

一种绳牵引并联机器人系统控制律设计 及Lyapunov稳定性分析

王宇奇, 林麒[†], 王晓光, 刘骏

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361005)

摘要: 根据绳牵引并联机器人系统的耦合性和非线性,以6-DOF八绳牵引并联机器人(WDPR-8)系统为研究对象,设计一种基于系统动力学方程的PD控制律,并构造出一种李雅普诺夫函数;基于李雅普诺夫稳定性理论以及LaSalle定理对非线性并联控制系统进行稳定性分析,结果表明,WDPR-8支撑系统呈渐近稳定特性.针对用于风洞试验的飞机模型支撑,通过仿真实验验证所设计控制律的正确性和可行性.仿真结果表明,系统的控制性能好,可为实际应用提供依据.

关键词: 绳牵引并联机器人; 控制律; 李雅普诺夫函数; LaSalle定理

中图分类号: TP24

文献标志码: A

Design of control law of WDPR and Lyapunov stability analysis

WANG Yu-qi, LIN Qi[†], WANG Xiao-guang, LIU Jun

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: According to the coupling and nonlinearity of the wire-driven parallel robot(WDPR) system, and taking the 6-DOF WDPR-8 system as the research object, a PD control law is designed based on dynamic equations of the system, and a Lyapunov function is constructed according to the designed control law. The stability of nonlinear parallel control systems is analyzed based on the Lyapunov stability theory and LaSalle theorem. The results show that the system tends to be asymptotically stable. Finally, in the light of the support of the aircraft model for wind tunnel test, the correctness and feasibility of the designed control law is proved by the simulation experiments. The simulation results show that, the control performance of the system is good, which provides the basis for the practical application.

Keywords: WDPR; control law; Lyapunov function; LaSalle theorem

0 引言

绳(柔索)牵引并联机器人(WDPR)系统作为一种并联运动机构,具有结构简单、惯性小、工作空间大和运动速度快等优点,被广泛应用于机器人吊车、机械加工、天文望远镜等多个领域.在国外,有影响的绳牵引摄像机器人(如德国的Spidercam和美国的Skycam^[1])所牵引的相机可在体育场及音乐场的上空提供空中宽广的视野;在国内,科研人员对绳牵引并联机器人也展开了研究.文献[2]针对3-RRR柔性并联机器人残余振动主动控制问题提出了反馈控制器并进行了数值仿真;文献[3]针对柔索驱动的并联机器人,设计了一种将PI控制与Fuzzy控制相结合的

混合离散控制策略来实现柔索并联机器人的轨迹跟踪控制;文献[4]进行了六自由度柔索并联机器人的动力学建模和基于刚度增强的运动控制,设计了一种PD修正前馈控制器,实现了以刚度为目标的绳系张力优化分配;文献[5]提出了一种用于飞行器风洞试验的支撑机构模型,并采用PD控制进行了控制方面的研究.

6-DOF绳牵引并联机器人的设计方案一般属于过约束定位机构,且该设计方案具有较强的耦合性和非线性.对于这种机器人的末端执行器的姿态稳定控制,现有的方法中,线性化控制方法不利于实际应用,而非线性控制方法的控制律设计复杂,计算量大,

收稿日期: 2017-04-11; 修回日期: 2017-07-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11472234).

责任编辑: 方勇纯.

作者简介: 王宇奇(1983—),女,博士生,从事机电一体化控制的研究;林麒(1954—),女,教授,博士生导师,从事机电工程、并联机器人、风洞试验技术等研究.

[†]通讯作者. E-mail: lin-students@126.com

且无法确定系统是否稳定^[6].

针对以上问题,本文基于八绳牵引的并联机器人(WDPR-8)系统所设计的闭环控制律,构造一种李雅普诺夫函数,并结合李雅普诺夫理论及LaSalle定理验证系统的稳定性;以WDPR-8系统为例,进行仿真实验研究,以考察所设计的控制律的可行性.

