

鲁棒与最优控制在伺服系统中的应用

苏为洲[†], 闻 成

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640)

摘要: 随着现代科技的迅速发展,高性能需求对伺服控制技术提出了更高的要求.鲁棒与最优控制在雷达天线、数控机床、机械臂、移动机器人和硬盘驱动等伺服系统的应用中表现出极大的优势,在伺服控制领域扮演着越来越重要的角色.结合伺服控制的应用背景回顾了鲁棒与最优控制理论中的一些主要问题与方法;以车载天线系统为例,对伺服控制设计的主要环节(指标定义、模型辨识、鲁棒分析和控制设计)进行讨论,强调了状态控制方法与经典频域法结合的重要性;对主流鲁棒与最优控制算法(回路成型、 H_∞ 、 μ 综合、 H_2 、混合 H_2/H_∞ 、GKYP)进行整理,并分析各方法的特点及存在的一些问题.最后探讨与伺服设计相关的控制问题,并对鲁棒与最优控制在伺服应用中的推广提出一些展望.

关键词: 伺服系统; 鲁棒; 最优; 控制设计; 现代控制理论; 频域法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Applications of robust and optimal control in servo systems

SU Wei-zhou[†], WEN Cheng

(School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: With the rapid development of modern technology, high performance demands put forward higher requirements for servo control technologies. Meanwhile, robust and optimal control technology has shown great advantages in the application, such as, radar antenna, CNC machine tool, robotic manipulator, mobile robot and hard disk drive servo systems, which plays an increasingly important role in servo control field. In this paper, we review several problems and approaches in the robust and optimal control theory from the view of point of its application in servo control systems. And then by taking the vehicle antenna system as an application example, we discuss the several issues in servo control design, including performance index, model identification, robust analysis and control design, etc., and the importance of combining the modern control theory and classical frequency domain methods in servo control design. We summarize main stream robust and optimal control algorithms(loop shaping, H_∞ , μ synthesis, H_2 , mixed H_2/H_∞ , GKYP) and discuss the features and disadvantages of these methods. Finally, several difficult issues in servo control design are discussed and some prospects are presented for the robust and optimal control technology in servo applications.

Keywords: servo systems; robust; optimal; control design; modern control theory; frequency domain method

0 引言

伺服控制技术自起源发展至今一直是国防工业中一个重要的研究课题,例如火炮的瞄准控制、导弹的发射控制以及空间飞行器的姿态控制等都蕴含着高精度的伺服需求.另外,随着现代科技的迅速发展,在当代工业制造界也涌现出了对伺服控制技术各种层次的需求,尤其在以工艺水平为制造业核心竞争力的今天,高精度的工艺需求对伺服控制技术提出了极具挑战性的要求.目前,伺服控制技术已与各个应用领域中的具体对象结合,在高速、高精度、高可靠性的

应用中展示出其独特的优势.

20世纪中叶以前,以频域法为主的经典控制方法在工程应用中取得了较好的应用.例如PID等设计方法对系统模型依赖较低,易于与Bode图、Nyquist图等结合,具有简单直观、便于被工程设计人员所接受的特点,广泛应用于工业伺服设计中.然而,以PID为主的经典控制设计方法在大多数应用中只能考虑单个通道的频率响应进行设计,缺少严谨的性能指标定义,控制设计很大程度上依赖于设计者的工程经验.在具有精密需求和多个目标需求的伺服设计中,

收稿日期: 2017-11-06; 修回日期: 2018-02-05.

基金项目: 广东省科技装备动员项目(2016KZ010105).

作者简介: 苏为洲(1962—),男,教授,博士生导师,从事伺服控制、网络控制等研究; 闻成(1995—),男,博士生,从事鲁棒与最优控制的研究.

[†]通讯作者. E-mail: Wzhsu@scut.edu.cn

简单的PID控制难以胜任高性能的需求.从40年代开始,持续提升的伺服需求不断激励着伺服控制在理论方面的发展,鲁棒与最优控制理论是其最具有代表性的成果,这些成果为伺服控制系统的分析与设计提供了许多有效工具.

最优控制理论起源于火箭的最小能耗、导弹的最快拦截和空间飞行器的最大半径转移轨道等具体工程设计问题^[1].20世纪60年代初,Kalman^[2-4]基于状态空间模型将这类设计问题定义为二次型指标的优化问题,即所谓的线性二次型(LQ)最优问题,并以状态反馈的形式给出了一个完美的解决方法,且此状态反馈解能够保证闭环系统具有良好的鲁棒性.随后的研究打破了状态反馈的限制,发现由LQ最优状态反馈和卡尔曼滤波器或观测器组成的输出反馈控制器,即线性二次型高斯(LQG)控制器同样也能满足最优性^[5-6].为了实现渐近鲁棒跟踪的伺服要求,1976年Francis等^[7-8]提出内模原理,通过在LQG控制器中加入参考信号的模态构成了双自由度结构的反馈控制器,该控制器使得伺服系统具有鲁棒渐近跟踪参考信号的能力.

鲁棒控制理论发展的动力之一是最优控制方法的缺点,最优控制理论的前提是对象精确的数学模型已知,然而这一假设在大多数实际问题中难以满足.在20世纪70年代,人们将LQG控制用于潜艇和飞机等难以精确建模的控制系统,得到的效果令人失望^[9-10].1978年,Doyle^[11]通过一个简单例子说明了LQG控制器不具有人们所期望的鲁棒性.为了考察LQG控制的鲁棒性,一些学者将其还原成频域形式进行研究,由此发展出了 H_2 理论,并开发出了一些 H_2 鲁棒分析方法^[12-14].1981年,Zames等^[15-16]提出了 H_∞ 理论,为现代鲁棒控制奠定了基础,这一理论将反馈系统的性能和鲁棒性约束归化在同一框架下,提出了 H_∞ 灵敏度成型的控制设计方案,并给出了基于泛函分析和插值理论的求解方法.1989年,著名的DGKF论文给出了 H_2 和 H_∞ 控制问题的状态空间描述和求解方法,至此基于 H_2 和 H_∞ 的鲁棒与最优控制理论已接近完备^[17].1994年,Boyd等^[18]总结和完善了基于线性矩阵不等式方法(LMI)的 H_2 和 H_∞ 问题求解方法,由于该方法通俗易懂,在数值计算上更加简单高效,便于鲁棒与最优控制器设计的计算机编程计算,受到了广泛的关注.但是,必须注意的是,DGKF以及后续的一系列工作过多依赖于精确的状态方程和相应的参数不确定性模型,这一特点对该

理论的实际应用产生了很多意想不到的困难,特别在对付中高频段动态未建模不确定性时,这类设计方法的应用仍有缺失.

鲁棒与最优设计方法能够将控制设计问题转化为严谨的数学优化指标,且能够更加有效地在多设计目标间进行合理的折衷,相比于经典PID设计方法,在高性能的伺服设计中更具魅力.自20世纪七八十年代以来,鲁棒与最优控制理论在与实际应用相结合的实践过程中,逐渐形成了 H_∞ 回路成型、 H_2/H_∞ 模型匹配、 H_∞ 混合灵敏度、 μ 综合、LQG/ H_2 综合、混合 H_2/H_∞ 等一系列实用价值极高的控制设计方法.这些设计方法一直是精密伺服控制领域的主流方法,在雷达天线、数控机床、多轴机械臂、机器人视觉以及数据存储设备等伺服系统的应用中,不断有喜人的效果展出.

本文旨在对鲁棒与最优控制在伺服系统中的应用进行一些不全面的回顾,有针对性地概述鲁棒与最优控制中的一些理论和设计方法,以及其在伺服控制领域的相关应用,进而对涉及工程应用的一些理论问题进行一个初步的探讨.首先对雷达天线、数控机床、机械臂、移动机器人和硬盘驱动等典型伺服系统及控制问题进行介绍,结合具体的伺服设计实例,从指标定义、模型辨识、鲁棒分析和控制设计几个方面出发,对在理论和应用结合过程中出现的相关问题进行讨论;然后结合近期应用成果,对鲁棒与最优控制在伺服系统的一些应用算法进行总结,并探讨了一些与伺服控制工程设计相关的鲁棒与最优控制问题;最后对全文进行总结,并对鲁棒和最优控制理论与伺服应用的结合提出一些展望.

1 典型伺服系统

伺服系统存在于军事和工业制造领域的方方面面,任何机械设备的旋转机构都会存在一个或者多个伺服单元以实现机体的动作任务.对于高精尖的国防军工产业和高水平的精密制造业,更需要精密的伺服系统来完成各种复杂且严苛的任务.本节介绍了雷达天线、数控机床、机械臂、移动机器人和硬盘驱动等典型伺服系统,并对其存在的一些控制难题进行总结和讨论.

雷达天线系统是伺服控制技术最重要的应用载体之一,为保证雷达对深空探测或与远距离卫星通信的能力,要求执行机构能够保证极高的指向精度.在一些特定的应用背景下,指向精度要求可达到 $1''$ ^[19].在雷达天线伺服机构中,复杂的机械及传动结

构导致其伺服模型中会存在高频柔性谐振部分. 必须注意的是, 这类高频柔性谐振特性存在一定的分散性, 无法用精确模型加以描述^[20-21]. 这一特点从根本上限制了系统伺服带宽的提高, 进而严重约束了伺服系统的响应速度. 此外, 限制天线伺服精度的另一个主要因素为外部环境扰动, 例如, 对于移动卫通天线设备而言, 气流、海浪、路面的颠簸均会对伺服机构引入极强扰动, 恶化天线指向精度^[22-24].

伺服控制技术在工业生产中的一类主要应用是数控机床系统. 在机床系统中, 高速加工技术以及复杂的进给轨迹需要伺服机构具备高带宽以获取较小的跟踪误差^[25]. 然而, 对于其伺服控制设计而言, 由于复杂的多轴联动动力学机制所带来的耦合问题, 通常难以用精确的系统模型描述^[26]. 另外, 轨迹轮廓路径、润滑条件及工件材质的变化会给伺服跟踪带来外部不确定性^[27-28]. 在数控机床系统中, 基于特定的加工过程进行伺服控制设计是不实际的, 在满足高性能需求的同时, 鲁棒性也是伺服设计的重要指标.

在工业机器人或机械臂系统中, 伺服控制技术是完成各种复杂动作的前提. 机械臂系统在进行不同的任务时, 其负载变化范围较大, 这对机器臂控制系统的鲁棒性提出了极高的要求, 机器人的最大容许负载自重比也成为衡量机器人控制系统鲁棒性的一个重要指标^[29]. 此外, 机械臂通常具有多轴串联或并联的复杂机械结构, 在运动过程中关节连杆的柔性特征具有非线性、时变等特点, 且与控制特性存在机电耦合, 是伺服控制设计的难题所在^[30-32]. 高负载自重比指标和复杂的柔性动力学特征, 使得鲁棒性成为机械臂伺服控制设计中极其重要的问题.

移动机器人技术是现今科技发展的热门领域, 移动机器人实现运动和各种姿态变换均需要伺服控制技术来提供保证. 如今, 视觉系统已经成为机器人对外感知的主流工具, 搭载视觉系统的伺服机构需要具有快速高精度的性能以实现动态目标的良好跟随, 进而完成机器人的自主定位以及协同编队等任务. 在机器人视觉伺服控制中, 由于视觉传感元件的特有性质, 需要考虑相机参数、光照变化、目标深度、视野约束以及实时计算资源等对控制设计的影响问题^[33-38].

数据存储设备的驱动系统也是一类典型的精密伺服系统. 不断增加的单位存储容量是存储设备发展的核心追求, 从磁带、光盘到硬盘、探针存储设备, 目前一些高集成数据存储设备的存储密度已到达

1Tb/in²的级别^[39-41]. 对如此高分辨率的存储设备进行读写操作意味着执行机构需要达到纳米级别的定位精度^[42-43]. 此外, 为了提升探头的读写速度, 双极伺服控制在硬盘驱动系统中得到了广泛的应用, 其通过在原有的音圈电机基础上增加一个高带宽的微执行器以提升响应速度^[44-45]. 存储驱动系统的伺服带宽要求为kHz级别, 控制设计中除了要考虑高频柔性不确定性和外部环境扰动外, 传感器等模拟元件的电子噪声和高频机械抖动等对伺服精度的恶化影响也是不容忽视的^[46-49].

