第 33 卷 第 7 期
2018 年 7 月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol.33 No.7
Jul. 2018

文章编号: 1001-0920(2018)07-1295-08 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2017.0400

面向乘客策略行为的航空公司舱位控制与动态定价模型

李 豪[†], 彭 庆, 谭美容

(重庆交通大学 经济与管理学院，重庆 400074)

摘 要: 将动态控制舱位开放作为策略,研究乘客具有策略行为时航空公司舱位控制与动态定价问题. 通过建立以舱位开放和价格变化为决策变量的多周期动态规划模型,讨论开放舱位和最优定价应满足的条件,并通过比较得出:实行动态舱位控制策略可缓解乘客策略行为对航空公司期望收益的影响. 最后应用算例分析乘客策略程度对航空公司价格和期望收益的影响,同时发现:舱位控制不能完全消除乘客策略行为对期望收益的影响,但供应水平越高或乘客策略程度越大,其缓解策略行为的效果越明显.

关键词: 收益管理；策略行为；舱位控制；动态定价

中图分类号: F272.3 **文献标志码:** A

Optimal seat inventory control and dynamic pricing for airline with strategic passengers

LI Hao[†], *PENG Qing*, *TAN Mei-rong*

(School of Economics and Management，Chongqing Jiaotong University，Chongqing 400074，China)

Abstract: This paper introduces the dynamic airline seat inventory control strategy when the passengers are strategic, and analyzes the dynamic pricing and seat inventory control problem. A multi-period stochastic model is estabished, in which the seats open control and price change are decision variables, and their solutions and corresponding properties are discussed. It is found that the airline can alleviate the impact of the passenger strategic behavior to the expected profit through the seat inventory control strategy. Numerical examples are given to analyze the effect of strategic passenger behavior on the performance of optimal policies, and show that seat inventory control policy can not completely eliminate the passenger strategic behavior, but the higher the supply level or degree of the strategic passengeris, the more effectiveness the seat inventory control strategy has.

Keywords: revenue management；strategic behavior；seat inventory control；dynamic pricing

0 引 言

近几年的收益管理实践表明,策略顾客选择购买时机的行为使零售商未来的价格决策不确定,从而影响了其收益最大化决策[1],如何通过合理的策略设计来缓解该行为对零售商收益的影响显得尤为重要. 现有研究提出了快速补货[2]、库存展示[3]、价格承诺[4] 以及差价补偿[5] 等缓解策略,对零售商收益的提高具有一定的效果. 但是,上述策略应用于航空公司机票销售实践尚存在操作困难. 例如快速补货,本质上是调整订购量使得零售商获得更多更准确的市场需求信息,从而提高收益. 但是,航空公司由于飞机容量的原因,机票总数往往固定. 在航空公司机票销售实践中,如何在传统动态定价下设计易于操作的策略来缓解乘客选择购买时机对收益的影响,是航空公司提高收益的有效保障.

基于上述背景,本文在乘客具有策略行为的假设下,在动态定价下引入舱位控制策略,研究在任意时刻航空公司是否开放舱位,以什么价格开放,同时分析该策略对航空公司期望收益的影响.

针对策略顾客的研究,现有文献大致分为两类:第一类文献主要研究顾客策略行为下零售商的动态定价策略,主要侧重点在于顾客策略行为影响零售商

收稿日期: 2017-04-06；**修回日期:** 2017-06-21.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (71402012)；重庆市社会科学规划博士项目 (2012BS42)；重庆市教委自然科学基金项目 (KJ130402).

责任编委: 李登峰.

作者简介: 李豪 (1982−), 男, 副教授, 博士, 从事收益管理、交通运输经济等研究；彭庆 (1984−), 女, 讲师, 硕士, 从事收益管理、物流与供应链管理的研究.

[†]通讯作者. E-mail: lihao00@163.com

价格体系和收益的程度,如Aviv等[6]在顾客具有策略行为假设下研究了零售商只有一次降价机会的动态定价策略,结果表明固定折扣和临时折扣两种降价策略均是基于库存水平的阈值点;Levin等[7]将策略顾客效用折扣因子引入多周期动态定价模型中,得到了最优价格满足的关系式,分析了效用折扣参数对零售商定价和期望收益的影响;Sun[8]将上述研究扩展到多个零售商竞争的市场环境;Bi等[9]构建了顾客具有策略行为下销售可替代产品的两周期双寡头动态定价模型,分析了价格均衡,并利用数值分析表明:存在策略顾客的情况下,产品差异系数增加使得零售商收益提高;Papanastasiou等[10]在需求不确定环境下建立了零售商与策略顾客之间的博弈模型,通过假设零售商进行需求学习,表明需求学习虽然增加了顾客延迟购买产品的概率,但能提高零售商的收益. 第二类文献通过提出缓解策略,分析该策略下的价格并与传统动态定价决策方式的收益相比较,分析其有效性,如Yin等[3]研究了面向策略顾客时库存展示策略下的零售商动态定价问题,并提出DA策略(display all)和DO策略(display one),研究表明,DO策略下零售商的收益大于DA策略;Jerath等[11]引入模糊销售策略,比较了面向策略乘客时航空公司最后一分钟折扣和模糊中介销售季末机票策略的收益,研究表明,采用模糊销售策略时航空公司的收益较大,并且需求量越大,对收益的提升值越大;Liu等[12]研究了竞争环境下提供差异化产品的两零售商多周期动态定价模型,证明了马尔科夫完美价格均衡的存在性,并引入价格承诺机制来缓解顾客等待行为对零售商收益的影响;Yan等[13]针对顾客策略行为,提出了PM(posterior price matching)和DPM(delay posterior price matching)两种定价策略,分析了在折扣季、非折扣季的购买均衡,研究表明,两种策略都能提高厂商在非折扣季的收益,且当策略乘客比例较小时,PM策略优于DPM策略;Kremer等[14]研究了短视和策略型顾客同时存在对零售商定价和期望收益的影响,通过建立两周期动态定价模型,指出当策略顾客比例低于阈值时,零售商应采用TM(target myopic)策略,将策略顾客转移至更迟周期销售,反之采用TB(target both)策略,集中在早期销售.

