

# 一种协作式车队控制的新方法

于晓海, 郭 戈<sup>†</sup>

(大连海事大学 自动化系, 辽宁 大连 116026)

**摘 要:** 针对协作式车队机动过程中存在燃油或制动延时的情况, 建立车辆与车队动力学模型, 综合考虑本车与相邻前车间的局部信息及领头车的全局信息, 提出协作车队纵向控制策略. 从避免 Slinky-Effects 效应出发, 得到车队队列稳定条件, 根据 Lyapunov-Razumikhin 方法证明车队中单车稳定性, 并将两者相结合共同确定燃油或制动延时界限. 在此基础上, 分析车间距稳态误差及车队抖动与碰撞的避免条件. 最后通过数字仿真检验上述设计, 仿真结果对比表明了所提出控制策略具有较好的控制效果.

**关键词:** 协作式车队; 纵向控制; 队列稳定; 单车稳定

中图分类号: U492.2

文献标志码: A

## A new method for cooperative platoon control

YU Xiao-hai, GUO Ge<sup>†</sup>

(Department of Automation, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

**Abstract:** Vehicle and platoon dynamics models are considered for a cooperative platoon of longitudinal control with fuel or break time delay during a maneuvering process. Based on the models, a control policy is proposed based on local information between adjacent vehicles and global information of the leader vehicle. In order to avoid Slinky-Effects, the stable string conditions of a platoon are derived. Then, the individual vehicle stability is proved by using the Lyapunov-Razumikhin method, and the bound for fuel or brake time delay is calculated. On this basis, steady-state errors and the condition for preventing oscillations and collisions are analyzed. Finally, digital simulations are used to validate the above design. The comparative simulation results show that the proposed control strategy has preferable control effect.

**Keywords:** cooperative platoon; longitudinal control; string stability; individual vehicle stability

## 0 引 言

近年来, 道路货物运输量持续增长, 尤其随着快递业的迅速发展以及家用汽车保有量的不断增加, 使得城市无论大小, 普遍遭受交通拥堵问题困扰, 甚至很多高速公路也时常发生严重的拥堵现象. 道路交通业不仅是燃油消耗大户, 也是环境噪音和大气污染的主要来源之一. 智能交通系统 (Intelligent transportation system, ITS) 的发展<sup>[1-2]</sup>, 为上述问题提供了有效的解决方案. 车队纵向控制是 ITS 的重要技术内容之一, 它通过协调道路上的车辆, 使之在同一车道上以较小的安全距离列队行驶, 达到提高交通容量和节约燃油的目的<sup>[3]</sup>. 车队纵向控制主要分如下两种:

1) 自主式<sup>[4]</sup>, 指车辆间不进行通信, 依靠车载雷达等传感器感知与前车的相对距离、相对速度, 完成控制. 自适应巡航控制 (Adaptive cruise control, ACC) 是典型的自主式纵向控制技术.

2) 协作式<sup>[5]</sup>, 指控制系统基于车辆与前车或/和领头车的信息通信, 完成协作控制, 称为协作自适应巡航控制 (Cooperative adaptive cruise control, CACC).

协作式车队纵向控制是 ITS 的热点研究问题之一. 文献 [6] 考虑距离传感器与无线传输延时, 对领头车与前车跟随 (Leader-predecessor following, LPF)、多前车跟随 (Multiple-predecessors following, MPF)、前后车跟随 (Predecessor-successor following, PSF) 3 种通信结构的车队进行队列稳定性对比研究, 得出 LPF

收稿日期: 2017-05-19; 修回日期: 2017-07-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61573077); 霍英东教育基金项目 (111066); 新世纪优秀人才支持计划项目 (NECT-04-0982).

责任编辑: 苏为洲.

作者简介: 于晓海 (1979—), 男, 副教授, 博士生, 从事车队控制及其应用的研究; 郭戈 (1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事网络控制系统分析与综合、工业过程控制、移动机器人等研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: geguo@yeah.net

结构的车队整体更加稳定. 以此为基础, 文献[7]进一步讨论了3种领头车跟随机制, 即领头车位置跟踪、速度跟踪以及状态信息间接广播机制, 并考虑当领头车信息存在接收延迟情况下不同机制车队的稳定性问题. 以上文献采用的是反馈控制. 文献[8]基于燃油或制动延时, 增加前馈控制, 使每辆车的距离误差独立于其他车辆, 从而获得更好的轨迹跟踪能力, 提高队列稳定性. 文献[9]在上述集中控制前提下进行分布控制, 通过图论法对车队建模, 根据车载测量信息或与邻车通信信息, 考虑通信过程中本车与领头车或邻车间存在异质无线传输延时问题, 并分析车队网络系统的一致性. 文献[10]从线性多智能体角度研究了多领导者的时变编队跟踪问题, 采用图论法, 根据Laplacian矩阵属性获得编队跟踪的充要条件. 通过求解代数Riccati方程, 设计编队跟踪控制律, 所得结果还可用于时变目标包围及一致性跟踪等问题. 文献[11]进一步研究了通用线性动力学与定向交互拓扑切换条件下多智能体的时变编队分析与设计. 该编队被定义为连续分段可微向量, 其参考函数被用来描述整个编队宏观运动, 并提出了一种编队运动模式的分配方法. 文献[12]通过动态输出反馈法, 讨论了线性多智能体系统在定向交互拓扑情况下时变输出编队的控制问题, 采用邻居智能体的输出信息构建了动态输出编队控制律. 文献[13]进一步扩展研究范围, 将不可靠车间通信引入的传输延时和数据丢包相结合, 讨论了运动信息或控制命令在传播过程中车间通信与协作驾驶、交通流量之间的相互联系.

