

## 无标度网络的级联失效缓解策略

刘浩然<sup>1,3†</sup>, 崔梦頔<sup>1,3</sup>, 尹荣荣<sup>1,3</sup>, 徐英函<sup>1,3</sup>, 王倩悦<sup>2,3</sup>

(1. 燕山大学 信息科学与工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004;  
3. 燕山大学 河北省特种光纤与光纤传感重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 级联失效现象是一种节点失效的动态效应, 会瞬间波及全网, 造成全局网络瘫痪, 成为无标度网络的规模化应用瓶颈. 针对无标度网络的级联失效问题, 提出一种可抵御任意单个节点失效引发的级联失效的缓解策略. 在无标度网络中, 节点容量是恒定的, 根据这一特点建立级联失效模型, 推导出网络发生大规模级联失效的承载极限, 进而针对按节点度降序攻击的节点失效行为, 提出相应的级联失效缓解策略. 仿真实验结果表明, 只对网络中小部分节点度大的超载节点采取一次缓解策略, 可以显著改进无标度网络对此类攻击的级联失效抵御能力, 同时通过数值模拟发现, 网络总节点数和节点容量与网络的级联失效抵御能力正相关.

**关键词:** 无标度网络; 级联失效; 缓解策略; 承载极限

中图分类号: TN711

文献标志码: A

## Mitigation strategy for scale-free network against cascading failures

LIU Hao-ran<sup>1,3†</sup>, CUI Meng-di<sup>1,3</sup>, YIN Rong-rong<sup>1,3</sup>, XU Ying-han<sup>1,3</sup>, WANG Qian-yue<sup>2,3</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 3. The Key Laboratory for Special Fiber and Fiber Sensor of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Cascading failure is a kind of dynamic effect of node failure, which can be instantly spread to the whole network, causing global network paralysis, and becomes the bottleneck of the large-scale application of the scale-free network. In view of the cascading failure of the scale-free network, a new method is proposed, which can resist the failure of any single node. A cascading failure model is established according to the characteristics of the constant capacity of nodes in the scale-free network, and the load limit of the large-scale cascading failure of the network is obtained. Then according to node degree descending attack failure behavior, a cascading failure mitigation strategy is proposed. Simulation results show that the network can significantly improve the cascading failure resilience of the scale-free network, only by taking the mitigation strategy for a small part overloaded nodes with large node degree once in the network. Numerical simulation shows that the total number of nodes and the capacity of the network are proportional to the cascading failure resilience.

**Keywords:** scale-free network; cascading failure; mitigation strategy; load limit

## 0 引言

级联失效现象, 是指一个节点失效后, 该失效节点的负载重新分配到其邻居节点, 可能导致邻居节点的负载超过其自身承载能力, 从而引发更大规模的失效. 随机故障或蓄意攻击引起的级联失效在许多无标度网络中是常见的, 如交通网络<sup>[1-2]</sup>、互联网<sup>[3]</sup>、电网<sup>[4-5]</sup>等. Motter等<sup>[6]</sup>首次研究了无标度网络的级联失效问题, 提出ML模型, 发现在面对级联失效时无标度网络是相当脆弱的, 即移除负载最大的单个节

点足以使整个网络瘫痪. 由此表明, 节点失效引发的级联现象, 会瞬间波及全网, 导致整个网络的崩溃. 因此, 避免或者减小因单个节点失效引起的级联失效传播尤为重要.

无标度网络中, 在建立级联失效模型方面, Motter等<sup>[6]</sup>提出了负载-容量级联失效模型, 对级联失效的发生进行了分析并给出解释. 在级联失效模型基础上, Goh等<sup>[7]</sup>通过理论分析和实验仿真得出, 级联失效规模呈现幂率分布特点. 此后, Bobson等<sup>[8]</sup>

收稿日期: 2017-03-20; 修回日期: 2017-11-20.

基金项目: 河北省自然科学基金项目(F2015203091); 燕山大学青年教师自主研究计划课题项目(14LGB017).

责任编委: 张文安.

