{jk}} \mu_{lm} + \alpha_{ik} \cdot \sum_{i \in C_{jk}} \mu_{ik}^d + \beta_{ik} \cdot \sum_{i \in C_{jk}} \mu_{ik}^p, \\ \sigma_{jk}^2 &= \sum_{(l,m) \in A_{jk}} \sigma_{lm}^2 + \alpha_{ik}^2 \cdot \sum_{i \in C_{jk}} \sigma_{ik}^{d^2} + \beta_{ik}^2 \cdot \sum_{i \in C_{jk}} \sigma_{ik}^{p^2}. \end{aligned}$$

其中: μ_{lm} 和 σ_{lm}^2 分别为车辆 k 在每条边上的行驶时间的均值和方差; μ_{ik}^d 和 μ_{ik}^p 分别表示车辆 k 对顾客点 i 的配送量和取货量的均值; $\sigma_{ik}^{d^2}$ 和 $\sigma_{ik}^{p^2}$ 分别表示车辆 k 对顾客点 i 的配送量和取货量的方差.

1.5 目标函数计算

本文中假定行驶时间、服务时间、等待时间均服从正态分布,它们的概率密度函数和分布函数分别为

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \\ F(\delta) &= P(t \leq \delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\delta} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} dz. \end{aligned}$$

其中: $t \geq 0, \delta \geq 0$.

期望提前时间可根据以下过程计算得到:

$$\begin{aligned} E_{jk}(R) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \cdot \int_{-\infty}^{e'_j} (e'_j - t) e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt = \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \cdot e'_j \cdot \int_{-\infty}^{e'_j} e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt - \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \cdot \int_{-\infty}^{e'_j} t \cdot e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt = \\ & e'_j \cdot \text{Prob}(x \leq e'_j) - \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \cdot \int_{-\infty}^{e'_j} t \cdot e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt = \\ & e'_j \cdot \left(1 - \Phi\left(\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}}\right)\right) - \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \int_{-\infty}^{e'_j} t \cdot e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt. \end{aligned}$$

上式中 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \int_{-\infty}^{e'_j} t \cdot e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt$ 的计算如下:

$$\text{令 } x = \frac{t - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}}, \text{ 则 } t = \sigma_{jk}x + \mu_{jk}, \text{ 有}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \int_{-\infty}^{e'_j} t \cdot e^{-\frac{(t-\mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}} dt = \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \int_{-\infty}^{\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}}} (\sigma_{jk}x + \mu_{jk}) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}}} x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx + \\ & \frac{\mu_{jk}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{jk}} \int_{-\infty}^{\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(-e^{-\frac{x^2}{2}} \Big|_{-\infty}^{\frac{e'_j \mu_{jk}}{\sigma_{jk}}} \right) + \frac{\mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \Phi \left(\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) = \frac{\mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \Phi \left(\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) - \frac{e^{-\frac{(e'_j - \mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

所以

$$E_{jk}(R) = e'_j \cdot \Phi \left(\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) + \frac{\mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \Phi \left(\frac{e'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) - \frac{e^{-\frac{(e'_j - \mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

同理, 期望延迟时间为

$$D_{jk}(R) = \mu_{jk} - l'_j \cdot \left(1 - \Phi \left(\frac{l'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) \right) - \frac{\mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \Phi \left(\frac{l'_j - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) + \frac{e^{-\frac{(l'_j - \mu_{jk})^2}{2\sigma_{jk}^2}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

2 求解算法

本文使用局部迭代搜索算法对问题进行求解. ILS使用给定的优化机制在解集子空间上进行搜索, 通过对局部最优解集进行有偏抽样而避免在整个解空间上搜索. ILS结构简单、效率高, 在车辆路径优化等多类组合优化问题中表现较好^[41].

ILS是一个模块化的算法, 局部搜索和扰动是ILS算法的核心. 局部搜索用于对初始解进行迭代优化, 对每个被选中的局部搜索起点解执行 I_{ILS} 次局部搜索, 以控制算法搜索的深度; 而扰动则是ILS算法中的多样化机制, 用于产生多样化的解作为局部搜索的起点, 产生的起点数共 I_{max} 个, 以控制算法搜索的广度. 搜索深度与广度由解接受准则通过选择局部搜索的起点解来平衡. 通过局部搜索得到的优化解, 若优于当前最优解, 则使用此优化解替换当前最优解, 作为新的最优解. 问题的解即为以这 I_{max} 个起点解进行局部搜索优化得到的最优解.

结合问题特点, 本文设计适用于分批配送的初始解构造算法、局部搜索算子和扰动算子.

2.1 初始解构造算法

本文使用改进的贪婪插入算法生成初始解. 首先确定需要使用的车辆数, 假设所有车辆出发时刻为0. 从顾客点集合中随机选取一个顾客点 e , 假设某辆车从此顾客点出发开始服务. 下面计算将顾客点集合中每个顾客点插入到所有路径(包括空路径)的插入费用, 将插入费用最低的顾客点插入到对应的路径中, 若插入空路径为最低, 则随机选取一条空路径插入, 直到所有顾客点都被插入到已存在的路径中.

所有的插入都不能违背车容量限制. 因本文允

许分批配送, 故存在某顾客点的需求由不同的车辆进行服务. 当某车辆无法完全满足其需求量时, 则将车容量耗尽, 以尽量满足其需求. 将此顾客点以及剩余未被服务的需求量和集货量视为剩余顾客点中的一个顾客点. 若某顾客点配送需求量可完全由某车辆服务, 而集货需求量无法完全服务, 则此车辆不对此顾客点进行服务.

2.2 局部搜索

Penna等^[42]已经证实, 在ILS中使用随机变邻域搜索算法(randomized variable neighborhood descent, RVND)作为局部搜索算法能得到较好的解, 因此本文使用RVND作为局部搜索算子. 由于本文允许分批配送, 将分别使用两类不同的局部搜索算子: 不产生分批的局部搜索算子, 即经典的VRP局部搜索算子; 产生分批的局部搜索算子. 所有的局部搜索算子都不能违背问题所有的限制条件.

2.2.1 VRP局部搜索算子

本类共包含5个不同的局部搜索算子.

1-0转移: 将某路径 r_1 中的顾客点 u_i 转移到路径 r_2 中; r_2 中所有插入点之前的车容量增加 $y_{u_i r_1}$, 插入点之后的车容量增加 $z_{u_i r_1}$, 在插入之后的车容量满足车容量约束时执行转移.

2-0转移: 将某路径 r_1 中的两个相连接的需求点 u_i, u_j 转移到路径 r_2 中; 与1-0转移类似, r_2 中所有插入点之前的车容量增加 $y_{u_i r_1} + y_{u_{i+1} r_1}$, 插入点之后的车容量增加 $z_{u_i r_1} + z_{u_{i+1} r_1}$; 在插入之后的车容量满足车容量约束时执行转移.

1-1交换: 将某路径 r_1 上的顾客点 u_i 与另一路径 r_2 上的顾客点 u_j 进行交换. 两条路径在交换后都要考虑两种情况, 以路径 r_1 为例, 若顾客点 u_j 插入到顾客点 u_i 原位置之前, 则 u_j 插入点之前车容量增加 $\max\{0, y_{u_j r_2} - y_{u_i r_1}\}$, u_j 插入点到 u_i 原位置之前的车容量增加 $\max\{0, z_{u_j r_2} - y_{u_i r_1}\}$, u_i 原位置之后的车容量增加 $\max\{0, z_{u_j r_2} - z_{u_i r_1}\}$; 同理, 可得到顾客点 u_j 插入到顾客点 u_i 原位置之后的车容量. 两条路径的车容量都满足车容量约束时执行交换.

另外, 考虑2-1交换和2-2交换, 车容量和到达时间的变化情况与1-1交换类似, 可同理计算得到.