需要指出的是, 文献[6-13]的研究工作存在未妥善解决的问题:

1) 考虑协作式车队在延时影响下的控制问题, 都只考虑了车队某一方面要求(如: 仅考虑车队队列稳定与单车稳定中的一个), 对延时影响的考虑并不全面, 存在不稳定的可能.

2) 控制策略往往没有充分将车间距误差、相对速度、相对加速度、领头车与本地车间的速度与加速度变化综合考虑, 不够准确.

3) 单车稳定性分析不够明确, 没有给出延时界限, 不便于控制器参数的快速选择与仿真设计.

为使控制策略更好地满足实际需求, 充分考虑以上3点进行设计, 本文主要创新点在于:

1) 将车队的队列与单车稳定相结合, 确保车队控制稳定. 在考虑延时情况下, 采用LPF通信拓扑结构及固定间距策略时, 共同满足车队整体与单车个体的稳定条件.

2) 将本车与邻车间的局部信息以及领头车的全

局信息融入控制器设计, 特别是将影响车队机动的领头车速度与加速度信息作为控制策略的一部分综合设计.

3) 将Lyapunov-Razumikhin方法应用于单车稳定性分析, 得到燃油或制动延时的界限, 简化控制器的设计过程.

## 1 车辆动力学与车队结构模型

**假设1** 协作式车队中所有车辆均相同.

本文的协作式车队如图1所示, 虚线代表无线通信方向.

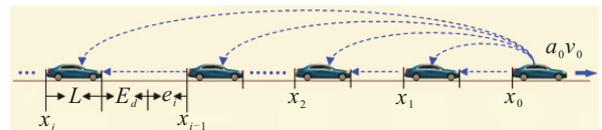


图1 协作式车队的纵向控制结构

采用如下模型描述每辆车的动力学特性:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t), \quad (1)$$

$$\dot{v}_i(t) = a_i(t), \quad (2)$$

$$\dot{a}_i(t) = \frac{1}{\tau} [u_i(t - \Delta) - a_i(t)]. \quad (3)$$

车队中车辆的坐标位置满足

$$x_{i-1}(t) > x_i(t). \quad (4)$$

车队结构模型表示为

$$e_i(t) = x_{i-1}(t) - x_i(t) - L - E_d. \quad (5)$$

本文使用的车辆动力学及车队结构模型参数如表1所示.

表1 车辆及车队模型参数说明

符号	定义
$x_i(t), v_i(t), a_i(t)$	第 <i>i</i> ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) 辆车的位置、速度、加速度, $i = 0$ 时代表领头车
$u_i(t)$	控制量, 如节气门开度或制动力
$\tau$	发动机常数即加速度跟踪的滞后时间
$\Delta$	每辆车燃油或制动产生的延时总和
$E_d$	相邻前、后车的期望间距, 设为常数
$e_i(t)$	相邻前、后车的实际与期望间距误差
$L$	每辆车的自身长度, 设为常数
$k_p, k_v, k_a, c_v, c_a$	控制器增益参数
$v_l$	领头车的初始设定速度
$\Delta(t)$	从 $v_l$ 变化到稳态速度 $v_0(t)$ 的增量

**注1** 由式(5)可知  $e_0(t)$  不存在, 因此  $e_i(t)$  中  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**假设2** 为便于研究, 车队满足:

1) 领头车的速度和加速度可以通过无线通信传递到车队中的每辆跟随车;

2) 车队中每辆车配有GPS定位装置及车载雷达等传感器, 且沿相同方向列队行驶.

## 2 车队控制

纵向车队的控制,包括固定间距和变间距两种策略<sup>[14]</sup>,而变间距策略又有等时距与变时距之分.本文采用固定间距策略(Constant spacing policy, CSP).

### 2.1 控制策略

在固定间距策略中,只要控制好实际车距与 $E_d$ 的偏差,车队就会处于安全状态,不发生碰撞.为了实现该策略,采用的控制器形式为

$$u_i(t) = k_p e_i(t) + k_v \dot{e}_i(t) + k_a \ddot{e}_i(t) + c_v[v_0(t) - v_i(t)] + c_a[a_0(t) - a_i(t)]. \quad (6)$$

由式(6)得 $u_i(t - \Delta)$ 的表达式为

$$u_i(t - \Delta) = k_p e_i(t - \Delta) + k_v \dot{e}_i(t - \Delta) + k_a \ddot{e}_i(t - \Delta) + c_v[v_0(t - \Delta) - v_i(t - \Delta)] + c_a[a_0(t - \Delta) - a_i(t - \Delta)]. \quad (7)$$

将式(7)代入(3),有

$$\begin{aligned} \dot{a}_i(t) = & \frac{1}{\tau} \{k_p e_i(t - \Delta) + k_v \dot{e}_i(t - \Delta) + \\ & k_a \ddot{e}_i(t - \Delta) + c_v[v_0(t - \Delta) - v_i(t - \Delta)] + \\ & c_a[a_0(t - \Delta) - a_i(t - \Delta)] - a_i(t)\}. \end{aligned} \quad (8)$$

再由式(5)得

$$\ddot{e}_i(t) = \dot{a}_{i-1}(t) - \dot{a}_i(t). \quad (9)$$

由式(8)得 $\dot{a}_{i-1}(t)$ ,并与 $\dot{a}_i(t)$ 代入式(9),得

$$\begin{aligned} \ddot{e}_i(t) = & \frac{1}{\tau} [-k_p e_i(t - \Delta) - (k_v + c_v) \dot{e}_i(t - \Delta) - \\ & (k_a + c_a) \ddot{e}_i(t - \Delta) + k_p e_{i-1}(t - \Delta) + \\ & k_v \dot{e}_{i-1}(t - \Delta) + k_a \ddot{e}_{i-1}(t - \Delta) - \ddot{e}_i(t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