作者简介: 刘浩然(1980—), 男, 教授, 博士, 从事无线传感器网络及其应用等研究; 崔梦頔(1991—), 女, 硕士生, 从事无线传感器网络级联失效建模与分析的研究.

†通讯作者. E-mail: liu.haoran@ysu.edu.cn

推导出产生幂率级联失效规模的临界容量值. Wang等<sup>[9-10]</sup>针对线性和非线性容量的级联失效容错性问题给出了级联失效临界容量. Peng等<sup>[11]</sup>对负载参数进行分析,得出网络攻击阈值(即负载参数变化)攻击不同节点对网络影响不同. Liu等<sup>[12]</sup>研究了基于节点容量优化的级联失效抵御策略,节点容量依据节点重要度不同而调整,有效提升了无标度网络对级联失效的抵御能力.

目前为止,大多数研究都是注重可变容量级联失效模型的分析 and 抵御,也有部分研究通过调节过载节点来缓解级联失效<sup>[13]</sup>. 事实上,在很多现实网络中,当一个节点过载时,会有措施进行缓解的,如交通网络中交警可以缓解交通拥堵. 据此,Zhang等<sup>[14]</sup>提出了一种最优降低风险策略,开发了3种类型的恢复方法和恢复描述机制,以恢复失效节点缓解级联失效的传播,保证网络安全. 考虑到过载节点的邻居节点可能会提供一些保护资源来维持过载节点的正常功能,Yi等<sup>[15]</sup>在可变容量模型中引入一种缓解策略分享额外的负载,达到抵御级联失效的目的,并分析了容量参数变化与级联失效范围的关系.

本文根据级联失效在现实网络中的发展和级联失效模型的特点,考虑到现实网络中节点能量固定的特点,在无标度网络中提出一种抵御级联失效的缓解策略,即缓解过载节点并对过载节点上负载分配规则进行修改. 研究采取缓解策略前后无标度网络抵御级联失效能力的变化,以及可变参数对缓解效果的影响,对控制级联失效在现实网络中的发生和传播有着重要意义.

## 1 缓解策略

在以往的级联失效模型中,过载的节点通常采用直接移除的方式. 然而,在实际网络中,可以将过载节点的部分负载分配给邻居节点,以达到缓解级联失效的效果. 为此,以下从建立级联失效模型、承载极限分析和基于承载极限的缓解策略3方面描述缓解过程.

### 1.1 级联失效模型

在无标度网络中,任意节点失效后,失效节点的负载就要重新分配到其邻居节点,当邻居节点的新负载超过其自身承载能力时,会发生新一轮的负载重新分配,即引发级联失效,直到网络中再无超载节点为止. 因此,无标度网络的级联失效模型从节点负载、节点容量、负载重分配原则3方面进行描述.

在这个级联失效模型中,节点的负载是关于节点度的幂律函数且度分布不均匀<sup>[16]</sup>,因此节点负载为

$$L_i = k_i^\alpha. \quad (1)$$

其中: $L_i$ 为节点 $i$ 的负载; $K_i$ 为节点 $i$ 的节点度; $\alpha$ 为一个可调参数,控制初始负载强度.

在实际应用中,节点自身资源有限且周边环境恶劣,无法对其源源不断地提供能量,因此各节点容量有限且恒定,各节点容量可用常数表示为

$$c = c_0. \quad (2)$$

当无标度网络中某个节点 $i$ 失效后,依据平均分配原则,失效节点 $i$ 上的负载平均分配到其邻居节点,邻居节点 $j$ 接收的额外负载 $\Delta L_{ji}$ 描述为

$$\Delta L_{ji} = L_i / K_i. \quad (3)$$

当邻居节点 $j$ 接收额外负载后得到的新负载超过其容量,节点 $j$ 上的负载又会重新分配,级联失效过程一直重复,直到网络中所有剩余节点的负载均低于其承载极限为止. 采用剩余网络的最大连通分支大小 $S$ 衡量该网络抵御级联失效的能力,有

$$S = N' / N. \quad (4)$$

其中: $N$ 为初始时刻网络的总节点数, $N'$ 为级联失效过程终止后网络最大连通分支中节点总数. 剩余网络最大连通分支大小 $S$ 越小,表明该网络抵御级联失效的能力越弱,失效节点数量越多;反之, $S$ 越大,表明该网络抵御级联失效的能力越强,失效节点数量越少,网络越稳定.