虽然各种伺服系统的应用背景、结构机制不尽相同, 但是其控制设计的本源问题可以归结为: 对存在环境、负载变化等不确定性以及复杂耦合、非线性约束的系统进行反馈控制设计, 在保证系统能够快速、高精度地跟随指令信号的同时, 有效抑制噪声和外部扰动的影响, 并提升系统的可靠性. 除了上述几种典型的机电伺服系统外, 实际应用中具有类似需求的控制问题也可以基于伺服控制设计的思想去分析.

2 伺服控制设计问题描述

典型的伺服控制架构可以简化为如图1所示的结构. 其中: P 为被控对象, C 为待设计控制器, r 为参考输入, y 为系统输出, e 为跟踪误差, u 为控制信号, Δu 为控制端摄动, d 为外部扰动或对象不确定性产生的扰动, n 为测量噪声. 图1系统中各通道的闭环传递函数可由矩阵 H 表示为

$$H = \begin{bmatrix} S & CS \\ PS & T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ P \end{bmatrix} (I + L)^{-1} [I \ C]. \quad (1)$$

其中: I 为具有相应维数的单位矩阵; L 为回路传递函数, 满足

$$L = PC; \quad (2)$$

S 和 T 分别为灵敏度函数和补灵敏度函数. 为简化书写, 在不引起混淆的前提下, 文中所有传递函数均省略变量 s .

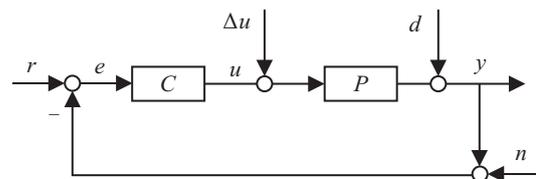


图1 伺服控制结构

伺服控制系统的品质可从两方面进行衡量: 一是对参考输入的跟踪性能, 二是系统对外部噪声或扰动、对象不确定性的抑制能力. 这些性能取决于 H 中4个通道频率响应(或传递函数). 无论是基于经典控

制方法还是现代鲁棒与最优方法的伺服控制设计,其核心问题是对这4个闭环通道的频域响应进行成型设计并对系统固有的约束进行权衡折衷^[1,10].

本节以车载天线系统^[50-51](系统结构如图2所示)的伺服控制设计为实例,对伺服控制的指标定义、模型辨识、鲁棒分析和控制设计的主要方法和常见问题进行梳理和讨论.

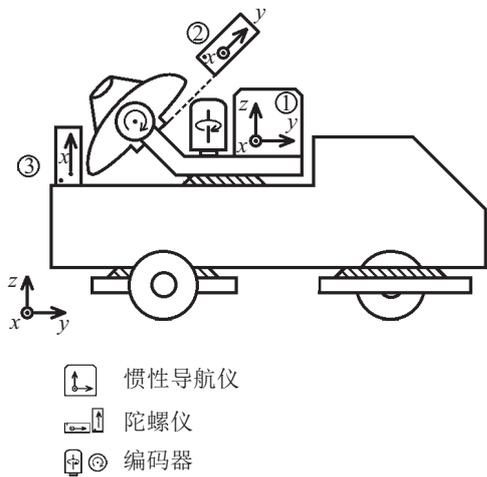


图2 车载天线伺服系统结构

2.1 性能指标的选取

跟踪精度、扰动、噪声抑制能力和伺服带宽等是最常见的伺服性能指标,其能够反映伺服控制设计的本质需求^[52].从经典控制角度出发,伺服性能通常具有明确的频域意义,与闭环传递函数矩阵 H 联系紧密.伺服带宽定义为 T 或 CS 通道幅频增益 -3dB 衰减频点,它是反映跟踪能力的重要指标,更高的系统带宽意味着更快的响应速度.系统灵敏度函数 S 一方面可反映系统对不同频带输入信号的跟随误差,另一方面可以反映对不同频带扰动的抑制作用.在一般的控制问题中,参考输入和扰动信号具有较强能量的低频分量,为了达到较好的系统品质,希望所设计的 S 具有小的低频增益以衰减低频输入量.传感器噪声通常表现出高频的电磁特性,对其抑制作用由补灵敏度函数 T 的高频段反映;控制设计中希望 T 高频具有较低增益和较大的负斜率以衰减高频噪声对系统输出的影响. PS 通道反映控制输入端扰动对系统输出的影响,在执行器出现较大干扰时希望 PS 通道具有相应的频率特性以减弱干扰的影响.

图3给出了图2车载天线伺服系统基于PID反馈控制的4个闭环通道的幅频响应曲线.可见系统具有 2Hz 的伺服带宽,意味着系统对 2Hz 以内的低频信号具有较好的跟随能力,且对 2Hz 以内的低频扰动具有一定的抑制作用; T 在大于 20Hz 的高频段具有 -60dB/dec 噪声衰减斜率.通过调整PID控制器的参

数可以对上述4个通道的性能进行相应调节.

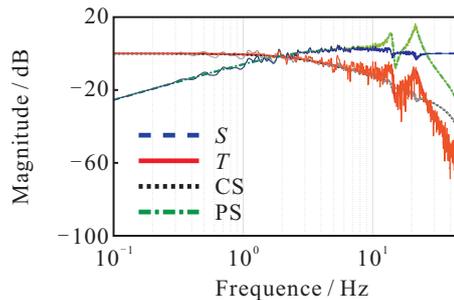


图3 天线伺服系统4个闭环通道幅频响应

在一些传统的控制器设计(如PID控制器设计)中,设计者并没有将伺服指标与设计直接联系起来,而是过分依赖设计者的经验,这使得控制器的设计存在一定的盲目性.在一些对伺服指标有着十分严苛要求的应用中,这类设计方法的盲目性使得其很难通过定量分析和设计使得系统达到期望设计需求.在现代鲁棒与最优控制理论中,通过对工程问题的合理建模,将设计指标转化为更加严谨的数学描述,可以更加科学有效地指导设计^[53].

在鲁棒控制中,系统的 H_∞ 范数是一种度量系统频率响应性能的常用指标.对于稳定的线性时不变系统 G , H_∞ 范数定义为

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)). \quad (3)$$

其中: $\bar{\sigma}$ 为矩阵的最大奇异值, $\underline{\sigma}$ 为矩阵最小奇异值.当 G 是单输入单输出(SISO)系统时, H_∞ 范数可以简单地理解为系统幅频响应最大值.

伺服跟踪和扰动、噪声抑制性能可以描述为加权的 H_∞ 指标,即

$$J = \left\| \begin{array}{c} W_S S \\ W_{CS} CS \\ W_T T \end{array} \right\|_\infty. \quad (4)$$

其中:权重 W_S 和 W_T 决定了对 S 和 T 低频和高频的塑形约束,权重 W_{CS} 用以调节系统带宽.式(4)中函数 J 经常被用于作为 H_∞ 混合灵敏度设计指标,相应的控制设计问题可以转化为 H_∞ 优化问题进行求解,进而使得系统满足相应频域约束性能.由于 H_∞ 范数明确地刻画了系统幅频特性的特征,利用该范数可以直观地描述具有有界 H_∞ 范数不确定性系统的鲁棒稳定性和扰动抑制问题.所以在讨论不确定性系统的鲁棒镇定和扰动抑制问题时,混合灵敏度函数是一种被普遍使用的控制器设计指标函数.然而,基于 H_∞ 范数度量的指标也有其固有的短板, H_∞ 范数只能描述系统在每个频点上的稳态增益,而在需要强调瞬态性能的应用中,使用 H_∞ 范数去刻画指标是不合适的^[54].

相比于 H_∞ 范数, 系统 H_2 范数更加适用于度量系统的瞬态性能, 对于稳定严真的线性时不变系统 G , 其 H_2 范数定义为

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(G^*(j\omega)G(j\omega))d\omega}, \quad (5)$$

其中 tr 为矩阵求迹运算。

对于图1的伺服结构, 下式给出了最常见的时域跟踪二次型指标:

$$J = \int_0^{\infty} \|e\|^2 + \rho^2 \|u\|^2 dt. \quad (6)$$

基于 Parseval 等式可以转化为如下加权的 H_2 指标约束:

$$J = \|SW_r\|_2^2 + \rho^2 \|CSW_r\|_2^2 = \left\| \begin{array}{c} SW_r \\ \rho CSW_r \end{array} \right\|_2^2, \quad (7)$$

其中 W_r 为跟踪权重, 由参考输入的频率特性决定. 在高精度伺服应用中, 天线的空间角度跟踪性能和硬盘的探头定位性能均使用时域的误差均方根 (RMS) 指标来度量系统的品质, 这类指标也可以运用 Parseval 等式转化为系统的 H_2 范数指标, 并基于 H_2 方法进行控制设计^[55-57].

2.2 被控对象的建模与参数辨识

模型是进行系统分析和控制算法设计的基础. 在机电伺服系统中, 执行电机及传动机构的物理特性明确、便于分析, 使用机理法建模可以获得简单的、物理意义明确的对象模型, 对控制设计具有一定指导意义^[58]. 在许多应用场合, 应用机理法获取对象模型是一种可行的方案^[59-61]. 机理法模型虽然具有明确的物理意义, 便于设计者对模型进行理解, 但是当对象中存在复杂的柔性结构时, 其物理特性会变得十分复杂且难以精确描述, 这时仅依靠机理法建模往往得不到理想的结果.

由于刚体在高速的运动过程中难免会发生柔性形变, 刚体发生柔性形变的固有频率通常较高, 表现为刚体的高频柔性结构. 特别地, 当柔性结构的阻尼较小时, 模型中会出现高频谐振峰^[62-63]. 如果在控制器设计中忽视高频谐振峰的存在, 会使所设计的控制器无法补偿因高频轻阻尼所引起的相位滞后, 这将极大地制约反馈系统的品质, 对系统伺服带宽的约束尤其明显. 另一方面, 在精密伺服控制中, 尽可能地提高伺服带宽是控制设计的一个重要目标. 为了实现这个目标, 必须对对象的高频柔性结构进行有效的建模, 从而为控制器设计提供更多的模型信息^[64-66]. 高频柔性结构建模的一个方法是有限元分析法, 但是其参数复杂, 不能直接用于控制设计^[67]. 另一个更加有效且更具潜力的方法是基于实验的系统辨识方法.

对于天线和硬盘等伺服系统, 已经有大量工作研究了高频柔性的系统辨识方法^[68-70]. 针对图2的车载天线系统, 文献[50]运用机理法、系统辨识方法进行建模, 并将所得模型与实测数据进行了对比, 如图4所示. 其中实线为实测数据产生的系统幅频特性 (Physical model), 点划线为机理模型的幅频特性 (Mechanism model), 虚线为系统辨识算法得到的幅频特性 (I-H iden model). 该系统是由伺服电机、齿轮变速机构以及天线支架、幅面等构成的机电伺服系统, 从系统幅频特性可以看出, 模型中存在明显的高频柔性结构. 由于系统复杂性的限制, 机理法很难建立一个能完整刻画系统高频动态特性的模型.

文献[50]对于车载天线系统, 采用了一种基于脉冲响应的 Hankel 奇异值分解辨识算法, 对伺服模型的刚性和柔性结构进行辨识, 该算法相比于经典频域和时域辨识方法能够获取更加精准的高频柔性对象模型^[71-72]. 图4展示了天线方位轴电机电压输入到天线端角速度输出模型的幅频拟合效果, 可见由机理法建模获取的刚性模型 (Mechanism model) 可以较好地拟合7 Hz 以下的低频部分, 但忽视了对象在 14 Hz 和 21 Hz 的两个主要的谐振峰; 基于辨识方法获取的模型 (I-H iden model) 能够更好地拟合刚性和柔性模型. 事实上现有的子空间辨识方法、Hankel 矩阵辨识算法都是相当实用的伺服系统建模算法^[73-75].

