

# 基于干扰补偿的BTT导弹自动驾驶仪抗尖峰滑模控制器设计

王洋<sup>†</sup>, 周军

(西北工业大学 航天学院, 西安 710072)

**摘要:** 为了提高BTT导弹自动驾驶仪在非匹配干扰影响下的系统性能,提出一种新型基于干扰补偿的抗尖峰滑模控制器(PDOSMC). 所提出的PDOSMC不仅不需要非匹配干扰满足 $H_2$ 假设,还有效解决了高观测增益下估计尖峰引起现有干扰补偿滑模控制器(DOSMC)控制性能下降的问题. 仿真结果表明,在都选取高观测增益的情况下,PDOSMC算法不仅能够取得与现有DOSMC算法相同的高控制精度,而且能够避免DOSMC算法中由估计尖峰所带来的控制饱和以及跟踪误差振荡.

**关键词:** BTT导弹自动驾驶仪; 非匹配干扰; 尖峰现象; 干扰观测器; 滑模控制

中图分类号: V448.13

文献标志码: A

## Robust autopilot design for bank-to-turn missiles using peaking-free disturbance observer-based sliding mode control

WANG Yang<sup>†</sup>, ZHOU Jun

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** To improve the control precision and the dynamic property of bank-to-turn(BTT) missile autopilot in the presence of mismatched uncertainties, a novel peaking-free disturbance observer-based sliding mode controller (PDOSMC) is proposed, which not only is available when the  $H_2$  assumption of mismatched uncertainties is invalid, but also avoids the undesirable peaking phenomenon caused by the high observer gain. The simulation results demonstrate that, in the case of high gains, the PDOSMC scheme not only can achieve the same control precision as the DOSMC scheme, but also avoids the control input saturation and poor dynamic property caused by undesirable peaking phenomenon within a DOSMC scheme case.

**Keywords:** BTT missile autopilot; mismatched uncertainties; peaking phenomenon; disturbance observer; sliding-mode control

## 0 引言

由于BTT(Bank-to-turn, BTT)导弹具有长航程、强机动能力和低阻力等优点,其控制技术越来越成为研究的热点<sup>[1-3]</sup>. 但是,BTT导弹的控制面临着一系列困难,如由复杂气动环境所带来的强不确定性干扰以及由非零滚动角速率所带来的强烈通道间耦合<sup>[4]</sup>.

近年来,针对BTT导弹的控制问题,有些文献采用了传统的控制方法,如切换方法<sup>[5]</sup>、增益调度方法<sup>[6]</sup>和自适应方法<sup>[7]</sup>等开展了相关研究. 但是,这些方法不能保证BTT导弹在强不确定干扰下的鲁棒性. 有些文献专门针对提高BTT导弹的鲁棒性能开展研究,如基于 $H_\infty$ 的控制方法<sup>[8]</sup>、基于干扰观测器

的控制方法<sup>[9]</sup>、补偿控制方法<sup>[10]</sup>和滑模控制(Sliding mode control, SMC)方法<sup>[11]</sup>等. 在这些鲁棒控制方法中,由于SMC方法具有鲁棒性强、设计简单灵活的特点,成为导弹自动驾驶仪设计的常用方法.

经典的SMC方法只能对匹配干扰具有鲁棒性. 所谓匹配干扰就是控制输入与干扰处于同一通道,反之称为非匹配干扰. 为了提高SMC方法在非匹配干扰下的鲁棒性,许多文献开展了相关研究. 文献[7, 12-13]分别基于Riccati方法<sup>[12]</sup>、LMI方法<sup>[13]</sup>和自适应方法<sup>[7]</sup>设计了改进的SMC方法,但是上述方法只适用于非匹配干扰满足 $H_2$ 假设的情况,即非匹配干扰随着时间增长逐渐趋于零,显然这样的假设对于

收稿日期: 2017-03-14; 修回日期: 2017-06-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61104194); 航天支撑基金项目(2015-HT-XGD).

责任编委: 刘向杰.

作者简介: 王洋(1989—),男,博士生,从事飞行器制导控制的研究;周军(1966—),男,教授,博士生导师,从事飞行器精确制导、滑模控制等研究

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: zjt219571@163.com

实际控制系统而言过于严苛. 为了提高滑模控制器的实用性, 文献[14-16]基于干扰观测器(Disturbance observer, DO)改进传统SMC方法. 对于这些基于干扰观测的SMC方法(Disturbance observer-based sliding mode controller, DOSMC)而言, 非匹配干扰无需满足 $H_2$ 假设. 另一方面, DO的估计精度直接关系到DOSMC的控制精度, 因此DO通常需要高增益来保证估计精度. 但是, 当DO的状态初值与真实状态初值不相等时, 高增益会使得估计干扰存在尖峰<sup>[17]</sup>, 而尖峰会使得控制量出现饱和, 导致系统的动态性能受到影响, 系统状态可能会出现强烈震荡与收敛滞后. 此外, 当DOSMC方法直接应用于BTT导弹时, 强烈的通道间耦合会使得各通道间的尖峰相互传递、叠加, 从而使BTT导弹的系统性能恶化.

基于以上问题, 为了提高BTT导弹自动驾驶仪在非匹配干扰影响下的控制性能, 本文提出了一种新型基于干扰补偿的抗尖峰滑模控制器(Peaking-free disturbance observer-based sliding mode controller, PDOSMC). 所设计的控制算法不仅能够发挥高增益观测器带来的控制精度高的优点, 而且能够有效抑制估计尖峰引起的系统动态性能下降问题. 最后, 通过仿真对比了传统DOSMC算法与所设计的PDOSMC算法. 仿真结果表明, 对于BTT导弹而言, PDOSMC算法有效提升了现有DOSMC算法的控制性能.