### 1.2 承载极限的推导

上述模型中节点容量 $c_0$ 是固定值,当级联失效发生后,网络最大连通分支大小 $S$ 降至最低应用需求 $S_{th}$ 以下时,会引发大规模的级联失效. 为了避免级联失效的发生,需要有一个临界负载参数 $\bar{\alpha}$ ,即无标度网络中造成大规模级联失效的承载极限. 下面利用概率母函数法<sup>[17]</sup>求出任意一个节点失效下无标度网络级联失效后的网络最大连通分支大小 $S$ ,得到任意单个节点失效下级联失效承载极限 $\bar{\alpha}$ . 根据无标度网络的度分布表达式 $p(k) = ck^{-\lambda}(c > 0, \lambda > 0)$ ,得到其概率母函数为

$$g_0(x) = \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} p(k)x^k, \quad (5)$$

其中 $k_{\min}$ 和 $k_{\max}$ 分别为网络中节点的节点度最小值和节点度最大值. 任意选择一条边与节点度为 $k$ 的节点相连,该节点失效的概率用 $q'(k)$ 表示,任意选择一条边连接到剩余度为 $k$ 的节点,该节点失效的概率母函数可表示为

$$g_1(x) = \frac{1}{x} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} q'(k)x^k. \quad (6)$$

节点失效后,根据失效节点负载的不同,平均分

配到其邻居节点的负载也不同,对其邻居节点失效的影响程度存在差异,因此,式(6)中任意选择一条边与节点度为 $k$ 的节点相连,该节点失效概率为

$$q'(k) = \sum_{i=k_{\min}}^{k_{\max}} e_{ik} = \sum_{i=k_{\min}}^{k_{\max}} p_1(i)p_2(k)p_3(ik). \quad (7)$$

其中: $e_{ik}$ 为节点度为 $i$ 的节点与节点度为 $k$ 的节点连接,致使节点度为 $k$ 的节点失效的概率; $p_1(i) = p(i)$ 为任意选择一个节点,节点度为 $i$ 的概率; $p_2(k)$ 为任意选择一条边与节点度为 $k$ 的节点相连的概率,即 $p_2(k) = kp(k) / \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} kp(k)$ ;  $p_3(ik)$ 为节点度为 $i$ 的节点导致节点度为 $k$ 的节点失效的概率,根据节点度为 $i$ 的节点负载 $L_i = i^\alpha$ 可知,节点度为 $i$ 的节点使其节点度为 $k$ 的邻居节点失效的概率 $p_3(ik)$ 可用节点度为 $k$ 的节点其增加负载 $i^\alpha/i$ 占可用容量 $c_0 - k^\alpha$ 的比值来反映,即 $p_3(ik) = \frac{i^\alpha/i}{C_0 - k^\alpha}$ . 任意单个节点失效引发级联失效后,剩余网络规模概率母函数为

$$h_0(x) = xg_0(h_1(x)), \quad (8)$$

其中 $h_0(x) = xg_1(h_1(x))$ . 结合式(6)和(7)可得

$$h_1(1) = g_1(h_1(1)) = \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} \sum_{i=k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{c(2-\lambda)i^{\alpha-\lambda}k^{1-\lambda}}{(k_{\max}^{2-\lambda} - k_{\min}^{2-\lambda})(c_0 - k^\alpha)} \times [h_1(1)]^{k-1}, \quad (9)$$

其中 $\alpha < \ln \frac{c_0}{1 + k_{\max}^{-1}} / \ln k_{\max}$ . 因此,由任意单个节点失效产生级联失效后网络最大连通分支大小 $S$ 为

$$S = 1 - h_0(1) = 1 - \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} p(k)[u]^k, \quad (10)$$

