

进化高维多目标优化算法研究综述

刘建昌¹, 李飞^{1†}, 王洪海¹, 李田军²

(1. 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004;
2. 中国人民解放军陆军炮兵防空兵学院 雷达工程系, 合肥 230031)

摘要: 首先针对常规多目标优化算法求解高维多目标优化时面临的选择压力衰减问题进行论述; 然后针对该问题, 按照选择机制的不同详细介绍基于 Pareto 支配、基于分解策略和基于性能评价指标的典型高维多目标优化算法, 并分析各自的优缺点; 接着立足于一种全新的性能评价指标——R2 指标, 给出 R2 指标的具体定义, 介绍基于 R2 指标的高维多目标优化算法, 分析此类算法的本质, 并按照 R2 指标的 4 个关键组成部分进行综述; 最后, 发掘其存在的潜在问题以及未来发展空间。

关键词: 高维多目标优化问题; 进化算法; Pareto 支配; MOEA/D; R2 指标

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Survey on evolutionary many-objective optimization algorithms

LIU Jian-chang¹, LI Fei^{1†}, WANG Hong-hai¹, LI Tian-jun²

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Department of Radar Engineering, PLA Artillery Air Defense Force Academy, Hefei 230031, China)

Abstract: The paper first presents a comprehensive description of the selection pressure degradation problem when the traditional multi-objective evolutionary algorithms are adopted to solve many-objective optimization problems. According to the selection strategies, the Pareto-based, decomposition-based and indicator-based many-objective evolutionary algorithms (MaOEA) are proposed to address the selection pressure degradation problem. Then, the definition of R2 indicator proposed as a new performance indicator is provided, and a series of R2-MaOEA are introduced. After analyzing the nature of R2-MaOEA, this paper gives a general review of these algorithms in consideration of their four main components. Finally, the inherent basis and the future research are introduced.

Keywords: many-objective optimization problems; evolutionary algorithm; Pareto dominance; MOEA/D; R2 indicator

0 引言

随着控制科学、计算机科学和社会科学的发展, 多学科的融合带来了流程工业综合自动化生产^[1]和人们日常生活的巨大变化。例如, 在热连轧^[2]和冷连轧厚度负荷分配问题中考虑带钢质量最优和能耗最小的优化问题、在日常购物过程中, 消费者普遍想要购买“物美价廉”的产品、人们婚姻生活中的稳定性匹配^[3]等问题都是典型的多目标优化问题。随着多目标优化问题目标个数的增加, 常规的多目标优化算法^[4]难以有效解决高维多目标优化问题。因此, 如何求解高维多目标优化问题对指导工业生产和日常生活具有较高的理论意义和实际应用价值。

不失一般性, 以最小化优化问题为例, 高维多目标优化问题为

$$\min f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)). \quad (1)$$

其中: $m \geq 4$ 为目标个数, $f(x)$ 为 m 维目标向量, $f_i(x)$ 为第 i 个目标函数, x 为决策变量。求解高维多目标优化问题的最终目的是得到一组尽可能收敛于真实 Pareto 前沿且均匀分布的 Pareto 解集^[5]。

常规多目标优化算法能够有效解决 2 个或 3 个目标的多目标优化问题, 但将算法拓展到高维多目标优化问题时, 其求解过程中将主要面临以下 3 个问题:

1) 随着目标维数的增加, 非支配解占候选解的比

收稿日期: 2017-10-30; 修回日期: 2018-01-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773106, 61703086); 流程工业国家重点实验室基础科研业务项目(2013ZCX02-03); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(N160403003).

作者简介: 刘建昌(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模控制与优化等研究; 李飞(1988—), 男, 博士生, 从事多目标优化算法的研究。

†通讯作者. E-mail: lanceleneu@126.com

例呈指数形式增加,即采用 Pareto 支配选择机制难以区分候选解,算法的选择压力急剧下降.如图1所示,随着目标维数的增加,种群中 Pareto 最优解呈指数形式增加.当目标个数为14时,候选解全是非支配解, Pareto 支配关系无法选择收敛性和多样性较好的候选解.因此,基于 Pareto 支配关系的多目标优化算法所获得的 Pareto 最优解难以有效逼近真实 Pareto 前沿,基于 Pareto 支配关系的选择机制在求解高维多目标优化问题时失效.

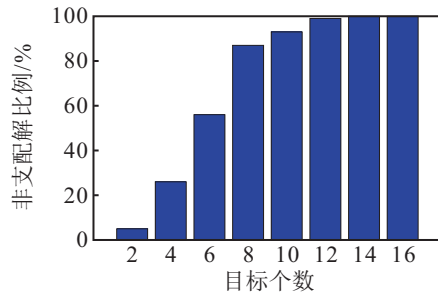


图1 目标个数与非支配解在随机种群中的比率关系

2) 随着目标维数的增加,基于欧氏距离的多样性度量指标(如拥挤距离^[6]或聚类算子^[7])并不适合评价候选解分布的多样性.如何设计适合求解高维多目标优化问题的多样性评价指标,进而综合权衡算法求解此类问题的收敛性和多样性尤为重要.

3) 随着目标维数的增加,常规的性能评价指标(超立方体指标与其他度量指标)或者计算时间复杂度很高,或者针对多目标优化问题设计的性能评价指标难以拓展到高维空间,如何设计合理而有效的性能评价指标评价高维多目标优化算法的综合性能尤其关键^[8-9].