## 1 数学模型建立

考虑如下BTT导弹三维姿态模型<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z - \frac{1}{57.3}\omega_x\beta - a_4\alpha - a_5\delta_z + \bar{d}_z, \\ \dot{\beta} = \omega_y + \frac{1}{57.3}\omega_x\alpha - b_4\beta - b_5\delta_y + \bar{d}_y, \\ \dot{\gamma} = \omega_x + \bar{d}_x, \\ \dot{\omega}_z = -(a_1 + e_1)\omega_z + (e_1a_4 - a_2)\alpha + \frac{e_1\omega_x\beta}{57.3} + (-e_1a_5 - a_3)\delta_z + \frac{J_x - J_y}{57.3J_z}\omega_x\omega_y + d_z, \\ \dot{\omega}_y = -(b_1 + e_2)\omega_y + (e_2b_4 - b_2)\beta - \frac{e_2\omega_x\alpha}{57.3} + (e_2b_5 - b_3)\delta_y + \frac{J_z - J_x}{57.3J_y}\omega_x\omega_z + d_y, \\ \dot{\omega}_x = -c_1\omega_x - c_2\delta_x + d_x. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 分别为攻角、侧滑角和滚转角;  $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$ 分别为滚转、偏航和俯仰角速率;  $\delta_x$ 、 $\delta_y$ 、 $\delta_z$ 分别为滚转、偏航和俯仰通道的舵偏角;  $d_x$ 、 $d_y$ 、 $d_z$ 、 $\bar{d}_x$ 、 $\bar{d}_y$ 、 $\bar{d}_z$ 为外部干扰及未建模动态;  $a_i$ 、 $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ )、 $c_i$ 、 $e_i$  ( $i = 1, 2$ )为时变的气动参数. 文献[10]给出了这些

气动参数在部分离散时间点的取值, 但是基于离散的气动参数很难进行理论分析. 基于此, 本文采用时间 $t$ 的高阶函数来近似这些气动参数. 例如,  $a_1$ 可以近似为 $\bar{a}_1$ , 有

$$\bar{a}_1 = -1.4 \times 10^{-6}t^4 + 7.1 \times 10^{-5}t^3 - 2.11 \times 10^{-3}t^2 + 8.05 \times 10^{-3}t + 1.5930. \quad (2)$$

由于近似, 会产生如下近似误差:

$$\Delta\bar{a}_i = a_i - \bar{a}_i, \quad \Delta\bar{b}_i = b_i - \bar{b}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 5;$$

$$\Delta\bar{c}_j = c_j - \bar{c}_j, \quad \Delta\bar{e}_j = e_j - \bar{e}_j, \quad j = 1, 2.$$

定义状态向量 $x_1$ 和 $x_2$ 为

$$x_1 = [x_{11} \ x_{12} \ x_{13}]^T = [\alpha - \alpha_c \ \beta - \beta_c \ \gamma - \gamma_c]^T,$$

$$x_2 = [x_{21} \ x_{22} \ x_{23}]^T = [\omega_z - \bar{a}_4\alpha \ \omega_y - \bar{b}_4\beta \ \omega_x]^T.$$

其中:  $\alpha_c$ 、 $\beta_c$ 、 $\gamma_c$ 分别为指令攻角、指令偏航角和指令滚转角. 系统(1)可以转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + d_1, \\ \dot{x}_2 = f + Bu + d_2. \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$u = [\delta_z \ \delta_y \ \delta_x]^T,$$

$$d_1 = [d_{11} \ d_{12} \ d_{13}]^T, \quad d_2 = [d_{21} \ d_{22} \ d_{23}]^T,$$

$$f = [f_z \ f_y \ f_x]^T, \quad B = \text{diag}(b_z, b_y, b_x),$$

$$d_{11} = -\frac{1}{57.3}\omega_x\beta - \Delta\bar{a}_4\alpha - a_5\delta_z + \bar{d}_z - \dot{\alpha}_c,$$

$$d_{12} = \frac{1}{57.3}\omega_x\alpha - \Delta\bar{b}_4\beta - b_5\delta_y + \bar{d}_y - \dot{\beta}_c,$$

$$d_{13} = \bar{d}_x - \dot{\gamma}_c,$$

$$d_{21} =$$

$$-(\Delta\bar{a}_1 + \Delta\bar{e}_1)\omega_z + (\bar{e}_1\Delta\bar{a}_4 + \Delta\bar{e}_1\bar{a}_4 + \Delta\bar{e}_1\Delta\bar{a}_4)\alpha - \Delta\bar{a}_2\alpha + (\bar{e}_1\Delta\bar{a}_5 - \Delta\bar{e}_1\bar{a}_5 - \Delta\bar{e}_1\Delta\bar{a}_5 - \Delta\bar{a}_3)\delta_z +$$

$$\frac{(J_x - J_y)\omega_x\omega_y}{57.3J_z} + d_z - \bar{a}_4d_{21} + \frac{e_1\omega_x\beta}{57.3} - \ddot{\alpha}_c,$$

$$d_{22} =$$

$$-(\Delta\bar{b}_1 + \Delta\bar{e}_2)\omega_y + (\bar{e}_2\Delta\bar{b}_4 + \Delta\bar{e}_2\bar{b}_4 + \Delta\bar{e}_2\Delta\bar{b}_4)\beta -$$