1 系统描述

本文的研究对象为6-DOF八绳牵引的并联机器人(WDPR-8).该机器人系统由机架、工控机、电源子系统、驱动子系统、末端执行器、PMAC子系统、视觉子系统等组成.末端执行器为飞机模型,由8根绳牵引作3个平动自由度和3个转动自由度的六自由度运动.6-DOF绳牵引并联机器人WDPR-8系统的结构原理如图1所示.

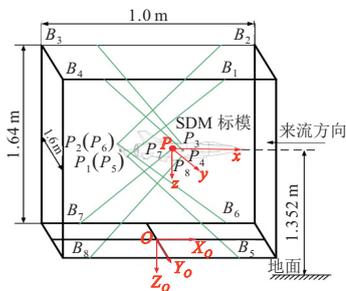


图1 WDPR-8系统结构

6-DOF绳牵引并联机器人WDPR-8的运动学关系如图2所示.

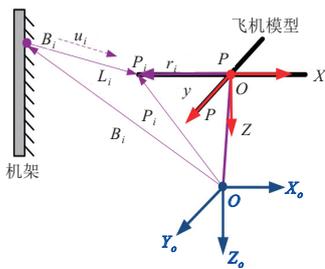


图2 WDPR-8运动学关系

图2中: P_i 为末端执行器飞机模型上的牵引点, B_i 为绳穿过滑轮的铰接点.设 $P_i = \overrightarrow{OP_i}$ 和 $B_i = \overrightarrow{OB_i}$,在静坐标系 $OX_oY_oZ_o$ 中,绳矢量 L_i 满足

$$L_i = X_P + R x_{P_i} - B_i. \quad (1)$$

其中: $X_P(X_P, Y_P, Z_P)$ 为动坐标系 $Pxyz$ 的原点 P 在静坐标系 $OX_oY_oZ_o$ 中的坐标, P 点为模型的质心; $x_{P_i}(i = 1, 2, \dots, 8)$ 为 P_i 点在动坐标系 $Pxyz$ 中的坐标; R 为动坐标系到静坐标系的旋转变换矩阵.若设第 i 根绳的长度为 $L_i(i = 1, 2, \dots, 8)$,则其表达式为

$$L_i = \sqrt{(X_P + R x_{P_i} - B_i)^T (X_P + R x_{P_i} - B_i)}. \quad (2)$$

其中: $B_i(X_{B_i}, Y_{B_i}, Z_{B_i})$ 为各铰链点 B_i 在静坐标系中的坐标.

设 X 为末端执行器飞机模型的位姿,末端执行器在 ox, oy 及 oz 方向作平动运动, ϕ, θ 和 ψ 分别是末端执行器的滚转角、俯仰角、偏航角,则 $X = (X_P, Y_P, Z_P, \phi, \theta, \psi)^T$, P 点的运动速度为 $v = (\dot{X}_P, \dot{Y}_P, \dot{Z}_P)^T$,绳长随时间变化率为 $\dot{L}_i(i = 1, 2, \dots, 8)$,飞行器模型的角速度矢量为 $\omega = (\omega_X, \omega_Y, \omega_Z)^T$,飞行器模型的运动速度矢量为 $\dot{X}_\omega = (\dot{X}_P, \dot{Y}_P, \dot{Z}_P, \omega_X, \omega_Y, \omega_Z)^T$.

由运动学原理以及式(2)可得

$$\dot{X}_\omega = \begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & H \end{bmatrix} \dot{X} = G \dot{X}, \quad (3)$$

$$\dot{L} = J \dot{X}_\omega = JG \dot{X}. \quad (4)$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & H \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ -\sin \theta & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2 驱动系统动力学模型

绳牵引并联机器人系统的驱动系统由电机、驱动器和滚珠丝杠组成.根据交流伺服电机的动态力矩平衡方程建立驱动系统的动力学方程

$$M_0 \ddot{\theta}_m + C_0 \dot{\theta}_m + \gamma_l = \gamma. \quad (5)$$

其中: $M_0 = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_8)$ 为等效到驱动器的惯性矩阵; $C_0 = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_8)$ 为等效到驱动器的粘性摩擦系数矩阵; $\theta_m = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_8]^T$ 为伺服电机的转角; $\gamma_l = \mu T$ 为绳拉力产生的负载力矩, γ 为驱动器的输出力矩向量, $\mu = h/2\pi$ 为传动系数, h 为滚珠丝杠导程, T 为绳拉力矢量.