高维多目标优化问题从其本质上讲是一个建立在“理性人”假说基础上的微观经济学问题.求解高维多目标优化问题按照选择机制不同主要分为两类:序数效用函数和基数效用函数理论.具体而言,常见的基于序数效用函数选择机制的多目标优化算法主要采用 Pareto 支配和多样性评价指标综合权衡算法的收敛性和多样性;基于基数效用函数选择机制的多目标优化算法主要包含基于分解策略的多目标优化算法和基于性能评价指标的多目标优化算法两类.

1 典型高维多目标优化算法

1.1 基于 Pareto 支配关系的高维多目标优化算法

基于 Pareto 支配关系的高维多目标优化算法是求解高维多目标优化问题最经典的方法.该算法首先采用 Pareto 支配关系保证算法的收敛性,然后设计精细的多样性保持机制确保选择的多样性,如 NSGA-II^[6]、SPEA2^[7]、MOPSO^[10]、MISA^[11]和

CMPSO^[12]等.采用 Pareto 支配关系可以有效确保种群从搜索的深度上逼近真实的 Pareto 前沿,但是难以保证算法的多样性.此类算法求解高维多目标优化问题时主要面临两个问题:基于 Pareto 支配的排序策略在求解高维多目标优化问题时,计算复杂度较高,难以求解实际优化问题,即使设计有效的排序策略,仍然难以解决 Pareto 支配关系在高维空间选择压力衰减的问题,如图1所示;基于 Pareto 支配关系的多目标优化算法需要设计与 Pareto 支配选择机制相匹配的多样性保持机制,常用的基于欧氏距离的多样性保持机制在评价高维空间候选解的相似性时仍值得进一步研究^[13].因此,如何设计合理而有效的多样性保持机制成为解决高维多目标优化问题的关键^[14].

基于 Pareto 支配的多目标优化算法在求解高维多目标优化问题时主要包括以下3个方面:

1) 提出新的支配关系,进而增强算法的选择压力.当基本 Pareto 支配关系难以区分候选解时,可通过放宽比较标准,将原来无法比较优劣的候选解变的可以比较.常用的修正 Pareto 支配关系有 ϵ -支配^[9]、模糊支配^[15]和 α -支配^[16]等,通过修改 Pareto 支配关系或提出新的支配关系可以增强算法在求解高维多目标优化问题时的选择压力,进而有效提高算法的收敛性.但新修正的 Pareto 支配关系对参数依赖性较大,需要决策者对问题有一定了解后才能给出适当的参数,因此在实际应用时往往难以实现.

2) 立足于 Pareto 支配关系,通过引入新的多样性评价机制,增强算法在求解高维多目标优化问题时的选择压力.首先通过 Pareto 支配关系对候选解进行初步选择,然后设计新的多样性保持机制,如采用新的聚类算子、网格机制和新的距离度量指标来综合权衡算法的收敛性和多样性. Deb 等立足于此,设计了许多优秀的高维多目标优化算法,如 NSGA-III^[17]、GrEA^[18]、NSGA-II+SDE 和 SPEA2+SDE^[19]等.

3) 立足于 Pareto 支配关系,通过充分挖掘目标空间的有效信息引入协同进化的思想,协同增强算法的选择压力. Wang 等^[20]借鉴协同进化的思想,提出了偏好启发的高维多目标优化算法求解 WFG 系列测试问题^[21].算法通过集成 Pareto 支配关系和自适应目标空间分布信息选择候选解,提高算法的选择压力. Zhang 等^[22]将 Knee 点引入到种群的搜索过程中,同时提出 ENS^[23]和 K-ENS^[24]排序策略来提高算法的排序效率,在解决 WFG 基准测试问题^[21]时具有一定的优势.

基于 Pareto 支配的高维多目标优化算法在求解

高维多目标优化问题时,如何更有效地增强算法的选择压力进而逼近真实的 Pareto 前沿尤为重要. Pareto 支配关系作为首次选择过程可以很好地解决衰减优化问题,却难以求解复杂多峰多目标和连续多前沿多目标优化问题.

1.2 基于分解策略的高维多目标优化算法

基于 Pareto 支配的高维多目标优化算法是典型的基于序数效用函数的高维多目标优化算法. 此外,分解策略作为基于基数效用函数选择机制的典型代表,也是适合求解高维多目标优化问题的替代机制. C-MOGA^[25] 和 MOEA/D^[26] 算法是最早提出的基于分解策略的多目标优化算法,其核心思想是将多目标优化问题转化为多个单目标子问题协同求解并一次性输出一组 Pareto 最优解. MOEA/D 在解决由 Li 等^[27] 提出的具有复杂 PS 特性的多目标优化问题时,具有很好的收敛性和多样性,在 2009 年 IEEE CEC 大会组织的多目标优化算法竞赛中获得冠军.

基于分解策略的多目标优化算法开辟了线性规划同进化算法结合的先例. Zhang 等^[26] 提出 MOEA/D 算法以来发展迅速,下面对 MOEA/D 的关键组成部分作简要分析: 标量化方法将多目标优化问题转化为多个单目标优化问题进行求解,加权和、加权切比雪夫方法和罚函数边界法是求解多目标优化问题的 3 种典型标量化方法^[28]; 权值生成策略是分解策略的基础,常用权值生成策略会受组合数规则的限制,无法任意生成权值,如何任意生成权值以及如何根据候选解在目标空间的分布选择合适的候选解自适应更新权值对处理复杂 Pareto 前沿问题大有裨益^[29]; 如何选择候选解进而产生更有效的子代个体也有许多值得研究的地方. 根据上述对 MOEA/D 关键部分的介绍,基于分解策略的多目标优化算法在求解高维多目标优化问题时较基于序数效用函数的多目标优化算法有一定的优势.