其中 $u$ 为在 $\alpha < \ln \frac{c_0}{1 + k_{\max}^{-1}} / \ln k_{\max}$ 条件下的最小非负实数解,且有

$$u = \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} \sum_{i=k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{c(2-\lambda)i^{\alpha-\lambda-1}k^{1-\lambda}}{(k_{\max}^{2-\lambda} - k_{\min}^{2-\lambda})(c_0 - k^\alpha)} [u]^{k-1}. \quad (11)$$

由于网络稳定性与网络最大连通分支大小 $S$ 紧密相关<sup>[18]</sup>,针对不同网络对网络稳定性的不同需求,网络最大连通分支大小临界值 $S_{th}$ 也随之变化. 在无标度网络中,若在任意单个节点失效引发级联失效后,网络最大连通分支大小降至 $S < S_{th}$ ,即网络出现大规模级联失效,则无法满足网络对稳定性的最低需求. 为此,在已知网络最大连通分支大小阈值 $S_{th}$ 后,由式(10)可得,无标度网络大规模级联失效的承载极限 $\tilde{a}$ 满足

$$S_{th} = 1 - \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} p(k)[\tilde{u}]^k. \quad (12)$$

其中

$$\tilde{u} = \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} \sum_{i=k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{c(2-\lambda)i^{\tilde{\alpha}-\lambda-1}k^{1-\lambda}}{(k_{\max}^{2-\lambda} - k_{\min}^{2-\lambda})(c_0 - k^{\tilde{\alpha}})} [\tilde{u}]^{k-1},$$

$$\tilde{\alpha} < \ln \frac{c_0}{1 + k_{\max}^{-1}} / \ln k_{\max}.$$

节点的负载量 $k_i^\alpha$ 小于其承载极限 $k_i^{\tilde{\alpha}}$ 即可以避免无标度网络大规模级联失效现象.

### 1.3 基于承载极限的缓解策略

基于现实交通网络的例子,当交通路口出现拥堵迹象时,有交警指挥的路口即可进行有效分流,以缓解交通保持其正常通行,没有交警指挥的路口就可能堵塞. 那么,在无标度网络中,设定一些具有自我缓解功能的节点,当这些节点负载即将超过其容量时,对其采取缓解策略,以达到保护节点正常工作的效果. 那么,应选择哪些节点来进行缓解呢? 由于在无标度网络中节点度大的节点失效更容易触发级联失效,甚至是网络崩溃,对节点度大的节点进行缓解可以有效避免大规模的级联失效现象. 根据节点度的大小定义缓解集合 $\phi$ , $\phi$ 中的节点是具有缓解功能的节点,无标度网络中节点按照节点度降序排列,截取节点度为中间值到节点度为最大值的节点(有相同节点度的节点,随机选择其中一个),存入集合 $\phi$ 中,即为要采取缓解策略的节点. 下一个问题出现了:采取缓解策略时如何重新分配超载节点的负载? 为了避免节点失效移除,在采取缓解策略后,该节点上的负载要低于其容量,高于其初始负载.

当节点 $i$ 的负载超过其承载极限,且节点 $i$ 是集合 $\phi$ 中的点时,由于缓解策略的保护,节点 $i$ 不会失效,部分额外负载 $\Delta L_{i,t}$ 会重新分配给其邻居节点 $j$ . 若节点 $i$ 在 $t$ 时刻的负载超过其承载极限,且该节点存在于集合 $\phi$ 中,则在 $t$ 时刻便要对其采取缓解策略来维护整个网络的正常运行. 采取缓解策略后,为保障过载节点 $i$ 不失效,该节点上的负载要低于其容量,高于其初始负载.  $t+1$ 时刻节点 $i$ 的负载定义为

$$L_{(i)t+1} = L_i + P(c_0 - L_i), \quad (13)$$

其中 $P$ 是一个 $0 \sim 1$ 的数值. 所以,需要将部分负载重新分配给其邻居节点,由式(13)可知,重分配负载为

$$\Delta L_{i,t} = L_{(i)t} - L_i - P(c_0 - L_i). \quad (14)$$

在上述条件下,该无标度网络级联失效过程中,节点 $i$ 的邻居节点 $j$ 接收到的额外负载为

$$\Delta L_{ji} = \Delta L_{i,t} / K_i. \quad (15)$$

若节点*i*在*t*时刻的负载超过其承载极限,但该节点不存在于集合 $\phi$ 中,则不对其采取缓解策略.级联失效的过程会一直重复,直到所有节点的负载均不超过各自的承载极限,级联失效过程终止.