综上所述,现有文献主要集中在顾客策略行为下零售商价格体系的变化和针对策略行为的应对机制两个方面. 由于侧重点不同,将两者结合的研究较少. 本文在上述研究的基础上,引入舱位控制策略,通过建立乘客具有策略行为时航空公司的多周期动态定价模型,分析舱位控制策略下航空公司的价格决策以及该策略对期望收益的影响,为航空公司进行有效的收益管理提供一定的理论依据.

1 符号约定与假设

航空公司提供某条航线的航班,需要销售数量为Y的机票,销售周期为$[0,T]$. 其中:0表示机票销售开始,T表示飞机起飞,机票残值为0. 本文采用离散时间模型,将时间区间$[0,T]$划分为长度为1的小周期,每周期最多销售一张机票. 假定机票价格只能从有限集合P中选取[15],定义$P=\{p_1,p_2,\cdots,p_m\}$,其中$p_1>p_2>\cdots>p_m$. 航空公司通过决定是否开放舱位,以什么价格开放来实现收益最大化.

假定市场上乘客总数为N,所有乘客同质,在销售期初达到,且每个乘客最多购买一张机票. 类似于Levin等[7],假定在任意销售期$t(t\in[0,T])$每个乘客的需求密度相同,定义为$\bar{\lambda}$. 因此,在任意销售期t,当未购票的乘客人数为n时,市场总的需求密度为$n\bar{\lambda}$. 乘客具有策略行为,基于当前购买效用与未来购买期望效用,决定现在购买或在市场等待. 乘客通过选择购买时机实现自身效用最大化.

相关符号约定如下:

n: 未购买机票的乘客人数;

X: 乘客保留价,假定X为服从某一分布的随机变量;

$F(X)$: 乘客保留价的累积分布函数,记$\bar{F}(X)=1-F(X)$;

$\lambda_i(t,n,p_l,X)$: t期,当还有n个乘客未购票、机票价格为p_l时,乘客i购买机票的概率,在不引起混淆的情况下简记为λ_i, $i=1,2,\cdots,n$, $p_l\in P$;

β: 乘客未来购买机票时期望效用的折现因子,根据Levin等[7]、Kremer等[14],定义为乘客的策略程度,β越大,表明乘客未来购买机票效用的折现值越大,假定所有乘客的策略程度相同;

$u(X-p_l)$: 乘客在价格p_l下购买机票的效用函数,$p_l\in P$;

$U_i(t,n,p_l,X)$: t期开始到销售期结束,乘客i的期望效用,简记为$U_i(t,n)$;

$V(t,n,p_l,X)$: t期开始到销售期结束,航空公司的期望收益,简记为$V(t,n)$.

本文的假设如下:

假设1 $Y\leqslant N$.

根据定义,$Y<N$表示供小于求,$Y\geqslant N$表示供大于求. 因为$Y\geqslant N$时,多余的机票对决策无影响,所以假设$Y\leqslant N$.

假设2 不同乘客的保留价独立同分布,$F(X)$连续可微且严格递增,存在反函数$\bar{F}^{-1}(\cdot)$[16].

假设2表明,由于服务交付期在销售期末乘客的保留价不存在折扣因子,估价表现出不确定性.

假设3　$u(X-p_l)$是关于变量$X-p_l$的增函数,存在反函数$u^{-1}(\cdot)$, $u(X-p_l)\geqslant 0$且$u(0)=0$[8]. 对于所有乘客, $u(X-p_l)$均相同, $p_l\in P$.

假设3表明,在X一定的情况下,机票价格越低,乘客购买机票的效用越高.

为方便下文讨论,将舱位控制下的动态定价定义为CS策略,将不进行舱位控制下的动态定价定义为NCS策略. 两种策略的区别在于, CS策略下航空公司根据未来需求状态动态地决定舱位是否开放,如果开放,则机票的价格为多少;而在NCS策略下,航空公司舱位均开放,在此基础上动态地确定机票价格.