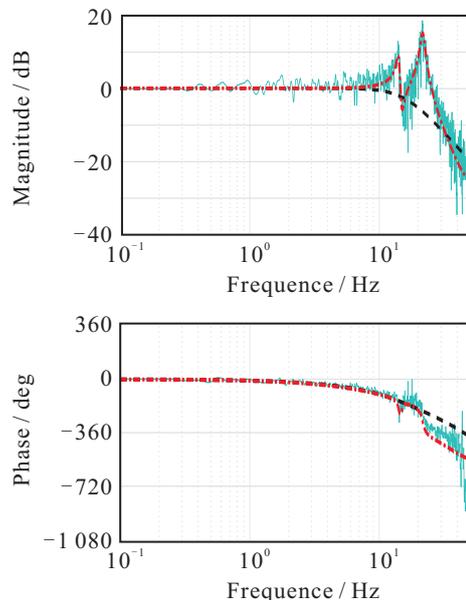


图4 天线伺服系统电压-速度模型频率响应

2.3 不确定性建模与鲁棒稳定分析

真实对象不可避免地会存在各种不确定性, 数学模型都是对真实对象的一个简化近似^[76]. 伺服系统中的不确定性可以分为3类: 一是系统本身无法用以建模描述的不确定性, 如机电系统高频噪声的未建模

动态、摩擦力等结构性的参数变化等^[77-78];二是外部变化引入的不确定性,如工作环境变化引入的扰动、负载的变化造成的模型变化等^[79];三是工程的简化处理引入的不确定性,如为简化设计进行降阶或线性化处理带来的模型误差^[80-81].在具有高性能需求的伺服控制设计中,忽略不确定性的存在,满足最优性的标称控制器往往并不可靠,所以工程应用中,对不确定性进行建模并进行鲁棒性分析是保证设计可靠性的必要工作.

在高精度机电伺服系统中,尽管会有一定参数不确定性存在,但是未建模动态不确定性是这类系统中的主要不确定性.未建模的高频电磁和机械动态过程或者降阶简化所造成的动态建模误差不具备参数不确定性结构化的特征,更加难以描述和分析^[80].为了方便进行鲁棒分析,在伺服控制中最常见的做法是使用非结构实有界不确定性块 $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ 刻画动态不确定性,并使用包含所有这类不确定性的模型集合 P 来抽象表征真实对象^[82-83].在辨识获取标称模型 P 后,用集合 P 来表示真实对象;由于不确定性存在和作用的机理形式不同,文献^[84-85]指出,在SISO系统中通常可以采用图5的4种结构来表示对象不确定性.基于小增益定理,图5不确定性结构对应系统的鲁棒稳定条件与闭环传递函数矩阵 H 有直接对应关系,如表1所示.

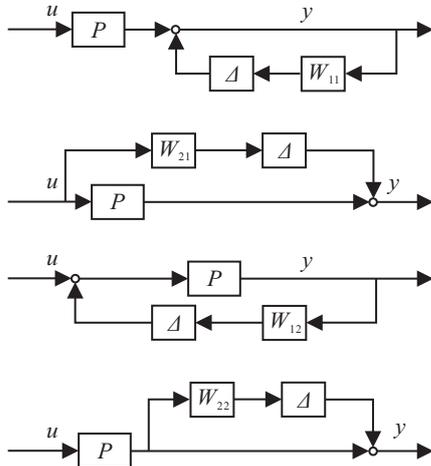


图5 非结构动态不确定性形式

表1 非结构动态不确定性鲁棒稳定条件

摄动对象集合 P	鲁棒稳定条件
$(1 + W_{11}\Delta)^{-1}P$	$\ W_{11}S\ _\infty \leq 1$
$(P^{-1} + W_{12}\Delta)^{-1}$	$\ W_{12}PS\ _\infty \leq 1$
$P + W_{21}\Delta$	$\ W_{21}CS\ _\infty \leq 1$
$(1 + W_{22}\Delta)P$	$\ W_{22}T\ _\infty \leq 1$

图4给出的车载天线伺服模型实测数据曲线

(Physical model)不平滑的毛刺尖峰无法依靠辨识手段来获取精确建模,为便于进行鲁棒分析检验控制设计的可靠性,使用图5的乘性不确定模型集合描述真实天线伺服对象,有

$$\tilde{P} = \{\tilde{P} = (1 + W_{22}\Delta)P : \|\Delta\|_\infty \leq 1\}. \quad (8)$$

其中: \tilde{P} 为模型集合, \tilde{P} 为摄动模型, P 为标称模型, W_{22} 为乘性不确定性权重.基于式(8)对不确定模型集合的描述将不确定性建模转化为对权重 W_{22} 的建模问题^[86], W_{22} 在各个频点的幅值可以通过多次实验测量并由下式计算确定:

$$|W_{22}(j\omega)| = \max_i \left| \frac{\tilde{P}_i(j\omega) - P(j\omega)}{P(j\omega)} \right|, \quad (9)$$

其中 $\tilde{P}_i(j\omega)$ 为第 i 次测量的实际系统的在 ω 频点的频率响应.实际上,对 W_{22} 的精确拟合也是一件很困难的工作.图6使用4阶的 W_{22} 来拟合此不确定性的上界,虽然会对鲁棒性分析带来保守性,但是对简化分析和计算是有益的^[87].基于表1的鲁棒稳定条件,具有乘性不确定性的天线伺服系统鲁棒稳定半径 $A\omega$ 由下式给出:

$$A\omega = \frac{1}{\|W_{22}T\|_\infty}. \quad (10)$$

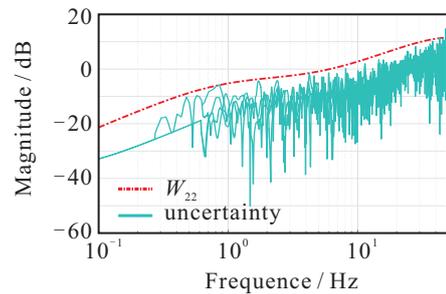


图6 天线伺服系统不确定性建模

图2的车载天线伺服系统在PID和 H_2 最优两种控制设计下的鲁棒稳定半径分别为1.16和1.27,虽然两种设计都能够保证鲁棒稳定 ($A\omega > 1$),但是使用 H_2 最优控制方法的系统具有更大的鲁棒稳定半径.

考虑更一般的情况,当系统同时存在多个参数不确定性块和非结构不确定性块时,一个很自然的做法是将系统所有不确定性整合在一起,使用一个扩维的分块对角矩阵来表示不确定性,即

$$\Delta = \text{bdiag}\{\delta_1 I_{m_1}, \dots, \delta_p I_{m_p}, \Delta_1, \dots, \Delta_q\}. \quad (11)$$

其中: bdiag 为分块对角矩阵; δ_i 为 m_i 重不确定参数; Δ_i 为动态不确定性块; Δ 满足有界条件 $\|\Delta\|_\infty \leq \gamma$.此类不确定性被命名为结构奇异值不确定性或 μ 不确定性^[88].若忽略 Δ 的分块对角结构,运用小增益定理进行鲁棒稳定性分析则必然导致保守性.小 μ 定理考虑了这类不确定性的结构形式以及与确定性

部分的作用关系,可以很好地降低鲁棒设计的保守性^[89-90].另外,基于结构奇异值不确定性的 μ 综合设计方法可以将鲁棒性能设计转化为等价的鲁棒镇定设计问题进行求解,故常应用在对负载变化范围较大的、对鲁棒性能要求较高的机械臂和机床伺服系统的控制设计中^[61,91].

2.4 多目标设计的权衡与折衷

基于 H_2 和 H_∞ 方法的伺服控制设计,可以将负载变化、非线性约束以及高频未建模动态等不确定性描述为合理的鲁棒约束,将跟踪、抗扰和噪声抑制等性能的设计要求化为多个优化指标,进而将伺服控制问题描述为多约束下的多目标优化问题,并基于代数黎卡提方程(ARE)和LMI方法对相应优化问题进行求解,进而期望通过优化设计使得每个性能都达到最优.然而在实际系统的设计中,设计目标之间以及设计目标与设计约束之间存在相互制约关系,具体表现为系统各通道间的性能、同一通道各个频段之间存在着复杂的博弈关系.这些关系使得对多个通道进行最优化设计变得相当困难.此外,系统非最小相位零点、不稳定极点和时延环节的存在也会对控制设计施加固有约束^[92-94].

对于如图2的车载天线伺服系统而言,模型在14 Hz和21 Hz存在的轻阻尼谐振模态具有较大的增益(如图4所示),会对动态性能和鲁棒性造成较大的影响.经典的PID控制器通过在系统前向通道的低频段施加校正作用来调节系统性能.因此,在采用PID方法对此伺服系统进行校正时,为了保证系统鲁棒稳定性且具有较好的动态性能,在降低高频谐振频点增益的同时,不可避免地也降低了低频增益.基于 H_2 最优的设计可以通过状态反馈设计有针对性地对谐振模态进行补偿,更加合理地兼顾低频段和高频段的性能,使得系统带宽、低频扰动抑制能力和鲁棒稳定裕度相比于PID方法都有较大的提升.但是,系统也有一些被忽视的性能在变差,这是必然的.如图7所示,两种方法(PID与 H_2)的灵敏度-补灵敏度函数对比结果显示, H_2 设计方法使得灵敏度函数 S 在降低低频

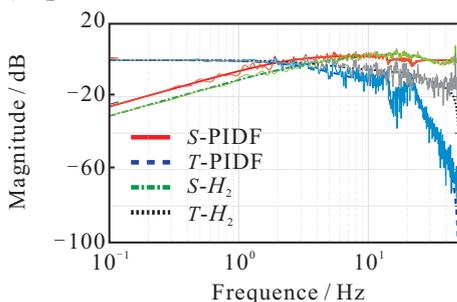


图7 天线伺服系统灵敏度-补灵敏度函数幅频响应

增益的同时自然地抬高了高频增益,放大了高频扰动对系统的影响.同样,补灵敏度函数 T 在提高带宽的同时也抬高了高频增益,牺牲了对高频噪声的抑制能力.然而,对于车载天线系统,高频扰动和噪声的能量较弱,对系统整体性能的影响较小.

上述分析在概念上是合理的,然而其核心问题是:如何定义高低频段的界限?如何将系统中实际的高低频段品质要求或特性转化到控制器设计的性能指标函数中?事实上,这两个问题是理论分析与实验验证紧密耦合的设计问题,必须通过对不同设计的频域响应进行反复比对分析,并结合实验验证才能解决这类问题,从而得到理想的设计效果,这也是实际工程问题中反馈系统设计的困难之处.

在进行伺服控制设计时,任何控制设计都不能回避系统本身存在的约束关系,即无法通过控制设计使得系统性能过度改善或多个性能同时得到明显改善.因此,在设计中需要明确目的,把握主要矛盾,牺牲次要矛盾,在多个约束间合理折衷调和^[95-96].另外,追求某些性能最优时可能会使得被忽视的另外一些性能表现变差,进而影响控制设计的综合效果,所以在使用现代鲁棒和最优工具进行优化设计时,还需要回归到经典的频域方法对设计结果进行审视和检验,成功的设计应该是对设计品质的极限追求和对系统根本约束的完美说明.

3 鲁棒与最优控制策略

高精度伺服系统设计主要在伺服精度、动态性能、对系统模型不确定性的鲁棒性和干扰抑制能力这几方面有较高的要求.这些设计要求在本质上和鲁棒与最优控制理论的核心思想相契合.在众多实践与理论的碰撞中,伺服应用中出现了一系列实用的鲁棒与最优控制设计方法.其中一些优秀的算法经由Mathworks公司进行整理和函数封装,为设计带来了便利.本节结合伺服应用的近期成果对一些主要控制策略进行介绍,总结其现有问题,并整理其Matlab调用函数.