2.2.2 产生分批的局部搜索算子

Dror等^[43]得到了确定性SDVRP的性质: 如果SDVRP存在可行解, 且距离满足三角不等式, 则在该问题优化的任意两条路线中最多只会存在一个相同的顾客点. 因此, 本文在求解过程中假定任意两条路径中最多有一个相同的需求点(此时必定是被分

割的需求点),以降低解空间规模,提高搜索效率.

本文共包含4个不同的算子,分别如下:

1-1 交换*:对于某路径 r_1 上的顾客点 u_i 与另一路径 r_2 上的顾客点 u_j 进行交换,考虑两种情况:1)若 $y_{u_i r_1} > y_{u_j r_2}$ 、 $z_{u_i r_1} > z_{u_j r_2}$ 且 $y_{u_j r_2} \leq z_{u_j r_2}$,则将 u_j 插入到路径 r_1 上的顾客点 u_i 之后,而 u_i 的一部分配送量 $y_{u_j r_2}$ 和取货量 $z_{u_j r_2}$ 分别移到路径 r_2 上的原顾客点 u_j 处, u_j 移动到路径 r_1 上 u_i 之后; u_i 在路径 r_1 上剩余配送量和集货量分别为 $y_{u_i r_1} - y_{u_j r_2}$ 和 $z_{u_i r_1} - z_{u_j r_2}$.2)若 $y_{u_i r_1} < y_{u_j r_2}$ 、 $z_{u_i r_1} < z_{u_j r_2}$ 且 $y_{u_i r_1} \leq z_{u_i r_1}$,则反之.其他情况不允许交换.

由于各个顾客点都同时带有配送和取货需求,车辆在每个顾客点都有车容量和取货量的限制,与一般的允许分批时交换不同,必须同时考虑两种约束.车辆在每个需求点不可能都将车容量控制在相同的水平,因此本文中的交换可在不违背车容量约束的前提下改变车辆总容量.此时,本文首先考虑配送约束,然后考虑取货约束,因为配送一般在取货之前,相对而言配送量约束是刚性的,而取货量约束是可以随着配货量的改变而改变的.

2-1 交换*:是对2-1交换的拓展,与1-1交换*的思想相同,将某路径 r_1 上两个相连接的顾客点 u_i 、 u_j 与另一路径 r_2 上顾客点 u_k 进行交换,与1-1交换*中相同,考虑两种不同的情况:1) $y_{u_i r_1} + y_{u_j r_1} > y_{u_k r_2}$ 且 $z_{u_i r_1} + z_{u_j r_1} > z_{u_k r_2}$;2) $y_{u_i r_1} + y_{u_j r_1} < y_{u_k r_2}$ 且 $z_{u_i r_1} + z_{u_j r_1} < z_{u_k r_2}$.可采用与1-1交换*中处理两种情况相同的方法进行处理.

路径添加:若某顾客点出现在至少两条路径上,则将此顾客点从所有包含它的路径上删除,并形成此顾客点及所有路径一分为二的路径片段,重新组合成多个不同的路径.

k -分割:若某顾客点出现在至少两条路径上,则将此顾客点从所有包含它的路径上删除,并重新将此顾客点插入到与之连接的路径上.此时采用 k -分割插入算法,算法如下:首先确定与之相连接的路径,接着将此顾客点插入到增加期望费用最少的路径上,配送量和取货量都尽量大;然后依次插入到期望费用最小的可插入路径上.若不存在可插入路径,则构建新的路径.

2.2.3 出发时刻调整

由局部搜索算法得到的解都是从时刻0由铁路物流中心出发得到的.本文使用后验优化算法将每辆车从铁路物流中心出发的时间依次向后推移15 min进行测试,直到路径综合费用无法进一步降低

为止.

2.3 扰动机制

本文采用一种简单的机制对局部最优解进行扰动,称作多 k -分割.首先选取 N_p 个顾客点,然后采用 k -分割插入将所有选出的基本单元插入到不同的区域中.此机制虽然简单,但考虑了允许分割的情况,根据Silva等^[40]的研究,此机制比不考虑分割情况的算法效果好.

3 算例分析

3.1 算例生成

Wang等^[6]根据Solomon^[44]VRPTW经典算例,构建65个VRPSPDTW算例,其中包含9个小规模算例(顾客点数分别为10、25和50的算例各3个);56个中等规模算例(顾客点数为100),包括R1类算例12个、C1类算例9个、RC1类算例8个、R2类算例11个、C2类算例8个和RC2类算例8个.Wang等^[7]在此基础上根据Gehring等^[45]算例集构建了30个大规模算例,R1类、C1类、RC1类、R2类、C2类和RC2类算例各5个,顾客点数量分别为200、400、600、800和1000.

算例中每个顾客点都要增加取货量,顾客点 i 的取货量 p_i 根据配送量得到, $p_i = (r_i + 0.5) \times d_i$,其中 r_i 为区间 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数.各节点之间的行驶时间均值等于行驶距离,方差为1;配送服务时间和取货服务时间均值都等于确定性问题的服务时间,方差为20.

参考Tas等^[46]模型目标函数中各类费用系数的取值,令 c_f 、 c_t 、 c_e 、 c_d 分别取值为100、1、0.1、1.

3.2 参数选取

本文算法取决于3个参数,分别是重新启动数 I_{\max} 、迭代次数 I_{ILS} 和扰动机制中选择的顾客点数量 N_p .Silva等^[40]已对这几个参数进行了测试,并证实 N_p 取 $[5, 7]$ 、 I_{\max} 取10、 I_{ILS} 取 $\min\{K_{\min} \times n, 5000\}$ 时能得到较好的结果.由于本文算例规模跨度较大,这里考虑分别针对不同规模的算例,对不同规模的算例取用不同的参数组合,以提高计算效率,提升求解效果.

对于小规模算例和中等规模算例,本文采用与Silva等^[40]相同的参数,这里主要对大规模算例进行详细测试.

首先对扰动机制中选择的顾客点数量 N_p 进行测试.由于算例规模较大,将重新启动数 I_{\max} 、迭代次数 I_{ILS} 预设较大值,分别为 $I_{\max} = 40$ 、 $I_{\text{ILS}} = 20000$.考虑算例规模,本文针对更大的 N_p 值进行测试,分别为8、9、10、11、12、13、14、15.对每个大

规模算例进行测试,并对所有的结果求平均值进行分析,结果如图1所示.

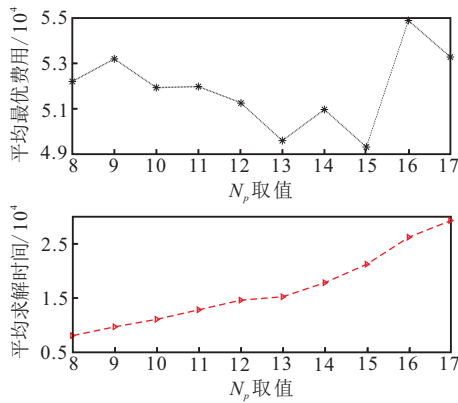


图1 N_p 值测试结果

如图1所示:从平均最优费用看,当 $N_p = 12, 13, 14, 15$ 时,平均费用较低,特别是 $N_p = 12$ 和 15 时;从平均求解时间看,随着 N_p 不断增加,求解时间不断增加;综合考虑平均最优费用和平均求解时间,本文在大规模算例测试时 N_p 取区间 $[12, 15]$.在求解过程中, N_p 的值在区间 $[12, 15]$ 中随机获得.

