

## 基于博弈论的再制造逆向物流定价决策

丁杨科, 冯定忠<sup>†</sup>, 金寿松, 张 焯, 王 成

(浙江工业大学 机械工程学院, 杭州 310014)

**摘要:** 针对再制造逆向物流定价决策问题, 探讨在垄断回收模式和竞争回收模式下, 受多因素(行业竞争、规模经济、政府补贴、废旧品再制造等)影响的由两个制造商和两个回收商组成的逆向物流系统; 建立基于 Stackelberg 博弈的再制造逆向物流定价决策模型; 求解关于决策变量和目标函数的子博弈精炼 Nash 均衡解, 并进行模型参数约束分析、影响因素灵敏度分析、两种回收模式的比较分析以及数值分析. 研究表明, 竞争回收模式比垄断回收模式对各方参与者更为有利, 提高废旧品的回收率、再制造率以及政府补贴有利于逆向物流系统的发展.

**关键词:** 逆向物流; 再制造; 定价决策; Stackelberg 博弈; 回收模式

中图分类号: F253.9

文献标志码: A

## Pricing decision for remanufacturing reverse logistics based on game theory

DING Yang-ke, FENG Ding-zhong<sup>†</sup>, JIN Shou-song, ZHANG Ye, WANG Cheng

(College of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** Aiming at the pricing decision for remanufacturing reverse logistics, the reverse logistics system consisting of two manufacturers and two recyclers is discussed with the influence of industry competition, economies of scale, government subsidies and end-of-life goods remanufacturing under the monopolistic take-back model and competitive take-back model. The model of pricing decision for remanufacturing reverse logistics based on the Stackelberg game is established. Then the solution is given to the sub-game perfect Nash equilibrium about decision variables and objective functions. Also, the analyses of parameter constraints, sensitivity of influence factors, comparison of two take-back models and numerical values are carried out. The results show that the competitive take-back model is more favorable than the monopolistic take-back model for all participates, and the increases of recycling rate of waste products, remanufacturing rate and government subsidies are beneficial to the development of the reverse logistics system.

**Keywords:** reverse logistics; remanufacturing; pricing decision; Stackelberg game; take-back model

## 0 引言

随着人们消费水平的不断提高与产品更新换代的快速进行, 大量的产品在消费者使用终期被淘汰或者丢弃, 但在这些废旧品中有许多产品(如电子电器产品)还具有一定的残余价值, 如果消费者将这些废旧品直接丢弃, 则会造成资源浪费, 而且还会污染环境. 根据国家发改委2010年的一份资料显示, 从2009年开始我国就进入家用电器报废的高峰期, 每年的理论报废量超过5000万台, 报废量年均增长20%(数据引自国家发改委新闻中心). 据此估算, 2017年的家用电器报废量将在2.1亿台左右. 美国环保局数据显

示, 电子电器废弃物回收的钢材与采矿冶炼新钢材相比, 可减少97%的矿石能源、40%的用水量、86%的空气污染、76%的水污染, 节约74%的能源(数据引自美国环保局报告 Case study on Taiwan's E-waste management system). 因此, 对废旧电子电器产品进行合理的回收再利用迫在眉睫.

逆向物流对资源的循环利用、环境的保护和人类社会的可持续发展有着重要作用, 众多学者对逆向物流进行了深入的研究. Stock<sup>[1]</sup>指出, 对逆向物流的研究应涉及废旧产品的回收、减少资源的浪费与环境保护, 还应考虑废弃物处理、再循环、再使用、再修

收稿日期: 2017-02-26; 修回日期: 2017-06-27.

基金项目: 国家863计划项目(2015AA043002); 国家自然科学基金青年基金项目(71301148); 浙江省科技计划公益性项目(2015C33014).

责任编委: 刘士新.

作者简介: 丁杨科(1992-), 男, 博士生, 从事现代物流与供应链管理的研究; 冯定忠(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事现代物流与供应链管理、现代工业工程技术及应用等研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: fdz@zjut.edu.cn

复以及再制造. Abdulrahman等<sup>[2]</sup>建立了逆向物流实施模型,对中国制造业,如汽车、电气电子、塑料、钢铁/建筑、纺织和造纸业,从管理、财政、政策和基础设施角度出发,对逆向物流进行障碍识别.

对于逆向物流回收模式的研究,姚卫新<sup>[3]</sup>在需求函数为线性函数的情况下分别对生产商回收、生产商委托零售商回收和第三方物流企业回收这3种回收模式进行了建模分析;而魏洁等<sup>[4]</sup>则在需求函数为非线性函数的情况下分别对这3种回收模式进行了建模分析.刘羽欣等<sup>[5]</sup>将再制造条件加入到以消费者需求函数为非线性函数的回收模型中,在不同回收模式下对求解的产品最优价格和生产商最大利润进行了比较与分析,为企业选择合适的逆向物流回收模式提供了理论参考依据.上述研究都是站在制造商、零售商和第三方各自的角度考虑回收问题,所建立的模型只包含单一的制造商、零售商和第三方,且没有考虑政府政策、规模经济、行业竞争等其他影响因素.

对于逆向物流回收定价策略的研究,Jung等<sup>[6]</sup>在竞争与合作两种回收模式下研究了原始设备生产商和再制造商的最优定价策略,以各参与者利润最大化为目标建立数学模型.顾巧论等<sup>[7]</sup>基于单一制造商和零售商构成的逆向供应链系统,应用博弈论对废旧产品回收的定价策略进行了研究.Gan等<sup>[8]</sup>则研究了新产品和再制造产品在单个制造商、零售商和回收商中的定价策略.Jafari等<sup>[9]</sup>通过建立博弈论模型来研究包含单个制造商、零售商和回收商的3层双通道供应链的定价决策问题.可以看出,上述研究主要是

关于单一制造商、零售商和制造商的定价策略.

将博弈论运用于逆向物流的建模中,很多研究都是考虑不同等级之间的博弈<sup>[10-14]</sup>,如企业与政府、制造商与零售商、制造商与第三方、零售商与第三方等之间的博弈.很少有文章建立同一等级参与者之间的博弈,如不同制造商之间的博弈、不同零售商之间的博弈等.Toyasaki等<sup>[15]</sup>尽管考虑了同一等级参与者之间的博弈,但是并没将有效利用资源的再制造因素考虑在模型构建中;蹇明等<sup>[16]</sup>虽然考虑了两个回收商之间的博弈,还增加了再制造商参与博弈,但仅限于回收商间的同一等级博弈.

本文考虑到在政府“以旧换新”和加大回收补贴力度的政策刺激下,废弃物回收量迅速增加,由多个参与者(消费者、制造商、管理者和回收商)组成的第三方负责回收模式正逐渐占据主导地位,而其又可归纳为两种回收模式:垄断回收和竞争回收.据此,本文将探讨在垄断回收模式和竞争回收模式下,受多因素(行业竞争、规模经济、政府补贴、废旧品再制造等)影响的由两个制造商和两个回收商组成的逆向物流系统,考虑不同等级间与同一等级间的博弈,研究两个制造商和两个回收商的定价策略.