2　CS策略模型及其决策分析

2.1　乘客的期望效用

由于乘客具有策略行为,当市场上n个乘客未购票、机票价格为p_l时,乘客i的期望效用为

$$U_i(t,n)=\max_{\lambda_i}\mathrm{E}_X\Big\{v\Big[\lambda_i u(X-p_l)+\beta\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j U_i(t+1,n-1)+\beta\Big(1-\lambda_i-\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j\Big)U_i(t+1,n)\Big]+(1-v)\beta U_i(t+1,n)\Big\},$$
$$i=1,2,\cdots,n,\ p_l\in P.\tag{1}$$

式(1)的边界条件为:

1) $U(T,n)=0,\ \forall n$;

2) $U(t,N-Y)=0,\ \forall t$.

式(1)中: v取值为0和1,且$v=1$表示舱位开放, $v=0$表示舱位未开放; $\lambda_i u(X-p_l)$表示乘客i在价格p_l下购买机票的期望效用; $\beta\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j U_i(t+1,n-1)$表示在$t$期乘客$i$未购买、乘客$j$购买时乘客$i$的期望效用; $\beta\Big(1-\lambda_i-\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j\Big)U_i(t+1,n)$表示在$t$期没有乘客购买时乘客$i$的期望效用.

通过求解可得使$U_i(t,n)$最大的λ_i为:当$u(X-p_l)\geqslant U_i(t+1,n)$时, $\lambda_i=1$;当$u(X-p_l)<U_i(t+1,n)$时, $\lambda_i=0$. 合并可得最优的λ_i为

$$\mathrm{E}_X[\lambda_i(t,n,p_l,X)]=\mathrm{E}_X[I(u(X-p_l)\geqslant\beta U_i(t+1,n))],\tag{2}$$

其中$I(\cdot)$为指示函数. 式(2)的经济意义为在任意的t期,只有当立即购买机票的效用大于未来购买的期望效用时,乘客才会立即购买,反之选择等待. 对于$U_i(t,n)$,有以下引理成立.

引理1　给定t、n和p_l,未购买机票的乘客期望效用相同,即对于任意未购买机票的乘客i和j,有$U_i(t,n)=U_j(t,n)$, $i,j=1,2,\cdots,n$且$i\neq j$, $p_l\in P$.

证明　采用数学归纳法. 在T期,有$U_i(T,n)=U_j(T,n)=0$;在$T-1$期,当机票价格为p_l时,有

$$U_i(T-1,n)=\max_{\lambda_i}\mathrm{E}_X\{\lambda_i u(X-p_l)\},$$
$$U_j(T-1,n)=\max_{\lambda_j}\mathrm{E}_X\{\lambda_j u(X-p_l)\}.$$

所以$U_i(T-1,n)=U_j(T-1,n)$. 假设对于任意的n,在$k=t+1,\cdots,T-1$期,有$U_i(k,n)=U_j(k,n)$成立. 在t期,有

$$U_i(t,n)=\max_{\lambda_i}\mathrm{E}_X\Big\{v\Big[\lambda_i u(X-p_l)+\beta\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j U_i(t+1,n-1)+\beta\Big(1-\lambda_i-\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j\Big)U_i(t+1,n)\Big]+(1-v)\beta U_i(t+1,n)\Big\}=$$
$$\max_{\lambda_i}\mathrm{E}_X\Big\{v\Big[\lambda_i u(X-p_l)+\beta\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j U_j(t+1,n-1)+\beta\Big(1-\lambda_i-\sum_{1\leqslant j\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_j\Big)U_j(t+1,n)\Big]+(1-v)\beta U_j(t+1,n)\Big\}.\tag{3}$$

由于假设在$t+1$期, $U_i(t+1,n)=U_j(t+1,n)$成立,由式(2)知, $\mathrm{E}_X[\lambda_i(t,n,p_l,X)]=\mathrm{E}_X[\lambda_j(t,n,p_l,X)]$,那么式(3)可写为

$$U_i(t,n)=\max_{\lambda_j}\mathrm{E}_X\Big\{v\Big[\lambda_j u(X-p_l)+\beta\sum_{1\leqslant i\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_i U_j(t+1,n-1)+\beta\Big(1-\lambda_j-\sum_{1\leqslant i\leqslant n}^{j\neq i}\lambda_i\Big)U_j(t+1,n)\Big]+(1-v)\beta U_j(t+1,n)\Big\}=U_j(t,n).$$ □

由引理1可知,给定t和n,对于任意的i和j,有$\mathrm{E}_X[\lambda_i(t,n,p_l,X)]=\mathrm{E}_X[\lambda_j(t,n,p_l,X)]$,表明所有乘客购买机票的概率均相同. 令$U(t,n)=U_i(t,n)=U_j(t,n)$, $\lambda(t,n,p_l,X)=\lambda_i(t,n,p_l,X)=\lambda_j(t,n,p_l,X)$(简记为$\lambda$),则式(1)可变为

$$U(t,n)=\max_{\lambda}\mathrm{E}_X\{v[\lambda u(X-p_l)+\beta(n-1)\lambda U(t+1,n-1)+\beta(1-n\lambda)U(t+1,n)]+(1-v)\beta U(t+1,n)\}.\tag{4}$$

综上分析,可得任意一期t,当机票价格为p_l时($p_l \in P$),有

$$\begin{aligned}&\mathrm{E}_X[\lambda(t,n,p_l,X)]=\\&\mathrm{E}_X[I(X \geqslant p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n)))]=\\&1-F(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n)))=\\&\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n))).\end{aligned}$$

可知,在其他参数不变的情况下,乘客购买概率随价格p_l、策略程度β的增加而减少. 令

$$\omega(t,n,p_l)=\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n))),$$

在不影响理解的情况下简记为ω.