3.1 回路成型设计

回路成型技术是经典的频域设计方法,其将控制设计的诸多约束转化为对回路传递函数 L 的塑形设计问题,蕴含了频域设计的核心思想,对现代先进控制方法具有指导意义.

在伺服设计中,低频伺服性能由灵敏度函数 S 定义,有

$$\|W_S S\|_\infty < 1. \quad (12)$$

通常而言,回路传递函数 L 在低频段具有较大增益,近似有 $S \approx L^{-1}$,则式(12)的 H_∞ 指标近似为对 L 的低频成型约束条件

$$\sigma(L(j\omega)) > \bar{\sigma}(W_S(j\omega)), \omega \in (0, \omega_l). \quad (13)$$

高频的噪声抑制和鲁棒指标由补灵敏度函数 T 定义,有

$$\|W_T T\|_\infty < 1. \quad (14)$$

L 在高频段增益较小,近似有 $T \approx L$,同理式(14)的高频指标可近似为对 L 的高频成型约束条件

$$\bar{\sigma}(L(j\omega)) > 1/\bar{\sigma}(W_T(j\omega)), \omega \in (\omega_h, \infty), \quad (15)$$

其中 ω_l 和 ω_h 为低-中-高频分界点. 此外,在中频段,还希望 L 具有较高的截至频率以拓宽系统带宽以及更宽的中频带和较缓的中频斜率(一般为 -20 dB/dec),以保证更好的稳定裕度. 上述回路成型设计对 L 的低-中-高约束可以使用图8的幅频增益关系表示.

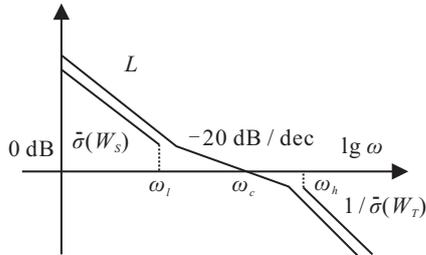


图8 L 回路成型约束

标准回路成型方法对于 SISO 系统十分有效,但在用于多输入多输出(MIMO)系统时一些缺点制约了其应用. 一方面,多通道之间的结构关系会对控制设计引入很大的保守性;另一方面,对于非最小相位或不稳定的 MIMO 对象,控制器的求解会十分困难^[95,97]. 考虑到上述缺点,学者对 MIMO 系统的回路成型设计进行了改进和优化,其中 Mcfarlane 等^[98-99]提出的基于正规化互质因式分解的 H_∞ 回路成型方法是最主要的 MIMO 回路成型设计方法.

对经典回路成型技术的研究在近些年趋于冷清,但是基于回路成型思想的一些改进算法在伺服应用中展现了不错的成果. 文献[100-101]将遗传算法和粒子群优化算法用于回路成型设计以简化控制器阶次,并将控制设计应用于硬盘驱动和电液驱动伺服系统中. 文献[102-103]以磁盘驱动为应用背景,提出了基于 RBode 图的回路成型设计方法,通过在原有开环 Bode 图上标记鲁棒可行域以简化设计并降低保守性.

Matlab 提供了标准回路成型设计函数 Loopsyn 和 Glover-McFarlane 方法的 MIMO 回路成型设计函数 Ncfsyn.

3.2 H_∞ 混合灵敏度设计

混合灵敏度方法是 H_∞ 控制中的一种基本设计方法,其基本思想是对灵敏度函数等闭环回路在频域中进行成型设计. 为了同时兼顾多个不同设计目标和鲁棒约束,该方法将不同的设计指标转化为多个联立的 H_∞ 指标优化问题进行求解.

考虑图1的伺服系统,其跟踪性能、带宽约束、扰动和噪声的抑制能力以及鲁棒稳定条件可在回路中各个信号对单位功率输入 w 的响应中体现出来(如图9所示).

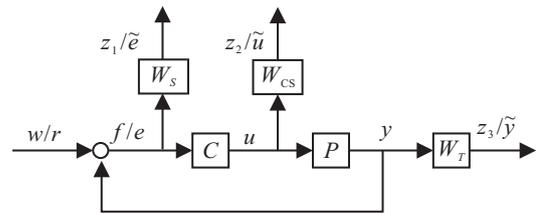


图9 混合灵敏度设计伺服控制结构

目标输出 z 定义为加权的 e 、 u 和 y , 即 $z = [z_1^T, z_2^T, z_3^T]^T$. 混合灵敏度方法根据这些加权信号定义了一个 H_∞ 混合灵敏度设计指标

$$\min_C \left\| \begin{bmatrix} W_S S \\ W_{CS} C S \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_\infty. \quad (16)$$

根据式(16),图9所示的系统可以转化为图10所示的系统. 其中 G 可根据图9所示的系统结构而定. 相应地,式(16)中的最优设计问题可转换为标准的 H_∞ 控制问题,即:设计控制器 C 使得互联闭环系统内稳定,

传递函数 $T_{zw} = \begin{bmatrix} W_S S \\ W_{CS} C S \\ W_T T \end{bmatrix}$ 适中,且其 H_∞ 范数最小^[104]. 基于 H_∞ 理论,这一 H_∞ 控制问题通常采用时域的双 ARE 或 LMI 方法求解.

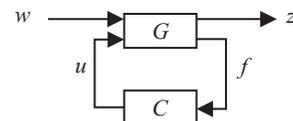


图10 控制设计 G - C 结构

在 H_∞ 混合灵敏度设计中,权函数的选择直接决定系统设计的最终闭环频率特性,从而决定了伺服设计所能达到的性能. 权重的选择是决定 H_∞ 设计效果的关键所在,虽然已有大量文献总结了 H_∞ 设计权重的选择问题,但是在实际的伺服控制问题中,权重的选择仍然是一件困难的事^[105-107]. 一方面,在精密的伺服控制应用中,控制设计旨在追求所能实现的最佳性能,在设计之初并不能量化地给出指标约束,这便需要设计者对系统的频域特性有充分的认识,并通

过多次调试逐步优化权重的选择. 另一方面,在混合灵敏度问题中,加权的指标通常具有多重物理意义,例如权重 W_S 即是对跟踪误差的惩罚,也是对抗性能的约束,权重 W_{CS} 既决定了伺服带宽又体现了加性不确定性对鲁棒稳定性的约束,权重 W_T 也同时反应了噪声抑制能力和乘性不确定性对鲁棒稳定性的约束. 这里的核心问题是辨别影响系统性能的最主要因素,在此基础上作出正确的取舍.

以图2中的车载天线伺服控制设计为例,期望通过最优控制反馈环中引入一个并行的增补 Q 滤波器,进一步提升抗扰性能,同时提高系统的鲁棒稳定性,并加大系统响应带宽,进而改进系统对指令信号的跟踪性能. 具体设计问题可描述为以下问题:设计 $Q \in RH_\infty$ (RH_∞ 定义为稳定有理真分式传递函数矩阵集合),使得加权传递函数 WT_{yd} 的 H 无穷范数最小化,即

$$\min_Q \|WT_{yd}\|_\infty. \quad (17)$$

其中: T_{yd} 为系统扰动到输出的闭环传递函数(也是该系统的灵敏都函数), W 为权重.

由于此系统模型存在一个非最小相位零点 $z = 150 \text{ rad/s}(24 \text{ Hz})$,使得灵敏度函数的对数积分近似满足^[92]

$$\int_0^z \ln(T_{yd}(j\omega))d\omega \approx 0. \quad (18)$$

非最小相位零点的约束使得系统灵敏度函数 T_{yd} 的幅值在大于 24 Hz 的频段近似为 $1(0 \text{ dB})$,小于 24 Hz 频段时 T_{yd} 衰减的面积和 T_{yd} 增长的面积近似相等. 该系统噪声与系统不确定性分别存在于两个不同的频段,因此反馈设计的最优性能受到 Bode 积分水床效应的约束. 在降低 T_{yd} 某一频段增益的同时,不可避免地增加了 T_{yd} 另一频段上的面积,间接地抬高了系统在相应频段的增益. 这里的问题是如何合理地作出选择,同时兼顾两个设计目标,或侧重其中一个. 图 11 给出了两种不同的设计效果,在权重 W_1 的作用下,系统拥有更宽的扰动抑制带宽和更小的高频放大作用;在权重 W_2 的约束下,系统对低频的抑制能力更强,但是牺牲了带宽和高频作用,事实上很难直观地作出判断究竟哪一种设计更加合理. 车载天线伺服控制设计的最终目的是改善系统的动态指向精度,缩小对目标卫星跟踪的空间角度误差 RMS 指标. 表 2 的 RMS 指标表示,基于权重 W_2 的 H_∞ 成型设计,对低频增益和带宽的取舍是值得的.

H_∞ 指标在频域中刻画,物理意义明确,易于与工程问题结合,在各种高精度伺服系统中均得到了较

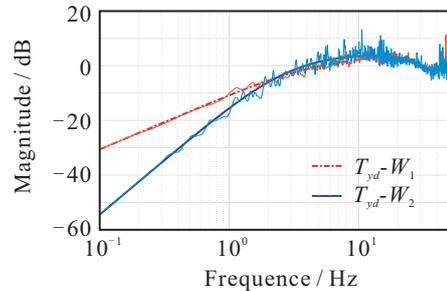


图 11 天线伺服系统 T_{yd} 通道幅频响应 (权重 W_1, W_2 对比)

表 2 车载天线对星跟踪误差 RMS(权重 W_1, W_2 对比)

H_∞ 权重	W_1	W_2
RMS	0.2361°	0.1739°

好的应用. 文献 [59,108-109] 对于户外天线伺服系统常见的低频扰动抑制问题,使用 H_∞ 控制方法进行控制设计,使得系统性能相比原有 PID 控制方法有了数倍的提升. 文献 [110] 对直线电机进行 H_∞ 混合灵敏度控制设计,通过合理的权重设计,增强了电机对于负载变化的鲁棒性能,使得电机胜任 300% 负荷的工作需求. 文献 [111] 使用 H_∞ 控制以应对视觉伺服系统中柔性模态的参数变化,在改进伺服速度的同时提升了鲁棒性. 文献 [43,112-114] 将 H_∞ 控制技术应用于纳米定位系统,在提升伺服带宽的同时,有效减弱了柔性结构以及多频段的力矩扰动对定位精度的影响.

Matlab 提供了标准 H_∞ 最优化控制设计的函数 Hinfsyn 和混合灵敏度设计函数 mixsyn.

3.3 μ 综合设计

当系统的性能指标和不确定性均使用 H_∞ 范数进行度量时, H_∞ 混合灵敏度设计方法可以联立多个性能和鲁棒指标进行多目标控制设计. 但是,通常而言这种方法仅能使得设计满足标称性能要求,无法满足鲁棒性能的要求. 其中的关键问题是这类方法没有充分考虑系统不确定性的结构信息. μ 综合设计则从不确定性的结构出发,在保证系统鲁棒稳定性的前提下,对系统的鲁棒性能进行优化.

考虑如图 12 左侧所示的系统,系统不确定性 Δ 满足 $\|\Delta\|_\infty \leq \gamma$,设计控制器 C 使得包含不确定性 Δ 的闭环系统适定、内稳定,且满足 w 到 z 的闭环系统 T_{zw}^Δ 的鲁棒性能指标最小,即

$$\min_C \|T_{zw}^\Delta\|_\infty. \quad (19)$$

如图 12 右侧所示的系统所示, μ 综合方法通过将式 (19) H_∞ 鲁棒性能指标描述为假想的不确定性约束 $\|\Delta_P\|_\infty \leq \gamma$,并综合考虑本身的不确定性,定义增广不确定性 $\Delta_A = \text{bdiag}\{\Delta, \Delta_P\}$,基于小 μ 定理将式

(19)的鲁棒性能设计问题转化为扩充系统的鲁棒镇定问题^[96,104]. 注意到,该增广不确定性 Δ_A 具有一个特定的对角结构.