## 1 基于博弈论的再制造逆向物流定价决策模型构建

### 1.1 模型概述

本文考虑由两个制造商和两个回收商组成的逆向物流系统,探讨垄断回收模式和竞争回收模式下的废旧品回收.两种回收模式如图1所示.

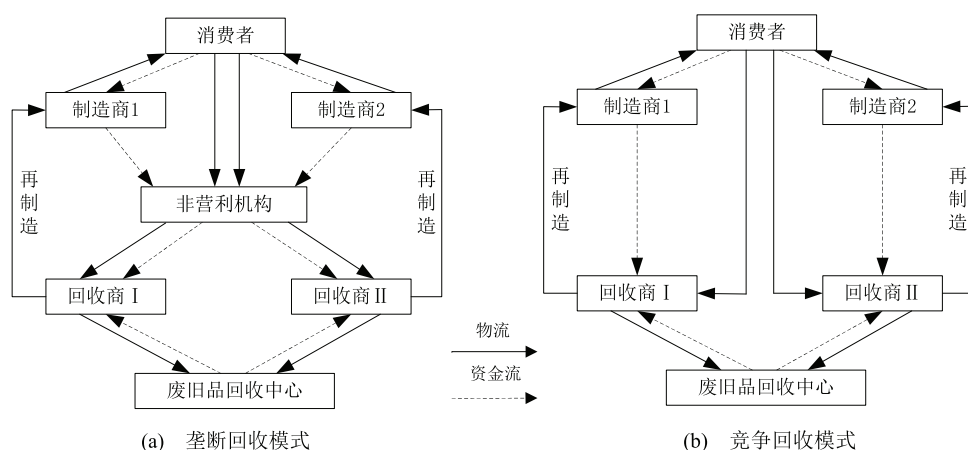


图1 两种回收模式示意

在垄断回收模式中,非营利机构向消费者组织收集废旧品,其一方面与回收商签订协议以分配废旧品,另一方面根据市场的占有量向制造商代为收取相应的回收费用.在竞争回收模式中,每个制造商有权

自主选择回收商,假设每个制造商有且只有一个与自己签订合约的回收商,回收商专门回收对应制造商的废旧品,这使得回收商在回收市场中并不是直接地进行竞争,而是通过与自己签订合约的制造商进行间接

地竞争. 在这两种回收模式中, 回收商将回收的废旧品进行分类, 能够进行再制造的废旧品将返回给原始的制造商进行再制造, 不能的则送至废旧品回收中心进行统一处理. 制造商互相之间对原产品进行销售价格竞争, 而回收商在回收废旧品时, 基于制造商产品价格、消费市场需求和废旧品的回收量等进行间接竞争.

在废旧品回收的过程中, 制造商有责任和义务对废旧品进行回收并承担相关费用, 因此, 他们的产品定价将受到回收商决策的影响. 非营利机构的自身成本消耗由机构基金承担, 不计入回收费用, 且不会因为回收废旧品而产生额外的收益, 即其不影响回收商设定回收费用. 消费者既能收取废旧品回收费用, 又需承担处理费用, 此处假设两项相抵. 假设投入市场的再制品与新产品在售价、市场等方面没有差别, 市场需求函数采用线性函数.

### 1.2 模型构建

根据以上描述和假设, 本文构建一个以回收商为领导者、制造商为跟随者的 Stackelberg 博弈模型. 由于假设市场对产品的需求函数为线性函数, 制造商  $j$  的市场需求函数  $d_j^k$  可表示为

$$d_j^k = s_j - p_j^k + \mu p_{3-j}^k, \quad j = 1, 2, \quad k = m, c. \quad (1)$$

其中:  $k$  为回收模式的类型,  $k = m$  表示垄断回收模式,  $k = c$  表示竞争回收模式;  $j$  表示制造商 1 或制造商 2;  $s_j$  ( $s_j > 0$ ) 表示制造商  $j$  的市场容量大小;  $\mu$  ( $0 \leq \mu < 1$ ) 为市场需求的弹性系数(即制造商产品的可替代程度).  $\mu > 0$  说明互相竞争的制造商的产品市场具有可替代性, 同时  $\mu < 1$  保证了制造商定价比市场可替代性对产品的市场需求影响要大.

在垄断回收模式中, 非营利机构以一个固定的分配比率将回收的废旧品分配给两个回收商, 其中回收商 I 占非营利机构总回收量的比率为  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ), 回收商 II 占比则为  $1 - \lambda$ .  $t_i^k$  表示回收商  $i$  在回收模式  $k$  下的每单位废旧品回收费用, 由于非营利机构不影响回收商设定回收费用, 非营利机构向制造商代为收取的每单位回收费用  $t^m$  可表示为  $\lambda t_I^m + (1 - \lambda)t_{II}^m$ , 且其大小与制造商将废旧品再制造或者将新产品投入市场与否都没有关系.

在竞争回收模式中, 每个制造商根据市场的需求制定自己的回收总成本投入, 制造商 1 给回收商 I 的每单位回收费用为  $t_I^c$ , 制造商 2 给回收商 II 的每单位回收费用为  $t_{II}^c$ .

每个制造商都希望自己得到最大的利润, 即产品总利润减去废旧品回收费用的差值最大, 则在垄断回

收模式下, 制造商  $j$  的最优利润函数可表示为

$$\begin{aligned} \max \Pi_j^m = & (p_j^m - c_m)(1 - \sigma)(s_j - p_j^m + \mu p_{3-j}^m) + \\ & (p_j^m - c_r)\sigma(s_j - p_j^m + \mu p_{3-j}^m) - \\ & t^m \xi (s_j - p_j^m + \mu p_{3-j}^m) = \\ & (p_j^m - c_m + \sigma(c_m - c_r) - t^m \xi) \times \\ & (s_j - p_j^m + \mu p_{3-j}^m), \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $\Pi_j^m$  表示在垄断回收模式下制造商  $j$  的利润函数,  $p_j^m$  表示在垄断回收模式下制造商  $j$  的售价,  $c_m$  表示制造商制造新产品成本,  $c_r$  ( $c_r < c_m$ ) 表示制造商制造再制品成本,  $\sigma$  ( $0 \leq \sigma < \lambda \leq 1$ ) 表示废旧品再制造率,  $\xi$  ( $0 < \xi \leq 1$ ) 表示废旧品回收率.