因不存在 $e_0(t)$ ,故式(10)中 $i = 2, 3, \dots, n$ ,于是 $\ddot{e}_1(t)$ 的表达式与式(10)不同.由表1定义有 $\Lambda(t) = v_0(t) - v_l$ .由式(5)得

$$\ddot{e}_1(t) = \ddot{\Lambda}(t) - \dot{a}_1(t). \quad (11)$$

由式(8)可得 $\dot{a}_1(t)$ 的表达式(略),将 $\dot{a}_1(t)$ 的表达式代入式(11)中,有

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1(t) = & \ddot{\Lambda}(t) + \frac{1}{\tau} \dot{\Lambda}(t) - \frac{1}{\tau} \ddot{e}_1(t) - \\ & \frac{1}{\tau} [k_p e_1(t - \Delta) + (k_v + c_v) \dot{e}_1(t - \Delta) + \\ & (k_a + c_a) \ddot{e}_1(t - \Delta)]. \end{aligned} \quad (12)$$

### 2.2 队列稳定性

满足车队队列稳定性,需要避免slinky-effects效应<sup>[15]</sup>.所谓slinky-effects效应,是指当 $i \rightarrow n$ 时,相邻两车的间距误差 $e_i(t)$ 被不断放大,从而使整个车队

队形发散,最终导致车队整体不稳定.为使车队整体队列稳定<sup>[16-17]</sup>,需对任意 $\omega > 0$ 有

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{e_i(j\omega)}{e_{i-1}(j\omega)} \right| < 1. \quad (13)$$

**定理1** 若参数 $k_p > 0, k_v > 0, k_a + c_a > 0$ ,则对于任意 $\omega > 0$ ,都有式(13)成立的条件如下:

- 1)  $\tau k_p - (k_v + c_v) < 0$ ;
- 2)  $(k_a + c_a) - \tau(k_v + c_v) = 0$ ;
- 3)  $1 - k_a^2 + 2\Delta[\tau k_p - (k_v + c_v)] > 0$ ;
- 4)  $c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p > 0$ .

**证明** 定义如下等式:

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{e_i(j\omega)}{e_{i-1}(j\omega)} \right| = \sqrt{\frac{x}{x+y}}. \quad (14)$$

对式(10)两边进行拉氏变换,得

$$G(s) = \frac{e_i(s)}{e_{i-1}(s)} = \frac{(k_a s^2 + k_v s + k_p) e^{-\Delta s}}{\tau s^3 + s^2 + [(k_a + c_a) s^2 + (k_v + c_v) s + k_p] e^{-\Delta s}}. \quad (15)$$

将 $s = j\omega$ 代入式(15)并结合欧拉公式及式(14)有

$$\begin{aligned} x = & (k_p - k_a \omega^2)^2 + k_v^2 \omega^2, \\ y = & \tau^2 \omega^6 - 2\tau(k_a + c_a) \sin(\Delta\omega) \omega^5 + \{c_a^2 + 2k_a c_a + \\ & 1 + 2[(k_a + c_a) - \tau(k_v + c_v)] \cos(\Delta\omega)\} \omega^4 + \\ & 2[\tau k_p - (k_v + c_v)] \sin(\Delta\omega) \omega^3 + \\ & [c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p \cos(\Delta\omega)] \omega^2. \end{aligned}$$

显然 $x > 0$ ,若 $y > 0$ ,则式(13)成立.因为 $\Delta \geq 0, \omega > 0$ ,所以下式成立:

$$\sin(\Delta\omega) \omega^3 \leq (\Delta\omega) \omega^3. \quad (16)$$

由条件1)和式(16)可得

$$\begin{aligned} 2[\tau k_p - (k_v + c_v)] \sin(\Delta\omega) \omega^3 \geq \\ 2[\tau k_p - (k_v + c_v)] \Delta \omega^4. \end{aligned} \quad (17)$$

结合条件2)和式(17),有

$$\begin{aligned} y \geq & \tau^2 \omega^6 - 2\tau(k_a + c_a) \sin(\Delta\omega) \omega^5 + \\ & \{c_a^2 + 2k_a c_a + 1 + 2\Delta[\tau k_p - (k_v + c_v)]\} \omega^4 + \\ & [c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p \cos(\Delta\omega)] \omega^2. \end{aligned} \quad (18)$$

由于 $\tau, \Delta, \omega$ 及定理1中所假设的条件均大于零,且 $\sin(\Delta\omega) \leq 1, \cos(\Delta\omega) \leq 1$ ,又 $\sin(\Delta\omega)$ 和 $\cos(\Delta\omega)$ 不能同时为1,因此结合式(18)得

$$\begin{aligned} y > & \tau^2 \omega^6 - 2\tau(k_a + c_a) \omega^5 + \\ & \{c_a^2 + 2k_a c_a + 1 + 2h[\tau k_p - (k_v + c_v)]\} \omega^4 + \\ & [c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p] \omega^2. \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)的右侧变形为

$$\begin{aligned} & \{c_a^2 + 2k_a c_a + 1 + 2h[\tau k_p - (k_v + c_v)] - \\ & (k_a + c_a)^2\} \omega^4 + [(k_a + c_a) - \tau \omega]^2 \omega^4 + \\ & [c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p] \omega^2 \geq \\ & \{1 - k_a^2 + 2h[\tau k_p - (k_v + c_v)]\} \omega^4 + \\ & [c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p] \omega^2. \end{aligned} \quad (20)$$