由滚珠丝杠的传动原理可得

$$s = h \cdot \theta_m / 2\pi. \quad (6)$$

其中: θ_m 为电机的转角; s 为滑块移动的距离,即绳长 L 的变化量,由此可以得出位姿是最终控制的变量.对方程(6)两边同时求导,可以得出

$$(h/2\pi) \cdot (d\theta_m/dt) = ds/dt; \quad (7)$$

$$\dot{L} = \mu \cdot \dot{\theta}_m, \ddot{L} = \mu \cdot \ddot{\theta}_m. \quad (8)$$

为保证飞机模型的位姿能够稳定在期望位姿上,控制飞机平台的稳定性,且能够实时地修正飞机模

型实际位姿与期望位姿之间的误差,建立绳长与电机转角之间的跟踪误差。

由于 $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{JG}\dot{\mathbf{X}} = \mu \cdot \dot{\boldsymbol{\theta}}_m$, 根据上式设 $\dot{\mathbf{L}}_{mt}$ 、 $\dot{\mathbf{L}}_{ma}$ 分别为理论绳速度、实际绳速度, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{mt}$ 、 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma}$ 分别为理论转角速度、实际转角速度, 得出

$$\dot{\mathbf{L}}_{mt} - \dot{\mathbf{L}}_{ma} = \mu(\dot{\boldsymbol{\theta}}_{mt} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma}). \quad (9)$$

绳长误差 $\Delta \mathbf{L}$ 与电机转角误差 $\Delta \boldsymbol{\theta}$ 的关系为

$$\Delta \dot{\mathbf{L}} = \mu \cdot \Delta \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (10)$$

即 $\Delta \mathbf{L}$ 与 $\Delta \boldsymbol{\theta}$ 之间的关系为

$$\Delta \dot{\boldsymbol{\theta}} = (1/\mu)\mathbf{JG}\Delta \dot{\mathbf{X}}, \quad (11)$$

$$\Delta \ddot{\boldsymbol{\theta}} = (\mu)(\mathbf{JG}\Delta \ddot{\mathbf{X}} + \dot{\mathbf{J}}\mathbf{G}\Delta \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{JG}\Delta \ddot{\mathbf{X}}), \quad (12)$$

其中 \mathbf{J} 为雅可比矩阵。

3 控制律设计

6-DOF绳牵引并联机器人系统是一个复杂的多输入多输出系统。当控制系统是开环控制时,不能对飞机姿态进行实时修正。为解决这个问题,针对绳牵引并联机器人系统,建立绳牵引并联机器人系统的闭环控制计算流程图,如图3所示。

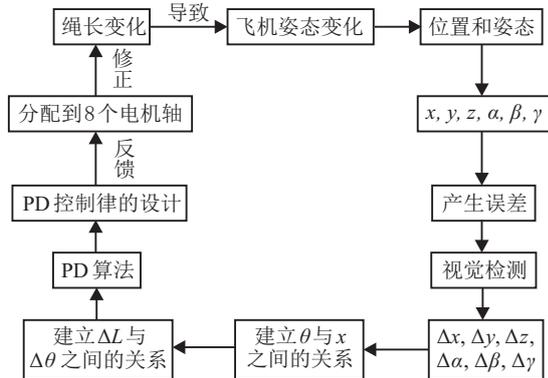


图3 闭环控制的计算

为了得到可信的空气动力测量值,保证准确的飞机姿态,对系统进行控制律的设计。PD控制律已经成为应用最为广泛的控制律设计方法,因此对绳牵引并联机器人采用PD控制律的设计方法。根据闭环控制的计算流程图,基于并联机器人的动力学模型,引入动力学补偿,将运动学控制策略与动力学控制策略结合起来,将驱动器的输出力矩 $\boldsymbol{\gamma}$ 作为控制律,即

$$\boldsymbol{\gamma} = (\mathbf{J}^T)^+([\mathbf{K}_p(\mathbf{X}_d - \mathbf{X}) + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{X}}_d - \dot{\mathbf{X}})] - 2\mu(\mathbf{J}^T)^+(\mathbf{M}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{N}) + \mu(\mathbf{J}^T)^+(\mathbf{w}_g + \mathbf{w}_e)). \quad (13)$$