2.2 航空公司的期望收益

在任意时刻t,航空公司通过开放舱位和机票定价实现收益最大化. 给定乘客的需求密度与购买概率,航空公司的期望收益为

$$\begin{aligned}&V(t,n)=\\&\max\{n\bar{\lambda}\max_{p_l\in P}[\omega(p_l+V(t+1,n-1))+\\&(1-\omega)V(t+1,n)]+\\&(1-n\bar{\lambda})V(t+1,n),V(t+1,n)\}.\end{aligned} \tag{5}$$

其中: $\omega(p_l+V(t+1,n-1))$, $(1-\omega)V(t+1,n)$分别表示乘客立即购买机票和选择继续等待时航空公司的期望收益; $(1-n\bar{\lambda})V(t+1,n)$表示乘客无购票需求时航空公司的期望收益; $V(t+1,n)$表示航空公司关闭舱位时的期望收益.

式(5)的边界条件为:

1) $V(T,n)=0,\ \forall n$;

2) $V(t,N-Y)=0,\ \forall t$.

为了方便下文讨论,可将式(5)化简为

$$\begin{aligned}V(t,n)=&\max_{p_l\in P}\{n\bar{\lambda}\omega[p_l+V(t+1,n-1)-\\&V(t+1,n)]^+\}+V(t+1,n),\end{aligned} \tag{6}$$

其中$[\cdot]^+$表示$\max\{\cdot,0\}$.

2.3 CS策略下航空公司决策分析

首先讨论航空公司舱位开放的条件,有如下定理成立.

定理1 在任意时刻t,航空公司开放舱位的条件为$p_1 \geqslant V(t+1,n)-V(t+1,n-1)$. 其中$p_1$如定义,为集合$P$中的最大值.

证明 如果$p_1-(V(t+1,n)-V(t+1,n-1)) \geqslant 0$,表明价格集合中至少有一个价格大于$V(t+1,n)-V(t+1,n-1)$,则由式(6)可得

$$[p_1+V(t+1,n-1)-V(t+1,n)]^+>0. \quad \square$$

定理1表明,航空公司在销售机票获得的收益大于未来销售的期望收益时,才会开放舱位. 对于航空公司最优价格选择,有如下定理成立.

定理2 航空公司开放舱位的条件下,给定t和n, $p_l^* \in P$是最优的当且仅当:

当$p_l^*<p_j$时

$$\begin{aligned}&\frac{\omega(t,n,p_l^*)p_l^*-\omega(t,n,p_j)p_j}{\omega(t,n,p_l^*)-\omega(t,n,p_j)}<\\&V(t+1,n-1)-V(t+1,n);\end{aligned} \tag{7}$$

当$p_l^*>p_j$时

$$\begin{aligned}&\frac{\omega(t,n,p_l^*)p_l^*-\omega(t,n,p_j)p_j}{\omega(t,n,p_l^*)-\omega(t,n,p_j)}>\\&V(t+1,n-1)-V(t+1,n).\end{aligned} \tag{8}$$

其中: $p_l^*,p_j \in P$,且$p_l^* \neq p_j$.

证明 假定最优价格为p_l^*,则

$$\begin{aligned}V(t,n)=&V(t+1,n)+n\bar{\lambda}\omega(t,n,p_l^*)(p_l^*+\\&V(t+1,n-1)-V(t+1,n)),\end{aligned}$$

对于任意的$p_j \in P, p_l^* \neq p_j$,有

$$\begin{aligned}&V(t,n)=\\&V(t+1,n)+n\bar{\lambda}\omega(t,n,p_l^*)(p_l^*+\\&V(t+1,n-1)-V(t+1,n)) \geqslant\\&V(t+1,n)+n\bar{\lambda}\omega(t,n,p_j)(p_j+\\&V(t+1,n-1)-V(t+1,n)),\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}&n\bar{\lambda}\omega(t,n,p_l^*)(p_l^*+V(t+1,n-1)-V(t+1,n)) \geqslant\\&n\bar{\lambda}\omega(t,n,p_j)(p_j+V(t+1,n-1)-V(t+1,n)).\end{aligned}$$

由$\omega(t,n,p_l^*)$和p_l^*的关系可得结论. 反之,如果价格满足关系式(7)和(8),则上述过程逆推可得p_l^*的最优性. $\square$

定理2给出了最优价格满足的关系,可根据式(7)和(8),在可行价格集合中搜索最优价格.