结合式(19)和(20)及条件3)和条件4)有

$$\begin{aligned} y & > \{1 - k_a^2 + 2h[\tau k_p - (k_v + c_v)]\} \omega^4 + \\ & [c_v^2 + 2k_v c_v - 2k_p c_a - 2k_p] \omega^2 > 0. \end{aligned}$$

因为  $y > 0$ , 所以式(13)成立, 满足车队队列稳定条件.  $\square$

若对条件3)进一步推导, 可得燃油或制动延时的上限

$$\Delta < \frac{1 - k_a^2}{2(k_v + c_v - \tau k_p)} = m. \quad (21)$$

### 2.3 单车稳定性

车队队列稳定的同时, 由于燃油或制动延时存在于每辆车的执行器中, 需要考虑单车稳定性, 相关参数如表2所示.

表2 单车稳定性参数说明

符号	定义
$\psi(t), A, A_1$	系统的状态量与系数矩阵
$\gamma$	设定的车辆燃油或制动延时常数
$\mu$	单车渐近稳定时, $\Delta$ 的范围
$c, \vartheta$	正常数且 $\vartheta$ 大于1, $c$ 用于计算 $\mu$
$B, C$	$B$ 为正定对称矩阵, $C$ 为任意正定对称矩阵
$\lambda_{\min}(C), \lambda_{\max}(C)$	矩阵 $C$ 的最小和最大特征值
$V(\psi)$	关于 $\psi$ 的 Lyapunov 函数
$\zeta$	$\psi(t)$ 的时变延迟区间
$R$	取值为 $B$
$\phi, \varphi, \Gamma$	多矩阵的运算组合

根据式(10), 若只考虑第  $i$  辆车的闭环动力学, 则有

$$\begin{aligned} \ddot{e}_i(t) & = \frac{1}{\tau} [-k_p e_i(t - \Delta) - (k_v + c_v) \dot{e}_i(t - \Delta) - \\ & (k_a + c_a) \ddot{e}_i(t - \Delta) - \ddot{e}_i(t)]. \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_i(t) \\ \ddot{e}_i(t) \\ \ddot{\ddot{e}}_i(t) \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_p}{-\tau} & \frac{k_v + c_v}{-\tau} & \frac{k_a + c_a}{-\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t - \Delta) \\ \dot{e}_i(t - \Delta) \\ \ddot{e}_i(t - \Delta) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{-\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \\ \ddot{e}_i(t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (23)$$

根据式(23), 令

$$\begin{aligned} \psi(t) & = \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \\ \ddot{e}_i(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{-\tau} \end{bmatrix}, \\ A_1 & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_p}{-\tau} & \frac{k_v + c_v}{-\tau} & \frac{k_a + c_a}{-\tau} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (24)$$

结合式(23)和(24)得

$$\dot{\psi}(t) = A\psi(t) + A_1\psi(t - \Delta). \quad (25)$$

当  $t \geq 0, \gamma \geq \Delta \geq 0$  时, 有

$$\int_{-\Delta}^0 \dot{\psi}(t + \zeta) d\zeta = \psi(t) - \psi(t - \Delta), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \psi(t - \Delta) & = \\ \psi(t) - \int_{-\Delta}^0 \dot{\psi}(t + \zeta) d\zeta & = \\ \psi(t) - \int_{-\Delta}^0 [A\psi(t + \zeta) + A_1\psi(t - \Delta + \zeta)] d\zeta. \end{aligned} \quad (27)$$

将式(27)代入(25), 有

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(t) & = (A + A_1)\psi(t) - A_1 \int_{-\Delta}^0 [A\psi(t + \zeta) + \\ & A_1\psi(t - \Delta + \zeta)] d\zeta. \end{aligned} \quad (28)$$

**定理2** 在第  $i$  辆车存在延时  $\Delta$  的情况下, 若式(25)能保持渐近稳定, 则需满足下式成立:

$$\mu > \Delta. \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} \mu & = \\ & \frac{\lambda_{\min}(C)}{\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^TB + \frac{2}{c}B \right]}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$B(A + A_1) + (A + A_1)^T B = -C. \quad (31)$$

**证明** 定义  $V(\psi) = \psi^T(t)B\psi(t)$  为 Lyapunov 函数, 求其导数

$$\begin{aligned} \dot{V}(\psi) & = \dot{\psi}^T(t)B\psi(t) + \psi^T(t)B\dot{\psi}(t) = \\ & - \psi^T(t)C\psi(t) - 2 \int_{-\Delta}^0 \psi^T(t)BA_1[A\psi(t + \zeta) + \\ & A_1\psi(t - \Delta + \zeta)] d\zeta. \end{aligned} \quad (32)$$

根据式(26)和(29)及 Lyapunov-Razumikhin 定理<sup>[18]</sup>, 令

$$\mu > \vartheta\gamma, \quad \vartheta > 1; \quad (33)$$

$$\vartheta V[\psi(t)] > V[\psi(t + \zeta)], \quad 0 \geq \zeta \geq -2\gamma, \quad (34)$$

并设以下不等式对于任意正定对称矩阵  $R$  成立:

$$-2\phi^T \varphi \leq c\phi^T R^{-1} \phi + \frac{1}{c} \varphi^T R \varphi. \quad (35)$$