其中: $\mathbf{M}(\mathbf{X})$ 为飞机模型惯性矩阵; $\mathbf{K}_p = \text{diag}(K_{p1}, K_{p2}, K_{p3}, K_{p4}, K_{p5}, K_{p6})$ 为比例控制系数; $\mathbf{K}_d = \text{diag}(K_{d1}, K_{d2}, K_{d3}, K_{d4}, K_{d5}, K_{d6})$ 为微分控制系

数; \mathbf{N} 为非线性哥氏离心矩阵; \mathbf{X}_d 为飞机期望位姿; $\mathbf{w}_g = (0, 0, mg, 0, 0, 0)^T$ 为飞机模型的重力向量; $\mathbf{w}_e = [\mathbf{f}_e, \boldsymbol{\gamma}_e]^T$ 为飞机模型所受空气动力载荷。

4 系统的稳定性分析

为了证明所设计的控制律满足设定的跟踪轨迹,对系统进行稳定性分析。李雅普诺夫函数方法是研究非线性系统的基本方法,广泛地应用在各种稳定性分析控制中^[7-10]。因此采用李雅普诺夫第二法来判别系统平衡态稳定性。

4.1 构造李雅普诺夫函数

所构造的李雅普诺夫函数基于状态方程、运动学及动力学原理,即

$$\begin{aligned} V = & (1/2)[\dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma}^T \mathbf{M}_0 \dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma} + \dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{M}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{X}} + \\ & (\boldsymbol{\theta}_{mt} - \boldsymbol{\theta}_{ma})^T \mathbf{C}_0 (\boldsymbol{\theta}_{mt} - \boldsymbol{\theta}_{ma})] + \\ & (1/\mu)(\mathbf{X}_d - \mathbf{X})^T \mathbf{K}_p (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}). \end{aligned} \quad (14)$$

由于 \mathbf{M}_0 、 \mathbf{C}_0 、 \mathbf{K}_p 均为对称阵,且其所有特征值均大于零,它们均为正定矩阵。式(14)中,由于 $\mathbf{M}(\mathbf{X})$ 包含变量,唯一需要的是对 $\mathbf{M}(\mathbf{X})$ 进行正定的判定,即

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} (m\mathbf{I})_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{G3 \times 3} \mathbf{H} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

其中: $\mathbf{A} = (m\mathbf{I})_{3 \times 3}$ 为对角阵,且其特征值大于零, \mathbf{A} 为正定矩阵, m 为飞机模型的质量。在式 $\mathbf{B} = \mathbf{A}_{G3 \times 3} \mathbf{H}$ 中, $\mathbf{A}_{G3 \times 3}$ 为对角正定矩阵, \mathbf{H} 为正定矩阵,因此 \mathbf{B} 为正定矩阵,由此判定式(15)为正定矩阵,即

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

经过分析和验证可知,函数 $V > 0$, 因此函数 V 正定。式(14)中 $\boldsymbol{\theta}_{mt}$ 、 \mathbf{X}_d 、 μ 均为常量。

4.2 函数 V 对时间 t 的一阶导

函数 V 满足正定的要求,对其求时间 t 的一阶导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma}^T \mathbf{M}_0 \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{ma} + \dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{M}(\mathbf{X}) \ddot{\mathbf{X}} + \\ & (\boldsymbol{\theta}_{mt} - \boldsymbol{\theta}_{ma})^T \mathbf{C}_0 (\boldsymbol{\theta}_{mt} - \boldsymbol{\theta}_{ma})' + \\ & (2\mu)(\mathbf{X}_d - \mathbf{X})^T \mathbf{K}_p (\mathbf{X}_d - \mathbf{X})' + \\ & (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (17)$$