3 两种策略收益的比较分析

本节主要将CS和NCS策略下航空公司期望收益相比较,分析CS策略的有效性. 用上标“$\sim$”表示NCS策略下的参数和决策变量,根据文献[7],假定其他参数不变,则航空公司采用NCS策略面临的需求为

$$n\bar{\lambda}\tilde{\omega}(t,n,p)=n\bar{\lambda}\bar{F}(p+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+1,n)));$$

乘客的期望效用为

$$\begin{aligned}&\tilde{U}(t,n)=\\&\max_{\tilde{\omega}}\mathrm{E}_X\{\tilde{\omega}u(X-\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega})+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+1,n)))+\end{aligned}$$

$$\beta(n-1)\tilde{\omega}\tilde{U}(t+1,n-1)+$$
$$\beta(1-n\tilde{\omega})\tilde{U}(t+1,n)\}, \tag{9}$$

其中$p=\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega})-u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+1,n))$; 航空公司的期望收益为

$$\tilde{V}(t,n)=\max_{p_l\in P}\{\tilde{\omega}(t,n,p_l)[p_l+\tilde{V}(t+1,n-1)-$$
$$\tilde{V}(t+1,n)]\}+\tilde{V}(t+1,n). \tag{10}$$

由$\tilde{U}(t,n)$的定义直接可得到如下引理.

引理2　对于任意的n, 有$\tilde{U}(t,n)\geqslant\tilde{U}(t+1,n)$.

证明　采用数学归纳法. 在$T-1$期, 因为$\tilde{U}(T,n)=0$, 而$\tilde{U}(T-1,n)=\max\limits_{\tilde{\omega}}\mathrm{E}_X\{\tilde{\omega}u(X-\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega}))\}$, 所以有$\tilde{U}(T-1,n)\geqslant\tilde{U}(T,n)$. 假设对于任意的$n$, 在$k=t+1,\cdots,T-1$期, 有$\tilde{U}(k,n)\geqslant\tilde{U}(k+1,n)$成立; 在$t$期, 有

$$\tilde{U}(t,n)=$$
$$\max_{\tilde{\omega}}\mathrm{E}_X\{\tilde{\omega}u(X-\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega})+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+$$
$$1,n)))+\beta(n-1)\tilde{\omega}\tilde{U}(t+1,n-1)+$$
$$\beta(1-n\tilde{\omega})\tilde{U}(t+1,n)\}\geqslant$$
$$\max_{\tilde{\omega}}\mathrm{E}_X\{\tilde{\omega}u(X-\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega})+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+$$
$$2,n)))+\beta(n-1)\tilde{\omega}\tilde{U}(t+2,n-1)+$$
$$\beta(1-n\tilde{\omega})\tilde{U}(t+2,n)\}=$$
$$\tilde{U}(t+1,n),$$

其中不等式是由于假设在$k=t+1,\cdots,T-1$期, $\tilde{U}(k,n)\geqslant\tilde{U}(k+1,n)$. 所以有$\tilde{U}(t,n)\geqslant\tilde{U}(t+1,n)$. □

引理2表明, NCS策略下, 乘客的期望效用随销售时间的增加而减小.

下面比较两种策略下乘客的期望效用.

定理3　对于任意的t和n, 有$\tilde{U}(t,n)\geqslant U(t,n)$.

证明　由于$V(T,n)-V(T,n-1)=0,\forall n>0$, 由定理1可知, 在$T-1$期航空公司将开放舱位, 而$U(T,n-1)$和$U(T,n)$均为0, 此时

$$U(T-1,n)=$$
$$\max_{\omega}\mathrm{E}_X\{\omega u(X-\bar{F}^{-1}(\omega))\}=$$
$$\max_{\tilde{\omega}}\mathrm{E}_X\{\tilde{\omega}u(X-\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega}))\}=$$
$$\tilde{U}(T-1,n).$$

假设在任意的$k=t+1,\cdots,T-1$期, 有$U(k,n)\leqslant\tilde{U}(k,n)$成立; 在$t$期, 有

$$U(t,n)=$$
$$\max_{\omega}\mathrm{E}_X\{v[\omega u(X-\bar{F}^{-1}(\omega)+u^{-1}(\beta U(t+$$
$$1,n)))+\beta(n-1)\omega U(t+1,n-1)+$$
$$\beta(1-n\omega)U(t+1,n)]+(1-v)\beta U(t+1,n)\}\leqslant$$
$$\max_{\omega}\mathrm{E}_X\{v[\omega u(X-\bar{F}^{-1}(\omega)+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+$$
$$1,n)))+\beta(n-1)\omega\tilde{U}(t+1,n-1)+$$
$$\beta(1-n\omega)\tilde{U}(t+1,n)]+(1-v)\beta\tilde{U}(t+1,n)\}=$$
$$\max_{\tilde{\omega}}\mathrm{E}_X\{v[\tilde{\omega}u(X-\bar{F}^{-1}(\tilde{\omega})+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+$$
$$1,n)))+\beta(n-1)\tilde{\omega}\tilde{U}(t+1,n-1)+$$
$$\beta(1-n\tilde{\omega})\tilde{U}(t+1,n)]+(1-v)\beta\tilde{U}(t+1,n)\}\leqslant$$
$$v\tilde{U}(t,n)+(1-v)\tilde{U}(t,n)=$$
$$\tilde{U}(t,n).$$

其中: 第1个不等式是由于假设在任意的$k=t+1,\cdots,T-1$期, 有$U(k,n)\leqslant\tilde{U}(k,n)$成立; 第2个不等式是由引理2, 在$t$期$\tilde{U}(t,n)\geqslant\tilde{U}(t+1,n)$, 进而$\tilde{U}(t,n)\geqslant\beta\tilde{U}(t+1,n)$. □

定理3的结论表明, 相对于NCS策略, 在CS策略下航空公司通过舱位控制使乘客的期望效用减少.