## 2 缓解策略的仿真分析

根据所建立的级联失效模型,对不同参数下采取缓解策略的网络情况和未采取缓解策略的网络情况进行仿真对比,并探究缓解策略下不同参数对缓解效果的影响.首先构建初始网络拓扑,采取典型无标度网络的BA模型<sup>[19]</sup>,如图1(a)所示,由 $M_0(M_0 = 3)$ 个全连通节点组成,节点个数*N*为250,布撒在半径为500 m的圆形监测区域内,节点最大传输半径设定为500 m.该网络度分布如图1(b)所示,服从幂律分布 $p(k) = 2K^{-3}$ ,符合无标度网络的拓扑特性.

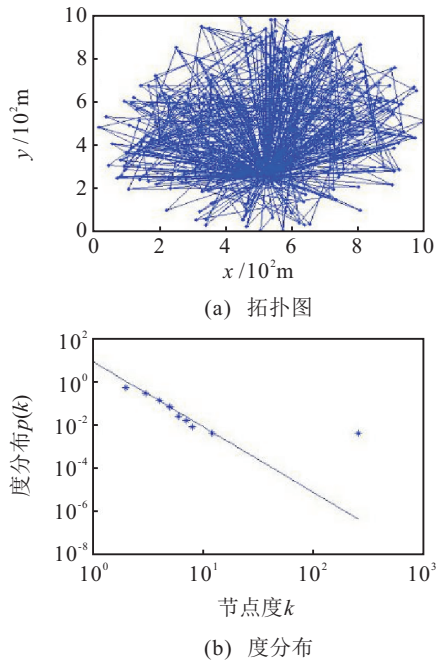


图1 BA拓扑图

如果无标度网络在遭遇由任意单个节点引发的级联失效后,仍具有极大的网络最大连通分支大小*S*,则它在面对级联失效时一定具有良好的抵御能力.在构建的BA网络拓扑的基础上,通过仿真研究选取缓解集合中节点时,截取节点度的不同对网络缓解级联失效能力的影响.*W*表示所截取的节点度, $W = T(K_{min} + K_{max})$ .其中:*T*为一个0~1的数, $K_{min}$ 和 $K_{max}$ 分别为网络中节点的最大度值和最小度值.随着参数的变化,网络最大连通分支大小的变化规律如图2所示.可以看出,截取节点度为中间值到节点度为最大值的节点存入缓解集合,网络最大连通分支大小*S*最大,即网络面对级联失效的缓解能力最强.

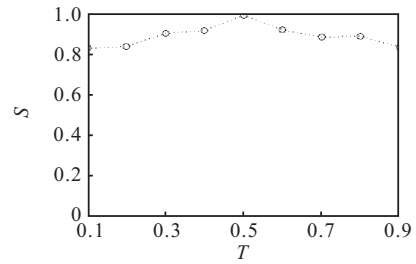


图2 T-S曲线

下面以选择截取节点度为中间值到节点度为最大值的缓解集合为基础,仿真分析任意单个节点失效下采取缓解策略对无标度网络级联失效后网络最大连通分支大小*S*的影响,以及参数*P*、*c*、*N*对其的影响.分析容量*c*变化时最大连通分支大小*S*的变化规律,如图3所示.