令 $\mathbf{D} = \boldsymbol{\theta}_{mt} - \boldsymbol{\theta}_{ma} = \Delta \boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{F} = \mathbf{X}_d - \mathbf{X} = \Delta \mathbf{X}$, 则式(17)简化成

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma}^T \mathbf{M}_0 \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{ma} - \mathbf{D}^T \mathbf{C}_0 \dot{\boldsymbol{\theta}}_{ma} + \dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{M}(\mathbf{X}) \ddot{\mathbf{X}} + \\ & (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{X}} - (2/\mu)\mathbf{F}^T \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (18)$$

4.3 判定函数 \dot{V} 负定性

末端执行器的动力学方程为

$$M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) - \mathbf{w}_g - \mathbf{w}_e = -\mathbf{J}^T \mathbf{T}. \quad (19)$$

1) 将式(5)、(13)以及(19)代入(17)中,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{\theta}_{ma}^T [(J^T)^+ ([K_p(\mathbf{X}_d - \mathbf{X}) + K_d(\dot{\mathbf{X}}_d - \dot{\mathbf{X}}))] - \\ & 2\mu(J^T)^+ (M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + N) + \\ & \mu(J^T)^+ (\mathbf{w}_g + \mathbf{w}_e) - \mu\mathbf{T} - C_0\dot{\theta}_{ma}] + \\ & \dot{\mathbf{X}}^T [-\mathbf{J}^T \mathbf{T} + \mathbf{w}_g + \mathbf{w}_e - N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})] + \\ & (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{M}(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}} - (2/\mu)\mathbf{F}^T K_p \dot{\mathbf{X}} - \\ & (\Delta\theta)^T C_0 \dot{\theta}_{ma}. \end{aligned} \quad (20)$$

2) 通过等式 $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}\mathbf{G}\dot{\mathbf{X}}$, $\dot{\mathbf{L}} = \mu \cdot \dot{\theta}_m$, $\dot{\theta}_m = (1/\mu)\mathbf{J}\mathbf{G}\dot{\mathbf{X}}$, $\ddot{\theta} = (1/\mu)(\dot{\mathbf{J}}\mathbf{G}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{J}\dot{\mathbf{G}}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{J}\mathbf{G}\ddot{\mathbf{X}})$ 对式(20)进一步化简,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{\theta}_{ma}^T [(J^T)^+ (K_p \Delta \mathbf{X} - K_d \dot{\mathbf{X}})] - \\ & \mu \dot{\theta}_{ma}^T (J^T)^+ (\mathbf{w}_g + \mathbf{w}_e - \mathbf{J}^T \mathbf{T}) + \\ & \dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{G}^T \mathbf{J}^T [(J^T)^+ \mathbf{J}^T - \mathbf{I}_{8 \times 8}] \mathbf{T} + \\ & \dot{\mathbf{X}}^T M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} - (2/\mu)(\Delta \mathbf{X})^T K_p \dot{\mathbf{X}} - \\ & (\dot{\theta}_{ma}^T + (\Delta\theta)^T) C_0 \dot{\theta}_{ma} + (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{M}(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (21)$$

由于 $\mathbf{J}^T (\mathbf{J}^T)^+ = \mathbf{I}_{6 \times 6}$, 式(21)化简可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (2/\mu)\dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{G}^T K_p \Delta \mathbf{X} - (2/\mu)\dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{G}^T K_d \dot{\mathbf{X}} - \\ & \dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{G}^T (M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})) + \\ & \dot{\mathbf{X}}^T M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} - (2/\mu)(\Delta \mathbf{X})^T K_p \dot{\mathbf{X}} - \\ & (\dot{\theta}_{ma}^T + (\Delta\theta)^T) C_0 \dot{\theta}_{ma} + (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{M}(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (22)$$