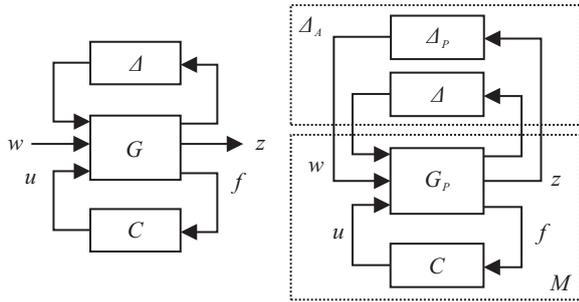


图12 μ 综合设计 Δ - G - C 结构

μ 综合设计为 H_∞ 鲁棒性能设计提供了基本方法,其中仍有一些问题有待解决. 首先,与 H_∞ 混合灵敏度设计方法一样, μ 综合设计效果很大程度上依赖于频域权重的选择,而工程设计中权重的选择是个复杂的问题^[115-116]. 此外,由于 μ 奇异值无法直接求解,且D-K算法并不能保证收敛到全局最优解, μ 综合设计在求解算法上仍存在缺陷^[117-118]. 另外, μ 综合方法要求将系统的不确定性统一为结构奇异值不确定性形式进行分析,在一些工程设计中这种做法可能会引入设计的保守性^[119].

数控机床和机械臂等具有多轴串联或并联的复杂机械结构难以精确建模,且在工作过程中经常会面临负载的大尺度变化和环境的突变等问题,在这类伺服系统中,不确定对系统性能影响显著,鲁棒性能在此显得尤为重要. 文献[91]在机床伺服系统中使用 μ 综合方法设计 H_∞ 控制器,其动态刚度指标相比PD控制器提升了一倍. 文献[61]对具有结构和参数不确定性的两轴机械臂系统使用 μ 方法进行控制设计,伺服带宽和带载能力相比PI有了较大提升. 文献[120]使用 μ 方法对倒立摆系统进行控制设计,对跟踪、抗扰鲁棒性能以及鲁棒稳定裕度进行分析,指出考虑不确定的特殊结构,有利于减小设计的保守性.

Matlab提供了函数dksyn基于D-K迭代算法求解 μ 综合问题.

3.4 H_2/LQG 控制设计

当系统性能采用 H_2 范数作为指标刻画时,与 H_∞ 问题类似,也可以依据图10将其最优控制器设计问题描述成一个标准 H_2 最优控制问题:设计控制器 C ,使得闭环系统 T_{zw} 适定、内稳定,且 H_2 范数最小^[104],有

$$\min_C \|T_{zw}\|_2. \tag{20}$$

标准 H_2 问题可以采用DGKF的双ARE或LMI方法求解,也可以使用Weiner-Hopf频域方法求解^[13-14].

另一方面,针对二次型性能指标的LQG最优控制也广泛应用于各种系统设计中. LQG控制假设对象动态模型已知,不确定性部分被描述为加性白噪声过程,其设计目标是 minimized 二次性能指标. 基于分离原理,LQG控制设计过程可以分离为LQR最优状态反馈和Kalman最优滤波器两部分进行设计^[121]. 在稳态情况下,LQG最优控制的解与 H_2 最优控制的解相同.

由于 H_2/LQG 控制的性能指标适用于度量系统的动态性能, H_2/LQG 控制被广泛地应用在动态跟踪精度要求较高的天线和磁盘驱动等伺服系统中. 在磁盘/硬盘驱动等伺服系统中,最核心的探头定位误差指标是采用时域的RMS定义的,对其优化设计可以等效为一个辅助系统的 H_2 最优控制问题求解^[55-57]. 对于伺服控制中常见的柔性谐振模态对系统带宽的制约问题,LQG控制能够通过状态反馈对轻阻尼谐振模态重新进行配置,进而拓宽系统带宽,其在具有强柔性谐振问题的大口径天线伺服和卫星姿态控制中也有诸多应用^[122-123]. 此外,还有一些设计对标准的 H_2/LQG 进行改进以增强其他方面的性能. 例如,文献[124]基于内模原理,在前向通道增加输入信号的模态环节以增加系统动态跟踪能力. 文献[125-126]通过参数化LQG控制器,对增补的参数化滤波器进行灵敏度成型设计以增加伺服系统的扰动抑制能力.

在 H_2 最优设计中存在着两个核心问题:1) 如何根据实际的工程需求选择合理性能权重系数;2) 如何选择合理性能权重系数使得系统具有良好的鲁棒性. 这里,有必要重提一个直观的概念:二次指标(6)和(7)中的系数 ρ 决定了控制器的增益. 高增益可以提高系统中低频段的跟踪性能和干扰抑制能力,同时降低系统的稳定裕量和系统在中高频段的抗干扰能力. 注意到:通常伺服系统在中高频段存在着与轻阻尼谐振模态相伴的不确定性,这类不确定性对系统的稳定裕量相当敏感,过低的稳定裕量容易导致系统不稳定. 这一特点严重约束了权重系数 ρ 的选取. 一个有意思的理论问题是:给定系统稳定裕量(如幅值稳定裕量、相角稳定裕量或其他更加复杂的稳定裕量),如何根据系统模型选取合理的 ρ ,使得 H_2 最优控制器能保证闭环系统具有期望的稳定裕量.

如图13所示,对车载天线进行 H_2 控制设计时^[51],式(6)控制信号加权系数或式(7)CS通道权重系数 ρ 的改变会直接影响控制设计的截止频率和相位裕度. 根据这些不同的稳定裕量,可以选取较为合

理的权重系数 ρ . 进而, 文献 [127] 考虑了对象的加性动态不确定性, 基于小增益定理, 针对一个特定的系统给出其 LQR 指标设计权重和鲁棒稳定半径的定量描述. 在 LQR 控制设计中, 减小 ρ 有利于增加系统带宽提升跟随能力, 减小 ρ 的同时伴随着鲁棒稳定半径的减小, 当鲁棒稳定半径过小时甚至会破坏系统的鲁棒稳定性.

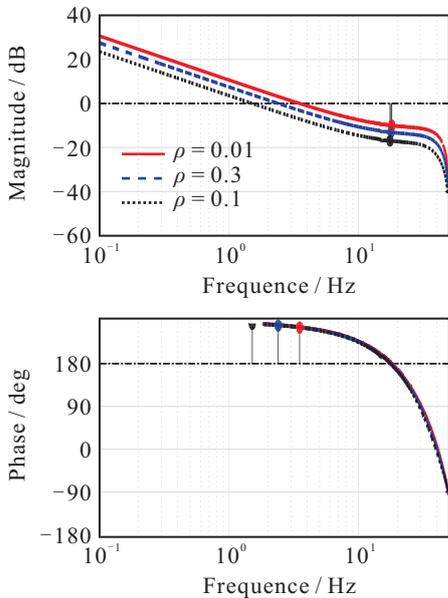


图 13 天线伺服系统 H_2 控制开环回路频率响应

Matlab 提供了标准 H_2 综合设计函数 `h2syn`、LQG 设计函数 `lqg`、LQR 状态反馈设计函数 `lqr`、Kalman 最优滤波器设计函数 `Kalman` 以及带积分器的 LQR 状态反馈设计函数 `lqi` 供用户选择使用.

3.5 混合 H_2/H_∞ 设计

在第 3.4 节的后半部分, 讨论了 H_2 最优控制中二次性能指标的权重与鲁棒稳定性的关系. 在 H_2 设计中, 控制信号相关的权重直接影响着反馈系统中特定通道增益的 H_∞ 范数, 范数的大小决定了系统的鲁棒稳定性. 合理的权重不但使得相应的闭环系统具有理想的二次性能, 而且保证系统反馈回路中相关通道的 H_∞ 范数满足鲁棒稳定的约束条件. 事实上, 这类权重选取问题与鲁棒控制中另一个常见问题密切相关, 即: 最优化以 H_2 范数定义的性能指标使系统达到理想的瞬态特性, 同时保证以 H_∞ 范数定义的性能指标达到期望的约束, 由此保证系统的鲁棒稳定性或扰动抑制能力^[16]. 基于对此类问题的探寻, 文献 [128] 首次提出混合 H_2/H_∞ 设计思想.

混合 H_2/H_∞ 控制问题是指 H_∞ 约束下的 H_2 优化设计问题, 其中 H_∞ 和 H_2 约束和指标可以针对相同或不同回路提出^[128-129]. 考虑图 14 的控制结构, 混合 H_2/H_∞ 设计问题描述为: 设计一个控制器 C , 使得

闭环系统适定、内稳定, 且满足

$$\min_C \gamma; \text{ s.t. } \|T_{z_\infty w}\|_\infty < 1, \|T_{z_2 w}\|_2 < \gamma. \quad (21)$$

其中 $T_{z_\infty w}$ 和 $T_{z_2 w}$ 分别为 w 到 z_∞ 和 z_2 回路的闭环传递函数.

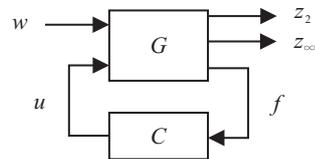


图 14 混合 H_2/H_∞ 控制 $G-C$ 结构

混合 H_2/H_∞ 方法将 H_∞ 控制与 H_2 控制进行融合, 拓展了鲁棒与最优控制的研究内容. 但是, 由于两个度量在数学上的不相容性, 使得这类混合优化问题的求解过程十分复杂. 这方面早期的研究主要给出了一些次优解. 这类解可通过求解一对耦合的 Riccati 方程得到^[130-131], 但是对耦合 ARE 的数值求解过程是十分繁琐的^[132-133]. 随着 LMI 工具在鲁棒与最优控制理论中的发展, 混合 H_2/H_∞ 问题的研究也开始转向 LMI 领域. 早期的 LMI 求解方法, 通常使用简化的单一 Lyapunov 矩阵来描述 H_2 和 H_∞ 性能, 会引入较大的保守性^[134-137]. 文献 [138-139] 通过在 LMI 融合过程中引入松弛变量降低了 LMI 方法求解混合 H_2/H_∞ 的保守性, 使得其更适用于解决实际工程问题. 然而, 混合 H_2/H_∞ 问题以及相关的数值算法仍是一个开放的研究课题.

同时具有 H_2 和 H_∞ 混合指标约束的伺服控制在工业应用中十分普遍, 硬盘驱动系统便是其中重要的一类. 文献 [139-140] 使用混合 H_2/H_∞ 方法对硬盘驱动系统进行控制设计, 并对 LMI 求解方法进行优化以降低设计的保守性. 此外, 混合 H_2/H_∞ 方法在机器人和机械臂等工业伺服应用中也有一些成功的例子^[141-143].

尽管一般的混合 H_2/H_∞ 问题难以求解, 但是如果考虑一些特殊的结构形式, 则可能会有意想不到的结果. 文献 [144-145] 利用 Youla 参数与最优 H_2 控制器的关系提出了一种 H_2-H_∞ 双目标最优控制器设计方案, 大大简化了上述混合设计问题. 文献 [51] 针对车载天线采用了类似的 H_2-H_∞ 控制设计方案, 其结构如图 15 所示. 其中积分器、观测器和状态反馈增益 $[K_P \ K_I]$ 共同组成 H_2 控制器以保证 r 到 e 跟踪通道的良好性能, 同时希望通过增补 Q 滤波器提升抗扰性能, 即为式 (17) 所示的对扰动通道 T_{yd} 的最优 H_∞ 设计. 将图 15 中 H_2-H_∞ 控制结构进行 Youla 参数化分解组合成更加直观的形式, 如图 16 所示, 其中 $P = NM^{-1}$. 考虑到车载天线工作环境的特殊性, 在

大部分情况下,载体车辆静止或者行驶在平缓的路段时,并不会对伺服系统引入强扰动,此时跟踪性能是最重要的.在此种情况下,由于 d 很小,图16中虚线部分被旁置,即 Q 不起作用,余下的控制结构即为所设计的 H_2 最优控制器.只有载体行驶在野外颠簸的路段时才会引入强扰动,此时抗扰性能成为主要矛盾,自然地,图16中的虚线结构被“激活”, Q 滤波器用以实现扰动通道的 H_∞ 最优性能.上述 H_2 - H_∞ 设计方法采用更加复杂的控制结构,将跟踪和扰动抑制双目标设计问题转化为两个通道的优化问题,从而能够更加有效地对控制器设计进行折衷,即在优化系统跟踪性能的同时,极大地改善扰动抑制性能.