对于竞争回收模式, 制造商  $j$  的最优利润函数与式(2)相似, 但是非营利机构向制造商代为收取的回收费用  $t^m$  有所不同: 当  $j = 1$  时,  $t^m = t_I^c$ ; 当  $j = 2$  时,  $t^m = t_{II}^c$ . 即在竞争回收模式下, 制造商 1 与制造商 2 的最优利润函数可分别表示为

$$\begin{aligned} \max \Pi_1^c = & (p_1^c - c_m)(1 - \sigma)(s_1 - p_1^c + \mu p_2^c) + \\ & (p_1^c - c_r)\sigma(s_1 - p_1^c + \mu p_1^c) - \\ & t_I^c \xi (s_1 - p_1^c + \mu p_1^c) = \\ & (p_1^c - c_m + \sigma(c_m - c_r) - \\ & t_I^c \xi)(s_1 - p_1^c + \mu p_2^c), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \max \Pi_2^c = & (p_2^c - c_m)(1 - \sigma)(s_2 - p_2^c + \mu p_1^c) + \\ & (p_2^c - c_r)\sigma(s_2 - p_2^c + \mu p_1^c) - \\ & t_{II}^c \xi (s_2 - p_2^c + \mu p_1^c) = \\ & (p_2^c - c_m + \sigma(c_m - c_r) - \\ & t_{II}^c \xi)(s_2 - p_2^c + \mu p_1^c). \end{aligned} \quad (4)$$

其中:  $\Pi_j^c$  表示在竞争回收模式下制造商  $j$  的利润函数,  $p_j^c$  表示在竞争回收模式下制造商  $j$  的售价. 由上述制造商  $j$  的最优利润函数可以看出, 无论是在垄断回收模式下还是在竞争回收模式下, 最优利润函数  $\max \Pi_j^k$  都是关于决策变量  $p_j^k$  的凹函数. 因此, 利润函数  $\Pi_j^k$  关于变量  $p_j^k$  有唯一极大值, 即制造商有唯一的决策点.

在垄断回收模式下, 非营利机构分配给回收商 I 和回收商 II 的回收量可分别表示为

$$\omega_I^m(t_I^m, t_{II}^m) = \lambda \cdot \xi \cdot (d_1^m(p_1^m, p_2^m) + d_2^m(p_1^m, p_2^m)), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \omega_{II}^m(t_I^m, t_{II}^m) = & \\ (1 - \lambda) \cdot \xi \cdot (d_1^m(p_1^m, p_2^m) + d_2^m(p_1^m, p_2^m)). \end{aligned} \quad (6)$$

在竞争回收模式下,每个回收商只回收与自己签订协议的那个制造商的废旧品,因此,回收商I和回收商II的回收量可分别表示为

$$\omega_I^c(t_I^c, t_{II}^c) = \xi \cdot d_1^c(p_1^c, p_2^c), \quad (7)$$

$$\omega_{II}^c(t_I^c, t_{II}^c) = \xi \cdot d_2^c(p_1^c, p_2^c). \quad (8)$$

无论在何种回收模式下,回收商在回收废旧品的过程中都会产生废旧品运输费以及废旧品分类费等,而废旧品市场的规模经济大小会对这些费用(回收费用)产生一定的影响. Bohr<sup>[17]</sup>指出,回收成本可用回收量与规模经济因素的关系式表示,即  $\eta_i \cdot \omega_i^k - \theta_i \cdot (\omega_i^k)^2$ , 其中  $\eta_i$  表示在不受规模经济影响下回收商  $i$  每单位废旧品的回收成本,  $\theta_i$  表示规模经济影响因素. 因此,回收商  $i$  ( $i = I, II$ ) 的最优利润函数可表示为

$$\max \Pi_i^k = (t_i^k + r) \cdot \omega_i^k(t_I^k, t_{II}^k) - [\eta_i \cdot \omega_i^k(t_I^k, t_{II}^k) - \theta_i \cdot (\omega_i^k(t_I^k, t_{II}^k))^2]. \quad (9)$$

其中:  $\Pi_i^k$  表示在  $k$  回收模式下回收商  $i$  的利润函数,  $r$  表示回收商回收每单位废旧品而从政府获得的补贴.

## 2 模型求解

本文以两个制造商与两个回收商组成的逆向物流系统为研究对象,将回收商作为 Stackelberg 博弈的领导者,而制造商则根据回收商以自身利润最大化的决策作出相应的决策行为. 此博弈是如下两阶段主从动态博弈:

阶段1: 每个回收商自行设定单位废旧品的回收费用,但两个回收商之间存在竞争关系,而且需要考虑制造商对于回收费用的反应;

阶段2: 每个制造商自行设定产品售价,但两个制造商之间存在竞争关系,而且需要考虑非营利机构收取的回收费用(垄断回收模式)和回收商收取的回收费用(竞争回收模式).

为了合理比较两种回收模式以及简化模型的求解,这里着重考虑由两个制造商与两个回收商组成的对称情形,即两个制造商具有相同的产品市场  $s_1 = s_2 \equiv s$ , 两个回收商具有相同的回收成本因素  $\eta_I = \eta_{II} \equiv \eta$ ,  $\theta_I = \theta_{II} \equiv \theta$ .

本文采用逆向归纳法对制造商  $j$  与回收商  $i$  的最优利润函数进行求解,在两阶段博弈中,先确定各参与者的反应函数,然后再进行 Nash 均衡求解.

### 2.1 垄断回收模式

在阶段2的博弈中,每个制造商为自己的产品设定售价,相互之间存在销售价格的竞争. 如果给定一组回收商向非营利机构收取的回收费用  $(t_I^m, t_{II}^m)$ , 则

两个制造商可以通过下式作出自己最优的决策,即其反应函数为

$$p_j^m(p_{3-j}^m) = \frac{s + c_m - \sigma(c_m - c_r) + \mu p_{3-j}^m}{2} + \frac{(\lambda t_I^m + (1 - \lambda)t_{II}^m)\xi}{2}, \quad j = 1, 2. \quad (10)$$

于是可以求出其 Nash 均衡解为

$$p_1^m(t_I^m, t_{II}^m) = p_2^m(t_I^m, t_{II}^m) = \frac{s + c_m - \sigma(c_m - c_r) + (\lambda t_I^m + (1 - \lambda)t_{II}^m)\xi}{2 - \mu}. \quad (11)$$

由式(10)和(11)可知,在垄断回收模式下,两个制造商为获得最优利润,根据其相互之间的竞争和回收商给定的回收费用(非营利机构代收)而制定均衡售价.

由于两个回收商具有相同的地位,为了公平起见,假设非营利机构将废旧品平均分配给两个回收商,即  $\lambda = 1/2$ . 于是在阶段1的博弈中,回收商I与回收商II的回收量为

$$\omega_I^m = \omega_{II}^m = \frac{1}{2}\xi[d_1^m(p_1^m, p_2^m) + d_2^m(p_1^m, p_2^m)].$$

对于一个给定的回收商II的回收费用  $t_{II}^m$ , 回收商I根据式(11)总能找到当其利润最大时所对应的回收费用  $t_I^m$  的取值,即回收商I的反应函数为

$$t_I^m(t_{II}^m) = \frac{1}{\xi(\mu - 1)[4 - 2\mu + \theta\xi^2(\mu - 1)]^\times} \times (2(\mu - 2)(s + [c_m - \sigma(c_m - c_r)](\mu - 1)) + (r - \eta)(\mu - 2)(\mu - 1)\xi - 2\theta\xi^2(s + [c_m - \sigma(c_m - c_r)](\mu - 1))(\mu - 1) - (\mu - 1)\xi[2 - \mu + (\mu - 1)\theta\xi^2]t_{II}^m). \quad (12)$$

同样,对于一个给定的回收商I的回收费用  $t_I^m$ , 回收商II也总能找到当其利润最大时所对应的回收费用  $t_{II}^m$  的取值,因此可以求出两个回收商回收费用的 Nash 均衡解为

$$t_I^{*m} = t_{II}^{*m} = \frac{1}{\xi(\mu - 1)[6 - 3\mu + 2\theta\xi^2(\mu - 1)]^\times} \times (2(\mu - 2)(s + [c_m - \sigma(c_m - c_r)](\mu - 1)) + (r - \eta)(\mu - 2)(\mu - 1)\xi - 2\theta\xi^2(s + [c_m - \sigma(c_m - c_r)](\mu - 1))(\mu - 1)). \quad (13)$$

式(13)表示在垄断回收模式下,两个回收商根据制造商对回收费用的反应以及给定竞争回收商的回收费用,制定各自的均衡回收费用.