3) 为了证明绳牵引并联机器人系统在平衡状态的渐近稳定性, \mathbf{G}^T 在平衡点为 $\mathbf{G}^T = \mathbf{I}_{6 \times 6}$, 式(22)可化简为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & (2/\mu)\dot{\mathbf{X}}^T K_p \Delta \mathbf{X} - \dot{\mathbf{X}}^T N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) - \\ & (2/\mu)(\Delta \mathbf{X})^T K_p \dot{\mathbf{X}} - (\Delta\theta)^T C_0 \dot{\theta}_{ma} - \\ & \dot{\theta}_{ma}^T C_0 \dot{\theta}_{ma} - (2/\mu)\dot{\mathbf{X}}^T K_d \dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (23)$$

由于 $\dot{\mathbf{X}}^T K_p \mathbf{X}_d - \mathbf{X}_d^T K_p \dot{\mathbf{X}} = 0$ 且 $\dot{\mathbf{X}}^T K_p \dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}^T K_p \mathbf{X} = 0$, 式(23)的最终化简结果为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\dot{\mathbf{X}}^T N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) - (\Delta\theta)^T C_0 \dot{\theta}_{ma} - \\ & \dot{\theta}_{ma}^T C_0 \dot{\theta}_{ma} - (2/\mu)\dot{\mathbf{X}}^T K_d \dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (24)$$

4) 当 $\dot{\theta}_{ma} \neq 0$, $\Delta\theta \neq 0$ 时, \dot{V} 是一个负定矩阵, 即 $\dot{V} < 0$, 表明了系统的渐近稳定性. 但是当 $\dot{\theta}_{ma} = 0$

时, 动力学系统变为降阶系统, 则 $\dot{V} = 0$. 为了验证 $\dot{\theta}_{ma} = 0$, 假设 $\dot{\theta}_{ma} = 0$, $\ddot{\theta}_{ma} = 0$, 式(13)和(5)变为

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = & (1/\mu)(\mathbf{J}^T)^+ [K_p(\mathbf{X}_d - \mathbf{X}) + K_d(-\dot{\mathbf{X}})] - \\ & (\mathbf{J}^T)^+ (M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) - \mathbf{J}^T \mathbf{T}). \end{aligned} \quad (25)$$

将式(25)代入到(19)中, 化简可得

$$\begin{aligned} M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) = \\ (1/\mu)[K_p(\mathbf{X}_d - \mathbf{X}) - K_d \dot{\mathbf{X}}]. \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)是原系统的降阶子系统, 从式(26)中可以看出, 当 $\dot{\theta}_{ma} = 0$ 时, $\dot{V} = 0$, 基于LaSalle定理可以得出运动收敛于最大不变集. 为了验证 $\dot{\mathbf{X}}$ 趋于零, 则要证明式(26)的降阶子系统是渐近稳定的. 选取降阶子系统的李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_1 = & (1/2)[\dot{\mathbf{X}}^T M(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}} + \\ & (\theta_{mt} - \theta_{ma})^T C_0 (\theta_{mt} - \theta_{ma})] + \\ & (1/\mu)(\mathbf{X}_d - \mathbf{X})^T K_p (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}). \end{aligned} \quad (27)$$

对式(27)求一阶导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \dot{\mathbf{X}}^T M(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{M}(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}} - \\ & (\theta_{mt} - \theta_{ma})^T C_0 \dot{\theta}_{ma} - \\ & (2/\mu)(\mathbf{X}_d - \mathbf{X})^T K_p \dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (28)$$

将式(26)代入(28)中, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\dot{\mathbf{X}}^T N(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) - (2/\mu)(\mathbf{X}_d - \mathbf{X})^T K_p \dot{\mathbf{X}} + \\ & \dot{\mathbf{X}}^T ((1/\mu)[K_p(\mathbf{X}_d - \mathbf{X}) - K_d \dot{\mathbf{X}}]) - \\ & (\theta_{mt} - \theta_{ma})^T C_0 \dot{\theta}_{ma} + (1/2)\dot{\mathbf{X}}^T \dot{M}(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}}. \end{aligned} \quad (29)$$

将式(29)化简并将 $\dot{\theta}_{ma} = 0$ 代入可得

$$\dot{V}_1 = (-1/\mu)\dot{\mathbf{X}}^T K_d \dot{\mathbf{X}}. \quad (30)$$

5) 因此 $\dot{V}_1 \leq 0$, 降阶子系统渐近稳定, $\dot{\mathbf{X}}$ 趋近于零. 同时, 可知当 $\dot{V} = 0$ 时, $\dot{\theta}_{ma} = 0$, $\dot{\mathbf{X}} = 0$. 故可得出原系统渐近稳定且所设计的控制律可行.