结合式(32)、(34)和(35)有

$$\begin{aligned}
 & -2 \int_{-\Delta}^0 \psi^T(t)BA_1[A\psi(t+\zeta)+ \\
 & A_1\psi(t-\Delta+\zeta)]d\zeta = \\
 & -2 \int_{-\Delta}^0 \psi^T(t)BA_1A\psi(t+\zeta)d\zeta - \\
 & 2 \int_{-\Delta}^0 \psi^T(t)BA_1A_1\psi(t-\Delta+\zeta)d\zeta \leq \\
 & \left\{ \int_{-\Delta}^0 [c\psi^T(t)BA_1AB^{-1}A^T A_1^T B^T \psi(t)]d\zeta + \right. \\
 & \left. \int_{-\Delta}^0 \left[ \frac{1}{c} \psi^T(t+\zeta)B\psi(t+\zeta) \right] d\zeta \right\} + \\
 & \left\{ \int_{-\Delta}^0 [c\psi^T(t)BA_1A_1B^{-1}A_1^T A_1^T B^T \psi(t)]d\zeta + \right. \\
 & \left. \int_{-\Delta}^0 \left[ \frac{1}{c} \psi^T(t-\Delta+\zeta)B\psi(t-\Delta+\zeta) \right] d\zeta \right\} < \\
 & \Delta\psi^T(t) \left( cBA_1AB^{-1}A^T A_1^T B + \frac{\vartheta}{c}B \right) \psi(t) + \\
 & \Delta\psi^T(t) \left( cBA_1A_1B^{-1}A_1^T A_1^T B + \frac{\vartheta}{c}B \right) \psi(t) = \\
 & \Delta\psi^T(t) \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + \right. \\
 & \left. 2\frac{\vartheta}{c}B \right] \psi(t). \tag{36}
 \end{aligned}$$

将式(36)代入(32)有

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\psi) < \\
 & -\psi^T(t) \left\{ C - \Delta \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + \right. \right. \\
 & \left. \left. A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right] \right\} \psi(t). \tag{37}
 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
 \Gamma = C - \Delta \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + \right. \\
 \left. A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right]. \tag{38}
 \end{aligned}$$

由  $\gamma \geq \Delta \geq 0$  及式(33)得

$$\mu > \vartheta\Delta. \tag{39}$$

将式(30)代入(39)得

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\min}(C) > \\
 \Delta\lambda_{\max} \left[ c\vartheta BA_1(AB^{-1}A^T + \right. \\
 \left. A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right] = \\
 \Delta\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B + \right. \\
 \left. c(\vartheta - 1)BA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B \right]. \tag{40}
 \end{aligned}$$

因  $B$  是正定对称阵,且  $c > 0, \vartheta > 1$ , 根据文献[19],有

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B + \right. \\
 \left. c(\vartheta - 1)BA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B \right] \geq \\
 \Delta\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda_{\min} \left[ c(\vartheta - 1)BA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B \right] \geq \\
 \Delta\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right]. \tag{41}
 \end{aligned}$$

又因  $c(\vartheta - 1)BA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B$  是正定矩阵,所以在式(41)中有

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda_{\min} [c(\vartheta - 1)BA_1(AB^{-1}A^T + \\
 A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B] \geq 0. \tag{42}
 \end{aligned}$$

由式(40)~(42)得

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\min}(C) > \\
 \Delta\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right]. \tag{43}
 \end{aligned}$$

结合式(38)和(43),有

$$\begin{aligned}
 \lambda_{\min}(\Gamma) \geq \\
 \lambda_{\min}(C) - \Delta\lambda_{\max} \left[ cBA_1(AB^{-1}A^T + \right. \\
 \left. A_1B^{-1}A_1^T)A_1^T B + 2\frac{\vartheta}{c}B \right] > 0. \tag{44}
 \end{aligned}$$

由于  $B, C$  是正定对称阵,结合文献[19]有

$$\begin{aligned}
 -\psi^T(t)\Gamma\psi(t) \leq -\lambda_{\min}(\Gamma)\psi^T(t)\psi(t) = \\
 -\lambda_{\min}(\Gamma)\|\psi(t)\|^2, \tag{45}
 \end{aligned}$$

其中  $\|\cdot\|$  为 Euclidean 范数. 联合式(37)、(38)和(45)可得

$$\dot{V}(\psi) < -\lambda_{\min}(\Gamma)\|\psi(t)\|^2. \tag{46}$$

又因  $B$  为正定对称矩阵,故有

$$\lambda_{\min}(B)\|\psi(t)\|^2 \leq \psi^T(t)B\psi(t) \leq \lambda_{\max}(B)\|\psi(t)\|^2.$$

即

$$\lambda_{\min}(B)\|\psi(t)\|^2 \leq V(\psi) \leq \lambda_{\max}(B)\|\psi(t)\|^2. \tag{47}$$

综合以上三式,满足 Razumikhin 定理条件,因此式(25)在延时  $\Delta$  存在的情况下,单车渐近稳定.  $\square$

又由式(21)和(29),得延时  $\Delta$  的取值范围为

$$0 \leq \Delta < \min\{m, \mu\}. \tag{48}$$

### 2.4 车间距稳态误差

通常,控制器要求稳态误差收敛于零. 由拉氏变换终值定理可知,车间距稳态误差表示为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_i(s). \tag{49}$$

因为

$$e_i(s) = \frac{e_i(s)}{e_{i-1}(s)} \frac{e_{i-1}(s)}{e_{i-2}(s)} \dots \frac{e_2(s)}{e_1(s)} \frac{e_1(s)}{\Lambda(s)} \Lambda(s), \tag{50}$$

由假设1和式(15)有

$$\frac{e_i(s)}{e_{i-1}(s)} = \frac{e_{i-1}(s)}{e_{i-2}(s)} \dots = \frac{e_2(s)}{e_1(s)} = G(s). \tag{51}$$

将式(50)和(51)代入(49)得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_i(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s G^{i-1}(s) \frac{e_1(s)}{\Lambda(s)} \Lambda(s). \quad (52)$$

对式(12)两端进行拉氏变换,有

$$\frac{e_1(s)}{\Lambda(s)} = \frac{\tau s^2 + s}{\tau s^3 + s^2 + [(k_a + c_a)s^2 + (k_v + c_v)s + k_p]e^{-\Delta s}}. \quad (53)$$

由式(53)得

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{e_1(s)}{\Lambda(s)} = 0, \quad (54)$$

结合式(52)和(54)有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0. \quad (55)$$

因此,当存在燃油或制动延时情况下,车间距稳态误差收敛于零.