综上分析, 通过比较$V(t,n)$和$\tilde{V}(t,n)$, 有以下结论成立.

定理4　对于任意的t和n, 有$\tilde{V}(t,n)\leqslant V(t,n)$.

证明　在$T-1$期, 有

$$V(T-1,n)=\max_{p_i\in P}\{n\bar{\lambda}F(p_i)p_i\}=\tilde{V}(T-1,n).$$

假设在任意的$k=t+1,\cdots,T-1$期, 有$V(k,n)\geqslant\tilde{V}(k,n)$成立; 在$t$期, 有

$$V(t,n)=$$
$$\max_{p_l\in P}\{n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+$$
$$1,n)))\max[p_l+V(t+1,n-1),V(t+1,n)]\}+$$
$$(1-n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n))))V(t+1,n)\geqslant$$
$$\max_{p_l\in P}\{n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n)))\max[p_l+$$
$$\tilde{V}(t+1,n-1),\tilde{V}(t+1,n)]\}+$$
$$(1-n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n))))\tilde{V}(t+1,n)=$$
$$\max_{p_l\in P}\{n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n)))[p_l+$$
$$\tilde{V}(t+1,n-1)-\tilde{V}(t+1,n)]^+\}+\tilde{V}(t+1,n)\geqslant$$
$$\max_{p_l\in P}\{n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta U(t+1,n)))(p_l+$$
$$\tilde{V}(t+1,n-1)-\tilde{V}(t+1,n))\}+\tilde{V}(t+1,n)\geqslant$$
$$\max_{p_l\in P}\{n\bar{\lambda}\bar{F}(p_l+u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+1,n)))(p_l+$$
$$\tilde{V}(t+1,n-1)-\tilde{V}(t+1,n))\}+\tilde{V}(t+1,n)=$$
$$\tilde{V}(t,n).$$

其中:第1个不等式是由于假设在任意的$k = t+1, \cdots, T-1$期,有如下不等式成立:

$$V(k,n) \geqslant \tilde{V}(k,n);$$

第2个不等式是因为

$$[p_l + \tilde{V}(k+1,n-1) - \tilde{V}(k+1,n)]^+ \geqslant$$
$$p_l + \tilde{V}(k+1,n-1) - \tilde{V}(k+1,n);$$

第3个不等式是由定理3,在任意一期,有

$$U(t,n) \leqslant \tilde{U}(t,n),$$

所以$\bar{F}(p_l + u^{-1}(\beta U(t+1,n))) \geqslant \bar{F}(p_l + u^{-1}(\beta\tilde{U}(t+1,n)))$. □

由定理4可以发现,面对策略乘客时,引入舱位控制后航空公司的期望收益将增加,说明实行舱位控制可以缓解乘客策略行为对航空公司期望收益的影响.

在乘客具有策略行为时,航空公司实行舱位控制策略的实质是通过关闭舱位,使乘客延后购买. 因为关闭舱位使得销售周期相对减少,所以供大于求和供小于求下均可能使机票产生配给. 对于乘客而言,配给造成了购买时间的稀缺(意味着有可能购买不到机票),改变了预期的估计,不得不增加到达市场后购买机票的意愿,所以乘客的期望效用减少,即$U(t,n) \leqslant \tilde{U}(t,n)$. 对于航空公司而言,乘客到达后购买意愿的增加有助于在销售机票过程中降低不确定性,从而提高期望收益,即$V(t,n) \geqslant \tilde{V}(t,n)$.

4 算例分析

本节通过数值模拟来分析CS策略下最优价格的性质以及CS策略的有效性. 基本参数假设如下:

类似于文献[17],假定乘客的保留价分布为静态的指数函数,即

$$F(X) = \mathrm{e}^{-X/\mu}.$$

其中μ表示乘客愿意支付航空公司的平均价格,假设$\mu = 0.6$. 对机票价格进行归一化处理,假设

$$P = \{1, 0.8, 0.6, 0.4\},$$

即$p_1 = 1, p_2 = 0.8,\ p_3 = 0.6, p_4 = 0.4$. $T = 1\,000$, $N = 100$,且$\bar{\lambda} = 0.000\,1$. 令$u(X-p) = X-p$. 定义$Z_n^{p_i,p_j}$为最优价格的时间阈值,表示当n个乘客未购买机票时,最优价格由p_i转换到p_j时的临界时间,$p_i, p_j \in P$,且$p_i \neq p_j$. 利用模型的求解方法,运用Matlab2015a编程,得到的结果如下.

4.1 CS策略下的最优时间阈值

首先,假设$\beta = 1, Y = 50$. 在不同n取值下,可得到最优时间阈值如表1所示($n \geqslant 50$,因为已销售的机票数不能大于航空公司的机票数).