$$\Delta\bar{b}_2\beta + (\bar{e}_2\Delta\bar{b}_5 + \Delta\bar{e}_2\bar{b}_5 + \Delta\bar{e}_2\Delta\bar{b}_5 - \Delta\bar{b}_3)\delta_y +$$

$$\frac{(J_z - J_x)\omega_x\omega_z}{57.3J_y} + d_y - \bar{b}_4d_{22} + \frac{e_2\omega_x\alpha}{57.3} - \ddot{\beta}_c,$$

$$d_{23} = -\Delta\bar{c}_1\omega_x - (\bar{e}_2 + \Delta\bar{c}_2)d_x - \Delta\bar{c}_2\delta_x - \ddot{\gamma}_c,$$

$$f_z = -(\bar{a}_1 + \bar{e}_1)\omega_z + (\bar{e}_1\bar{a}_4 - \bar{a}_2)\alpha -$$

$$\dot{\bar{a}}_4\alpha - \bar{a}_4(\omega_z - \bar{a}_4\alpha),$$

$$f_y = -(\bar{b}_1 + \bar{e}_2)\omega_y + (\bar{e}_2\bar{b}_4 - \bar{b}_2)\beta -$$

$$\dot{\bar{a}}_4\beta - \bar{b}_4(\omega_y - \bar{b}_4\beta),$$

$$f_x = -\bar{c}_1 \omega_x,$$

$$b_z = -(\bar{e}_1 \bar{a}_5 + \bar{a}_3), b_y = (\bar{e}_2 \bar{b}_5 - \bar{b}_3), b_x = -\bar{c}_2.$$

由文献[16]的定义可知,系统(3)中的 $d_1$ 是非匹配干扰, $d_2$ 是匹配干扰.本文基于如下干扰假设进行控制器设计.

**假设1** 系统(3)中的干扰及其微分存在上界

$$|d_{ij}| \leq d_{ij}^{\max}, |\dot{d}_{ij}| \leq \dot{d}_{ij}^{\max}, i = 1, 2, j = 1, 2, 3, \quad (4)$$

其中 $d_{ij}^{\max}$ 和 $\dot{d}_{ij}^{\max}$ 为正常数.

假设1表明,本文并不需要非匹配干扰 $d_1$ 随着时间增长逐渐消失,所以本文所需要的假设1比文献[7,12-13]所需要的 $H_2$ 假设更加符合实际.

控制目标是:对于BTT导弹姿态系统(3),自动驾驶仪的设计目标是通过合理设计控制输入 $u$ 使得姿态角跟踪误差向量 $x_1 \rightarrow 0$ .

## 2 基于现有滑模控制方法的控制器设计

### 2.1 基于经典滑模控制方法的控制器设计

针对系统(3),可以根据经典滑模控制算法设计如下滑模面向量 $s_C$ 和控制向量 $u$ :

$$s_C = x_2 + Cx_1, \quad (5)$$

$$u = -B^{-1}(f + Cx_2 + k_2 \text{sgn}(s_C) + k_1 s_C). \quad (6)$$

其中

$$s_C = [s_{C1} \ s_{C2} \ s_{C3}]^T, C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3),$$

$$\text{sgn}(s_C) = \text{diag}(\text{sgn}(s_{C1}), \text{sgn}(s_{C2}), \text{sgn}(s_{C3})),$$

$$k_1 = \text{diag}(k_{11}, k_{12}, k_{13}), k_2 = \text{diag}(k_{21}, k_{22}, k_{23}).$$

其中: $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数<sup>[16]</sup>, $c_j, k_{1j}, k_{2j}(j = 1, 2, 3)$ 均为正常数.

对于式(5)给出的滑模面,只需设计控制器(6)的参数满足 $k_{2j} > |d_{2j} + c_j d_{1j}|(j = 1, 2, 3)$ ,即可确保 $s_{Cj} \dot{s}_{Cj} < 0(j = 1, 2, 3)$ ,从而在有限时间内确保 $s_C = 0$ .当滑模面 $s_C = 0$ 后,结合式(3)和(5),得到

$$\dot{x}_1 = -Cx_1 + d_1. \quad (7)$$

观察式(7)可知,如果非匹配干扰 $d_1 = 0$ ,则相应的跟踪误差向量 $x_1$ 可以收敛到0.如果 $d_1 \neq 0$ ,则即使已经到达了滑模面,跟踪误差也不再收敛到零.尤其当 $d_1$ 较大时,跟踪误差向量 $x_1$ 的收敛精度可能很差.

### 2.2 基于干扰观补偿的滑模控制器设计

#### 2.2.1 干扰观测器设计

文献[16]提出DOSMC方法以解决非匹配干扰的问题.根据DOSMC方法,需要设计DO观测非匹配干扰 $d_1$ ,相应的DO及其稳定性结论如下.

**引理1** 针对系统(1),设计如下DO:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = x_2 + \hat{d}_1 + 2\omega_0(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{d}}_1 = \omega_0^2(x_1 - \hat{x}_1). \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\omega_0$ 为观测增益, $\hat{x}_1 = [\hat{x}_{11} \ \hat{x}_{12} \ \hat{x}_{13}]^T$ 为跟踪误差向量 $x_1$ 的估计值, $\hat{d}_1 = [\hat{d}_{11} \ \hat{d}_{12} \ \hat{d}_{13}]^T$ 为非匹配干扰 $d_1$ 的估计值.只要 $\omega_0 > 0$ ,则干扰估计误差向量将渐近收敛到如下区域:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|d_1 - \hat{d}_1\| \leq \left( \sum_{j=1}^3 \dot{d}_{1j \max} \right) / \omega_0. \quad (9)$$