将求解得到的均衡回收费用  $t_I^{*m}$  与  $t_{II}^{*m}$  代入式

(11),即可得到两个制造商的均衡销售价格为

$$p_1^{*m} = p_2^{*m} = \frac{(\mu - 1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r - \eta)\xi]}{(\mu - 1)[6 - 3\mu + 2\theta\xi^2(\mu - 1)]} + \frac{s[3\mu - 5 - 2\theta\xi^2(\mu - 1)]}{(\mu - 1)[6 - 3\mu + 2\theta\xi^2(\mu - 1)]}. \quad (14)$$

进而通过式(3)、(4)、(9)求得制造商与回收商的最优利润分别为

$$\Pi_1^{*m} = \Pi_2^{*m} = \left( \frac{s + (\mu - 1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r - \eta)\xi]}{6 - 3\mu + 2\theta\xi^2(\mu - 1)} \right)^2, \quad (15)$$

$$\Pi_I^{*m} = \Pi_{II}^{*m} = [2\mu - 4 - \theta\xi^2(\mu - 1)] \times \frac{(s + (\mu - 1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r - \eta)\xi])^2}{(\mu - 1)[6 - 3\mu + 2\theta\xi^2(\mu - 1)]^2}. \quad (16)$$

式(15)和(16)表示在垄断回收模式下,制造商最优利润和回收商最优利润是在制造商制定均衡售价、回收商制定均衡回收费用时获取。

### 2.2 竞争回收模式

同理可求得在竞争回收模式下的均衡解.限于篇幅,不重复推导过程,直接写出几个重要的推导结果.两个制造商的反应函数分别为

$$p_1^c(p_2^c) = \frac{s + c_m - \sigma(c_m - c_r) + \mu p_2^c + t_1^c \xi}{2}, \quad (17)$$

$$p_2^c(p_1^c) = \frac{s + c_m - \sigma(c_m - c_r) + \mu p_1^c + t_2^c \xi}{2}. \quad (18)$$

其定价Nash均衡解分别为

$$p_1^c(t_1^c, t_2^c) = \frac{(2 + \mu)[s + c_m - \sigma(c_m - c_r)] + (2t_1^c + \mu t_2^c)\xi}{4 - \mu^2}, \quad (19)$$

$$p_2^c(t_1^c, t_2^c) = \frac{(2 + \mu)[s + c_m - \sigma(c_m - c_r)] + (\mu t_1^c + 2t_2^c)\xi}{4 - \mu^2}. \quad (20)$$

式(19)和(20)表示在竞争回收模式下,两个制造商为获得最优利润,根据其相互之间的竞争和回收商给定的回收费用而制定均衡售价。

两个回收商回收费用的均衡解为

$$t_1^{*c} = t_2^{*c} = \frac{1}{\xi[-8 + 6\mu + 3\mu^2 - 2\mu^3 + 2\theta\xi^2(\mu - 1)(\mu^2 - 2)]} \times ((r - \eta)(\mu - 2)(\mu^2 - 2)\xi + (\mu^2 - 4 - 2\theta\xi^2(\mu^2 - 2))(s + [c_m - \sigma(c_m - c_r)](\mu - 1))). \quad (21)$$

式(21)表示在竞争回收模式下,回收商I和回收商II据制造商对回收费用的反应以及给定竞争回收

商的回收费用,制定各自的均衡回收费用。

制造商销售价格的均衡解与制造商和回收商的最优利润分别为

$$p_1^{*c} = p_2^{*c} = \frac{(\mu^2 - 2)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r - \eta)\xi] + s}{-8 + 6\mu + 3\mu^2 - 2\mu^3 + 2\theta\xi^2(\mu - 1)(\mu^2 - 2)}, \quad (22)$$

$$\Pi_1^{*c} = \Pi_2^{*c} = \left( \frac{(\mu^2 - 2)(s + (\mu - 1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r - \eta)\xi]}{-8 + 6\mu + 3\mu^2 - 2\mu^3 + 2\theta\xi^2(\mu - 1)(\mu^2 - 2)} \right)^2, \quad (23)$$

$$\Pi_I^{*c} = \Pi_{II}^{*c} = \frac{1}{(-8 + 6\mu + 3\mu^2 - 2\mu^3 + 2\theta\xi^2(\mu - 1)(\mu^2 - 2))^2} \times ((\mu^2 - 2) \cdot [\mu^2 - 4 - \theta\xi^2(\mu^2 - 2)] \times (s + (\mu - 1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r - \eta)\xi])^2). \quad (24)$$

式(23)和(24)表示在竞争回收模式下,制造商最优利润和回收商最优利润是在制造商制定均衡售价、回收商制定均衡回收费用时获取。

## 3 模型分析

### 3.1 模型参数约束分析

为了保证上述模型求解的科学合理,需要进行模型参数的约束分析,如Nash均衡解存在的条件分析和市场需求函数值的约束条件分析。

#### 3.1.1 Nash均衡解存在条件分析

Fudenberg等<sup>[18]</sup>指出,为了保证博弈模型的Nash均衡解存在且唯一,目标函数必须是关于自变量的拟凹函数.即不管在哪种回收模式下,本文都需要保证制造商的利润函数是关于售价的拟凹函数,回收商的利润函数是关于回收费用的拟凹函数.由式(2)~(4)中可以明显看出:制造商的利润函数是符合要求的,其均衡解唯一存在;而回收商的利润函数(式(9)),则需要建立一些约束使其均衡解存在且唯一.根据上文模型中的假设条件,回收商的利润函数是拟凹函数等同于其是凹函数,即回收商的利润函数关于回收费用的二阶偏导数非正,下面以回收商I为例进行分析。

在垄断回收模式下(不定义λ的取值),有

$$\frac{\partial^2 \Pi_I^m}{\partial (t_1^m)^2} = 2 \frac{\partial \omega_I^m}{\partial t_1^m} + 2\theta \left( \frac{\partial \omega_I^m}{\partial t_1^m} \right)^2 \leq 0. \quad (25)$$

计算可得

$$\frac{4\lambda^2\xi^2(\mu-1)[2-\mu+2\theta\lambda^2\xi^2(\mu-1)]}{(2-\mu)^2} \leq 0. \quad (26)$$

其中:  $(2-\mu)^2 > 0, \lambda^2 > 0, \xi^2 > 0, \mu-1 < 0$ . 因此有

$$2-\mu+2\theta\lambda^2\xi^2(\mu-1) \geq 0. \quad (27)$$

由式(27)可以解得 $\theta$ 的取值范围,即

$$\theta \leq \frac{2-\mu}{2\lambda^2\xi^2(1-\mu)}. \quad (28)$$

同样,在竞争回收模式下,有

$$\frac{\partial^2 \Pi_1^c}{\partial (t_1^c)^2} = 2 \frac{\partial \omega_1^c}{\partial t_1^c} + 2\theta \left( \frac{\partial \omega_1^c}{\partial t_1^c} \right)^2 \leq 0. \quad (29)$$