MSOPS^[30]、MSOPS-II^[31] 和 MOEA/D-PBI 是基于分解策略的多目标优化算法在解决高维多目标优化问题的前期成果. 随着研究人员对分解策略的深入探究,衍生出许多优秀的基于分解策略的多目标优化算法. 截止到 2014 年可称为第 1 阶段,大多数研究人员主要在 MOEA/D 框架下从修正标量化函数、设计权值自适应策略、选择收敛性和多样性都较好的候选解和产生性能优越的候选解 4 个方面进行研究. Liu 等^[32] 提出了 MOEA/D-M2M 算法,采用目标空间分解的思想求解复杂多目标优化问题,此后出现了许多以目标空间分解为基础的高维多目标优化算法,其

中几种具有代表性的算法为 DBEA^[33]、MOEA/DD^[34] 和 RVEA^[13], 此类算法虽然不算纯粹意义上的基于分解策略的多目标优化算法,但其内在统一性都是基于基数效用函数理论和目标空间分解的高维多目标优化算法. 在 MOEA/D 和 MOEA/D-M2M 架构的基础上设计的高维多目标优化算法在求解高维多目标优化问题时取得了很好的效果,至今也还有一定的研究潜力^[35].

基于分解策略的高维多目标优化算法可以有效解决复杂 PS 特性的多目标优化问题,但是如何设计合理而有效的权值生成策略,对于求解不连续和前沿特性不规则的高维多目标优化问题仍然存在一定难度.

1.3 基于性能评价指标的高维多目标优化算法

基于基数效用函数的选择机制不仅包括分解策略还包括各种各样的性能评价指标. 华人学者的研究主要集中于基于分解策略的高维多目标优化算法. 欧洲研究人员重点研究基于性能评价指标的高维多目标优化算法. 性能评价指标可以权衡候选解的综合性能(收敛性、分布多样性和均匀性),通过引入决策者构建的性能评价指标将多目标或者高维多目标优化问题转化为一个单目标优化问题进行求解. 基于性能评价指标的高维多目标优化算法采用评价指标比较候选解的优劣,从而增加算法的选择压力进而协助整个算法逼近最优前沿.

性能评价指标通过给定决策者偏好信息,集成考虑算法的收敛性和多样性,通过计算每个候选解对性能评价指标贡献值的大小选择候选解,避免常规多目标优化算法繁杂的选择过程. 下面对一些经典的基于性能评价指标的多目标优化算法进行简要阐述.

1) 基于评价指标的进化算法 (Indicator-based evolutionary algorithm, IBEA). 2004 年由 Zitzler 等^[36] 提出了最基本的基于性能评价指标的多目标优化算法-IBEA,并在 Hypervolume 和 ϵ 指标的基础上,提出了两种基于 Hypervolume 和 ϵ 二元评价指标的多目标优化算法. 实验结果表明,IBEA 在高维情况下具有较好的收敛性,但分布性欠佳. 且在 IBEA 的适应度计算部分,指数放大函数需要额外设定参数,而算法性能对该参数较为敏感,这也影响了 IBEA 的通用性. Beume 等^[37] 于 2007 年提出了 S 指标选择算法 (S-metric selection EMO algorithm, SMS-EMOA),该算法作为基于 Hypervolume 指标的多目标优化算法的典型代表,其核心思想是根据个体的 Hypervolume 贡献度评价每个候选解的适应度. 该评价指标可以

综合权衡算法在高维空间的收敛性和多样性. 然而 Hypervolume 的计算复杂度随着目标个数的增加呈指数增加, 当目标维数大于6时, 很难在有效的时间内得到合理的结果^[38], 进而影响算法的实用性. Igel 等^[39]于2007年将Hypervolume指标融入到CMA-ES算法中, 提出了MO-CMA-ES算法, 该算法可以有效解决部分基准测试问题. Bader等^[40]于2011年提出超体积算法(Hypervolume estimation algorithm for multi-objective optimization, HypE)作为基于Hypervolume指标的高维多目标优化算法的典型代表, 可以有效权衡算法求解高维多目标优化问题的收敛性和多样性, 但无法权衡计算精度和高计算负荷的难题. 因此, 通过引入新的采样方法或者近似策略来求解Hypervolume指标^[41-43], Jiang等^[44]取得了很好的研究成果.

2) Hypervolume 指标所选择的候选解是严格 Pareto 最优的, 但是如何在计算负荷和计算精度之间进行权衡难度较大. 因此, 许多研究人员从替代 Hypervolume 指标方面着手设计新的性能评价指标, 进而求解高维多目标优化问题. Schuetze 等^[45-46]提出了 Δ_p 指标, Adriana 等提出了 IGD^[47]、GD^[48-49] 和 maximin 指标^[50-51], 通过预测真实的 Pareto 前沿, 计算相应的性能评价指标值. 基于距离度量的性能评价指标由于其计算简单有效, 且可以综合考虑求解过程的收敛性和多样性, 在求解高维多目标优化问题时取得了很好的效果^[52-53], 但是如何精确预测搜索过程中的 Pareto 最优前沿, 对算法的求解精度影响较大.