**证明** 定义状态估计误差 $\tilde{r}_j = x_{1j} - \hat{x}_{1j}$ ,干扰估计误差 $\tilde{d}_{1j} = d_{1j} - \hat{d}_{1j}$ ,综合误差向量 $r_j = [\tilde{r}_j \ \tilde{d}_{1j}]^T, j = 1, 2, 3$ .可得

$$\dot{r}_j = Ar_j + h_j. \quad (10)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -2\omega_0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix}, h_j = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{d}_{1j} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

选择Lyapunov函数

$$V_1 = r_j^T r_j, \quad (12)$$

对 $V_1$ 求导,同时考虑假设1成立,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{r}_j^T r_j + r_j^T \dot{r}_j = \\ & r_j^T Ar_j + r_j^T A^T r_j + h_j^T r_j + r_j^T h_j \leq \\ & \lambda_{\min}(A_j + A_j^T) \|r_j\|^2 + 2\dot{d}_{1j \max} \|r_j\|, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\lambda_{\min}(A_j)$ 为矩阵 $A_j$ 的最小特征根.由于 $A_j$ 与 $A_j^T$ 的最小特征根都是 $-\omega_0$ ,可得

$$\dot{V}_1 \leq -2\|r_j\|(\omega_0 \|r_j\| - \dot{d}_{1j \max}). \quad (14)$$

由式(14)可知,一旦 $\|r_j\| > \dot{d}_{1j \max} / \omega_0$ ,则 $\dot{V}_1 < 0$ ,因此 $\|r_j\|$ 将渐近收敛到如下区域:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|r_j\| \leq \dot{d}_{1j \max} / \omega_0. \quad (15)$$

从而可知估计误差向量会渐近收敛到如下区域:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|d_1 - \hat{d}_1\| &\leq \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^3 \|r_j\| \leq \\ & \left( \sum_{j=1}^3 \dot{d}_{1j \max} \right) / \omega_0. \end{aligned} \quad (16)$$

引理1成立.  $\square$

#### 2.2.2 控制器设计

在获取非匹配干扰 $d_1$ 的估计值 $\hat{d}_1$ 后,根据DOSMC方法<sup>[16]</sup>构建如下滑模面和控制器以改进经典滑模控制(5)和(6):

$$s_D = x_2 + Cx_1 + \hat{d}_1, \quad (17)$$

$$u = -B^{-1}(f + Cx_2 + k_2 \text{sgn}(s_D) + k_1 s_D + \dot{\hat{d}}_1). \quad (18)$$

其中:  $\text{sgn}(\cdot)$ 、 $C$ 、 $k_1$  和  $k_2$  与前文经典滑模控制中的定义相同; 滑模面向量  $s_D = [s_{D1} \ s_{D2} \ s_{D3}]^T$ . 对于式 (17) 给出的滑模面, 只要设计参数满足  $k_{2j} > |d_{2j} + c_j d_{1j}| (j = 1, 2, 3)$ , 即可确保  $s_{Dj} \dot{s}_{Dj} < 0 (j = 1, 2, 3)$ , 从而在有限时间内到达滑模面  $s_D = 0$ . 当到达滑模面  $s_D = 0$  后, 可得

$$\dot{x}_1 = -Cx_1 + (d_1 - \hat{d}_1). \quad (19)$$

合理地设置观测增益便能使得  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|d_1 - \hat{d}_1\| \ll \lim_{t \rightarrow \infty} \|d_1\|$ . 对比式 (7) 与 (19) 可知, DOSMC 方法 (18) 的控制精度比经典滑模控制方法 (6) 更高.

### 2.2.3 尖峰现象

由上述分析可知, DOSMC 方法对非匹配干扰的抑制能力取决于干扰估计误差  $\|d_1 - \hat{d}_1\|$ , 干扰估计误差越小, 非匹配干扰对于状态跟踪误差  $x_1$  的影响越小. 由引理 1 可见, 观测增益  $\omega_0$  越大, 估计误差越小, 因此为了获取足够小的估计误差, 通常需要足够大的观测器增益  $\omega_0$ . 但是, 大观测器增益  $\omega_0$  可能会使  $\hat{d}_1$  与  $\dot{\hat{d}}_1$  在过渡过程中急剧增大, 形成所谓的估计尖峰. 由式 (8) 可知

$$\dot{\hat{d}}_1 = \omega_0^2(x_1 - \hat{x}_1). \quad (20)$$

初始  $x_1(0) - \hat{x}_1(0) \neq 0$  且  $\omega_0$  很大时,  $\dot{\hat{d}}_1(0)$  会是一个很大的值, 初始状态估计误差  $x_1(0) - \hat{x}_1(0)$  越大, 相应的  $\dot{\hat{d}}_1(0)$  将会越大, 从而在初始过渡过程出现尖峰. 由此可见,  $\dot{\hat{d}}_1$  的尖峰现象是由初始状态估计误差不为零以及大观测增益共同造成的.  $\hat{d}_1$  也会在相同情况下出现初始过渡过程的尖峰, 更加详细的尖峰现象的分析可见文献 [17].  $\hat{d}_1$  与  $\dot{\hat{d}}_1$  的尖峰会对系统带来很大的危害. 将式 (18) 展开可得

$$u = -B^{-1}(f + Cx_2 + k_2 \text{sgn}(s_D)) - B^{-1}k_1(x_2 + Cx_1) - B^{-1}(k_1 \hat{d}_1 + \dot{\hat{d}}_1). \quad (21)$$

式 (21) 可见,  $\hat{d}_1$  与  $\dot{\hat{d}}_1$  直接出现在控制量  $u$  中, 因此尖峰将会直接传递到控制量中, 实际上控制幅值是受限的, 由此会引起控制量  $u$  的饱和, 从而降低控制系统的动态性能, 甚至影响稳定性.