计算可得

$$\frac{2\xi^2(\mu^2-2)[4-\mu^2+\theta\xi^2(\mu^2-2)]}{(4-\mu^2)^2} \leq 0. \quad (30)$$

其中:  $\xi^2 > 0, \mu^2-2 < 0, (4-\mu^2)^2 > 0$ . 因此,有

$$4-\mu^2+\theta\xi^2(\mu^2-2) \geq 0. \quad (31)$$

由式(31)可以解得 $\theta$ 的取值范围,即

$$\theta \leq \frac{4-\mu^2}{\xi^2(2-\mu^2)}. \quad (32)$$

因此,若要保证回收商的利润函数在上述两种模式下都是凹函数,则 $\theta$ 的取值需满足

$$\theta \leq \theta' = \min \left\{ \frac{2-\mu}{2\lambda^2\xi^2(1-\mu)}, \frac{4-\mu^2}{\xi^2(2-\mu^2)} \right\}. \quad (33)$$

在垄断回收模式下,非营利机构对回收商回收废旧品的分配比 $\lambda$ 满足 $0 < \lambda \leq 1$ ,因此

$$\frac{2-\mu}{2\lambda^2\xi^2(1-\mu)} \geq \frac{2-\mu}{2\xi^2(1-\mu)},$$

即 $\theta$ 满足 $\theta \leq \frac{2-\mu}{2\xi^2(1-\mu)}$ 即可.

当 $\mu = \sqrt{3}-1$ 时

$$\frac{2-\mu}{2\xi^2(1-\mu)} = \frac{4-\mu^2}{\xi^2(2-\mu^2)}.$$

综上所述,为了保证制造商与回收商利润函数的均衡解唯一存在, $\theta$ 的取值必须满足

$$\theta \leq \begin{cases} \frac{2-\mu}{2\xi^2(1-\mu)}, & 0 \leq \mu < \sqrt{3}-1; \\ \frac{4-\mu^2}{\xi^2(2-\mu^2)}, & \sqrt{3}-1 \leq \mu < 1. \end{cases} \quad (34)$$

### 3.1.2 市场需求函数值约束条件分析

由于产品的需求函数取值一定是非负的,无论是在垄断回收模式下,还是在竞争回收模式下,制造商 $j$ 的产品需求量 $d_j^k$ 一定是非负的,具体描述如下.

在垄断回收模式下,有

$$d_j^m = s + (\mu-1)p_j^m \geq 0, \quad j = 1, 2, \quad (35)$$

求解可得

$$d_j^{*m} = \frac{s + (\mu-1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r-\eta)\xi]}{6-3\mu+2\theta\xi^2(\mu-1)} \geq 0. \quad (36)$$

由式(27)和 $0 \leq \mu < 1$ 可得,式(36)的分母满足如下关系:

$$\begin{aligned} 6-3\mu+2\theta\xi^2(\mu-1) &= \\ 3(2-\mu)+2\theta\xi^2(\mu-1) &> \\ 2-\mu+2\theta\xi^2(\mu-1) &\geq 0. \end{aligned} \quad (37)$$

因此,参数 $s, \mu, c_m, \sigma, c_r, r, \eta, \xi$ 必须满足如下条件:

$$s + (\mu-1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r-\eta)\xi] \geq 0. \quad (38)$$

在竞争回收模式下,有

$$d_j^c = s + (\mu-1)p_j^c \geq 0, \quad j = 1, 2, \quad (39)$$

求解可得

$$\begin{aligned} d_j^{*c} &= \frac{(\mu^2-2)(s + (\mu-1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r-\eta)\xi])}{-8+6\mu+3\mu^2-2\mu^3+} \\ &\leftarrow \frac{\sigma(c_m - c_r) - (r-\eta)\xi}{2\theta\xi^2(\mu-1)(\mu^2-2)} \geq 0. \end{aligned} \quad (40)$$

由式(31)可知 $\theta\xi^2(\mu^2-2) \geq \mu^2-4$ ,于是可得

$$\begin{aligned} -8+6\mu+3\mu^2-2\mu^3+2\theta\xi^2(\mu-1)(\mu^2-2) &\leq \\ -8+6\mu+3\mu^2-2\mu^3+2(\mu^2-4)(\mu-1) &= \\ \mu^2-2\mu = \mu(\mu-2) &< 0. \end{aligned} \quad (41)$$

又因为 $\mu^2-2 < 0, s + (\mu-1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r-\eta)\xi] \geq 0$ ,所以式(40)的关系式成立.

综上所述,因制造商 $j$ 的产品需求量 $d_j^k$ 一定是非负的,故以下关系式必然成立:

$$\theta \leq \begin{cases} \frac{2-\mu}{2\xi^2(1-\mu)}, & 0 \leq \mu < \sqrt{3}-1; \\ \frac{4-\mu^2}{\xi^2(2-\mu^2)}, & \sqrt{3}-1 \leq \mu < 1. \end{cases}$$

$$s + (\mu-1)[c_m - \sigma(c_m - c_r) - (r-\eta)\xi] \geq 0. \quad (42)$$

此外,式(42)的关系式恰好满足Nash均衡解存在条件和市场需求函数值约束条件的参数约束,因此,式(42)的关系式即为基于博弈论的再制造逆向物流定价决策模型的参数约束.

### 3.2 影响因素灵敏度分析

为探讨多因素(行业竞争、规模经济、政府补贴、废旧品再制造等)对逆向物流系统的具体影响,本文选取相应的产品市场容量大小 $s$ 、规模经济影响因素 $\theta$ 、在不受规模经济影响下每单位废旧品的回收成本 $\eta$ 、回收商回收每单位废旧品而从政府获得的补贴 $r$ 以及回收的废旧品再制造率 $\sigma$ 这些参数进行灵敏度分析.通过求解一阶偏导数来判断参数对目标函数的影响,从而获得逆向物流系统的影响因素灵敏度分析,如表1所示.

表1 逆向物流系统的影响因素灵敏度分析

参数	制造商 ( $j = 1, 2$ )				回收商 ( $i = I, II$ )			
	$p_j^{*m}$	$p_j^{*c}$	$\Pi_j^{*m}$	$\Pi_j^{*c}$	$t_i^{*m}$	$t_i^{*c}$	$\Pi_i^{*m}$	$\Pi_i^{*c}$
$s$	+	$\pm^1$	+	+	+	$\pm^2$	+	+
$\theta$	-	-	+	+	-	-	+	$\pm^3$
$\eta$	+	+	-	-	+	+	-	-
$r$	-	-	+	+	-	-	+	+
$\sigma$	-	-	+	+	+	$\pm^2$	+	+

注:  $\pm^1$  表示, 如果  $\theta\xi^2 < \frac{3-\mu^2}{2-\mu^2}$ , 则取+, 否则取-;  
 $\pm^2$  表示, 如果  $\theta\xi^2 < \frac{4-\mu^2}{2(2-\mu^2)}$ , 则取+, 否则取-;  
 $\pm^3$  表示, 如果  $\theta\xi^2 < \frac{8-10\mu-\mu^2+2\mu^3}{2(\mu-1)(\mu^2-2)}$ , 则取+, 否则取-.