2 基于R2指标的高维多目标优化算法

基于 Pareto 支配、基于分解策略和基于性能评价指标的高维多目标优化算法吸引了越来越多研究人员的关注, 然而, 这3类算法其自身存在着各种缺陷与不足. Hansen 等^[54]和 Brockhoff 等^[55]提出了全新的性能评价指标——R2指标, 该指标可以避免上述选择机制所面临的问题. 下面对基于R2指标的高维多目标优化算法进行综述.

2.1 R2指标

求解高维多目标优化问题时, 通过考虑决策变量空间、目标空间和效用空间的映射关系, 给定相应的性能评价指标比较候选解的优劣. 图2给出了从决策变量空间投影到目标空间, 以及从目标空间投影到效用函数空间的示意图, 其中 $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)$ 代表6个候选解. 图2(a)到图2(b)是从决策变量空间到目标空间的映射, 图2(b)到图2(c)是从目标空间到效用函数空间的映射. 通过构建合适的效用函数来定量

区分候选解的优劣, 选择效用值较大的候选解. 根据性能评价指标比较两个算法的性能优劣.

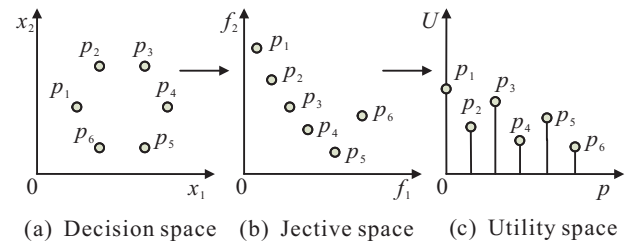


图2 决策变量空间, 目标空间和效用函数空间示意图

R 家族^[54]包含 R1, R2 和 R3 指标: R1 指标仅能定性评判两个近似 Pareto 前沿哪个更好, 难以定量评价两个集合的优劣; R2 指标不仅可以定性评价两个集合的优劣, 也能给出其定量差别; R3 指标通过计算 R2 指标的相对变化率比较候选解的优劣, 此类定义常见于单目标优化问题. 通过对 R 家族的介绍, 下面给出 R2 性能评价指标的具体定义^[55-58].

定义1 给定一组效用函数 U 和效用函数在 U 上的概率分布 p , 参考解集为 R , 则解集 A 的 R2 指标可定义为如下期望效用值:

$$R2(R, A, U, p) = \int_{u \in U} \max_{r \in R} \{u(r)\} p(u) du - \int_{u \in U} \max_{a \in A} \{u(a)\} p(u) du. \quad (2)$$

定义2 将积分进行离散化求解, 给定离散有限效用函数集 U , 在 U 上的均匀分布为 $1/|U|$, 最初的 R2 指标可以转换为如下公式进行求解:

$$R2(R, A, U) = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} (\max_{r \in R} \{u(r)\} - \max_{a \in A} \{u(a)\}). \quad (3)$$

定义3 假定参考集 R 为常数, 为了简化计算, 可以丢掉常数项. R2 指标定义为

$$R2(R, A, U) = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} (-\max_{a \in A} \{u(a)\}). \quad (4)$$

其中决策者选择不同的效用函数获得不同的 R2 指标, 常用的效用函数包括加权和和加权切比雪夫方法. Hansen 等^[54]给出加权切比雪夫效用函数

$$u(a) = u_\lambda(a) = -\max_{j \in \{1, \dots, m\}} \lambda_j |r_j^* - a_j|.$$

其中: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) \in \Lambda$ 为给定的权值向量, r^* 为理想点.

定义4 给定候选解集 A 、一组权值向量 Λ 和理想点 r^* , 根据上述分析和定义3给出引入加权切比雪夫效用函数的 R2 性能评价指标

$$R2(A, \Lambda, r^*) = \frac{1}{|\Lambda|} \sum_{\lambda \in \Lambda} (\min_{a \in A} \{ \max_{j \in \{1, 2, \dots, m\}} \lambda_j |r_j^* - a_j| \}). \quad (5)$$

一般情况下,通过给定一组均匀分布的权值向量作为决策者的偏好信息;加权切比雪夫效用函数作为基数效用函数的典型代表嵌入到R2指标中. R2指标可以评价两个近似PF之间的收敛性和多样性. 但从如何选择候选解方面来考虑问题时,决策者仅关心候选解对R2评价指标的贡献值到底是多少,通过计算不同候选解的R2贡献值来选择候选解. 因此,下面给出R2贡献值的具体定义.

定义5 给定候选个体 $\mathbf{a} \in A$ 对R2评价指标的贡献值的定义如下:

$$C_{R2}(\mathbf{a}, A, A) = R2(A, A, r^*) - R2(A \setminus \{\mathbf{a}\}, A, r^*). \quad (6)$$

2.2 基于R2指标的高维多目标优化算法研究进展

R2指标作为一种全新的性能评价指标吸引了越来越多研究人员的关注. 1998年, Hansen等^[54]首次提出R2评价指标,但如何精确计算R2指标摆在了研究人员的面前. 10年后, Zitzler等^[59]通过合理设定均匀分布的权值向量和与其相对应的标量化效用函数,使得精确计算R2指标值和R2贡献值成为可能.