### 2.5 车队抖动与碰撞的避免

若车间距误差  $e_i(t)$  频繁振荡,则会使整个车队过于抖动,影响车队的安全与乘坐者的舒适感.为了尽可能改善车队抖动,需要使式(15)中  $G(s)$  的脉冲响应函数  $g(t)$  对于  $t > 0$  都有  $g(t) > 0$ <sup>[20]</sup>. 仿真结果如图2所示.

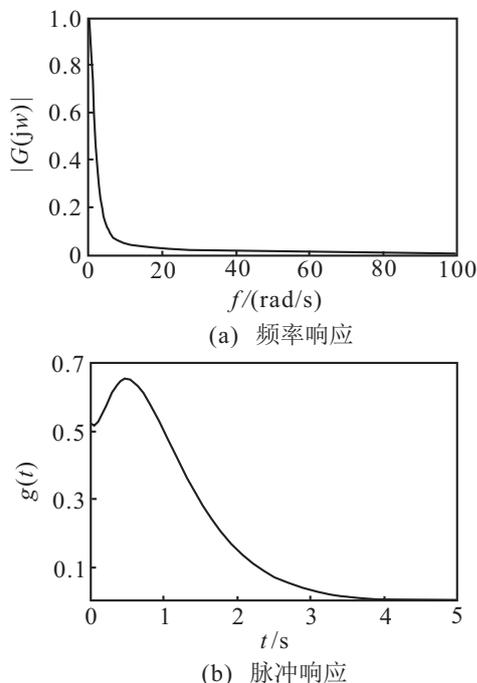


图2 车队的响应曲线

在避免车队抖动的同时,还要考虑车队中每辆车的参考位置,确保不出现位置重叠,即相邻两车间距大于零,从而避免碰撞发生.为此,在邻车间预设期望的安全距离,始终控制实际安全间距与期望安全间距的偏差,时刻保证邻车间安全.

## 3 仿真与分析

为检验上述设计,选择6辆车组成的车队进行仿真,控制器增益参数见表3. 车辆发动机时间常数  $\tau = 0.2$  s,为确保单车稳定选取  $c = 0.16$ ,  $C = I_{3 \times 3}$ ,经过式(30)、(31)、(48)的计算得  $\Delta < 0.0129$  s,这里取  $\Delta = 12$  ms.

表3 控制器参数

车队结构	控制器增益				
	$k_p$	$k_v$	$k_a$	$c_v$	$c_a$
本文LPF结构	5	1	0.1	5	1.1

图2为车队的响应曲线. 由图2(a)可知,对于频率  $\omega > 0$ , 总有  $|G(j\omega)| < 1$ , 因此车队可避免slinky-effects效应,整体队列稳定;又当  $t > 0$  时,图2(b)有  $g(t) > 0$ , 因此车队不会产生频繁抖动,乘坐舒适.

若车队中每辆车的稳态速度为  $15$  m/s ( $54$  km/h), 设两车安全间距为  $3.5$  m. 当车队以稳态速度行驶时,为模拟增加燃油或产生制动的情况,给领头车  $2$  m/s<sup>2</sup> 的加速度持续  $2$  s, 然后给  $-1$  m/s<sup>2</sup> 的减速度持续  $2$  s, 最后再给  $1.5$  m/s<sup>2</sup> 的加速度持续  $2$  s. 这样,由于领头车的不断机动,使各车间距发生变化,此时控制器开始进行调节,从而保证车队以安全间距列队行驶.

本文与文献[6]中LPF、MPF结构的车队进行对比仿真. 假设文献[6]与本文车队相同,且领头车具有一致的速度与加速度变化趋势.

图3(a)~图3(c)为车间距误差对比. 由图3(a)可知,车队在  $39$  s左右消除了间距误差,达到期望安全间距,此过程最大间距误差为  $0.36$  m,且相邻车间距误差依次缩小,车队队列稳定,不会出现碰撞的情况;图3(b)和图3(c)中,最大间距误差达  $1.35$  m、 $1.18$  m,并且车间距误差没有依次缩小,  $e_2$ 、 $e_4$  出现乱序,车间距被放大,队列控制不够稳定,存在发生碰撞的可能.

图3(d)~图3(f)为跟随车的速度跟踪情况. 图3(d)跟踪效果较好,两次加速时速度分别为  $19.2$  m/s、 $19.8$  m/s,减速时速度为  $16.8$  m/s,最大误差是  $0.2$  m/s. 在领头车机动过程中,图3(d)较准确地跟踪了领头车的速度 ( $19$  m/s、 $20$  m/s、 $17$  m/s),而图3(e)和图3(f)的速度跟踪波动较大,最大误差分别为  $1.0$  m/s、 $1.5$  m/s.