在表1中: “+”表示随着参数的增大, 相应的目标函数也增大; “-”表示随着参数的增大, 相应的目标函数减小; “ $\pm$ ”表示随着参数的增大, 相应的目标函数增大或减小要受到其他条件(详见表1注释)的限制.

由表1可知, 当规模经济影响因素 $\theta$ 不是很强时, 垄断回收模式与竞争回收模式的各个均衡解变化趋势是一致的. 其中, 随着产品市场容量大小 $s$ 的增大, 市场需求随之增大, 从而促使制造商提高产品售价, 非营利机构或回收商也相应提高回收费用, 于是制造商和回收商的利润均得以增加. 当废旧品的再制造率 $\sigma$ 增大时, 制造商的制造成本得以降低, 其售价相应降低; 随着废旧品再制造率的提高, 制造商和回收商的利润均有所增加, 这就激励了制造商再制造与回

收商回收废旧品的行为.

当规模经济影响因素 $\theta$ 很强时, 即 $\theta$ 值超过某一临界值(由表1注释可知)时, 在竞争回收模式下, 回收商之间竞争愈发激烈, 从而导致回收商回收费用与利润的降低. 随着市场容量大小 $s$ 的增大, 回收废旧品的数量相应增加, 这使得规模经济的影响进一步扩大, 从而加剧回收商利润的降低.

总之, 制造商和回收商都可以通过增加产品市场容量大小 $s$ 、适当增大规模经济影响因素 $\theta$ 、降低在不受规模经济影响下每单位废旧品的回收成本 $\eta$ 、增加回收单位废旧品而从政府得到的补贴 $r$ 或者增大回收的废旧品再制造率 $\sigma$ 等途径来增加利润.

### 3.3 垄断回收模式与竞争回收模式比较分析

经过推导可知: 制造商在垄断回收模式下的销售价格要比竞争回收模式在同等情况下的销售价格高, 即 $p_j^{*m} > p_j^{*c}$ ; 在竞争回收模式下则可获得更高的利润收益, 即 $\Pi_j^{*m} < \Pi_j^{*c}$ .

同样经过推导可知: 回收商在垄断回收模式下向非营利机构收取的费用要比在竞争回收模式下向制造商收取的费用高, 即 $t_i^{*m} > t_i^{*c}$ ; 此外, 如果满足  $0 < \mu < \sqrt{3} - 1$  且  $\theta\xi^2 < \frac{\mu^3 - 6\mu + 4}{(\mu - 1)^2(\mu + 2)}$ , 则在竞争回收模式下, 回收商可以获得更大的利润, 否则, 回收商将更倾向于选择垄断回收模式.

综上所述, 可以得到回收商与制造商的回收模式选择, 如表2所示.

表2 回收商与制造商的回收模式选择

参与者	回收模式选择
制造商	$p_j^{*m} > p_j^{*c}, \Pi_j^{*m} < \Pi_j^{*c}$ , 倾向于选择竞争回收模式.
回收商	当 $0 < \mu < \sqrt{3} - 1$ 且 $\theta < \frac{\mu^3 - 6\mu + 4}{(\mu - 1)^2(\mu + 2)\xi^2}$ 时, $t_i^{*m} > t_i^{*c}, \Pi_i^{*m} < \Pi_i^{*c}$ , 倾向于选择竞争回收模式; 当 $\mu > \sqrt{3} - 1$ 时, $t_i^{*m} > t_i^{*c}, \Pi_i^{*m} > \Pi_i^{*c}$ , 倾向于选择垄断回收模式; 当 $\theta > \frac{\mu^3 - 6\mu + 4}{(\mu - 1)^2(\mu + 2)\xi^2}$ 时, $t_i^{*m} > t_i^{*c}, \Pi_i^{*m} > \Pi_i^{*c}$ , 倾向于选择垄断回收模式.

由表2可知, 竞争回收模式比垄断回收模式对各方参与者更为有利. 这是由于在竞争回收模式中, 消费者可以用较低的价格购买商品, 制造商可以在较低销售价格的基础上获得较高的利润收入, 而回收商承担较低的回收成本. 然而, 只有在产品的可替代程度 $\mu$ 较低, 市场的规模经济影响因素 $\theta$ 不是很强时, 才能使得回收商和制造商一样, 也选择竞争回收模式, 从而使得各参与者达到共赢的状态.

## 4 数值分析

根据上面的分析, 本文结合我国电子电器废弃物的回收现状, 收集相关数据, 对模型中的各个参数进

行取值(满足式(42)的关系式), 如表3所示.

表3 模型参数的取值

模型参数	参数符号	数值
制造商产品的市场容量大小	$s$	50
市场需求的弹性系数(制造商产品的可替代程度)	$\mu$	0.25
废旧品回收率	$\xi$	0.3
废旧品再制造率	$\sigma$	0.5
在不受规模经济影响下每单位废旧品的回收成本	$\eta$	2
规模经济影响因素	$\theta$	0.05
回收商回收每单位废旧品获得的政府补贴	$r$	10
制造商制造新产品成本	$c_m$	50
制造商制造再制品成本	$c_r$	40

对表3的参数进行如下处理:在保持其他参数不变的情况下,改变其中某个重要参数的大小,并计算决策变量值(回收商设定的回收费用与制造商设定

的售价)和最优利润函数值,从而得出在两种回收模式下制造商与回收商的决策变量值与最优利润函数值对相应参数的敏感程度,如图2~图5所示。

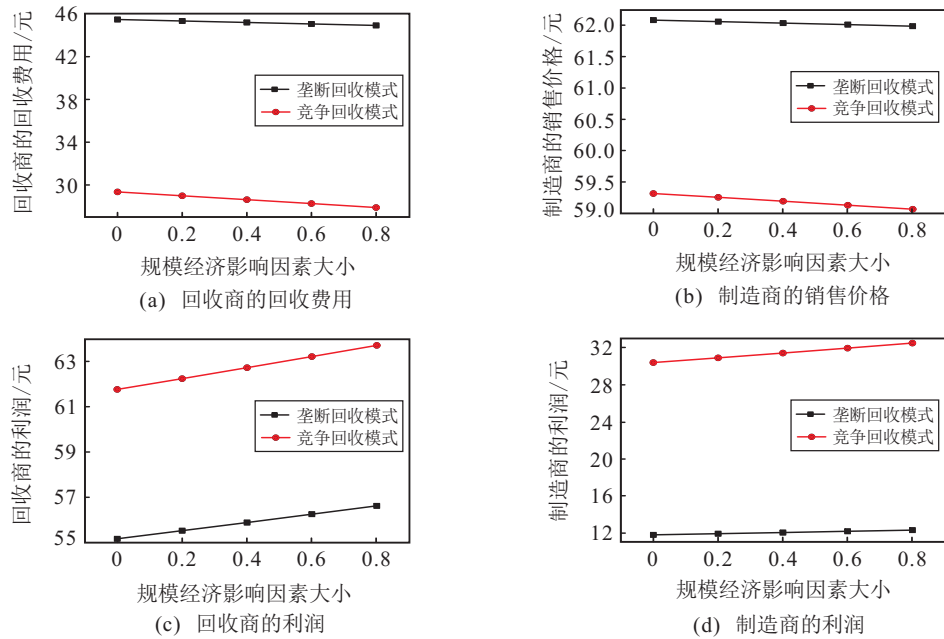


图2 决策变量值与最优利润函数值对规模经济影响因素 $\theta$ 的敏感程度

由图2可知:在其他参数保持不变的情况下,随着规模经济影响因素 $\theta$ 的增大,这两种回收模式下的回收商回收费用和制造商售价小幅减小,而回收商和制造商的利润随之增大,但增幅有限,尤其是制造商