## 3 新型基于干扰补偿的抗尖峰滑模控制器

### 3.1 控制器设计及稳定性证明

由上述分析可知, 同时抑制  $\hat{d}_1$  与  $\dot{\hat{d}}_1$  的尖峰所带来的不良影响具有重要意义. 本文提出一种新型 PDOSMC 方法, 不仅能有效抑制尖峰效应的不良影响, 而且无需牺牲高增益观测器所带来的高控制精度. 相应的滑模面和控制量为

$$s_N = x_2 + Cx_1 + g(t)\hat{d}_1, \quad (22)$$

$$g(t) = (1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2}, \quad (23)$$

$$u = -B^{-1}(f + Cx_2 + k_2 \text{sgn}(s_N) + k_1 s_N) - B^{-1}(g(t)\hat{d}_1 + g(t)\dot{\hat{d}}_1). \quad (24)$$

其中:  $\text{sgn}(\cdot)$ 、 $C$ 、 $k_1$  和  $k_2$  与前文经典滑模控制的定义相同;  $\hat{d}_1$  和  $\dot{\hat{d}}_1$  由式 (8) 给出; 滑模面  $s_N = [s_{N1} \ s_{N2} \ s_{N3}]^T$ ;  $g(t)$  为抗尖峰项, 后文讨论其作用;  $\eta_1$  和  $\eta_2$  为正常数, 且满足  $\eta_1 > 0, \eta_2 > 1$ .

**引理 2** 假设连续、非负函数  $V(t)$  满足不等式  $\dot{V}(t) \leq -\tau V^\eta(t), \tau > 0, \eta > 1$  均为定常数, 则  $V(t)$  将在有限时间内收敛到 0.

具体证明参见文献 [18], 此略.

PDOSMC 方法的稳定性结论由定理 1 给出.

**定理 1** 针对系统 (3), 采用滑模面 (2) 和 PDOSMC 控制器 (24), 如果能够选取控制增益使得  $k_{2\min} > \|d_2 + Cd_1\| (k_{2\min}$  为  $k_{2j} (j = 1, 2, 3)$  的最小值), 则跟踪误差渐近收敛到如下区域:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1\| \leq \left( \sum_{j=1}^3 \dot{d}_{1j} \max \right) / (c_{\min} \omega_0), \quad (25)$$

其中  $c_{\min}$  为  $c_j (j = 1, 2, 3)$  的最小值.

**证明** 对  $s_N$  求导, 同时代入控制量 (24), 可得

$$\dot{s}_N = -k_2 \text{sgn}(s_N) - k_1 s_N + d_2 + Cd_1. \quad (26)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V_2 = s_N^T s_N / 2 = \left( \sum_{j=1}^3 s_{Nj}^2 \right) / 2, \quad (27)$$

对  $V_2$  求导, 同时考虑式 (26), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= (s_N \dot{s}_N + \dot{s}_N s_N) / 2 = \\ &= s_N^T (-k_2 \text{sgn}(s_N) - k_1 s_N + d_2 + Cd_1) / 2 + \\ &= (-k_2 \text{sgn}(s_N) - k_1 s_N + d_2 + Cd_1)^T s_N / 2 \leq \\ &= -k_{2\min} \sum_{j=1}^3 |s_{Nj}| + \|s_N\| \|d_2 + Cd_1\| \leq \\ &= -(k_{2\min} - \|d_2 + Cd_1\|) \sum_{j=1}^3 |s_{Nj}|, \end{aligned} \quad (28)$$

其中  $k_{2\min}$  为  $k_{2j} (j = 1, 2, 3)$  的最小值. 考虑  $k_{2\min} > \|d_2 + Cd_1\|$ , 存在正常数  $\tau_2 > 0$  使得下式成立:

$$\dot{V}_2 \leq -\tau_2 \sum_{i=1}^3 |s_{Ni}| \leq -\tau_2 \sqrt{2} V_2^{1/2}. \quad (29)$$

根据引理 2,  $V_2$  将在有限时间内收敛到 0, 可知滑模面向量  $s_N$  在有限时间内收敛为 0.

当  $s_N = 0$  实现后, 系统处于滑模面 (22) 上, 得到

$$\dot{x}_1 = -Cx_1 + (d_1 - g(t)\hat{d}_1). \quad (30)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V_3 = x_1^T x_1 / 2, \quad (31)$$

对  $V_3$  求导,同时考虑式(30)和  $C^T = C$ ,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= (\dot{x}_1^T x_1 + x_1^T \dot{x}_1) / 2 = \\ & - x_1^T C x_1 + (d_1 - g(t)\hat{d}_1)^T x_1 / 2 + \\ & x_1^T (d_1 - g(t)\hat{d}_1) / 2 \leq \\ & (-c_{\min} \|x_1\| + \|d_1 - g(t)\hat{d}_1\|) \|x_1\|, \end{aligned} \quad (32)$$

其中  $c_{\min}$  为  $c_j (j = 1, 2, 3)$  的最小值. 若  $\|x_1\| > \|d_1 - g(t)\hat{d}_1\| / c_{\min}$ , 则  $\dot{V}_3 < 0$ , 所以  $\|x_1\|$  必将渐近收敛到如下区域:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1\| \leq \|d_1 - g(t)\hat{d}_1\| / c_{\min}. \quad (33)$$

由于  $\eta_1 > 0$  且  $\eta_2 > 1$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 1$ , 综合考虑式(9)可知,  $\|x_1\|$  最终收敛到如下区域:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1\| &\leq \lim_{t \rightarrow \infty} \|d_1 - \hat{d}_1\| / c_{\min} \leq \\ & \left( \sum_{j=1}^3 \hat{d}_{1j \max} \right) / (c_{\min} \omega_0). \end{aligned} \quad (34)$$

定理1得证.  $\square$

### 3.2 算法特性分析

下面将分析 PDOSMC 方法相比经典滑模控制方法(5)和 DOSMC 方法(18)的提升.