接下来同时对重新启动数 I_{max} 和迭代次数 I_{ILS} 进行测试.同样考虑问题规模较大, I_{max} 的数值分别为30、40、50和60; I_{ILS} 则与文献[40]相似,测试3个不同的函数,分别为 $K_{min} \times n, 30 \times (K_{min} + n)$ 以及 $\min\{K_{min} \times n, 20000\}$,并分别记为 N_1, N_2, N_3 ,其中 K_{min} 表示问题所有最小车辆数, n 为顾客点数量.同样对大规模算例测试的平均值进行分析,结果如图2所示.

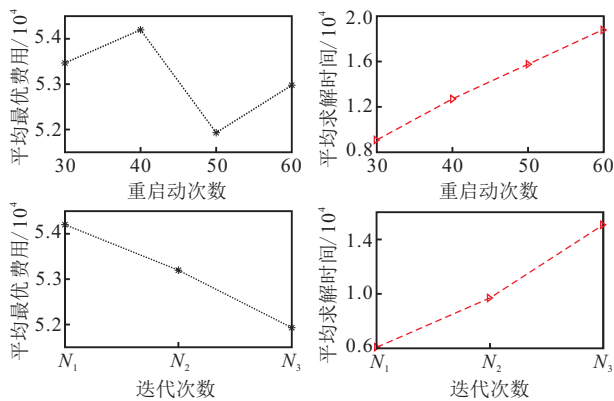


图2 重新启动数 I_{max} 和迭代次数 I_{ILS} 测试结果

从图2可以看出,综合考虑平均最优费用和平均求解时间, I_{max} 取50和 I_{ILS} 取 $\min\{K_{min} \times n, 20000\}$ 时较优.

3.3 结果分析

为方便表示,将所有算例分别重新命名,9个小规模算例分别命名为src1 ~ src9. 56个中等规模算例分别命名为mr11 ~ mr112、mc11 ~ mc19、

mrc11 ~ mrc18、mr21 ~ mr211、mc21 ~ mc28、mrc21 ~ mrc28,分别对应为文献[6]中的R1类、C1类、RC1类、R2类、C2类、RC2类规模为100的算例. 30个大规模算例分别命名为lr11 ~ lr15、lc11 ~ lc15、lrc11 ~ lrc15、lr21 ~ lr25、lc21 ~ lc25、lrc21 ~ lrc25,分别对应文献[7]中的R1类、C1类、RC1类、R2类、C2类、RC2类大规模算例.

3.3.1 分批配送对结果的影响

由于未发现可以直接比较的结果,本文将算例结果与不允许分批的结果进行比较.将每个算例分为允许分批和不允许分批两种情况分别重复计算5次,据此对最优值和平均值、最优解中车辆数与平均车辆数、配送点数、平均求解时间等进行对比分析.

1) 小规模算例.

小规模算例中,规模为9和规模为25的算例分批配送对结果并无影响,而对于规模为50的算例,分批配送产生了较好的效果,分别比不允许分批的情况降低5.9%和1.5%,如图3所示.

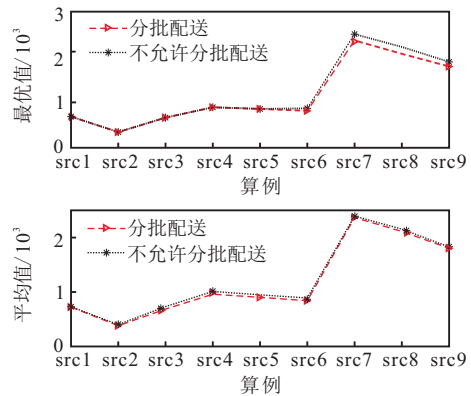


图3 小规模算例最优值和平均值对比

虽然分批配送对规模为9和25的算例最优值并无影响,但仍有部分最优解产生分批配送的情况;而规模为50的算例需求点被分割配送的情况较明显,平均有3.3个需求点被分割,平均分割比例达6.6%,如图4所示.

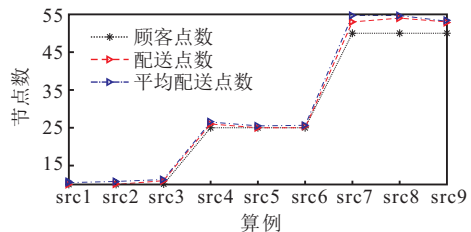


图4 允许分批配送时最优解配送点数和平均配送点数

小规模算例中分批配送在部分算例中能降低车辆使用数,特别是规模为50的算例;而平均车辆数规模为10和规模为25的算例车辆节约不明显,同样规模为50的算例平均车辆数节约较明显,如图5所示.

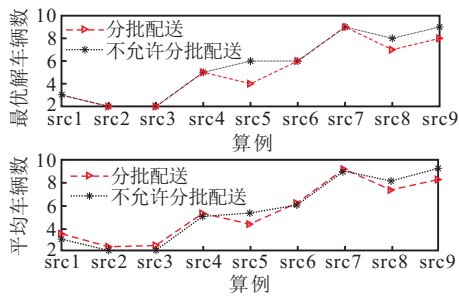


图5 小规模算例最优解中车辆数和平均车辆数对比

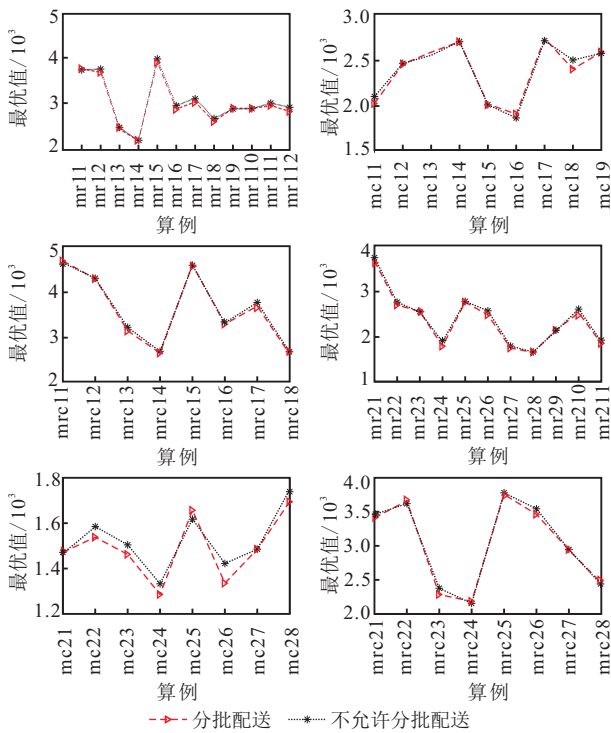


图6 中等规模各类算例最优值比较

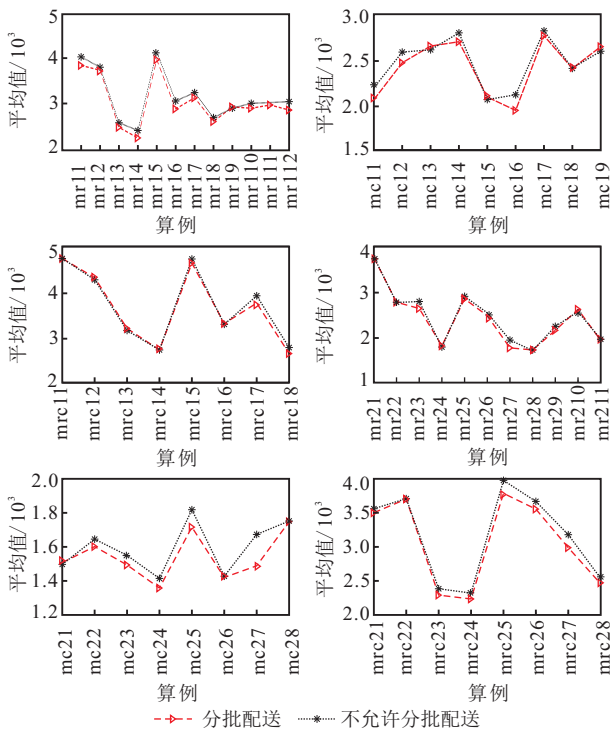


图7 中等规模各类算例平均值比较

小规模算例中,平均求解时间相差不大,特别是规模为10和规模为25的算例;对于规模为50的算例,平均求解时间比不允许分配时高,平均高6.4%.