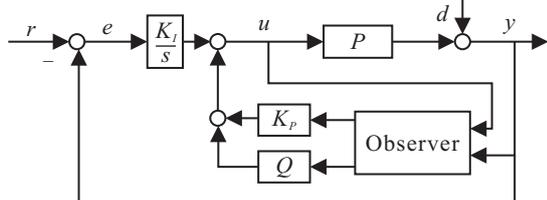


图15 天线伺服系统 H_2 - H_∞ 控制结构

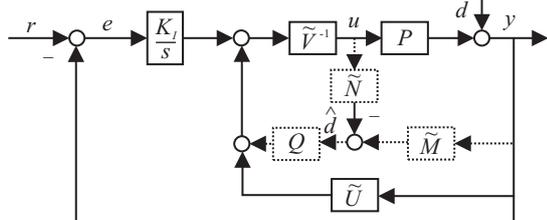


图16 天线伺服系统 H_2 - H_∞ 控制结构图(Youla参数化)

从根本上讲,这种性能上的提高来自于控制器结构上的优势.相比之下,一些传统的控制器(如PID控制器)尽管结构简单,但是由此带来的问题是缺少对多性能指标进行设计的手段.事实上,仅通过调节PID控制器的参数很难同时兼顾跟踪和扰动抑制等多个性能.表3给出了文献[51]中车载天线在实际越野测试中的对星跟踪误差RMS指标,可见基于鲁棒与最优控制理论的 H_2 - H_∞ 方法相比传统PID方法,天线的指向性能提升了近40%.

表3 车载天线对星跟踪误差RMS(PID与 H_2 - H_∞ 对比)

控制方法	PID	H_2 - H_∞
RMS	0.286 6°	0.173 9°

对于混合 H_2/H_∞ 设计方法,Matlab提供了基于LMI求解方法的两个函数hinfmix和msfsyn,用以设计输出反馈和状态反馈控制器.

3.6 基于GKYP的频域成型设计

在鲁棒控制理论中, H_∞ 范数可谓是最核心的概念.然而, H_∞ 范数只能对系统全频段的极值特性进行描述,在许多工程应用中,可能会需要一些更加具

体的指标来定义性能.例如在伺服设计中,期望获取较好的跟踪和抗扰性能,要求 S 在低频段具有足够小的增益,同时也不希望在高频段 S 具有过高增益而放大扰动.如图17所示,可以对期望灵敏度函数 S 提出更加详细的指标约束

$$\begin{cases} |S(j\omega)| \leq \gamma_l, & \omega \in (0, \omega_l); \\ |S(j\omega)| \leq \gamma_h, & \omega \in (\omega_h, \infty). \end{cases} \quad (22)$$

其中分界频点 ω_l, ω_h 和增益条件 γ_l, γ_h 由实际问题指定.

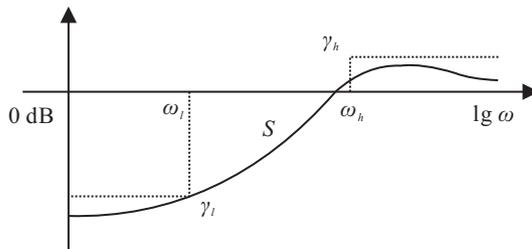


图17 灵敏度函数 S 成型约束

对于上述灵敏度函数 S 成型设计,最常用的方法是将其转化为加权的 H_∞ 问题.但是如同前文多次提到的, H_∞ 设计方法的权重选取十分复杂且有一定的盲目性,此外,由此得到的 H_∞ 控制器具有较高阶次,需要降阶处理才可以应用于工程实现^[104].解决此类设计问题的另一个方法是基于广义KYP(GKYP)引理的频域成型设计方法^[146].

基于GKYP的频域成型设计方法,破除了 H_∞ 设计只能在频域上提出单一约束条件的限制,更加完善了 H_∞ 类指标的定义方法.此外,该方法可以设定控制器形式,预设求解的控制器阶次,将分段频域约束指标转化为LMI去求解控制参数^[147].由于其基于LMI的求解通常会遇到高维矩阵运算,当存在多个频段的约束时求解过程十分耗时.此外,在理论上基于GKYP的设计问题并没有完全解决,现有的方法存在一定的保守性,如何降低设计的保守性是一个有意义的课题^[148].

目前为止,基于GKYP方法的理论研究和工程应用已经有了一些成果,在伺服控制领域也有相关的应用例子.文献[77,149-150]在 H_2 控制结构的基础上,基于GKYP方法通过设计参数化滤波器以优化灵敏度函数,实现了硬盘驱动系统伺服带宽外可复现扰动的有效抑制.文献[151-152]对伺服系统的正实和同相性质进行了研究,并基于GKYP理论对磁盘存储设备的悬臂机构进行了优化设计.文献[153]对风机的振动模态进行了分析,引入有限频域约束,然后基于GKYP对系统带宽和抗扰性能进行了优化设计,有效地减小了结构振动.

由于GKYP理论出现较新,目前没有直接可用的Matlab函数,但是大部分GKYP算法基于Matlab提供的LMI工具箱可以很容易地编程实现。

4 结论与展望

综上所述,现代鲁棒与最优控制方法相比经典控制策略,更加合理地将工程指标对应于控制设计,从而更多地克服了对设计者经验的依赖,且能够更加有效地兼顾多个指标和约束优化折衷设计,实现更好的性能。众多应用实例表明,现代鲁棒与最优控制在雷达天线、数控机床、机械臂、移动机器人和硬盘驱动等伺服系统的应用中具有极大的优势,能够有效补偿系统柔性谐振的影响,拓宽伺服带宽,增加系统动态跟踪和扰动抑制能力的同时又增强系统的鲁棒性能,使得系统能够更加可靠地应对负载以及其他模型的变化。总体而言,鲁棒与最优控制在伺服控制领域将会扮演着越来越重要的角色。

自鲁棒与最优控制理论提出至今已经建立了一个相当完整的理论体系,但是在与实践结合的过程中,仍有一些盲点问题被忽视或者难点问题未解决。例如,在不确定建模与鲁棒性分析中,大多数理论成果都是在 H_∞ 框架下给出的,然而,在一些具体的工程设计中基于 H_∞ 的不确定性度量可能会引入相当的保守性, H_∞ 对于模型差异和不确定性的度量是否合理,可能是一个需要重新审视的问题^[154-155]。在 H_2 综合问题中,其鲁棒约束通常会具有很复杂的求解形式,但是最简单的LQR控制器本身具有一定的鲁棒裕度,在一个工程问题中,如何通过选取权重 Q 、 R 参数使得LQR控制器以满足指定的鲁棒约束具有现实价值^[127]。在 H_∞ 综合问题中, H_∞ 度量是一个全频段的整体指标,基于回路成型的设计方法在不同频段的约束是不同的,权重函数的选择是决定了 H_∞ 方法设计效果的关键所在,但是在一个具体设计问题中如何结合工程指标和鲁棒性的考虑选取合适的权重是一个很复杂的问题。对于 H_2 或 H_∞ 综合问题,基于 H_∞ 度量的鲁棒与最优综合设计问题可以转化为 μ 问题求解,近期,基于 H_2 度量的综合设计问题在随机系统中也取得了很好的结果^[156-157];但是,混合的 H_2/H_∞ 综合问题由于两个数学度量的差异性,一直没有很好地解决,如何有效求解 H_2/H_∞ 或者对此问题重新描述是很有意义的研究方向。

控制理论本身是一门工程性很强、注重与应用结合的学科,鲁棒与最优理论也是基于工程应用的需求提出,并在理论上逐步趋于完善。就伺服控制而言,虽然已有不少实例表明了现代鲁棒与最优理论相

比经典控制策略具有明显优势,但是横观当代整个工业界,鲁棒与最优控制方法远没有达到期望的应用规模。其中隐含着两个方面的困难:一是如何将工程问题转化成数学优化问题;二是如何求解来自工程的数学问题。在对象模型给定、设计准则给定的前提下,DGKF为鲁棒与最优控制设计提供了一个范例,之后的大部分工作是在对象模型具有参数不确定性的条件下,对DGKF结果的扩张。但是,诸如伺服系统这类工业系统中,更多出现的是高频谐振未建模不确定性、多回路多频段之间相互耦合的多目标设计问题,这些问题将给控制理论与工程应用带来更广阔的研究空间。毋庸置疑,除了时域分析和设计方法,频域法无论在工程问题的数学解释还是在数学问题的求解方面都会带给人们更多有效的工具。

参考文献(References)

- [1] Åström K J, Kumar P R. Control: A perspective[J]. *Automatica*, 2014, 50(1): 3-43.
- [2] Kalman R E. Design of a self-optimizing control system[J]. *Trans on the ASME*, 1958, 80: 468-478.
- [3] Kalman R E. Contributions to the theory of optimal control[J]. *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana*, 1960, 5: 102-119.
- [4] Kalman R E. On the general theory of control systems[C]. *Proc of the 1st IFAC Congress on Automatic Control*. Moscow: IFAC, 1959: 481-492.
- [5] Simon H A. Dynamic programming under uncertainty with a quadratic criterion function[J]. *Econometrica*, 1956, 24(1): 74-81.
- [6] Georgiou T T, Lindquist A. Revisiting the separation principle in stochastic control[C]. *Proc of the 52nd IEEE Conf on Decision and Control*. Florence: IEEE, 2015: 1459-1465.
- [7] Francis B A, Wonham W M. The internal model principle of control theory[J]. *Automatica*, 1976, 12(5): 457-465.
- [8] Davison E J. The robust control of a servo-mechanism problem for linear time-invariant multivariable systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1976, 21(1): 25-34.
- [9] Safonov M G. Origins of robust control: Early history and future speculations[J]. *Annual Reviews in Control*, 2012, 36(2): 173-181.
- [10] Petersen I R, Tempo R. Robust control of uncertain systems: Classical results and recent developments[J]. *Automatica*, 2014, 50(5): 1315-1335.
- [11] Doyle J. Guaranteed margins for LQG regulators[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1978, 23(4): 756-757.
- [12] Francis B A. On the Wiener-Hopf approach to optimal feedback design[J]. *Systems & Control Letters*, 1982,