Brockhoff等^[55]于2015年对R2指标求解多目标优化问题进行了详尽的理论分析和实验研究,提出了一种基于R2指标的稳态多目标优化算法,无论是计算精度还是计算时间复杂度都比经典的基于Hypervolume的SMS-EMOA算法效果要好,但作者并没有将R2指标拓展到高维多目标优化问题求解中. Coello团队自2013年对基于R2指标的多目标优化算法进行了深入研究,提出了MOMBI^[60]、MOMBI-II^[61]、R2-IBEA^[62]、R2-MOACO^[63-64]和iR2-MOACO^[65]算法,该团队立足于完全摒弃Pareto支配关系和分解策略选择机制,通过综合考虑权值向量和候选解之间的双偏好关系进行排序,通过修改标量化方法解决R2指标内聚问题,在求解高维多目标优化问题时取得了很好的效果.

在国内,基于R2指标的高维多目标优化算法研究还处于起步阶段. 为了推动国内外学者对性能评价指标在求解高维多目标优化问题的研究,有必要拓展R2指标设计合理有效的基于R2指标的高维多目标优化算法,为后续处理约束、不确定高维多目标优化问题以及实际优化问题服务^[66]. R2指标主要包含4个关键部分:权值生成策略、标量化效用函数、选择机制和融入新的进化算法. 下面分别从这4个部分对基于R2指标的高维多目标优化算法综述.

2.2.1 权值生成策略

R2指标首先给定一组均匀分布的决策者偏好信息,常用的偏好信息为一组均匀分布的权值向量. 权值生成策略主要包含4种方法: 1) 类似MOEA/D算法中所采用的均匀生成权重的方法; 2) NSGA-III^[17]、DBEA^[35]和RVEA^[13]算法中所采用的双层权值生成策略(虽然不同文章中有一定差异,但从本质上看都是相通的); 3) MSOPS^[30]和MSOPS-II^[31]通过均匀化方向角获得一组均匀分布的方向向量; 4) UMOEA/D^[67]采用均匀分布权值生成策略和协同进化多种群多目标优化算法中的均匀化角度生成权值向量的方法^[68]. 基于分解策略,参考点和参考向量的偏好生成策略通过适当修改可以直接拓展到基于R2指标的高维多目标优化算法中.

通过分析常规权值生成策略,发现此类权值生成策略生成的权值数目都必须满足组合数规则,因此,为了解决组合数规则限制问题, Zhu等^[69]引入库仑定律提出了一种基于库仑定律的权值生成策略,嵌入到iR2-MOGA和iR2-MODE两种算法中.

2.2.2 标量化效用函数

给定一组均匀分布的权值向量往往需要配合相应的标量化效用函数来比较候选解的优劣,常用的标量化效用函数主要包括:加权和法、加权切比雪夫方法、集成方法和PBI方法等. 此类效用函数在求解两、三个目标的优化问题时效果较好. Derbel等^[70]不仅深入研究了不同标量化效用函数在求解两个目标优化问题时的不同,也深入研究了标量化函数与前沿特性之间的关系. MOMBI-II算法^[61]采用逆加权切比雪夫和PBI标量化效用函数评价候选解,此类标量化效用函数可有效解决常规R2指标存在的内聚问题,进而增强算法在求解高维多目标优化问题时的综合性能.

2.2.3 选择机制

选择机制是基于R2指标的多目标优化算法求解高维多目标优化问题的关键. R2-EMOA^[55]、MOMBI^[60]和MOMBI-II^[61]算法的研究人员普遍采用Pareto支配的分层策略结合R2评价指标或纯粹采用快速R2排序选择机制综合权衡算法的收敛性和多样性. 深入研究发现:纯粹采用R2指标并不能有效解决高维多目标优化问题中收敛性与多样性难以权衡的问题. 通过研究MOEA/D与R2-EMOA之间的相似性发现:MOEA/D和R2-EMOA中都给定一组均匀分布的权重向量;MOEA/D中给定一系列分解标量化方法, R2-EMOA中则包含一系列效用函数;MOEA/D

中采用协同进化的思想而在 R2-EMOA 中则体现为双偏好信息协同选择策略; MOEA/D 和 R2-EMOA 在选择候选解方面必然存在某种内在关联性. 从权衡算法的收敛性和多样性方面考虑: MOEA/D-M2M 算法在兼顾一定收敛性的前提下能获得多样性很好的候选解, R2-EMOA 算法在兼顾一定多样性的前提下能获得收敛性很好的候选解. 因此, 通过集成分解策略和 R2 指标权衡基于 R2 指标的多目标优化算法在求解高维多目标优化问题时的收敛性和多样性, 通过深入研究基于分解策略的多目标优化算法和基于 R2 指标的多目标优化算法, Li 等提出了 R2-RVEA 和 R2-MOEA/D 两种基于 R2 指标的高维多目标优化算法.

2.2.4 融入新的优化算法

选择机制是多目标优化算法的关键所在, 如何推动整个算法进化也同样重要. 智能优化算法主要包含基于基因进化机制的进化算法、基于文化学习机制的粒子群和蚁群优化算法两类典型算法. 根据选择得到的候选解产生更加有效的子代个体, 进而增强 R2-EMOAs 在求解高维多目标优化问题时的能力. Díaz 等^[71]将常规的进化算法和差分进化算法应用于求解多目标优化问题, 提出了 R2-MOGA 和 R2-MODE 算法. Chabane 等^[72]通过在 MOLS 算法中嵌入 R2 指标, 提出了 R2-IBMOLS 算法, 用于求解 MOKP 问题.