#### 1) 抗尖峰特性.

将控制量(24)展开,可得

$$\begin{aligned} u &= \\ & - B^{-1}(f + (C + k_1)x_2 + k_2 \text{sgn}(s_N) + k_1 C x_1) - \\ & B^{-1}(g(t)k_1 \hat{d}_1 + \dot{g}(t)\hat{d}_1 + g(t)\hat{d}_1). \end{aligned} \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} g(t) &= (1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2}, \\ \dot{g}(t) &= \frac{\eta_1 \eta_2 (1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2 - 1}}{e^{\eta_1 t}}. \end{aligned}$$

假设  $\hat{d}_1$  和  $\dot{\hat{d}}_1$  在  $[0 t_p]$  内发生尖峰, 由  $g(t)$  和  $\dot{g}(t)$  的表达式可知, 在给定  $\eta_2 > 1$  的情况下, 设置足够小的正常数  $\eta_1$  即可获取足够小的  $g_1 > 0$  和  $g_2 > 0$ , 使得

$$0 \leq g(t) \leq g_1, 0 \leq \dot{g}(t) \leq g_2, \forall t \in [0 t_p]. \quad (36)$$

足够小的  $g_1$  和  $g_2$  确保了  $g(t)$  与  $\dot{g}(t)$  在时间段  $[0 t_p]$  内足够小, 从而保证  $g(t)k_1 \hat{d}_1 + \dot{g}(t)\hat{d}_1 + g(t)\dot{\hat{d}}_1$  不发生尖峰, 尖峰也不会传导到控制量  $u$  中, 从而避免了控制饱和, 确保了良好的动态特性.

#### 2) 高稳态精度特性.

在滑模面  $s_N = 0$  上, 有

$$\dot{x}_1 + C x_1 + (1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2} \hat{d}_1 - d_1 = 0. \quad (37)$$

可知

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 + C x_1 + (1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2} (\hat{d}_1 - d_1) + \\ ((1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2} - 1) d_1 = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

由式(38)可以看出, 当时间  $t \rightarrow \infty$  时,  $(1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2} \rightarrow 1$ ,  $(1 - e^{-\eta_1 t})^{\eta_2} - 1 \rightarrow 0$ , 从而整个系统的状态方程转换为

$$\dot{x}_1 = -C x_1 + (d_1 - \hat{d}_1), t \rightarrow \infty. \quad (39)$$

将式(39)与(19)对比可知, 在稳态时 PDOSMC 与 DOSMC 的系统状态方程相同, 即抗尖峰项  $g(t)$  的加入并不会影响稳态的精度. 同时, 观察式(25)也可以看到, PDOSMC 算法稳态的收敛精度只与观测误差  $\|d_1 - \hat{d}_1\|$  和滑模面的增益  $c_{\min}$  有关, 而与抗尖峰项  $g(t)$  没有关系. 由于无需降低观测增益来抑制尖峰, 可以将观测增益设置得足够大, 以便获取足够小的观测误差. 从而, PDOSMC 方法可以通过高增益获取高稳态精度.

在过渡过程中, 抗尖峰项  $g(t)$  和  $\dot{g}(t)$  以很小的值阻断尖峰传导到控制量中. 在稳态,  $g(t)$  与  $\dot{g}(t)$  又分别收敛到 1 和 0, 不影响稳态精度. 综上, PDOSMC 不仅能利用高观测增益获取高稳态控制精度, 而且可以抑制可能存在的尖峰效应.

## 4 仿真分析

初始姿态角以及角速率为  $\alpha(0) = 0^\circ, \beta(0) = -5^\circ, \gamma(0) = 0^\circ, \omega_z(0) = 0^\circ, \omega_y(0) = -5^\circ, \omega_x(0) = 0^\circ$ . 指令角度为  $\alpha_c = 5^\circ, \beta_c = 0^\circ, \gamma_c = 80^\circ$ . 舵偏角限幅为  $-15^\circ \leq \delta_z, \delta_y, \delta_x \leq 15^\circ$ .

仿真中考虑时变气动参数拉偏

$$\begin{aligned} \Delta \bar{a}_i &= 0.3 \cos(t) \bar{a}_i, \Delta \bar{b}_i = 0.3 \cos(t) \bar{b}_i, i = 1, \dots, 5; \\ \Delta \bar{c}_i &= 0.3 \sin(t) \bar{c}_i, \Delta \bar{e}_i = 0.3 \sin(t) \bar{e}_i, i = 1, 2. \end{aligned}$$

时变外部干扰为

$$\begin{aligned} d_x &= d_y = d_z = \cos(t/3), \\ \bar{d}_x &= \bar{d}_y = \bar{d}_z = 5 \cos(3t) - 5. \end{aligned}$$

为了验证本文方法的有效性, 将所提出的 PDOSMC 算法与传统 DOSMC 算法对比. PDOSMC 取高观测增益  $\omega_0 = 100$ , DOSMC 分别考虑低增益  $\omega_0 = 10$  和高增益  $\omega_0 = 100$  两种不同情况. PDOSMC 与 DOSMC 的观测器状态估计初值均设定为  $\hat{x}_1 = 0$ . 此时, 真实状态与估计状态的初值不相等:  $\hat{x}_1(0) \neq x_1(0)$ . 其他控制参数见表1. 此外, 为了降低颤振, 符号函数  $\text{sgn}(\cdot)$  均采用文献[19]中的 sigmoid 函数代替, 其表达式如下:

$$\text{sigmoid}(x) = 2 \left( \frac{1}{1 + e^{-\rho x}} - 1 \right), \quad (40)$$

其中增益 $\rho$ 取为10.