5 系统仿真实验

基于并联机器人系统所建立的动力学模型, 对所设计的控制律进行仿真实验, 以检验所设计控制律的正确性及可行性, 实验预期的控制精度要求为 $\pm 0.1^\circ$, 电机角速度的跟踪误差精度预期为 ± 1 rad/s.

5.1 建立仿真结构图及状态方程

将所设计的控制律代入到整体动力学方程, 可得

$$\mathbf{K}_1 \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}_3 \mathbf{X} = \mathbf{K}_4, \quad (31)$$

$$\mathbf{K}_1 = -\mathbf{M} - (1/\mu^2) \cdot \mathbf{J}^T \mathbf{M}_0 \mathbf{J} \mathbf{G}, \quad (32)$$

$$K_2 = (-1/\mu^2)(J^T M_0 J \dot{G} + J^T M_0 J \dot{G} + J^T C_0 J G + \mu K_d), \quad (33)$$

$$K_3 = (-1/\mu) K_p, \quad (34)$$

$$K_4 = (-1/\mu) K_p X_d + (-1/\mu) K_d \dot{X}_d + N. \quad (35)$$

根据动力学方程建立状态方程,将 $\ddot{\theta}_m$ 和 $\dot{\theta}_m$ 替换成 X ,令 $X_1 = X, X_2 = \dot{X}, \theta_1 = \theta_m$,则所建立的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 8} \\ -K_1^{-1} K_3 & -K_1^{-1} K_2 & 0_{6 \times 8} \\ 0_{8 \times 6} & (1/\mu) J G & 0_{8 \times 8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{6 \times 1} \\ K_1^{-1} K_4 \\ 0_{8 \times 1} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

5.2 模型俯仰运动仿真

为了验证并联机器人系统所建立的动力学方程以及所选控制律的有效性,使用Matlab软件对控制模型进行仿真实验.采用Ode45函数对并联机器人系统模型进行仿真求解.在图1的支撑系统中,飞机连接点 P_i 和滑轮铰接点 B_i 的位置如表1所示.

表1 P_i 点和 B_i 点的位置

符号	坐标点	符号	坐标点
P_1	$(30, 19, -19)^T$	B_1	$(472, 815, -129)^T$
P_2	$(30, 19, -19)^T$	B_2	$(515, 772, -129)^T$
P_3	$(-17, -26, 0)^T$	B_3	$(-472, -815, -129)^T$
P_4	$(-17, 26, 0)^T$	B_4	$(-515, 772, -129)^T$
P_5	$(-17, 26, 0)^T$	B_5	$(-472, 815, -90)^T$
P_6	$(30, 19, 19)^T$	B_6	$(515, 772, -90)^T$
P_7	$(30, -19, 19)^T$	B_7	$(-472, -815, -90)^T$
P_8	$(-17, -26, 0)^T$	B_8	$(-515, -772, -90)^T$

WDPR-8所用牵引绳的材料为316L钢丝绳,直径 $d = 0.5 \text{ mm}$,绳的最大拉力 $T_{\max} = 166 \text{ N}$,最大拉伸强度 $\sigma_{\max} = 846 \text{ Mpa}$,弹性模量 $E = 80 \text{ Gpa}$.飞机模型的质心位置为 $P = (0, 0, -582)^T$.以飞机模型作俯仰运动为例,比例增益和微分增益分别是 $K_p = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 50, 0)$ 和 $K_d = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 20, 0)$,采样间隔为 0.2 s ,运动规律为 $X_{\text{pitch}} = 0.07 \sin(2.5t)$,俯仰运动仿真结果如图4~图7所示.