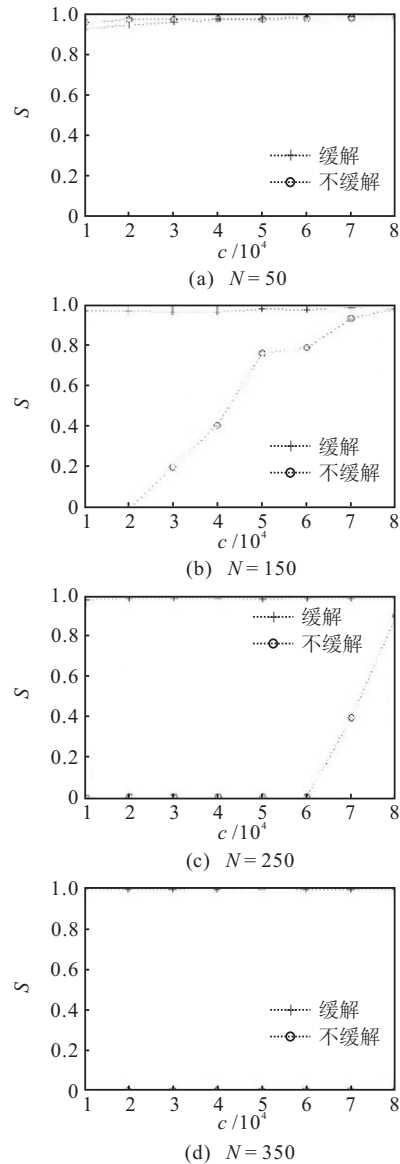


图3 S-c曲线

由图3(a)~图3(d)可见,采取缓解策略的网络最大连通分支大小*S*明显高于未采取缓解策略的*S*,赋给节点的容量*c*越大,未采取缓解策略的网络最大连

通分支大小  $S$  越大,但采取缓解策略的网络最大连通分支大小  $S$  缓慢提高. 同时可以得出,采取缓解策略的网络级联失效规模远小于未采取缓解策略的网络级联失效规模,且网络中节点总数  $N$  越大,差异越显著. 由图3(a)可见,随着容量逐渐增大,缓解与不缓解的效果相近,表明当  $N$  越小给定容量越大时,无标度网络中节点负载不易超过极限值,不易引发级联失效范围的扩大,相对而言就是节点数越多,采取缓解策略的效果越好,未采取缓解策略的网络越脆弱. 因此,在无标度网络中发生级联失效后,采取缓解策略可以有效提高网络抵御级联失效的能力,有效预防网络大规模失效甚至崩溃的情况发生,在实际应用中有着重要意义. 分析总节点数  $N$  变化时最大连通分支大小  $S$  的变化规律,如图4所示.