图3(g)~图3(i)为跟随车的加速度跟踪情况. 图3(g)与图3(h)和图3(i)相比,加速度更加稳定、抖动较小、乘坐舒适. 其中,图3(g)的加速度最大误差为  $0.5$  m/s<sup>2</sup>,图3(h)和3(i)的加速度最大误差分别为  $0.75$  m/s<sup>2</sup> 和  $1.6$  m/s<sup>2</sup>. 综合图3的对比仿真结果可知,本文的控制效果较其他两种车队更好.

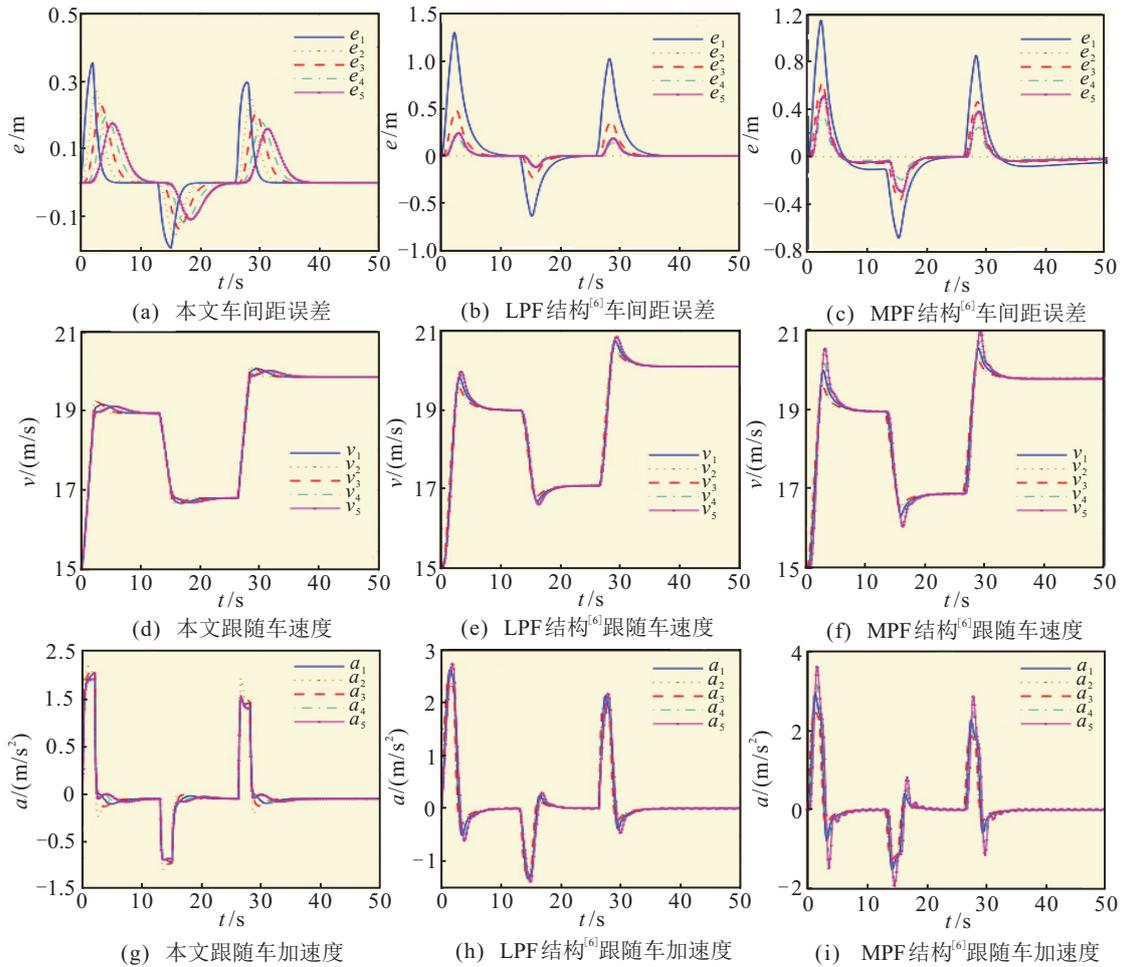


图3 本文与文献[6]的对比仿真结果

### 4 结论

本文基于LPF通信拓扑结构和固定间距策略,考虑协作式车队存在燃油或制动延时的情况,综合多种因素,提出了协作式纵向控制律,得到队列及单车稳定条件,并确定延时界限,分析车间距稳态误差以及抖动与碰撞的避免条件,通过选择同类LPF、MPF结构的车队进行对比仿真,仿真结果表明所提出方法具有较好的控制效果。

后续工作,将结合智能交通系统的分层结构,进一步研究不同通信拓扑条件下的车队协作控制,并与路侧设备系统进行综合考虑。

#### 参考文献(References)

[1] Athanasios Maimaris, George Papageorgiou. A review of intelligent transportation systems from a communications technology perspective[C]. IEEE 19th Int Conf on Intelligent Transportation Systems(ITSC). Brazil: IEEE, 2016: 54-59.

[2] Hamid Menouar, Ismail Güvenc, Kemal Akkaya, et al. UAV-enabled intelligent transportation systems for the smart city: Applications and challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2017, 55(3): 22-28.

[3] Dongyao Jia, Kejie Lu, Jianping Wang, et al. A survey on platoon-based vehicular cyber-physical systems[J]. IEEE Communication Surveys & Tutorials, 2016, 18(1): 263-284.

[4] Rajesh Rajamani. Vehicle dynamics and Control[M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 2012: 141-168.

[5] Dey K C, Yan L, Jie W X, et al. A review of communication, driver characteristics, and controls aspects of cooperative adaptive cruise control(CACC)[J]. IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(2): 491-508.