表1 $\beta = 1$时的最优时间阈值

n	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$Z_n^{p_1,p_2}$	307	290	274	260	248	236	229	220	217	215
$Z_n^{p_2,p_3}$	533	523	507	490	476	454	443	436	433	430
$Z_n^{p_3,p_4}$	879	865	843	831	817	803	794	783	779	776

由表1可以看到,n越大,$Z_n^{p_i,p_j}$越小,表明未购买机票的乘客人数越多,航空公司越应更早采用低价策略. 因为n越大,表明相对供大于求,航空公司必须提前降价以增加乘客的购买意愿,减少未来剩余大量机票的风险.

假设$n = 100, Y = 50$. 在不同β取值下,可得到最优时间阈值如表2所示.

由表2可以看到,如果β越大,则航空公司越应更早地采用低价策略. 因为β越大,表明乘客未来购买机票的期望效用越大,相对更愿意等待至未来购买,使航空公司未来降价失去了意义,故必须提前降价,以期更早卖出机票.

表2 $n = 100$时的最优时间阈值

β	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$Z_{100}^{p_1,p_2}$	268	257	248	340	233	227	222	218	215	213	210
$Z_{100}^{p_2,p_3}$	481	471	462	454	447	441	436	432	429	427	425
$Z_{100}^{p_3,p_4}$	826	816	807	799	792	786	781	777	774	772	771

4.2 最优时间阈值和期望收益的比较

为了更好地分析CS策略的有效性,将CS策略的收益与其他两种情况作比较,定义:

情况A　乘客不具有策略行为,航空公司采用动态定价;

情况B　乘客具有策略行为,航空公司同时进行舱位控制和动态定价决策,即CS策略;

情况C　乘客具有策略行为,航空公司不采用舱位控制,只对机票进行动态定价,即NCS策略.

在情况A下,航空公司的期望收益[18]为

$$V'(t,n) = \max_{p_i\in P}\{n\bar{\lambda}\bar{F}(p_i)[p_i + V'(t+1,n-1) - V'(t+1,n)]\} + V'(t+1,n);$$

情况B和情况C下,航空公司的期望收益分别为式(6)和(10). 保持基本参数不变,假设$N=100, Y=50, \beta=1$,初始状态$n=100$. 计算3种情况下的最优时间阈值,如表3所示.

表3　3种情况下的最优时间阈值

	$Z_{100}^{p_1,p_2}$	$Z_{100}^{p_2,p_3}$	$Z_{100}^{p_3,p_4}$
情况A	255	483	778
情况B	229	452	754
情况C	181	399	657

通过比较可以发现: 情况A的价格转换时间比情况B和情况C要大,表明若无策略等待行为,则航空公司降价的时间更晚. 同时,情况B的价格转换时间比情况C要小,表明与NCS策略下的最优定价相比,CS策略下航空公司采用高价的时间更多. 结合定理4可知,采用CS策略时航空公司可通过延迟使用低价来获取更多的收益.

不同供应水平下3种情况期望收益的比较如下.

假设$N=100, \beta=1$. 定义α为航空公司的供应水平,即$\alpha=Y/N$. 在100个供应水平下得到3种策略的期望收益,结果如图1所示.

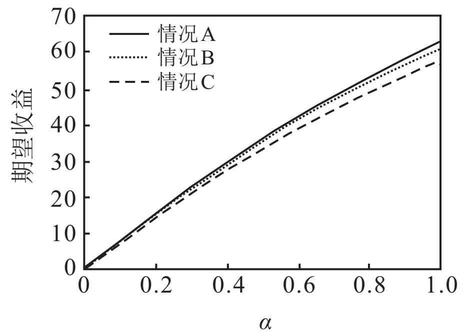

图1　不同供应水平下3种情况期望收益的比较

由图1可以看出:

1) 情况B的期望收益总是大于情况C,但总是小于情况A. 表明舱位控制策略可以缓解乘客的策略行为,但不能完全消除其影响.

2) 在供小于求的情况下(供应水平小于1),随着供应水平α的增加,情况B和情况C收益的绝对差也增加;供大于求的情况下(供应水平为1),情况B和情况C收益的绝对差减小. 表明供小于求的情况下,供应水平越高,舱位控制缓解策略行为的效果越明显.

不同β取值下3种策略期望收益的比较如下.

在100个β取值下得到3种策略的期望收益,结果如图2和图3所示. 其中:在图2中假设$N=Y=100$(供大于求),在图3中假设$N=150, Y=100$(供小于求).

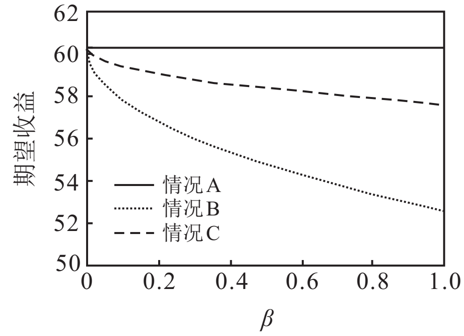

图2　供大于求下3种情况期望收益的比较

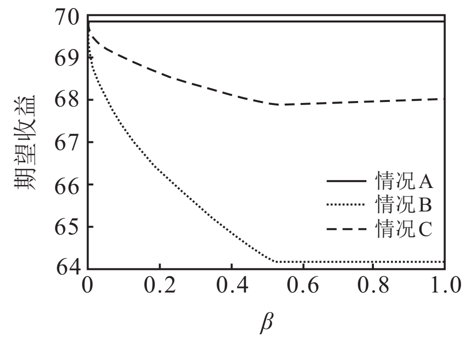

图3　供小于求下3种情况期望收益的比较

通过比较可以看出,在两种需求状态下,随着乘客策略程度β增加,情况B和情况C期望收益的绝对差也增加. 说明乘客策略程度越大,舱位控制策略越有效.