- 2(4): 197-201.
- [13] Youla D C, Bongiorno J J, Jabr H A. Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers Part I: The single-input-output case[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1976, 21(1): 3-13.
- [14] Youla D C, Jabr H, Bongiorno J J. Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers Part II: The multivariable case[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1976, 21(3): 319-338.
- [15] Zames G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1981, 26(2): 301-320.
- [16] Zames G, Francis B A. Feedback, min-max sensitivity and optimal robustness[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1983, 28(5): 585-601.
- [17] Doyle J C, Glover K, Khargonekar P P, et al. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1989, 34(8): 831-847.
- [18] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1997: 99-112.
- [19] Gawronski W. Control and pointing challenges of large antennas and telescopes[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2007, 15(2): 276-289.
- [20] Sundararajan N, Joshi S M, Armstrong E S. Robust controller synthesis for a large flexible space antenna[C]. Proc of the 23rd IEEE Conf on Decision and Control. Las Vegas: IEEE, 1984: 202-208.
- [21] Gawronski W. Modeling and control of antennas and telescopes[M]. New York: Springer, 2008: 11-44.
- [22] Gawronski W. Modeling wind-gust disturbances for the analysis of antenna pointing accuracy[J]. Antennas & Propagation Magazine IEEE, 2004, 46(1): 50-58.
- [23] Debruin J. Control systems for mobile Satcom antennas[J]. Control Systems, 2008, 28(1): 86-101.
- [24] Mulla A A, Vasambekar P N. Overview on the development and applications of antenna control systems[J]. Annual Reviews in Control, 2016, 41: 47-57.
- [25] Erkorkmaz K, Altintas Y. High speed CNC system design, Part I: jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation[J]. Int J of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(9): 1323-1345.
- [26] Erkorkmaz K, Altintas Y. High speed CNC system design, Part II: Modeling and identification of feed drives[J]. Int J of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(10): 1487-1509.
- [27] Erkorkmaz K, Altintas Y. High speed CNC system design, Part III: High speed tracking and contouring control of feed drives[J]. Int J of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(11): 1637-1658.
- [28] Yen J Y, Chang H M. Performance robustness and stiffness analysis on a machine tool servo design[J]. Int J of Machine Tools & Manufacture, 2004, 44(5): 523-531.
- [29] Hirzinger G, Albuschaeffer A. Light-weight robots[J]. Scholarpedia, 2008, 3(4): 3889-3891.
- [30] Fattah A, Angeles J, Misra A K. Dynamics of two cooperating flexible-link manipulators—Planar case[J]. Trans on Canadian Society for Mechanical Engineering, 1997, 21(1): 1-17.
- [31] Jonker J B, Aarts R G K M. A perturbation method for dynamic analysis and simulation of flexible manipulators[J]. Multibody System Dynamics, 2001, 6(3): 245-266.
- [32] Moberg S. On modeling and control of flexible manipulators[D]. Linköping: Department of Electrical Engineering, Linköping University, 2007: 19-50.
- [33] Hutchinson S, Hager G D, Corke P. A tutorial on visual servo control[J]. Robotics & Automation Magazine IEEE, 1996, 12(5): 651-670.
- [34] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control. I. Basic approaches[J]. Robotics & Automation Magazine IEEE, 2006, 13(4): 82-90.
- [35] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control. II. Advanced approaches[J]. Robotics & Automation Magazine IEEE, 2007, 14(1): 109-118.
- [36] Staniak M, Zieliski C. Structures of visual servos[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2010, 58(8): 940-954.
- [37] Azizian M, Khoshnam M, Najmaei N, et al. Visual servoing in medical robotics: A survey, Part I: Endoscopic and direct vision imaging - techniques and applications[J]. Int J of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery Mrcas, 2014, 10(3): 263-274.
- [38] Azizian M, Najmaei N, Khoshnam M, et al. Visual servoing in medical robotics: A survey, Part II: Tomographic imaging modalities—Techniques and applications[J]. Int J of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery Mrcas, 2015, 11(1): 67-79.
- [39] Messner W, Ehrlich R. A tutorial on controls for disk drives[C]. Proc of the 2001 American Control Conf. Arlington: IEEE, 2001: 408-420.
- [40] Abramovitch D, Franklin G. A brief history of disk drive control[J]. IEEE Control Systems, 2002, 22(3): 28-42.
- [41] Steinbuch M, Norg M L. Industrial perspective on robust control: Application to storage systems[J]. Annual Reviews in Control, 1998, 22: 47-58.
- [42] Eleftheriou E. Nanopositioning for storage applications[J]. Annual Reviews in Control, 2012, 36(2): 244-254.
- [43] Kartik V, Sebastian A, Tuma T, et al. High-bandwidth nanopositioner with magnetoresistance based position sensing[J]. Mechatronics, 2012, 22(3): 295-301.

- [44] Scherer C, Bernussou J, Arzelier D, et al. Robust control applications[J]. Annual Reviews in Control, 2006, 31(1): 27-39.
- [45] Kobayashi M, Horowitz R. Track seek control for hard disk dual-stage servo systems[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2001, 37(2): 949-954.
- [46] Ehrlich R, Adler J, Hindi H. Rejecting oscillatory, non-synchronous mechanical disturbances in hard disk drives[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2001, 37(2): 646-650.
- [47] Hara S, Yamamoto Y, Omata T, et al. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1988, 33(7): 659-668.
- [48] Sacks A H, Bodson M, Messner W. Advanced methods for repeatable runout compensation[J]. IEEE Trans on Magnetics, 1995, 31(2): 1031-1036.
- [49] Steinbuch M. Repetitive control for systems with uncertain period-time[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2103-2109.
- [50] Wen C, Tan M, Su W. Flexible structures identification for mobile satcom antenna servo systems[C]. Proc of the 36th Chinese Control Conf. Dalian: IEEE, 2017: 2253-2258.
- [51] Wen C, Tan M, Su W. An H_2/H_1 control design for mobile satcom antenna servo systems[C]. Proc of the 35th Chinese Control Conf. Chengdu: IEEE, 2016: 3023-3028.
- [52] Bower J L, Schultheiss P M. Introduction for the design of servomechanisms[M]. New York: Wiley, 1958: 11-28.
- [53] Francis B A, Zames G. On optimal min-max servos[C]. Proc of the 20th IEEE Conf on Decision and Control Including the Symposium on Adaptive Processes. San Diego: IEEE, 1981: 188-189.
- [54] Desoer C A, Vidyasagar M. Feedback systems: Input-output properties[M]. New York: Academic, 1975: 204-212.
- [55] Chang J K, Weerasooriya S, Ho H T. Improved TMR budget through a frequency shaped servo design[C]. Proc of the 23rd Int Conf on Industrial Electronics, Control and Instrumentation. New Orleans: IEEE, 1997: 47-51.
- [56] Li Z, Guo G, Chen B M, et al. Optimal track-following design for the highest tracks per inch in hard disk drives[J]. J of Information Storage & Processing Systems, 2001, 3(1): 27-41.
- [57] Lee H S. Controller optimization for minimum position error signals of hard disk drives[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2001, 48(5): 945-950.
- [58] Amerongen J V, Breedveld P. Modelling of physical systems for the design and control of mechatronic systems[J]. Annual Reviews in Control, 2003, 27(1): 87-117.
- [59] Yan W, Zheng Y, Lian C, et al. Robust H_∞ control for inter-satellite optical communication terminal antenna[C]. Proc of the 3rd Int Conf on Measuring Technology and Mechatronics Automation. Shanghai: IEEE, 2011: 187-190.
- [60] Erkorkmaz K, Altintas Y. High speed CNC system design, Part III: High speed tracking and contouring control of feed drives[J]. Int J of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(11): 1637-1658.
- [61] Guo Q, Yu T, Jiang D. Robust H_∞ positional control of 2-DOF robotic arm driven by electro-hydraulic servo system[J]. ISA Transactions, 2015, 59: 55-64.
- [62] Fukuma T, Okazaki Y, Kodera N, et al. High resonance frequency force microscope scanner using inertia balance support[J]. Applied Physics Letters, 2008, 92(24): 930-933.
- [63] Hong F, Du C, Tee K P, et al. Adaptive disturbance rejection in the presence of uncertain resonance mode in hard disk drives[C]. Proc of the 2009 American Control Conference. St Louis: IEEE, 2009: 3244-3249.
- [64] Plummer A R. High bandwidth motion control for multi-axis servohydraulic mechanisms[C]. Proc of the 2007 Int Mechanical Engineering Congress and Exposition. Seattle: ASME, 2007: 1-7.
- [65] Kenton B J, Leang K K. Design, characterization, and control of a monolithic three-axis high-bandwidth nanopositioning stage[C]. Proc of the 2010 American Control Conf. Baltimore: IEEE, 2010: 4949-4956.
- [66] Suh S M, Chung C C, Lee S J. Servo controller design for high-bandwidth HDDs[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2002, 38(5): 2177-2179.
- [67] Elmustafa A, Lagally M G. Flexural-hinge guided motion nanopositioner stage for precision machining: Finite element simulations[J]. Precision Engineering, 2001, 25(1): 77-81.
- [68] Pang C K, Lewis F L, Lee T H. Modal parametric identification of flexible mechanical structures in mechatronic systems[J]. Trans of the Institute of Measurement & Control, 2010, 32(2): 137-154.
- [69] Chen B M, Tong H L, Peng K, et al. Hard disk drive servo systems[M]. London: Springer, 2006: 21-33.
- [70] Gawronski W, Souccar K. Control systems of the large millimeter telescope[J]. IEEE Antennas & Propagation Magazine, 2006, 47(4): 41-49.
- [71] Kung S Y. A new identification and model reduction algorithm via singular value decomposition[C]. Proc of the 12th Asilomar Conf on Circuits, Systems and Computers. Santa Clara: IEEE, 1978: 705-714.
- [72] Al-Saggaf U, Franklin G. An error bound for a discrete reduced order model of a linear multivariable system[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 32(9): 815-819.

- [73] Mota S D J, Nadeaubeaullieu M, Botez R, et al. Flight model identification of an F/A-18 from flight tests[J]. IFAC Proc Volumes, 2007, 40(7): 212-216.
- [74] Algermissen S, Monner H P, Sekora R, et al. Closed-loop subspace identification for vibration control of structure integrated antenna arrays[C]. Proc of the 2011 IEEE Aerospace Conf. Pasadena: IEEE Computer Society, 2011: 1-12.
- [75] Lorentz T, Kim D, M'Closkey R T. A novel technique for extracting parametric models from MEM resonator test data[C]. Proc of the 2014 Int Symposium on Inertial Sensors and Systems. Laguna Beach: IEEE, 2014: 1-4.
- [76] Ljung L. Model validation and model error modeling[C]. Proc of the Åström Symposium on Control. Lund: Lund University Publications, 1999: 15-42.
- [77] Yao J, Jiao Z, Ma D, et al. High-accuracy tracking control of hydraulic rotary actuators with modeling uncertainties[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2014, 19(2): 633-641.
- [78] Schmitz T L, Action J E, John C. The difficulty of measuring low friction: Uncertainty analysis for friction coefficient measurements[J]. J of Tribology, 2005, 127(3): 673-678.
- [79] Tan Y, Chang J, Tan H. Adaptive backstepping control and friction compensation for AC servo with inertia and load uncertainties[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2003, 50(5): 944-952.
- [80] Graham M R, Decallafon R A, Shrinkle L. Modeling and low-order control of hard disk drives with considerations for product variability[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2006, 42(10): 2588-2590.
- [81] Zergeroglu E, Dawson D M, Queiroz M S D, et al. Robust visual-servo control of robot manipulators in the presence of uncertainty[J]. J of Robotic Systems, 2003, 20(2): 93-106.
- [82] Vries D K. Identification of model uncertainty for control design[D]. Delft: Mechanical Engineering Systems and Control Group, Delft University of Technology, 1994: 50-69.
- [83] Bayard D S, Yam Y. A criterion for joint optimization of identification and robust control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(7): 986-991.
- [84] Doyle J C, Wall J E, Stein G. Performance and robustness analysis for structured uncertainty[C]. Proc of the 21th IEEE Conf on Decision and Control. Orlando: IEEE, 1982: 629-636.
- [85] Doyle J C, Tannenbaum A, Francis B A. Feedback control theory[M]. New York: Macmillan, 1992: 39-42.
- [86] Callafon R A D, Nagamune R, Horowitz R. Robust dynamic modeling and control of dual-stage actuators[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2006, 42(2): 247-254.
- [87] Thum C K, Du C, Zhang J, et al. Servo control design for a high TPI servo track writer with microactuators[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2008, 44(9): 2227-2234.
- [88] Doyle J. Analysis of feedback systems with structured uncertainties[J]. IEE Proc D: Control Theory and Applications, 1982, 129(6): 242-250.
- [89] Doyle J, Lenz K, Packard A. Design examples using μ -synthesis: Space shuttle lateral axis FCS during reentry[C]. Proc of the 25th IEEE Conf on Decision and Control. Athens: IEEE, 1986: 2218-2223.
- [90] Morton B G, Mcafoos R M. A μ -test for robustness analysis of a real-parameter variation problem[C]. Proc of the 1985 American Control Conf. Boston: IEEE, 1985: 135-138.
- [91] Alter D M, Tsao T C. Control of linear motors for machine tool feed drives: Design and implementation of H_{∞} optimal feedback control[J]. J of Dynamic Systems Measurement & Control, 1996, 118(118): 649-656.
- [92] Freudenberg J S, Looze D P. Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1985, 30(6): 555-565.
- [93] Seron M M, Braslavsky J H, Goodwin G C. Fundamental limitations in filtering and control[M]. New York: Springer-Verlag, 1997: 243-244.
- [94] Chen J. Multivariable gain-phase and sensitivity integral relations and design trade-offs[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(3): 373-385.
- [95] Doyle J, Stein G. Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 26(1): 4-16.
- [96] Skogestad S, Postlethwaite I. Multivariable feedback control: Analysis and design[M]. New York: Wiley, 2005: 55-64.
- [97] Stein G, Doyle J C. Beyond singular values and loop shapes[J]. J of Guidance, Control, & Dynamics, 1991, 14(1): 5-16.
- [98] Mcfarlane D C, Glover K. Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions[J]. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 1990, 138(6): 1-206.
- [99] Mcfarlane D, Glover K. A loop-shaping design procedure using H_{∞} synthesis[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 37(6): 759-769.
- [100] Olanthichachat P, Kaitwanidvilai S. Structure specified robust H_{∞} loop shaping control of a MIMO electro-hydraulic servo system using particle swarm optimization[C]. Proc of the Int Multi Conf of Engineers and Computer Scientists. Hong Kong: Springer, 2011: 879-883.
- [101] Kaitwanidvilai S, Nath A. GA based reduced order robust loop shaping controller design for HDD servo system with