表1 控制参数

控制方法	控制参数
PDOSMC	$c_1 = c_2 = 3, c_3 = 2.5, k_{11} = 10, k_{12} = 5,$ $k_{13} = 10, k_{21} = 300, k_{22} = 100,$ $k_{23} = 200, \eta_1 = 5, \eta_2 = 2$
DOSMC	$c_1 = c_2 = 3, c_3 = 2.5, k_{11} = 10,$ $k_{12} = 5, k_{13} = 10, k_{21} = 300,$ $k_{22} = 100, k_{23} = 200$

仿真结果由图1~图4所示. 由图1可知,取高观测增益 $\omega_0 = 100$ 的情况下, DOSMC方法状态严重振荡,收敛时间也比PDOSMC方法长. 这是由于DO取

高增益 $\omega_0 = 100$ 且 $\hat{x}_1(0) \neq x_1(0)$ 时估计发生尖峰,继而尖峰传导到DOSMC的控制量中引起控制饱和,最后造成DOSMC方法动态性能下降. 而PDOSMC方法由于具有3.2节分析的抗尖峰特性,尖峰不会传导到控制量中,不会出现动态性能下降的问题. 相应DO的估计尖峰由图3和图4给出,由图3的0~0.2s局部放大图可见,当 $\omega_0 = 100$ 时,估计误差 $\tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1$ 产生尖峰,由于 $d_1$ 并无尖峰,只有 $\hat{d}_1$ 出现尖峰. 由图4的0~0.02s局部放大图可见,只有取高增益 $\omega_0 = 100$ 的DOSMC方法出现控制量饱和.