[6] Yun X L, Feng G. Effect of information delay on string stability of platoon of automated vehicles under typical information frameworks[J]. J of Central South University of Technology, 2010, 17(6): 1271-1278.

[7] Peters A A, Middleton R H, Mason O. Leader tracking homogeneous platoons with broadcast delays[J]. Automatica, 2014, 50(1): 64-74.

[8] Ghasemi A, Kazemi R, Azadi S. Exact stability of a platoon of vehicles by considering time delay and lag[J]. J of Mechanical Science and Technology, 2015, 29(2): 799-805.

[9] Bernardo M, Salvi A, Santini S. Distributed consensus Strategy for platooning of vehicles in the presence of time-varying heterogeneous communication delays[J].

- IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2015, 16(1): 102-112.
- [10] Dong Xiwang, Hu Guoqiang. Time-varying formation tracking for linear multi-agent systems with multiple leaders[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2017, 62(7): 3658-3664.
- [11] Dong Xiwang, Hu Guoqiang. Time-varying formation control for general linear multi-agent systems with switching directed topologies[J]. Automatica, 2016, 73(C): 47-55.
- [12] Dong Xiwang, Hu Guoqiang. Time-varying output formation for linear multi-agent systems via dynamic output feedback control[J]. IEEE Trans on Control of Network Systems, 2017, 4(2): 236-245.
- [13] Jia D, Ngoduy D. Platoon based cooperative driving model with consideration of realistic inter-vehicle communication[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016, 68: 245-264.
- [14] Swaroop D, Hedrick J K, Chien C C, et al. A comparison of spacing and headway control laws for automatically controlled vehicles[J]. Vehicle System Dynamics, 2007, 23(8): 597-625.
- [15] Liang Kuo-Yun, Alam Assad, Gattami Ather. The impact of heterogeneity and order in heavy duty vehicle platooning networks(poster)[C]. 2011 IEEE Vehicular Networking Conf(VNC). Amsterdam: IEEE, 2011: 291-297.
- [16] Xiao Lingyun, Gao Feng. Practical string stability of platoon of adaptive cruise control vehicles[J]. IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2011, 12(4): 1184-1194.
- [17] Gerrit J L, Naus, René P A Vugts, et al. String-stable CACC design and experimental validation: A frequency-domain approach[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2010, 59(9): 4268-4279.
- [18] Bin Zhou, Alexey V Egorov. Time-varying razumikhin and krasovskii stability theorems for time-varying delay systems[C]. The 28th Chinese Control and Decision Conf(CCDC). Yinchuan: IEEE, 2016: 1041-1046.
- [19] Roger A Horn, Charles R Johnson. Matrix Analysis[M]. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2013: 225-300.
- [20] Shahab Sheikholeslam, Charles A Desoer. Longitudinal control of a platoon of vehicles with no communication of lead vehicle information: A system level study[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 1993, 42(4): 546-554.

(责任编辑: 孙艺红)

## 第31届中国控制与决策会议(2019 CCDC)征文通知

第31届中国控制与决策会议(2019CCDC)将于2019年6月3日~5日在中国南昌举行。会议由东北大学和中国自动化学会信息物理系统控制与决策专业委员会主办,华东交通大学承办。

第31届中国控制与决策会议论文集集中的英文论文将进入IEEE Xplore Data Base, 被EI检索。

第31届中国控制与决策会议将涉及理论与应用两方面,主要涵盖系统、控制与决策相关课题。征文范围如下:

**控制理论与工程:** 智能控制、计算与优化;故障诊断与自愈控制;模式识别与深度学习;信息物理系统的分析与控制;信号处理与信息融合;最优控制与最优化;复杂系统与复杂网络;线性系统理论与应用;系统辨识与参数估计;非线性系统理论与应用;混杂系统与离散事件系统;空间飞行器控制;随机系统;分布参数系统控制;网络集群与网络化控制;多智能体系统与协同控制;传感器网络与物联网;鲁棒控制;过程控制与预测控制;专家系统、模糊系统与模糊控制;运动控制;控制工程教育;数据驱动控制;纳米自动化与装配;自适应控制与学习控制;变结构控制;先进传感技术与仪器仪表;控制系统信息安全;生物系统的建模、控制与仿真;无人系统自动控制;微机电系统。

**决策理论与系统:** 决策理论与方法;生产计划与调度;管控一体化;管理信息系统与企业信息化;供应链与物流的管理;知识工程与数据挖掘;大数据与知识自动化;经济控制论与社会经济系统;对策论与社会网络;智能制造与工业智能;电动车辆与智能交通;新能源管理与控制系统节能技术;智能电网。

**机器人系统:** 机器人控制;移动机器人;微机器人与微操作;工业机器人;图像处理与机器人视觉;多足机器人系统;搜寻、援救与野外机器人;机器人传感与数据融合;医用机器人与生物机器人;空间与水下机器人;遥控机器人。

会议程序委员会热情欢迎业内专家以会议为平台,针对国际控制与决策领域前沿热点方向、科研学者普遍关心的话题,组织“邀请分会”、“特别专题”、“专家论坛”、“高峰论坛”等学术研讨活动,会议将提供优质的平台服务。拟组织者请在2018年10月31日前与大会秘书处(secretary\_ccdc@ise.neu.edu.cn)联系并提交组织建议书。

会议投稿者请于2018年10月31日前提交全文。请登录<http://www.ccdc.neu.edu.cn>网址了解具体的相关事宜并投稿。同时也可以向大会秘书处(secretary\_ccdc@ise.neu.edu.cn)咨询。

中国控制与决策会议秘书处