2) 中规模算例.

中等规模算例所有算例中,69.7%的算例分批配送情况比不允许分批配送时解更优,平均降低2%,其中节约比较明显的为C2类算例,如图6所示.各个算例的平均值有78.6%的算例在允许分批配送时解更

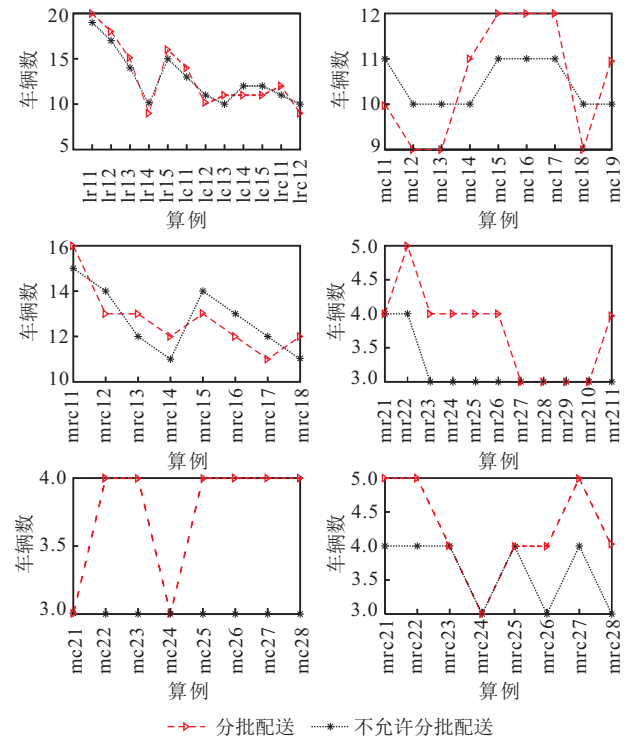


图8 中等规模各类算例最优解中车辆数比较

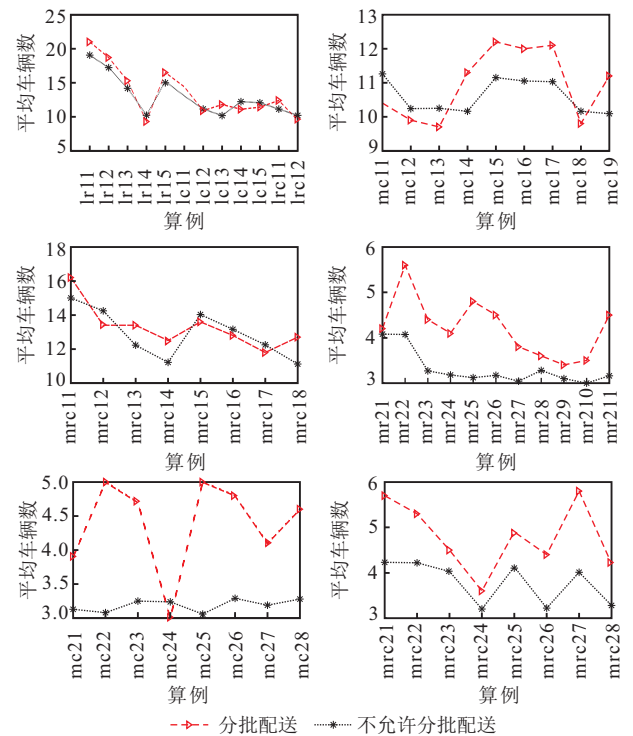


图9 中等规模各类算例平均车辆数比较

优, 平均降低 3.6%, 允许分批配送的整体效果较好, 在各类算例中都能得到比不允许分批配送更好的结果, 如图 7 所示。

中等规模算例最优解中车辆数和平均车辆数在 R1、C1、RC1 类算例中并无统一的规律; 而在 R2、C2、RC2 类算例中, 允许分批配送比不允许分批配送使用的车辆数多。在这 3 类算例中, 时间窗较宽, 且车容量较大, 每辆车服务的顾客点数较多, 分批配送更易导致行驶时间违背顾客点时间窗, 导致车辆使用数增加, 如图 8 和图 9 所示。