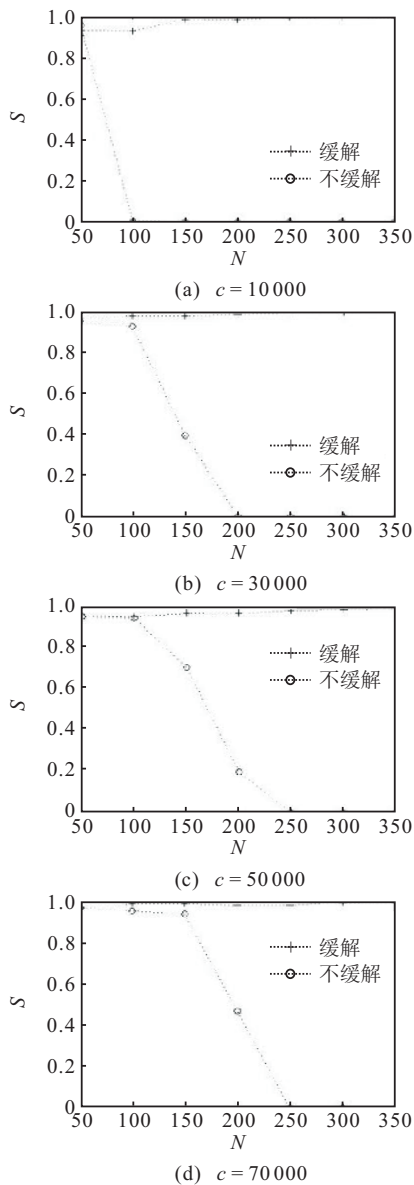


图4 S-N曲线

由图4(a)~图4(d)可见,初始时刻网络总节点数  $N$  增大,在缓解策略下,网络最大连通分支大小  $S$  稳

定且缓慢上升,不采取缓解策略时,网络最大连通分支大小  $S$  迅速下降直至网络崩溃. 对比4个分图可得,节点容量  $c$  与网络最大连通分支大小  $S$  呈正比关系,即随着初始网络总节点数  $N$  的增加,未采取缓解策略的无标度网络发生级联失效后越容易发生网络崩溃,而采取缓解策略的无标度网络抵御级联失效的能力越好. 分析缓解参数  $P$  变化时最大连通分支大小  $S$  的变化规律,如图5所示.

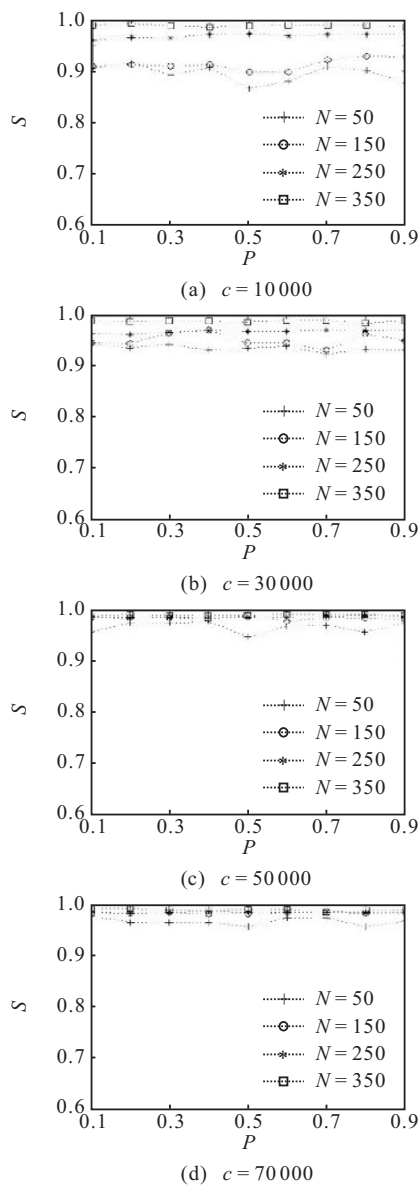


图5 S-P曲线

图5专门对采取缓解策略网络中的可变量  $P$  进行仿真分析. 对于单个图而言,缓解参数  $P$  增大,但网络最大连通分支大小  $S$  变化细小,均在  $0.9 \sim 1$  之间浮动,缓解效果稳定且良好,表明在遭遇任意单个节点失效引发的级联失效故障时,采取缓解策略的整个无标度网络的失效节点数极少,保障了网络的正常运行. 对比4个分图,随着容量的增加,网络最大连通分支大小  $S$  明显提高,越来越接近1,表明随着容量的增

加,节点的极限负载随之提高,抗毁性也得到提升.可以清晰地看出,采取缓解策略的无标度网络,即使在容量变小的情况下,依然有极大的抵御级联失效的能力.综上所述,无标度网络的总节点数 $N$ 越大,采取缓解策略时抵御级联失效的效果越好且越稳定,相反,未采取缓解策略的网络越脆弱,越容易引发网络崩溃.随着节点容量 $c$ 的增加,采取缓解策略与未采取缓解策略的无标度网络鲁棒性均得到优化;对于缓解参数 $P$ 的不同,采取缓解策略的网络抵御级联失效的能力均良好.由此可见,在无标度网络中对一小部分节点度大的过载节点采取一次缓解策略,即可大大提高网络在级联失效中的抵御能力.