5 结　论

本文在乘客具有策略行为的假设下,将动态控制舱位开放作为策略,研究了航空公司舱位控制下的动态定价策略,并分析了其有效性. 通过构建多周期动态规划模型,本文分析了航空公司开放舱位的条件和最优定价满足的关系. 同时,比较发现,舱位控制策略通过控制销售期,减少乘客未来等待的效用,以获得更大的期望收益,可以缓解乘客策略等待行为对航空

公司期望收益的影响. 最后,通过算例分析了CS策略下航空公司定价和收益的性质,并验证了CS策略的有效性,结果表明:

1) 如果未购买机票的乘客人数越多或乘客策略程度越大,则航空公司越应更早地使用低价策略.

2) 舱位控制策略可以缓解乘客的策略行为,但不能完全消除.

3) 在供大于求和供小于求的情况下,乘客策略程度越大,舱位控制缓解策略行为的效果越明显;特别地,在供小于求的情况下,供应水平越高,舱位控制策略越有效.

舱位控制策略在收益管理中应用广泛,操作简便. 本文的研究将进一步扩展缓解乘客策略行为机制的应用.

还有如下问题可继续深入研究:

1) 引入多航班,探讨竞争下航空公司舱位控制和动态定价的决策;

2) 可将舱位控制与其他的缓解策略相比较,分析各种缓解策略的有效程度和适用范围.

参考文献(References)

[1] Song Y, Zhao X. A newsvendor problem with boundedly rational strategic customers[J]. Int J of Production Research, 2017, 85(1): 365-380.

[2] Ye T, Sun H. Price-setting newsvendor with strategic consumers[J]. Omega, 2016, 63(3): 103-110.

[3] Yin R, Aviv Y, Pazgal A, et al. Optimal markdown pricing: implications of inventory display formats in the presence of strategic customers[J]. Management Science, 2009, 55(8): 1391-1408.

[4] Aflaki A, Feldman P, Swinney R. Choosing to be strategic: Implications of the endogenous adoption of forward-looking purchasing behavior on multiperiod pricing[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2016, 18(4): 345-368.

[5] Lai G, Debo L G, Sycara K. Buy now and match later: impact of posterior price matching on profit with strategic consumers[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2011, 25(1): 1-23.

[6] Aviv Y, Pazgal A. Optimal pricing of seasonal products in the presence of forward-looking consumers[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2008, 1(4): 1-21.

[7] Levin Y, McGill J. Optimal dynamic pricing of perishable items by a monopolist facing strategic consumers[J]. Production and Operations Management, 2009, 50(1): 128-143.

[8] Sun C J. Dynamic price dispersion in Bertrand—Edgeworth competition[J]. Int J of Game Theory, 2016, 52(3): 10-37.

[9] Bi G, Li L, Yang F, et al. Dynamic pricing based on strategic consumers and substitutes in a duopoly setting[J]. Discrete Dynamics in Nature & Society, 2014, 3(4): 1-9.

[10] Papanastasiou Y, Savva N. Dynamic pricing in the presence of social learning and strategic consumers[J]. Management Science, 2016, 47(3): 285-297.

[11] Jerath K, Netessine S, Veeraraghavan S K. Revenue management with strategic customers: Last-minute selling and opaque selling[J]. Management Science, 2010, 56(3): 430-448.

[12] Liu Q, Zhang D. Dynamic pricing competition with strategic customers under vertical product differentiation[J]. Management Science, 2013, 59(1): 84-101.

[13] Yan B, Ke C. Two strategies for dynamic perishable product pricing to consider in strategic consumer behavior[J]. Int J of Production Research, 2015, 12(3): 1-16.

[14] Kremer M, Mantin B, Ovchinnikov A. Dynamic pricing in the presence of strategic consumers: Theory and experiment[J]. Social Science Electronic Publishing, 2015, (8): 33-72.

[15] Varella R, Frazão J, Oliveira A. Dynamic pricing and market segmentation responses to low-cost carrier entry[J]. Transportation Research Part E: Logistics & Transportation Review, 2017, 98(1): 151-170.

[16] Dasu S, Tong C. Dynamic pricing when consumers are strategic: Analysis of posted and contingent pricing schemes[J]. European J of Operational Research, 2010, 201(1): 662-671.

[17] Josef B, Paat R. Dynamic pricing under a general parametric choice model[J]. Operations Research, 2012, 60(4): 965-980.

[18] Gallego G, Van Ryzin G J. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons[J]. Management Science, 1994, 40(3): 999-1020.

(责任编辑:曹洪武)