- dual stage actuator[C]. Proc of the Int Conf on Robotics and Biomimetics. Tianjin: IEEE, 2010: 1600-1605.
- [102] Gentilini I, Man S K, Messner W C. Lateral tape motion control with robust performance evaluation based on rbode plot[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2012, 59(10): 3971-3978.
- [103] Atsumi T, Messner W C. Loop-shaping controller design with the RBode plot for hard disk drives[C]. Proc of the 2010 American Control Conf. Baltimore: IEEE, 2010: 2659-2664.
- [104] Zhou K, Doyle J C, Glover K. Robust and optimal control[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1997: 137-141, 276-286, 375-378.
- [105] Ortega M G, Rubio F R. Systematic design of weighting matrices for the mixed sensitivity problem[J]. J of Process Control, 2004, 14(1): 89-98.
- [106] Beaven R W, Wright M T, Seaward D R. Weighting function selection in the H_∞ design process[J]. Control Engineering Practice, 1996, 4(5): 625-633.
- [107] Postlethwaite I, Tsai M C, Gu D W. Weighting function selection in H_∞ design[J]. IFAC Proceedings Volumes, 1990, 23(8): 127-132.
- [108] Ming A, Yamaoka T, Kida T, et al. Accuracy improvement of ship mounted tracking antenna for satellite communications[C]. Proc of the 2005 IEEE Int Conf on Mechatronics and Automation. Niagara Falls: IEEE, 2005: 1369-1374.
- [109] Cho C H, Lee S H, Kwon T Y, et al. Antenna control system using step tracking algorithm with H_∞ controller[J]. Int J of Control Automation & Systems, 2003, 1(1): 83-92.
- [110] Brussel H V, Braembussche P V D. Robust control of feed drives with linear motors[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1998, 47(1): 325-328.
- [111] Cuvillon L, Laroche E, Gangloff J, et al. H_∞ and LPV controller for visual servoing of a robotic arm with flexibility[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2003, 36(11): 133-138.
- [112] Pantazi A, Jelitto J, Bui N, et al. Track-following in tape storage: Lateral tape motion and control[J]. Mechatronics, 2012, 22(3): 361-367.
- [113] Pantazi A, Sebastian A, Cherubini G, et al. Control of MEMS-based scanning-probe data-storage devices[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2007, 15(5): 824-841.
- [114] Lantz M A, Cherubini G, Pantazi A, et al. Servo-pattern design and track-following control for nanometer head positioning on flexible tape media[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2012, 20(2): 369-381.
- [115] Doyle J C. Structured uncertainty in control system design[C]. Proc of the 24th Decision and Control. Ft Lauderdale: IEEE, 1985: 260-265.
- [116] Balas G J, Doyle J C. Identification of flexible structures for robust control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1990, 10(4): 51-58.
- [117] Braatz R P, Young P M, Doyle J C, et al. Computational complexity of μ calculation[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(5): 1000-1002.
- [118] Rotea M A, Iwasaki T. An alternative to the D-K iteration[C]. Proc of the 1994 American Control Conf. Baltimore: IEEE, 1994: 53-57.
- [119] Packard A, Pandey P. Continuity properties of the real/complex structured singular value[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 38(3): 415-428.
- [120] Gaspar P, Szaszi I, Bokor J. Robust servo control design for mechanical systems using mixed uncertainty modelling[C]. Proc of the 2015 European Control Conf. Linz: IEEE, 2015: 342-347.
- [121] Kwakernaak H, Sivan R. Linear optimal control systems[M]. New York: Wiley-Interscience, 1972: 220-243, 339-361.
- [122] Gawronski W. Antenna LQG controllers: Properties, limits of performance, and tuning procedure[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2005, 38(1): 223-228.
- [123] Castro J V C, Souza L C G. Comparison of the LQG and H_∞ techniques to design experimentally a flexible satellite attitude control system[J]. J of Aerospace Engineering, 2010, 2(2): 17-25.
- [124] Pantazi A, Jelitto J, Bui N, et al. Track-follow control for tape storage[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(18): 532-537.
- [125] Zheng J, Fu M, Du C, et al. A factorization approach to sensitivity loop shaping for disturbance rejection in hard disk drives[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2010, 46(5): 1220-1227.
- [126] Du C, Zhang J, Guo G. Disturbance modeling and control design for self-servo track writing[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2005, 10(1): 122-127.
- [127] 陈泳锷, 王元, 苏为洲. 鲁棒稳定性对最优二次型控制设计的约束[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(5): 591-597.
(Chen Y K, Wang Y, Su W Z. Robust stability constraints on linear quadratic optimal control[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(5): 591-597.)
- [128] Bernstein D S, Haddad W M. LQG control with an H_1 performance bound: A riccati equation approach[C]. Proc of the 1988 American Control Conf. Atlanta: IEEE, 1988: 796-802.
- [129] Khargonekar P P, Rotea M A. Mixed H_2/H_∞ filtering[J]. Int J of Robust & Nonlinear Control, 2015, 6(4): 313-330.
- [130] Limebeer D J N, Anderson B D O, Hendel B. A nash game approach to mixed H_2/H_∞ control[J]. IEEE Trans

- on Automatic Control, 1994, 39(1): 69-82.
- [131] Zhou K, Doyle J, Glover K, et al. Mixed H_2 and H_∞ control[C]. Proc of the 1990 American Control Conference. San Diego: IEEE, 1990: 2502-2507.
- [132] Khargonekar P P, Rotea M A. Mixed H_2/H_∞ control: A convex optimization approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(7): 824-837.
- [133] Sznaier M, Rotstein H. An exact solution to general 4-blocks discrete-time mixed H_2/H_∞ problems via convex optimization[C]. Proc of the 2002 American Control Conf. Anchorage: IEEE, 2002: 2251-2256.
- [134] Djouadi S M, Charalambous C D, Reppinger D W. A convex programming approach to the multiobjective H_2/H_∞ problem[C]. Proc of the 2002 American Control Conf. Anchorage: IEEE, 2002: 4315-4320.
- [135] Shimomura T, Fujii T. An iterative method for mixed H_2/H_∞ control design with uncommon LMI solutions[C]. Proc of the 1999 American Control Conf. San Diego: IEEE, 1999: 3292-3296.
- [136] Fujisaki Y, Yoshida T. A linear matrix inequality approach to mixed H_2/H_∞ control [C]. Proc of the 13th IFAC Triennial World Congress. San Francisco: IFAC, 1996: 1339-1344.
- [137] Scherer C W. Multiobjective H_2/H_∞ control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(6): 1054-1062.
- [138] De Oliveira M C, Geromel J C, Bernussou J. An LMI optimization approach to multiobjective controller design for discrete-time systems[C]. Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control. Phoenix: IEEE, 1999: 3611-3616.
- [139] Du C, Xie L, Teoh J N, et al. An improved mixed H_2/H_∞ control design for hard disk drives[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(5): 832-839.
- [140] Huang X, Horowitz R. Robust controller design of a dual-stage disk drive servo system with an instrumented suspension[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2005, 41(8): 2406-2413.
- [141] Bor-Sen Chen, Yeong-Chan Chang. Nonlinear mixed H_2/H_∞ control for robust tracking design of robotic systems[J]. Int J of Control, 1997, 67(6): 837-857.
- [142] Zhao W Z, Qin X X. Study on mixed H_2/H_∞ robust control strategy of four wheel steering system[J]. Science China Technological Sciences, 2017, 1(12): 1-10.
- [143] Tu Y W, Ho M T. Design and implementation of DSP and FPGA-based robust visual servoing control of an inverted pendulum[C]. Proc of the 2010 IEEE Int Conf on Control Applications. Yokohama: IEEE, 2010: 83-88.
- [144] Zhou K, Ren Z. A new controller architecture for high performance, robust, and fault-tolerant control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(10): 1613-1618.
- [145] Zhou K. New approach to robust and fault tolerant control[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(1): 43-55.
- [146] Iwasaki T, Meinsma G, Fu M. Generalized γ -procedure and finite frequency KYP lemma[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2000, 6: 305-320.
- [147] Hara S, Shiohata D, Iwasaki T. Fixed order controller design via generalized KYP lemma[C]. Proc of the 2004 IEEE Int Conf on Control Applications. Taipei: IEEE, 2004: 1527-1532.
- [148] 李贤伟, 高会军. 有限频域分析与设计的广义 KYP 引理方法综述[J]. 自动化学报, 2016, 42(11): 1605-1619. (Li X W, Gao H J. An overview of generalized KYP lemma based methods for finite frequency analysis and design[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(11): 1605-1619.)
- [149] Du C, Xie L, Guo G, et al. A generalized KYP lemma based approach for disturbance rejection in data storage systems[J]. Automatica, 2007, 43(12): 2112-2118.
- [150] Du C, Teoh J N, Xie L. Positioning error minimization with specific narrowband disturbance rejections using a low-order H_2 and KYP lemma based control[J]. Mechatronics, 2010, 20(2): 293-302.
- [151] Iwasaki T, Hara S, Yamauchi H. Dynamical system design from a control perspective: Finite frequency positive-realness approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(8): 1337-1354.
- [152] Iwasaki T, Hara S. Generalized KYP lemma: Unified frequency domain inequalities with design2 applications[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(1): 41-59.
- [153] Li X, Gao H. A heuristic approach to static output-feedback controller synthesis with restricted frequency-domain specifications[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(4): 1008-1014.
- [154] Vinnicombe G. Frequency domain uncertainty and the graph topology[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 38(9): 1371-1383.
- [155] Qiu L, Zhou K. Preclassical tools for postmodern control: An optimal and robust control theory for undergraduate education[J]. Control Systems IEEE, 2013, 33(4): 26-38.
- [156] Qi T, Chen J, Su W, et al. Control under stochastic multiplicative uncertainties, Part I: Fundamental Conditions of Stabilizability[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2017, 62(3): 1269-1284.
- [157] Su W, Chen J, Fu M, et al. Control under stochastic multiplicative uncertainties, Part II: Optimal design for performance[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2017, 62(3): 1285-1300.