中等规模各类算例最优解配送点数和平均配送

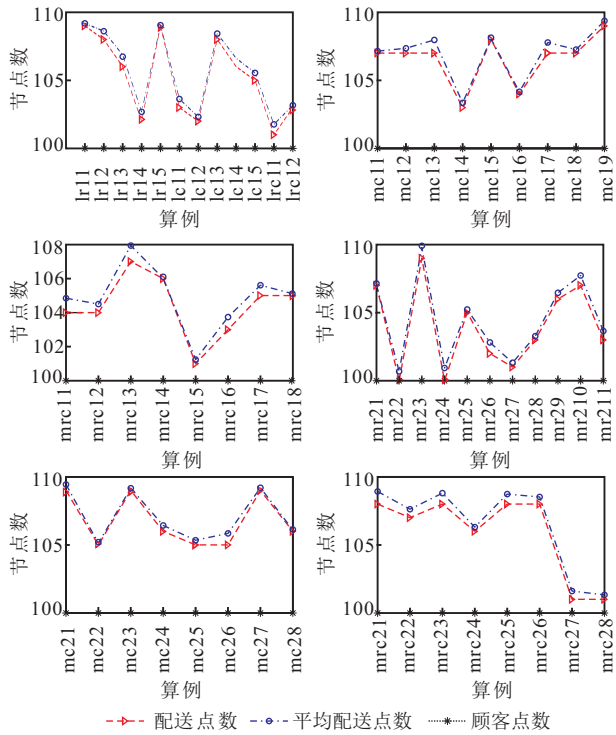


图 10 中等规模各类算例配送点数及平均配送点数

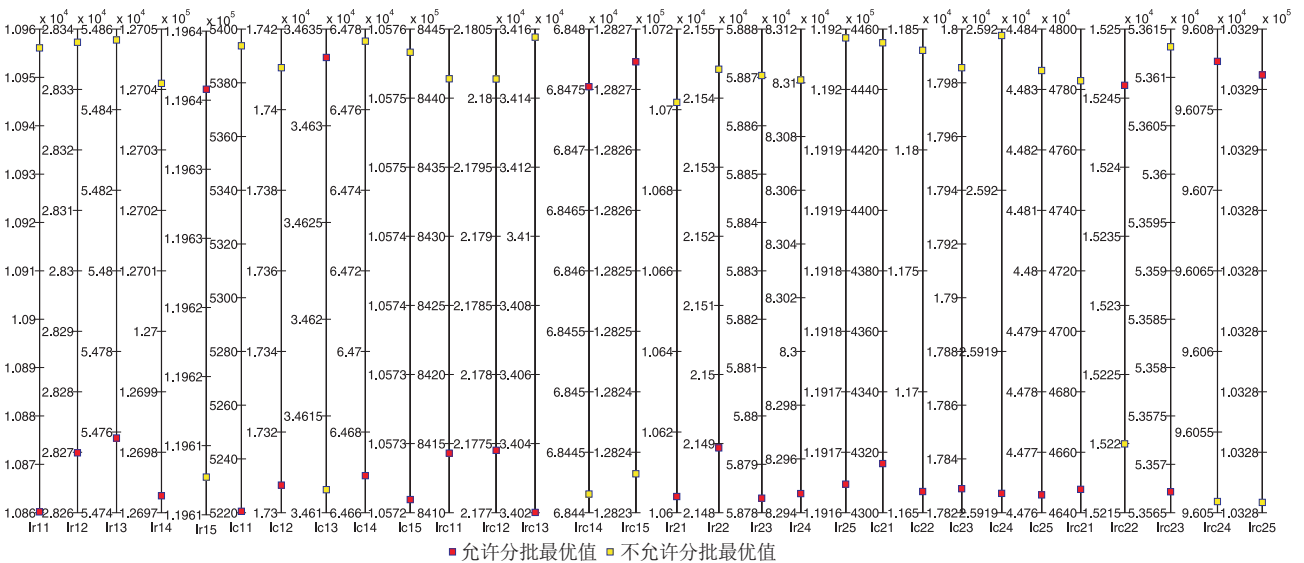


图 12 大规模算例最优值对比

点数分别比顾客点数多 5.3 和 5.8 个, 即顾客点分批比例分别占 5.3% 和 5.8%, 均低于规模为 50 的算例, 如图 10 所示。

在中等规模算例平均求解时间方面, 分批配送和不允许分批配送相比并无统一规律, 其中分批配送较高的算例占总算例数量的 40%, 如图 11 所示。

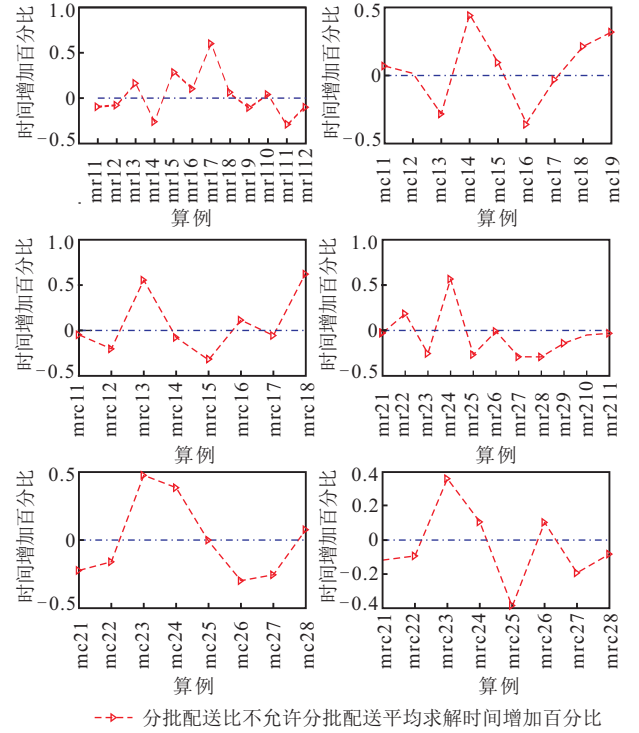


图 11 中等规模算例平均求解时间对比

3) 大规模算例.

大规模算例中, 允许分批配送最优解优于不允许分批配送最优解的算例数占总算例数的 76.7%, 平均降低 0.7%, 如图 12 所示; 平均值优于不允许分批的算例数占总算例数 80%, 平均降低 0.4%, 如图 13 所示。

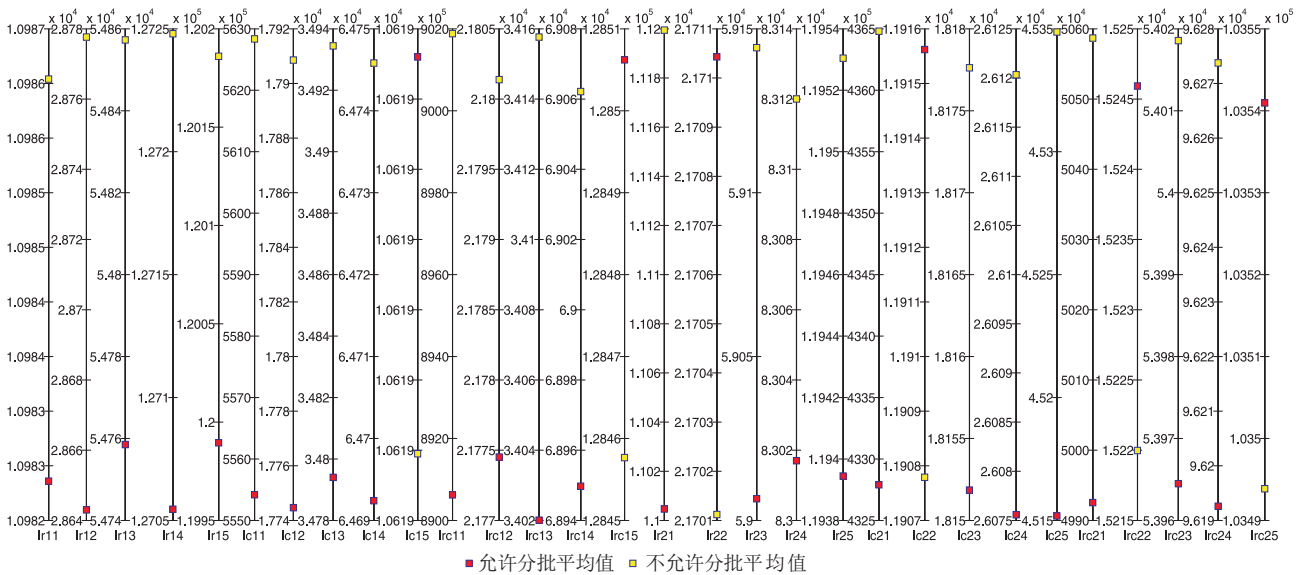


图13 大规模算例平均值对比

大规模算例中,各个算例最优解使用车辆数和平均车辆数与不允许分批配送时的差值如图14所示.在R1、C1、RC1类算例中并无统一的规律;而在R2、C2、RC2类算例中,车辆数一般比不允许分批时使用的多.

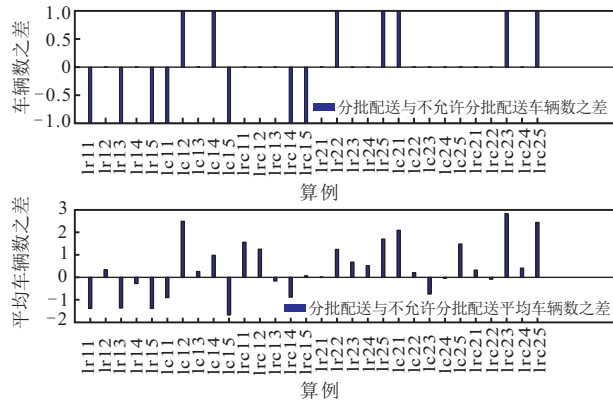


图14 大规模算例最优解车辆数和平均车辆数与不允许分批配送时的差值

大规模算例中,各个算例最优解配送点数和平均配送点数分别平均为12.6和14.9,分割比率达2.3%,如图15所示.综合小规模、中等规模和大规模算例的分割比率,随着算例规模的扩大,分割比率逐步减少.

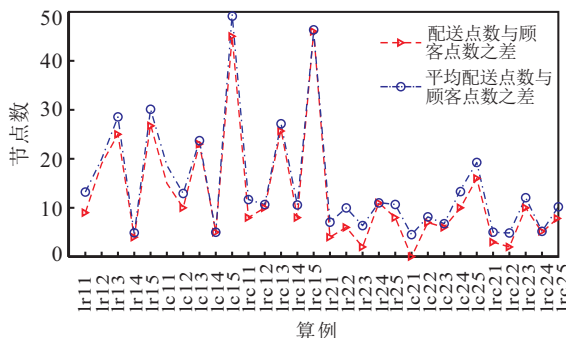


图15 大规模算例中分割点数(配送点数与顾客点数之差)

大规模算例中,允许分批配送平均求解时间远高于不允许分批配送时的求解时间,平均高出64.9%.可见,分批配送对大规模算例求解时间影响较大.