Li 等^[73]将 R2 指标、PBI 分解策略和 PSO 算法集成来解决多目标优化问题, 提出了 R2-MOPSO 算法. Díaz 等^[70]在 R2-MOPSO 的基础上提出了 IR2-MOPSO 算法, 在解决高维多目标优化问题时取得了很好的效果. Cardona 等^[64]将 R2 指标嵌入到 MOACO 算法中, 提出了一种基于 R2 指标的多目标蚁群算法, 然后通过修正 R2 指标提出了 MOACO 算法的改进版本 IR2-MOACO 算法, 将 ACO 算法拓展到高维多目标优化问题的求解过程中. Liu 等提出了 R2-MaPSO 算法来求解高维多目标优化问题, 算法采用双层档案维护策略和基于魁星的向导选择机制将 PSO 算法拓展到高维多目标优化问题中, 通过对比其他算法, R2-MaPSO 在求解高维多目标优化问题时取得了满意的效果.

3 结论与展望

本文按照选择机制不同对求解高维多目标优化问题的 3 种选择机制进行详细介绍; 综述了基于 R2 指标的高维多目标优化算法. 通过对这些算法的分析和研究可以得出如下结论:

1) 基于 Pareto 支配的高维多目标优化算法, 通过

设计有效的多样性保持机制, 可以有效解决 Pareto 支配所面临的选择压力衰减的问题. 此类算法是典型的将收敛性和多样性分开考虑的算法, 在二次选择过程中综合考虑了选择的收敛性和多样性. 算法在求解两三个目标多目标优化问题和衰减高维多目标优化问题时具有一定的优势. 但是, 常规排序机制和多样性度量指标难以有效求解高维多目标优化问题, 极大地阻碍了此类算法的发展.

2) 基于分解策略的高维多目标优化算法, 通过给定一组均匀分布的权值向量和分解方法, 采用目标空间分区策略解决高维多目标优化问题. 但是, 分解策略对问题的特性比较敏感, 而且权值生成机制和分解标量化方法在求解特定问题时不具有普适性.

3) 基于性能评价指标的高维多目标优化算法, 通过给定综合权衡算法收敛性和多样性的性能评价指标, 将高维多目标优化问题转化成单目标优化问题进行求解. 常规性能评价指标无法完成计算有效性和计算负荷之间的折衷, 仅采用单一性能评价指标难以综合权衡算法的收敛性和多样性.

4) 基于 R2 指标的高维多目标优化算法, 通过给定一组均匀分布的权值向量和效用函数, 快速计算每个候选解的 R2 贡献值. 选择收敛性和多样性都较好的候选解, 算法在求解基准测试问题时取得了满意的综合性能.

生产和生活过程中存在各种各样的高维多目标优化问题, 针对此类问题的高维多目标优化算法还存在大量的难题没有解决, 结合目前该领域的研究现状来看, 还有许多需要进一步研究的地方:

1) 不确定高维多目标优化问题. 从优化问题的组成看, 无论是决策变量空间、约束空间或者目标空间都存在许多不确定因素, 如生产过程中的温度、压力和调度计划的变化等. 如何求解噪声高维多目标优化问题和鲁棒高维多目标优化问题获得最优前沿对实际生产过程更有意义.

2) 选择候选解和产生候选解是求解高维多目标优化问题的两个关键部分, 本文主要从选择的角度处理高维多目标优化问题所面临的收敛性和多样性难以权衡的问题. 从产生更加有效的候选解方面看, 如何综合权衡算法进化过程中的勘探和开采能力可以有效提高算法的收敛速度, 进而降低实际优化问题中的适应度函数评价次数.

3) 高维可视化分析和决策者偏好的构建. 常规的平行坐标法难以融合决策者偏好信息求解实际优化问题, 将决策者按照对优化问题的理解程度不同分为

专家、中庸者、无知者和极端者。站在决策者的角度构建不同的决策者的偏好信息,设计交互偏好高维多目标优化算法为后续求解约束多目标优化问题进行多属性决策尤为重要。

4) 如何有效解决流程工业综合自动化生产过程中的优化控制问题、飞机发动机设计问题、水资源调度问题和车体设计等高维多目标优化问题,理论联系实践,产学研结合也会带来巨大的学术和经济价值。

参考文献(References)