### 3 结论

如何避免级联失效是网络安全上的重要问题.本文根据无标度网络特点,建立了无标度网络级联失效模型,推导出引发大规模级联失效的承载极限 $\bar{\alpha}$ ,并提出一种缓解策略,优化无标度网络抵御级联失效的能力.研究了采取缓解策略后网络的健壮性,以及相关参数变化的影响,得出结论,无标度网络总节点数和节点的恒定容量与网络抵御级联失效的能力成正相关,即给定的节点容量越大,规模越大的无标度网络中,采取缓解策略后网络抵御能力的优化越明显,抗毁性能越强,为提高无标度网络级联失效抵御能力和预防无标度网络的大规模级联失效提供了依据.

#### 参考文献(References)

- [1] 朱森来,程琳,许项东.基于储备容量的交通网络潜在瓶颈路段识别[J].系统工程理论与实践,2014,34(6): 1572-1577.  
(Zhu S L, Cheng L, Xu X D. Identifying bottleneck links in transportation networks based on reserve capacity[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(6): 1572-1577.)
- [2] Qian Y S, Wang B B, Xue Y. A simulation of the cascading failure of a complex network model by considering the characteristics of road traffic conditions[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 80(1/2): 413-420.
- [3] Chen S M, Pang S P, Zhou X Q. An LCDR model for suppressing cascading failure in weighted complex networks[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(5): 626-631.
- [4] Wu F F, Varaiya P P. Smart grids with intelligent periphery: An architecture for the energy internet[J]. Engineering, 2015, 1(4): 436-446.
- [5] 王光增,曹一家,包哲静,等.一种新型电力网络局域世界演化模型[J].物理学报,2009,58(6): 3597-3602.  
(Wang G Z, Cao Y J, Bao Z J, et al. A novel local-world evolving network model for power grid[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(6): 3597-3602.)
- [6] Motter A E, Lai Y C. Cascade-based attacks on complex networks[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2002, 66(2): 114-129.
- [7] Goh K I, Lee D S, Kahng B, et al. Cascading toppling dynamics on scale-free networks[J]. Physica A, 2005, 346(1/2): 93-103.
- [8] Dobson L, Carreras B A, Newman D E. A probabilistic loading-dependent model of cascading failure and possible implications for blackouts[J]. System Sciences, 2003, 65(1): 6-9.
- [9] Wang J W, Rong L L. A model for cascading failures in scale-free networks with a breakdown probability[J]. Physica A, 2009, 388(7): 1289-1298.
- [10] Dou B L, Wang X G, Zhang S Y. Robustness of networks against cascading failures[J]. Physica A, 2010, 389(11): 2310-2317.
- [11] Peng X Z, Yao H, Du J, et al. Invulnerability of scale-free network against critical node failures based on a renewed cascading failure model[J]. Physica A, 2015, 421(3): 69-77.
- [12] Liu Y N, Li X, Chen S Z, et al. Model for cascading network failures based on the nodes with different tolerance parameter[J]. J of China Universities, 2011, 18(5): 95-101.
- [13] Mao Z J. Research of disaster spread and control in infrastructure networks[D]. Wuhan: School of Systems Engineering, Huazhong University of Science and Technology, 2010.
- [14] Zhang Y, Yang N. Development of a mitigation strategy against the cascading propagation of risk in R&D network[J]. Safety Science, 2014, 68(68): 161-168.
- [15] Yi C Q, Bao Y Y. Mitigation strategy against cascading failures on social networks[J]. China Communications, 2014, 11(8): 34-46.
- [16] 蔡君,余顺争.一种有效提高无标度网络负载容量的管理策略[J].物理学报,2013,62(5): 058901.  
(Cai J, Yu S Z. An efficient management strategy for enhancing traffic capacity in scale-free networks[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 058901.)
- [17] Newman M E J, Strogatz S H, Watts D J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2001, 64(64): 359-382.
- [18] 尹荣荣,刘彬,刘浩然,等.无线传感器网络中无标度拓扑的动态容错性分析[J].物理学报,2014,63(11): 110205.  
(Yin R R, Liu B, Liu H R, et al. Dynamic fault-tolerance analysis of scale-free topology in wireless sensor networks[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(11): 110205.)
- [19] Albert R, Jeng H. Error and attack tolerance of complex networks[J]. Nature, 2000, 406(6794): 542-550.

(责任编辑:郑晓蕾)