3.3.2 随机因素对结果的影响

本文考虑随机行驶时间和服务时间方差变化对目标函数和分批配送点数量的影响.分别对行驶时间和服务时间的方差分别占均值的10%、20%、30%、40%时目标函数和分批配送点的数量进行对比分析,分别将不同方差水平的所有算例计算5次,取其中的最优解和平均值进行分析.

1) 随机因素对目标函数的影响.

小规模算例中,方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时的最优值大的算例分别有6个、7个和7个;方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时的平均值大的算例分别有7个、6个和8个.将方差占比分别为20%、30%和40%的算例最优解、平均值与方差占比为10%时的最优值、平均值比较,分别平均高1.5%和3%,如图16所示.

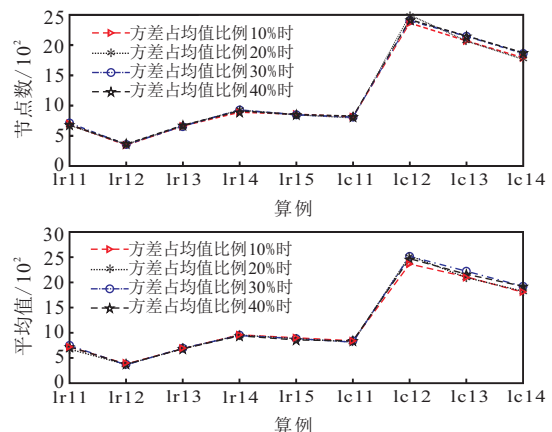


图16 小规模算例不同方差水平对目标函数的影响

中等规模算例中,方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时的最优值大的算例分别有29个、37个和49个;方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时的平均值大的算例分别有37个、46个和50个,如图17和图18所示.将方差占比分别为20%、30%和40%的算例最优解、平均值与方差占比为10%时的最优值、平均值比较,分别平均高2.3%和4.1%.

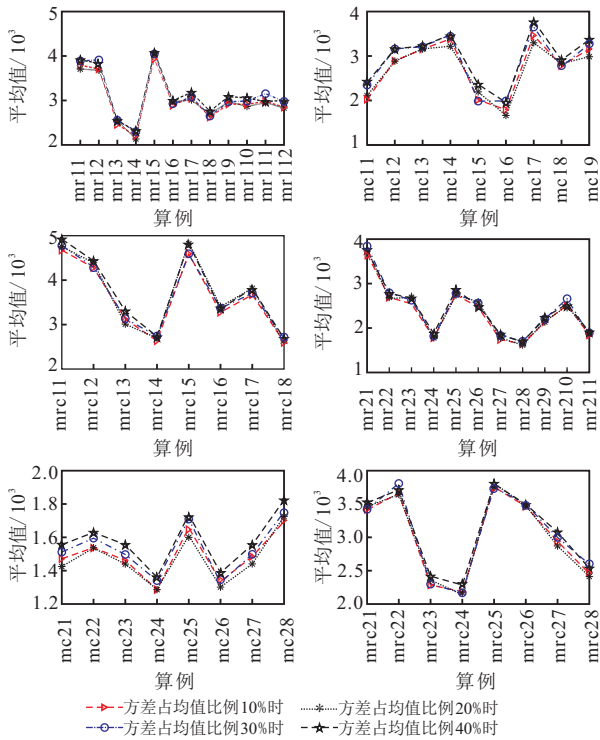


图 17 中等规模算例不同方差水平对目标函数的影响

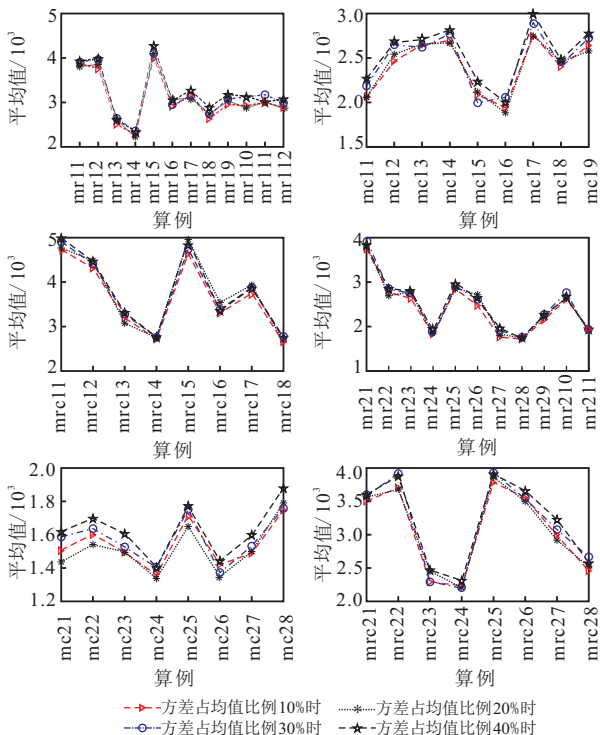


图 18 中等规模算例不同方差水平对目标函数平均值的影响

大规模算例中,方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时的最优值大的算例分别有21个、27个和24个;方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时的平均值大的算例分别有27个、26个和28个.将方差占比分别为20%、30%和40%的算例最优解、平均值与方差占比为10%时的最优值、平均值比较,分别平均高3.9%和5.3%,如图19所示.

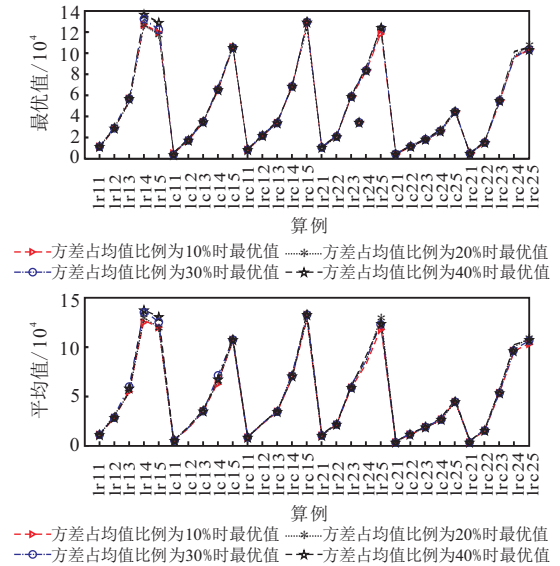


图 19 大规模算例不同方差水平对目标函数的影响

综上所述,不同规模算例在方差占平均值比例越高时,各算例最优值和平均值越高;随机行驶时间和服务时间随机性越大,对最优值和平均值的影响也越大.

2) 随机因素对分批配送需求点数量的影响.