- [1] 柴天佑. 生产制造全流程优化控制对控制与优化理论方法的挑战[J]. 自动化学报, 2009,35(6): 641-649.
(Chai T Y. Challenges of optimal control for plant-wide production processes in terms of control and optimization theories[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 641-649.)
- [2] 黄佩秋, 刘建昌, 谭树彬, 等. 混合多目标粒子群优化算法在热精轧负荷分配优化中的应用[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(1): 93-100.
(Huang P Q, Liu J C, Tan S B, et al. Application of the hybrid multi-objective particle swarm optimization algorithm in load distribution of hot finishing mills[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(1): 93-100.)
- [3] Li K, Zhang Q, Kwong S, et al. Stable matching-based selection in evolutionary multiobjective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2014, 18(6): 909-923.
- [4] 李飞, 刘建昌, 石怀涛, 等. 基于分解和差分进化的多目标粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2017, 32(3): 403-410.
(Li F, Liu J C, Shi H T, et al. Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on decomposition and differential evolution[J]. Control and Decision, 2017, 32(3): 403-410.)
- [5] Carlos A Coello Coello, Gary B Lamont, David A Van Veldhuizen, et al. Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems[M]. New York: Springer, 2007: 5-7.
- [6] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [7] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[J]. Technical Report Gloriosastrasse, 2001, 103(1): 1-21.
- [8] Zitzler E, Thiele L, Laumanns M, et al. Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2003, 7(2): 117-132.
- [9] Laumanns M, Thiele L, Deb K, et al. Combining convergence and diversity in evolutionary multiobjective optimization[J]. Evolutionary Computation, 2002, 10(3): 263-282.
- [10] Coello C A C, Pulido G T, Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256-279.
- [11] Coello C A C, Cortés N C. An approach to solve multiobjective optimization problems based on an artificial immune system[C]. The 1st Int Conf on Artificial Immune Systems(ICARIS'2002). Canterbury: University of Kent at Canterbury Printing Unit, 2002: 212-221.
- [12] Zhan Z H, Li J, Cao J, et al. Multiple populations for multiple objectives: A coevolutionary technique for solving multiobjective optimization problems[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2013, 43(2): 445-463.
- [13] Cheng R, Jin Y, Olhofer M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2016, 20(5): 773-791.
- [14] Wang H, Jin Y, Yao X. Diversity assessment in many-objective optimization[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2017, 47(6): 1510-1522.
- [15] He Z, Yen G G, Zhang J. Fuzzy-based Pareto optimality for many-objective evolutionary algorithms[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2014, 18(2): 269-285.
- [16] Ikeda K, Kita H, Kobayashi S. Failure of Pareto-based MOEAs: Does non-dominated really mean near to optimal[C]. Proc of the 2001 Congress on Evolutionary Computation. Seoul: IEEE, 2001, 2: 957-962.
- [17] Deb K, Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference point based nondominated sorting approach, Part I: Solving problems with box constraints[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2014, 18(4): 577-601.
- [18] Yang S, Li M, Liu X. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2013, 17(5): 721-736.
- [19] Li M, Yang S, Liu X. Shift-based density estimation for Pareto-based algorithms in many objective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2014, 18(3): 348-365.
- [20] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired coevolutionary algorithms for many-objective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2013, 17(4): 474-494.
- [21] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation,

- 2006, 10(5): 477-506.
- [22] Zhang X, Tian Y, Jin Y. A knee point-driven evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2015, 19(6): 761-776.
- [23] Zhang X, Tian Y, Cheng R, et al. An efficient approach to nondominated sorting for evolutionary multiobjective optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2015, 19(2): 201-213.
- [24] Zhang X, Tian Y, Jin Y. Approximate non-dominated sorting for evolutionary many-objective optimization[J]. *Information Sciences*, 2016, 369(10): 14-33.
- [25] Murata T, Gen M. Cellular genetic algorithm for multi-objective optimization[C]. *Proc of the 4th Asian Fuzzy System Symposium*. Tsukuba, 2002: 538-542.
- [26] Zhang Q, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712-731.
- [27] Li H, Zhang Q. Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 284-302.
- [28] Miettinen K. *Nonlinear multiobjective optimization*[M]. Norwell, MA: Kluwer, 1999: 21-32.
- [29] Qi Y, Ma X, Liu F, et al. MOEA/D with adaptive weight adjustment[J]. *Evolutionary Computation*, 2014, 22(2): 231-264.
- [30] Hughes E J. Evolutionary many-objective optimisation: many once or one many?[C]. *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Edinburgh: IEEE, 2005, 1: 222-227.
- [31] Hughes E J. MSOPS-II: A general-purpose many-objective optimiser[C]. *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Singapore: IEEE, 2007: 3944-3951.
- [32] Liu H L, Gu F, Zhang Q. Decomposition of a multiobjective optimization problem into a number of simple multiobjective subproblems[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2014, 18(3): 450-455.
- [33] Asafuddoula M, Ray T, Sarker R. A decomposition-based evolutionary algorithm for many objective optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2015, 19(3): 445-460.
- [34] Li K, Deb K, Zhang Q, et al. An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2015, 19(5): 694-716.
- [35] Trivedi A, Srinivasan D, Sanyal K, et al. A survey of multiobjective evolutionary algorithms based on decomposition[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2017, 21(3): 440-462.
- [36] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]. *Int Conf on Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin: Springer Heidelberg, 2004: 832-842.
- [37] Beume N, Naujoks B, Emmerich M. SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 181(3): 1653-1669.
- [38] García I C, Coello C A C, Arias-Montano A. MOPSOhv: A new hypervolume-based multi-objective particle swarm optimizer[C]. *2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Beijing: IEEE, 2014: 266-273.
- [39] Igel C, Hansen N, Roth S. Covariance matrix adaptation for multi-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2007, 15(1): 1-28.
- [40] Bader J, Zitzler E. HypE: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45-76.
- [41] While L, Bradstreet L, Barone L. A fast way of calculating exact hypervolumes[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2012, 16(1): 86-95.
- [42] While R L. A new analysis of the lebMeasure algorithm for calculating hypervolume[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer-Heidelberg, 2005, 3410: 326-340.
- [43] Beume N. S-metric calculation by considering dominated hypervolume as klee's measure problem[J]. *Evolutionary Computation*, 2009, 17(4): 477-492.
- [44] Jiang S, Zhang J, Ong Y S, et al. A simple and fast hypervolume indicator-based multiobjective evolutionary algorithm[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2015, 45(10): 2202-2213.
- [45] Schuetze O, Sanchez G, Coello Coello C A. A new memetic strategy for the numerical treatment of multi-objective optimization problems[C]. *Proc of the 10th Annual Conf on Genetic and Evolutionary Computation*. Atlanta: ACM, 2008: 705-712.
- [46] Schuetze O, Esquivel X, Lara A, et al. Using the averaged Hausdorff distance as a performance measure in evolutionary multiobjective optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2012, 16(4): 504-522.
- [47] Ishibuchi H, Masuda H, Nojima Y. A study on performance evaluation ability of a modified inverted generational distance indicator[C]. *Proc of the 2015 Annual Conf on Genetic and Evolutionary Computation*. Madrid: ACM, 2015: 695-702.
- [48] Menchaca-Mendez A, Coello C A C. GD-MOEA: A new multi-objective evolutionary algorithm based on the generational distance indicator[C]. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Cham: Springer, 2015:

- 156-170.
- [49] Menchaca-Mendez A, Coello C A C. GDE-MOEA: A new moea based on the generational distance indicator and ϵ -dominance[C]. 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Sendai: IEEE, 2015: 947-955.
- [50] Menchaca-Mendez A, Coello C A C. MD-MOEA: A new MOEA based on the maximin fitness function and euclidean distances between solutions[C]. 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC). Beijing: IEEE, 2014: 2148-2155.
- [51] Menchaca-Mendez A, Coello C A C. MH-MOEA: A new multi-objective evolutionary algorithm based on the maximin fitness function and the hypervolume indicator[C]. Int Conf on Parallel Problem Solving from Nature. Cham: Springer, 2014: 652-661.
- [52] Wang H, Yao X. Corner sort for Pareto-based many-objective optimization[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2014, 44(1): 92-102.
- [53] Wang H, Jiao L, Yao X. Two_Arch2: An improved two-archive algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2015, 19(4): 524-541.
- [54] Hansen M P, Jaszkiewicz A. Evaluating the quality of approximations to the non-dominated set[M]. Denmark: Technical University of Denmark, 1998: 4-14.
- [55] Brockhoff D, Wagner T, Trautmann H. R2 indicator-based multiobjective search[J]. Evolutionary Computation, 2015, 23(3): 369-395.
- [56] Knowles J, Corne D. On metrics for comparing nondominated sets[C]. Proc of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. Honolulu: IEEE, 2002, 1: 711-716.
- [57] Brockhoff D, Wagner T, Trautmann H. On the properties of the R2 indicator[C]. Proc of the 14th Annual Conf on Genetic and Evolutionary Computation. Philadelphia: ACM, 2012: 465-472.
- [58] Wagner T, Trautmann H, Brockhoff D. Preference articulation by means of the R2 indicator[C]. Int Conf on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Berlin Heidelberg: Springer, 2013: 81-95.
- [59] Zitzler E, Knowles J, Thiele L. Quality assessment of pareto set approximations[J]. Multiobjective Optimization, 2008, 5252: 373-404.
- [60] Gómez R H, Coello C A C. MOMBI: A new metaheuristic for many-objective optimization based on the R2 indicator[C]. 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Cancun: IEEE, 2013: 2488-2495.
- [61] Hernández Gómez R, Coello Coello C A. Improved metaheuristic based on the R2 indicator for many-objective optimization[C]. Proc of the 2015 Annual Conf on Genetic and Evolutionary Computation. Madrid: ACM, 2015: 679-686.
- [62] Phan D H, Suzuki J. R2-IBEA: R2 indicator based evolutionary algorithm for multiobjective optimization[C]. 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Cancun: IEEE, 2013: 1836-1845.
- [63] Leguizamón G, Coello C A C. An alternative ACOR algorithm for continuous optimization problems[C]. ANTS Conf. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 48-59.
- [64] Leguizamón G, Coello C A C. A boundary search based ACO algorithm coupled with stochastic ranking[C]. Proc of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Singapore: IEEE, 2007: 25-28.
- [65] Falcón-Cardona J G, Coello C A C. A new indicator-based many-objective ant colony optimizer for continuous search spaces[J]. Swarm Intelligence, 2017, 11(1): 71-100.
- [66] Phan D H. R2 indicator based evolutionary multiobjective optimization algorithms and applications[M]. Boston: University of Massachusetts Boston, 2015: 10-25.
- [67] Tan Y Y, Jiao Y C, Li H, et al. MOEA/D+ uniform design: A new version of MOEA/D for optimization problems with many objectives[J]. Computers and Operations Research, 2013, 40(6): 1648-1660.
- [68] Jiao L C, Wang H, Shang R H, et al. A co-evolutionary multi-objective optimization algorithm based on direction vectors[J]. Information Sciences, 2013, 228(10): 90-112.
- [69] Zhu J, Liu J, Li F, et al. A new weight vectors generation method for R2 indicator based evolutionary multiobjective optimization algorithm[C]. The 29th Chinese Control and Decision Conf. Chongqing: IEEE, 2017: 4548-4553.
- [70] Derbel B, Brockhoff D, Liefooghe A, et al. On the impact of multiobjective scalarizing functions[C]. Int Conf on Parallel Problem Solving from Nature. Cham: Springer, 2014: 548-558.
- [71] Díaz Manríquez A, Toscano-Pulido G, Coello C A C, et al. A ranking method based on the R2 indicator for many-objective optimization[C]. 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. IEEE, 2013: 1523-1530.
- [72] Chabane B, Basseur M, Hao J K. R2-IBMOLS applied to a practical case of the multiobjective knapsack problem[J]. Expert Systems with Applications, 2017, 71(1): 457-468.
- [73] Li F, Liu J, Tan S, et al. R2-MOPSO: A multi-objective particle swarm optimizer based on R2-indicator and decomposition[C]. 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Sendai: IEEE, 2015: 3148-3155.