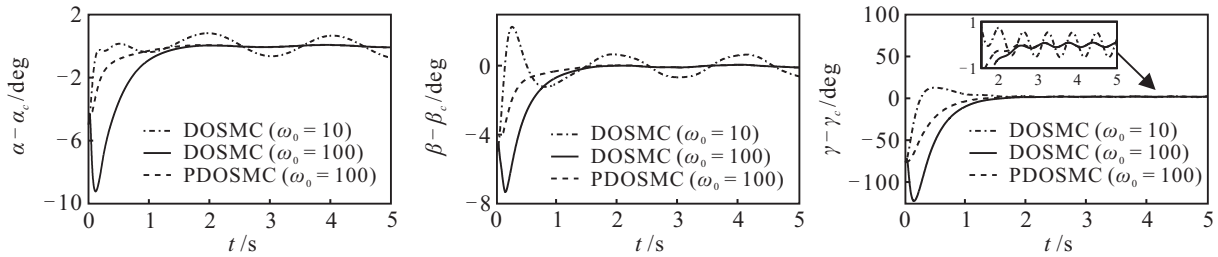


图1 姿态角跟踪误差

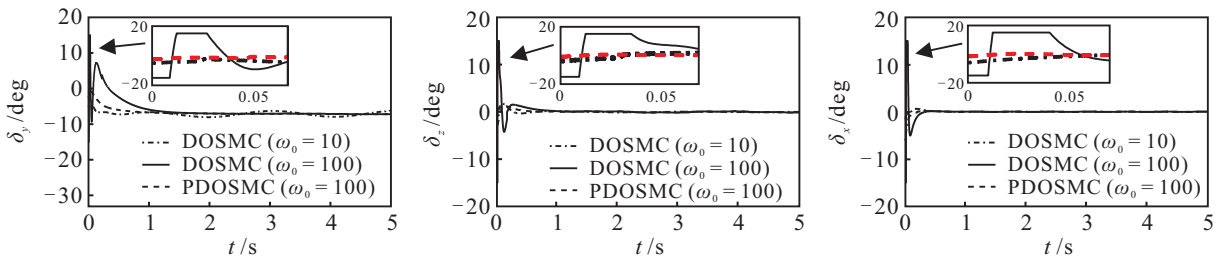


图2 舵偏角

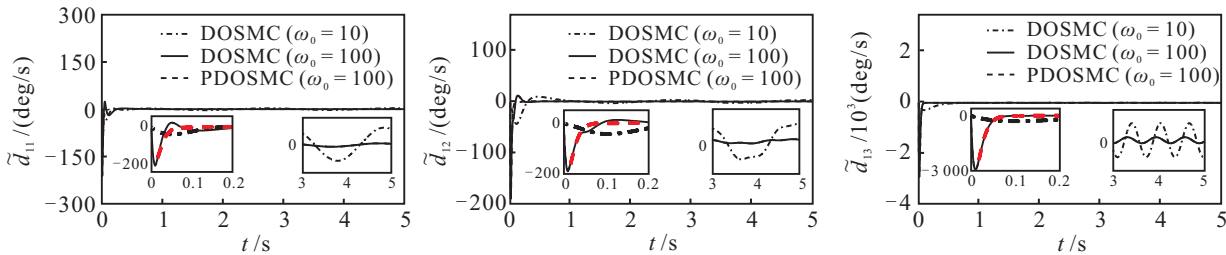


图3 干扰估计误差 $\tilde{d}_1$

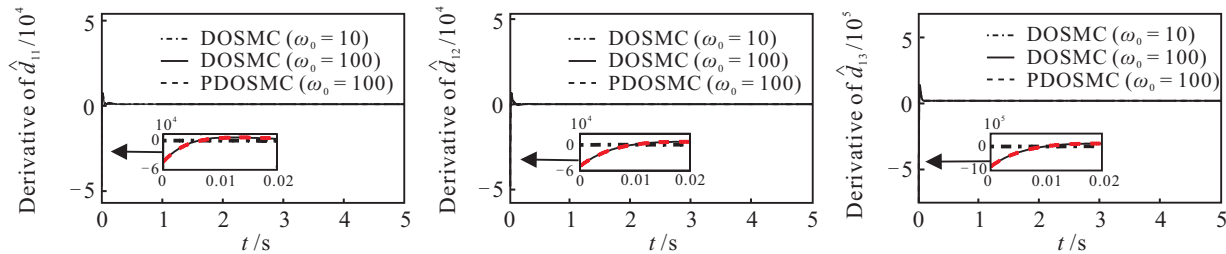


图4 估计干扰的变化率 $\hat{d}_1$

由图1还可以看出,在稳态阶段, DOSMC方法和POS MC方法取 $\omega_0 = 100$ 时都能确保跟踪误差基本为0. 而DOSMC方法取 $\omega_0 = 10$ 时无法确保跟踪误差收敛到0,收敛精度较低. 出现这种结果是由于较

低的观测增益 $\omega_0 = 10$ 并不能保证观测误差足够小,从而控制精度将会受到影响. 相应的观测误差见图3中3~5s局部放大图. 综上,在高观测增益下,本文提出的POS MC方法可以在不牺牲稳态控制精度的前

提下有效解决DOSMC方法的尖峰问题.

## 5 结论

本文提出一种PDOSMC方法,提高了非匹配干扰影响下BTT导弹自动驾驶仪的控制性能. 真实状态初值与估计状态初值不相等时,高观测增益常引起估计尖峰. 通过在滑模面上引入抗尖峰项,解决了现有DOSMC控制算法在估计尖峰下引起的控制饱和以及动态性能下降的问题. 同时,由于所提出的PDOSMC控制算法不必降低观测增益来抑制估计尖峰,保持了高增益观测所带来的高稳态精度. 最后,仿真结果验证了上述优点.

## 参考文献(References)

- [1] Lee S Y, Lee J I, Ha I J. Nonlinear autopilot for high maneuverability of bank-to-turn missiles[J]. IEEE Trans on Aerospace Electronic Systems, 2001, 37(4): 1236-1253.
- [2] Lin C F, Cloutier J R, Evers J H. High-performance, robust, bank-to-turn missile autopilot design[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(1): 46-53.
- [3] Lin C K, Wang S D. An adaptive  $H_\infty$  controller design for bank-to-turn missiles using ridge Gaussian neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2004, 15(6): 1507-1516.
- [4] Liao X, Chen L. Integral sliding mode control based approach and landing guidance law with finite-time convergence[J]. Optik, 2016, 127(20): 8215-8230.
- [5] Liu Y, Yang J, Li C. Robust finite-time stability and stabilisation for switched linear parameter-varying systems and its application to bank-to-turn missiles[J]. IET Control Theory Application, 2015, 9(14): 2171-2179.
- [6] Carter L H, Shamma J S. Gain-scheduled bank-to-turn autopilot design using linear parameter varying transformations[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(5): 1056-1063.
- [7] Wen Chih-Chin, Cheng Chih-Chiang. Design of sliding mode for mismatched uncertain systems to achieve asymptotical stability[J]. J of the Franklin Institute, 2008, 345(8): 926-941.
- [8] Lin C K. Mixed  $H_2/H_\infty$  autopilot design of bank-to-turn missiles using fuzzy basis function networks[J]. Fuzzy Sets System, 2007, 158(20): 2268-2287.
- [9] Xia Y, Zhu Z, Fu M. Back-stepping sliding mode control for missile systems based on an extended state observer[J]. IET Control Theory Application, 2011, 5(1): 93-102.
- [10] Li S H, Yang J. Robust autopilot design for bank-to-turn missiles using disturbance observers[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 558-579.
- [11] Guo Zongyi, Zhou Jun, Guo Jianguo. Robust autopilot design for bank-to-turn missiles using adaptive dual-layer sliding mode control[J]. Int J for Light and Electron Optics, 2017, 131: 383-393.
- [12] Kim Kyung-Soo, Park Youngjin. Designing robust sliding hyperplanes for parametric uncertain systems: A riccati approach[J]. Automatica, 2000, 36(7): 1041-1048.
- [13] Han Ho Choi. LMI-based sliding surface design for integral sliding mode control of mismatched uncertain systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(4): 736-742.
- [14] Yang Jun, Li Shihua, Su Jinya, et al. Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2287-2291.
- [15] Yang Jun, Li Shihua, Yu Xinghuo. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2013, 60(1): 160-169.
- [16] Wang Junxiao, Li Shihua, Yang Jun, et al. Extended state observer-based sliding mode control for PWM-based DC-DC buck power converter systems with mismatched disturbances[J]. IET Control Theory and Applications, 2015, 9(4): 579-586.
- [17] Zhu J, Johnson C D. Unified canonical forms for matrices over a differential ring[J]. Linear Algebra Application, 1991, 147: 201-248.
- [18] Bhat S. P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM J of Control Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [19] Cybenko G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function[J]. Mathematics of Control, Signals and Systems, 1989, 2(4): 303-314.

(责任编辑: 郑晓蕾)