小规模算例中,不同方差水平下规模为9和25的算例最优解中配送点数未发生变化,不同方差下规模为50的算例最优解中配送点数的变化并无统一的规律,而所有算例不同方差水平下平均配送点数变化也无统一的规律,如图20所示.总体看,方差占比分别

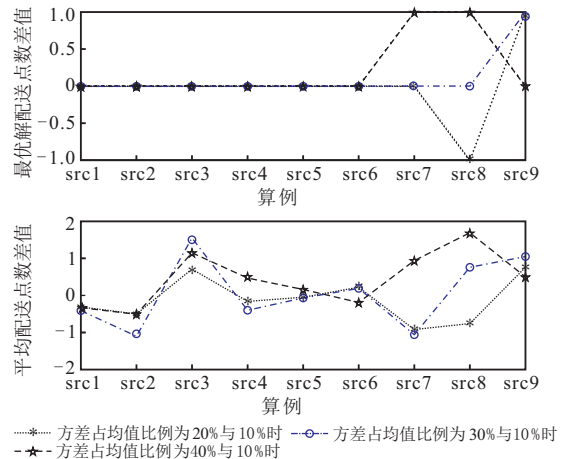


图 20 小规模算例不同方差水平对配送点数和平均配送点数的影响

为20%、30%和40%比方差占比为10%时最优解中配送点和平均配送点均分别高0.1个。

中等规模算例中,不同方差水平下算例最优解中配送点数和平均配送点数变化均无统一的规律. 总体看,方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时最优解中配送点平均高0.5个,而平均配送点数则相等,如图21和图22所示。

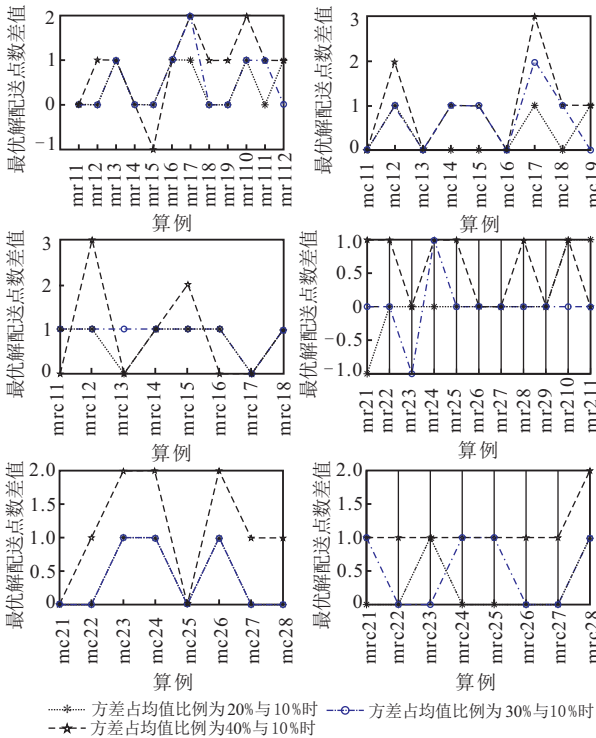


图21 中等规模算例不同方差水平对最优解配送点数的影响

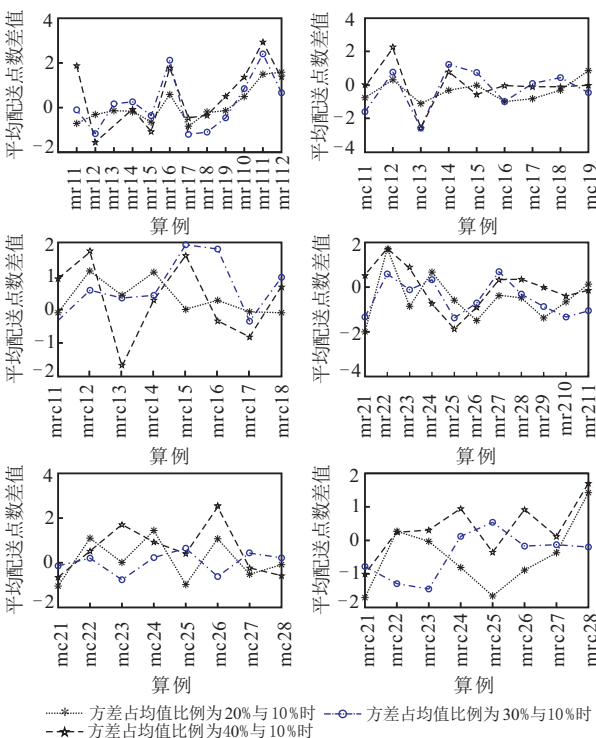


图22 中等规模算例不同方差水平对平均配送点数的影响

大规模算例中,不同方差水平下算例最优解中配送点数和平均配送点数变化也均未发现统一的规律. 总体看,方差占比分别为20%、30%和40%比方差占比为10%时最优解中配送点和平均配送点数平均高1.2个和0.3个,如图23所示。

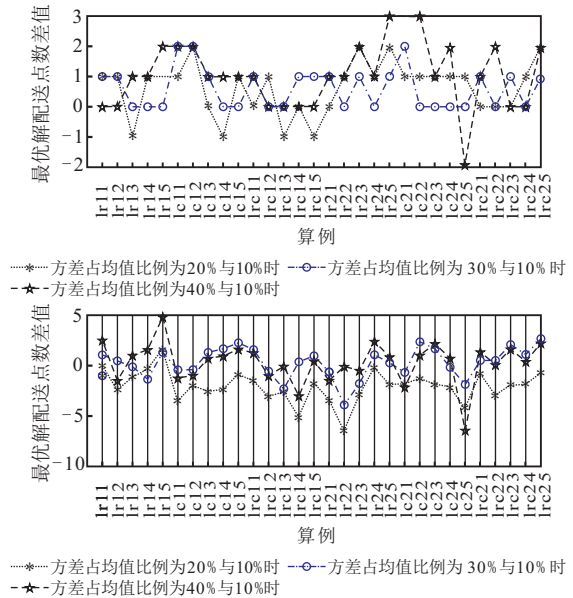


图23 大规模算例不同方差水平对配送点数和平均配送点数的影响

综上所述,不同方差水平下所有算例最优解中配送点数和平均配送点数的变化并无统一的规律,但随着方差变大,车辆行驶时间随机性增大,也会导致算例最优解中配送点数发生一定的变化。

4 结论与进一步研究方向

本文将铁路物流中心集配货问题抽象为行驶时间和服务时间随机的集配货一体的车辆路径问题,同时考虑了分批配送,建立了带修正的随机规划模型进行求解. 根据问题特点对迭代局部搜索算法进行改进,设计了允许分批配送的初始解构造算法、局部搜索算法和扰动机制,并通过算例测试证实了分批配送在中等规模和大规模算例中能发挥较好作用,大部分算例都比不允许分批配送时得到的解更优;部分算例车辆数有所减少;分批配送将导致规模较大算例求解时间增加. 配送点数随着算例规模的扩大而增加,但是配送点数占顾客点数的比例却逐步降低. 同时,测试分析了行驶时间和服务时间方差占均值的不同比例时对目标函数和分批配送点数的影响,随着方差占均值的比例不断增大,目标函数不断增大,而对配送点数并未产生具有统一趋势的影响。

未来的研究主要集中在3个方面: 1) 考虑其他随机因素的集配货一体的车辆路径问题,比如顾客点随机、顾客点位置随机、需求量随机等集配货一体的车

辆路径问题; 2) 设计更高效的算法, 考虑更有效的局部搜索算子, 构造更有效的扰动机制等; 3) 考虑使用其他方法求解类似问题, 比如近似动态规划算法甚至精确求解算法等。

参考文献(References)