利润,只有轻微增大;回收商的回收费用和制造商的产品售价在垄断回收模式下更高,但是回收商和制造商的利润在竞争回收模式下更高。

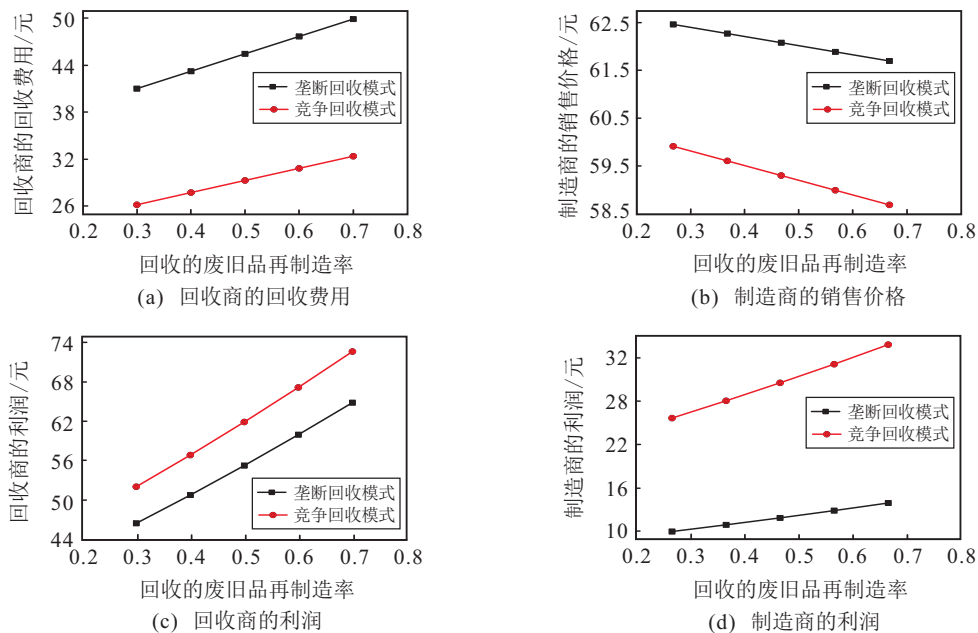


图3 决策变量值与最优利润函数值对回收的废旧品再制造率 $\sigma$ 的敏感程度

由图3可知,在其他参数保持不变的情况下,随着回收的废旧品再制造率 $\sigma$ 的增大,这两种回收模式下的回收商回收费用和回收商、制造商的利润随之增加,而制造商设定的售价小幅减小.当废旧品的再制造率 $\sigma$ 增大时,制造商的制造成本得以降低,从而

降低其售价;随着废旧品再制造率的提高,制造商和回收商的利润均有所增加,这就激励了制造商与回收商进行废旧品回收.与垄断回收模式相比,在竞争回收模式下的回收商回收费用与制造商设定的售价都较低,但是回收商和制造商的利润都较高。

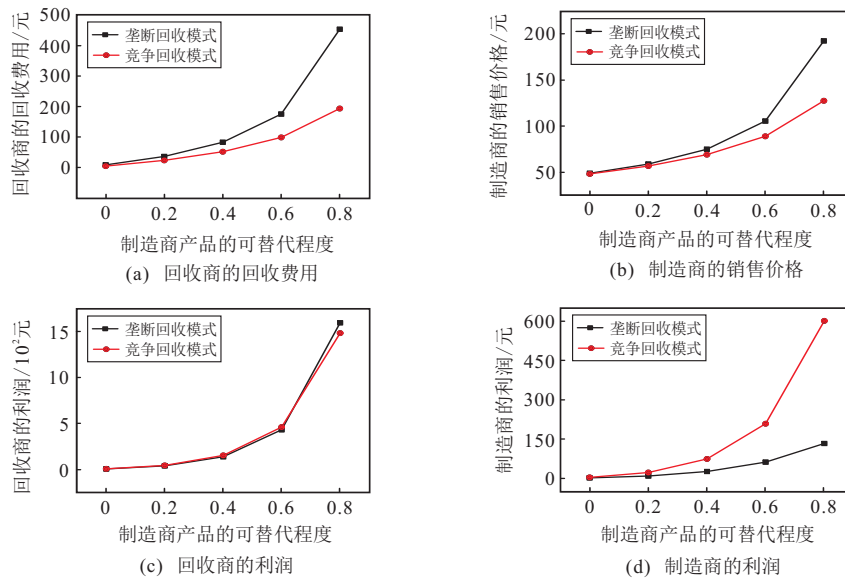


图4 决策变量值与最优利润函数值对制造商产品的可替代程度  $\mu$  的敏感程度

由图4可知:在其他参数保持不变的情况下,随着制造商产品的可替代程度  $\mu$  的增大,制造商的市场需求量增大,回收商的回收费用与制造商的销售价格以及回收商、制造商的利润也随之增加,且增幅很大;相对于垄断回收模式,在竞争回收模式下的回收商回

收费用与制造商设定的售价更低,但是回收商和制造商的利润更高.然而,由图4(c)中可以看到,当制造商产品的可替代程度  $\mu$  增大到一定程度 ( $\mu = \sqrt{3} - 1$ ) 后,在垄断回收模式下的回收商利润比在竞争回收模式下高.