- [1] 卜雷, 尹传忠, 赵宜. 铁路行包配送车辆路径问题模型及算法[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2007, 35(8): 1069-1073.
(Bu L, Yin C Z, Zhao Y. Model and algorithm of vehicle routing problem on railway baggage and parcel[J]. J of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(8): 1069-1073.)
- [2] 李相勇, 田澎. 带时间窗和随机时间车辆路径问题: 模型和算法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(8): 81-90.
(Li X Y, Tian P. Vehicle routing problem with time windows and stochastic times: Models & algorithm[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2009, 29(8): 81-90.)
- [3] Archetti C, Savelsbergh M W P, Grazia Speranza M. To split or not to split: That is the question[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2008, 44(1): 114-123.
- [4] Archetti C, Feillet D, Gendreau M, et al. Complexity of the VRP and SDVRP[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2011, 19(5): 741-750.
- [5] Min H. The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points[J]. Transportation Research Part: A General, 1989, 23(5): 377-386.
- [6] Wang H, Chen Y. A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window[J]. Computers & Industrial Engineering, 2012, 62(1): 84-95.
- [7] Wang C, Mu D, Zhao F, et al. A parallel simulated annealing method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and time windows[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, 83(C): 111-122.
- [8] Lin C K Y. A vehicle routing problem with pickup and delivery time windows, and coordination of transportable resources[J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(11): 1596-1609.
- [9] Ropke S, Pisinger D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows[J]. Transportation Science, 2006, 40(4): 455-472.
- [10] Mahmoudi M, Zhou X. Finding optimal solutions for vehicle routing problem with pickup and delivery services with time windows: A dynamic programming approach based on state-space-time network representations[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2016, 89: 19-42.
- [11] Liu R, Xie X, Augusto V, et al. Heuristic algorithms for a vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup and time windows in home health care[J]. European J of Operational Research, 2013, 230(3): 475-486.
- [12] Zhang T, Chaovaitwongse W A, Zhang Y. Scatter search for the stochastic travel-time vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries[J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(10): 2277-2290.
- [13] Berhan E, Kromer P, Kitaw D, et al. Solving stochastic vehicle routing problem with real simultaneous pickup and delivery using differential evolution[J]. Innovations in Bio-inspired Computing and Applications, 2014, 237: 187-200.
- [14] 马明帅. 具有同时取送货和不确定信息的车辆路径问题研究[D]. 沈阳: 东北大学理学院, 2012.
(Ma M S. Research on the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and uncertain information[D]. Shenyang: College of Science, Northeastern University, 2012.)
- [15] 张涛, 余焯娅, 刘岚, 等. 同时送取货的随机旅行时间车辆路径问题方法[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(10): 1912-1920.
(Zhang T, Yu C Y, Liu L, et al. Method for the stochastic traveling time VRPSPD problem[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2011, 31(10): 1912-1920.)
- [16] 张涛, 田文馨, 张玥杰, 等. 带车辆行程约束的VRPSPD问题的改进蚁群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(1): 132-140.
(Zhang T, Tian W X, Zhang Y J, et al. The improved ant colony algorithm for the VRPSPD with maximum distance constraint[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(1): 132-140.)
- [17] Polat O, Kalayci C B, Kulak O, et al. A perturbation based variable neighborhood search heuristic for solving the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery with time limit[J]. European J of Operational Research, 2015, 242(2): 369-382.
- [18] 王晓博, 任春玉. 多车场一体化集货送货车辆路径问题的混合遗传算法[J]. 运筹与管理, 2010, 19(6): 65-72.
(Wang X B, Ren C Y. Study on hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem with backhauls[J]. Operations Research and Management Science, 2010, 19(6): 65-72.)
- [19] Li J, Pardalos P M, Sun H, et al. Iterated local search embedded adaptive neighborhood selection approach for the multi-depot vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(7): 3551-3561.
- [20] Zachariadis E E, Tarantilis C D, Kiranoudis C T. The vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries and two-dimensional loading constraints[J]. European J of Operational Research, 2016, 251(2): 369-386.

- [21] Männel D, Bortfeldt A. A hybrid algorithm for the vehicle routing problem with pickup and delivery and three-dimensional loading constraints[J]. *European J of Operational Research*, 2016, 254(3): 840-858.
- [22] Avci M, Topaloglu S. A hybrid metaheuristic algorithm for heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Expert Systems with Applications*, 2016, 53(C): 160-171.
- [23] Montané F A T, Galvão R D. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service[J]. *Computers & Operations Research*, 2006, 33(3): 595-619.
- [24] Subramanian A. An ILS based heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and time limit[C]. *European Conf on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*. 2008, 4972: 135-146.
- [25] Qu Y, Bard J F. A GRASP with adaptive large neighborhood search for pickup and delivery problems with transshipment[J]. *Computers & Operations Research*, 2012, 39(10): 2439-2456.
- [26] Goksal F P, Karaoglan I, Altıparmak F. A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 65(1): 39-53.
- [27] Tasan A S, Gen M. A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012, 62(3): 755-761.
- [28] Kalayci C B, Kaya C. An ant colony system empowered variable neighborhood search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. *Expert Systems with Applications*, 2016, 66: 163-175.
- [29] Zhang T, Chaovaitwongse W A, Zhang Y. Integrated ant colony and tabu search approach for time dependent vehicle routing problems with simultaneous pickup and delivery[J]. *J of Combinatorial Optimization*, 2014, 28(1): 288-309.
- [30] 陆琳, 谭清美. 基于自感应蚁群算法的VRPSDP问题研究[J]. *中国管理科学*, 2007, 15(2): 97-103.
(Lu L, Tan Q M. Vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up studied based on self-telepathy ant colony algorithm[J]. *Chinese J of Management Science*, 2007, 15(2): 97-103.)
- [31] Mitra S. A parallel clustering technique for the vehicle routing problem with split deliveries and pickups[J]. *J of the Operational Research Society*, 2008(59): 1532-1546.
- [32] Wang Y, Ma X L, Lao Y T, et al. A two-stage heuristic method for vehicle routing problem with split deliveries and pickups[J]. *J of Zhejiang University-Science C: Computers and Electronics*, 2014, 15(3): 200-210.
- [33] 李珍萍, 刘永胜, 王莲花, 等. 双需求集货送货一体化车辆路径问题的数学模型及算法[J]. *运筹与管理*, 2009, 18(6): 1-6.
(Li Z P, Liu Y S, Wang L H, et al. Mathematical model and algorithm for double demand vehicle routing problems with backhauls[J]. *Operations Research and Management Science*, 2009, 18(6):1-6.)
- [34] Nowak M, Ergun O, White C C. An empirical study on the benefit of split loads with the pickup and delivery problem[J]. *European J of Operational Research*, 2009, 198(3): 734-740.
- [35] Nowak M, Ergun O, White C C. Pickup and delivery with split loads[J]. *Transportation Science*, 2008, 42(1): 32-43.
- [36] Hennig F, Nygreen B, Christiansen M, et al. Maritime crude oil transportation—A split pickup and split delivery problem[J]. *European J of Operational Research*, 2012, 218(3): 764-774.
- [37] Chen Q, Li K, Liu Z. Model and algorithm for an unpaired pickup and delivery vehicle routing problem with split loads[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2014, 69(3): 218-235.
- [38] Morais V W C, Mateus G R, Noronha T F. Iterated local search heuristics for the vehicle routing problem with cross-docking[J]. *Expert Systems with Applications*, 2014, 41(16): 7495-7506.
- [39] Palhazi Cuervo D, Goos P, Sörensen K, et al. An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls[J]. *European J of Operational Research*, 2014, 237(2): 454-464.
- [40] Silva M M, Subramanian A, Ochi L S. An iterated local search heuristic for the split delivery vehicle routing problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2015, 53(53): 234-249.
- [41] Michel G, Jean-Yves P. *Handbook of metaheuristics*[M]. 2nd ed. New York: Springer New York Dordrecht Heidelberg London, 2010: 363-397.
- [42] Penna P H V, Subramanian A, Ochi L S. An iterated local search heuristic for the Heterogeneous fleet vehicle routing problem[J]. *J of Heuristics*, 2013, 19(2): 201-232.
- [43] Dror M, Trudeau P. Savings by split delivery routing[J]. *Transportation Science*, 1989, 23(2): 141-145.
- [44] Solomon M M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraint[J]. *Operations Research*, 1987, 35(2): 254-265.
- [45] Gehring H, Homberger J. A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows[J]. *Proceedings of Eurogen99 Jyväskylä University of Jyväskylä*, 1999, 40(1): 95-101.
- [46] Tas D, Dellaert N, van Woensel T, et al. Vehicle routing problem with stochastic travel times including soft time windows and service costs[J]. *Computers & Operations Research*, 2013, 40(1): 214-224.

(责任编辑: 曹洪武)