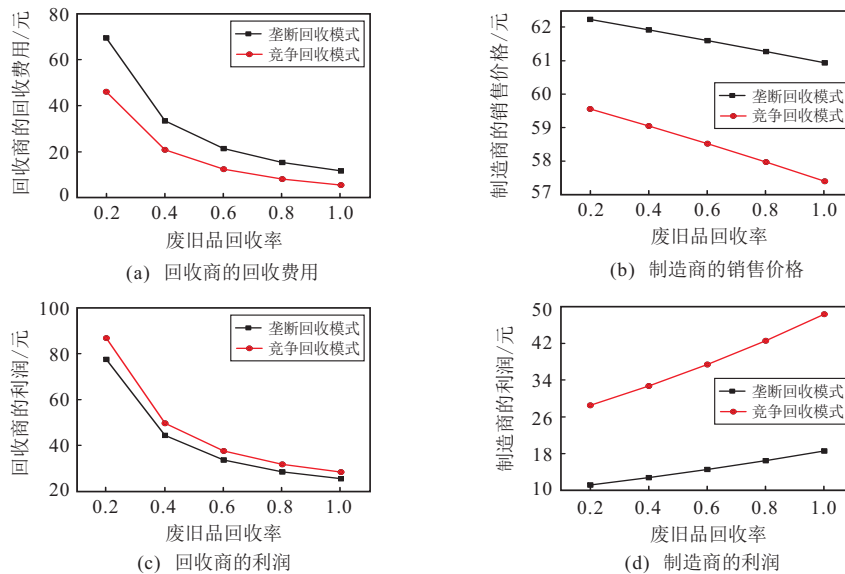


图5 决策变量值与最优利润函数值对废旧品回收率  $\xi$  的敏感程度

由图5可知:在其他参数保持不变的情况下,随着废旧品回收率  $\xi$  的增大,回收商的回收费用和制造商的产品售价均降低;由于回收的废旧品数量增多,导致回收商在整个回收过程中所需要付出的成本增加,从而降低了回收商的利润;对于制造商而言,尽管随着回收率  $\xi$  的增大,所支付的回收费用增加,但是废旧品的回收数量也得以增加,这在一定程度上增大了再制造产品的数量,使得制造商可以生产更多的再制品而获得额外利润,即制造商的利润会随着回收率

的增加而增加.

通过对图2~图5的观察和分析可知,数值分析的结果与前文影响因素灵敏度分析的结果一致,即竞争回收模式比垄断回收模式对各方参与者更为有利,使得各参与者有可能达到共赢的状态,这正好从定量分析的角度验证了上述模型分析的准确性.

### 5 结论

本文以由两个制造商和两个回收商组成的逆向物流系统为研究对象,建立了以回收商设定的回收费

用与制造商制定的售价为决策变量,以回收商和制造商的最优利润为目标函数的博弈模型;运用逆向归纳法求解模型的子博弈精炼Nash均衡解,并进行了模型参数约束分析、影响因素灵敏度分析和两种回收模式的比较分析;最后以我国电子电器废旧品的相关数据进行数值分析.结果表明:竞争回收模式比垄断回收模式对各方参与者更为有利;在我国电子电器废旧品市场的整体规模经济影响因素 $\theta$ 不是很强,制造商产品的可替代程度 $\mu$ 较低的情况下,回收商和制造商可以通过选择竞争回收模式而使得各参与者(消费者、制造商与回收商)达到共赢的状态.

对于我国电子电器废旧品市场的制造商与回收商而言,若要促进废旧品市场健康、稳定地发展,则需提高废旧品的回收率 $\xi$ 和再制造率 $\sigma$ ;同时,制造商和回收商还应积极地签订相关合约来进行废旧品回收,即充分利用竞争回收模式的优势,使得行业的各参与者实现共赢.另外,随着回收率 $\xi$ 的提高,回收商的利润不升反降,为了促进回收商对废旧品的回收,对于政府而言,应适当增加对回收商回收废旧品的补贴 $r$ .

由于本文仅考虑了两个制造商和两个回收商组成的逆向物流系统,并在对称情形下求解模型,具有一定的局限性.未来研究可从以下两方面进行:在非对称情形下,即两个制造商具有不同的产品市场,两个回收商具有不同的回收成本因素,求解模型;考虑由多个制造商和多个回收商组成的逆向物流系统.

#### 参考文献(References)

- [1] Stock J R. Reverse logistics: White paper[M]. Council of Logistics Management, 1992.
- [2] Abdulrahman M D, Gunasekaran A, Subramanian N. Critical barriers in implementing reverse logistics in the Chinese manufacturing sectors[J]. *Engineering Costs & Production Economics*, 2014, 147(1): 460-471.
- [3] 姚卫新. 再制造条件下逆向物流回收模式的研究[J]. *管理科学*, 2004, 17(1): 76-79.  
(Yao W X. Comparison of different take-back models in reverse logistics[J]. *J of Management Science*, 2004, 17(1): 76-79.)
- [4] 魏洁, 李军. EPR下的逆向物流回收模式选择研究[J]. *中国管理科学*, 2005, 13(6): 18-22.  
(Wei J, Li J. The choice of different take-back models in reverse logistics with the restriction of EPR[J]. *Chinese J of Management Science*, 2005, 13(6): 18-22.)
- [5] 刘羽欣, 陈伟达. 基于非线性需求函数的逆向物流回收模式[J]. *工业工程*, 2008, 11(6): 29-33.  
(Liu Y X, Chen W D. Research on take-back models in reverse logistics based on nonlinear demanding function[J]. *Industrial Engineering J*, 2008, 11(6): 29-33.)
- [6] Jung K S, Hwang H. Competition and cooperation in a remanufacturing system with take-back requirement[J]. *J of Int Manufacturing*, 2011, 22(3): 427-433.
- [7] 顾巧论, 高铁杠, 石连栓. 基于博弈论的逆向供应链定价策略分析[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(3): 20-25.  
(Gu Q L, Gao T G, Shi L S. Price decision analysis for reverse supply chain based on game theory[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2005, 25(3): 20-25.)
- [8] Gan S S, Pujawan I N, Suparno, et al. Pricing decision for new and remanufactured product in a closed-loop supply chain with separate sales-channel[J]. *Int J of Production Economics*, 2016, 190: 120-132.
- [9] Jafari H, Hejazi S R, Rasti-Barzoki M. Sustainable development by waste recycling under a three-echelon supply chain: A game-theoretic approach[J]. *J of Cleaner Production*, 2017, 142: 2252-2261.
- [10] 公彦德, 吴庆春. 不同物流和回收状态下的供应链决策分析[J]. *控制与决策*, 2010, 25(3): 411-415.  
(Gong Y D, Wu Q C. Analysis on supply chain strategy under different logistics and recovery condition[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(3): 411-415.)
- [11] Wei J, Zhao J. Reverse channel decisions for a fuzzy closed-loop supply chain[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(3): 1502-1513.
- [12] Ma J, Wang H. Complexity analysis of dynamic noncooperative game models for closed-loop supply chain with product recovery[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, 38(23): 5562-5572.
- [13] Li J, Du W, Yang F, et al. Evolutionary game analysis of remanufacturing closed-loop supply chain with asymmetric information[J]. *Sustainability*, 2014, 6(9): 6312-6324.
- [14] Lipan F, Govindan K, Chunfa L. Strategic planning: Design and coordination for dual-recycling channel reverse supply chain considering consumer behavior[J]. *European J of Operational Research*, 2017, 260(2): 601-612.
- [15] Toyasaki F, Boyaci T, Verter V. An analysis of monopolistic and competitive take-back schemes for WEEE recycling[J]. *Production & Operations Management*, 2011, 20(6): 805-823.
- [16] 蹇明, 陈志刚. 策略性信息泄露情形下的逆向供应链回收定价策略[J]. *计算机集成制造系统*, 2014, 20(8): 2000-2007.  
(Jian M, Chen Z G. Recycling pricing strategy for reverse supply chain under strategic information leakage[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2014, 20(8): 2000-2007.)
- [17] Bohr P. The economics of electronics recycling: New approaches to extended producer responsibility[D]. Berlin: Technical University of Berlin, 2007.
- [18] Fudenberg D, Tirole J. Game theory[M]. Cambridge: MIT Press, 1991: 841-846.

(责任编辑: 李君玲)