从图4~图7可知:在3个周期内,模型俯仰角运动的跟踪误差在 $(-0.025^\circ \sim 0.025^\circ)$ 内;8个电机的实际角速度及8根绳长随时间的变化都保持在一定的范围内,电机转角速度的跟踪误差基本在 $(-0.1 \sim 0.1) \text{ rad/s}$.仿真结果表明,所设计的控制律是正确的,满足系统的动力学方程,且系统是稳定的,控制精度是可靠的.

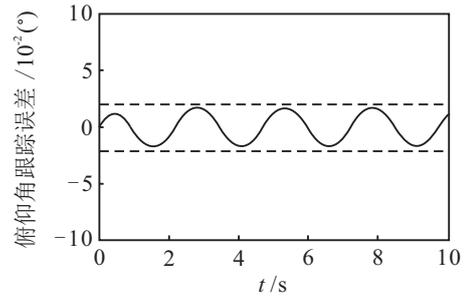


图4 俯仰角跟踪误差变化

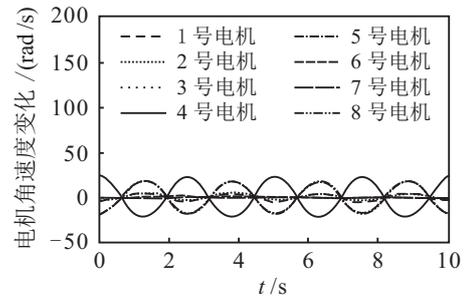


图5 8个电机的实际角速度变化(俯仰运动)

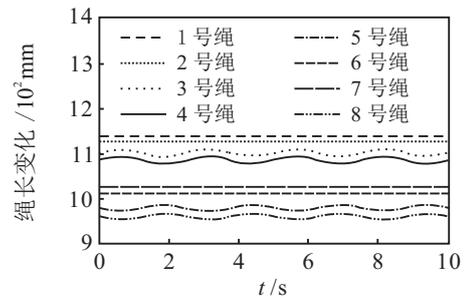


图6 8根绳长随时间变化(俯仰运动)

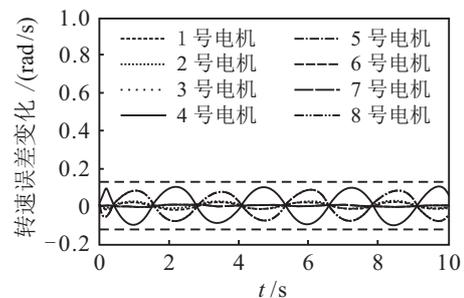


图7 8个电机转角速度误差变化(俯仰运动)

5.3 模型复合运动仿真

以飞机模型作俯仰、滚转、偏航运动为例,基本参数如5.2节所示,仿真结果如图8~图11所示.比例增益和微分增益分别是 $K_p = \text{diag}(0, 0, 0, 95, 80, 180)$ 和 $K_d = \text{diag}(0, 0, 0, 25, 22, 40)$,采样间隔的时间同上,运动规律为 $X_{\text{pitch}} = 0.07 \sin(2.5t), X_{\text{roll}} = 0.07 \sin(2.5t), X_{\text{yaw}} = 0.07 \sin(2.5t)$.

通过复合运动仿真,从图8~图11可得出:俯仰角、滚转角、偏航角的跟踪误差在 $(-0.05^\circ \sim 0.05^\circ)$ 内;8个电机的实际角速度及8根绳长随时间的变化都保持在一定的范围内,8个电机转角速度误差在

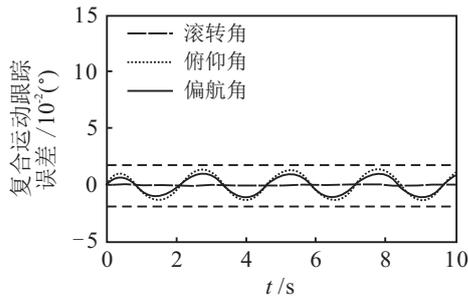


图8 复合运动跟踪误差变化

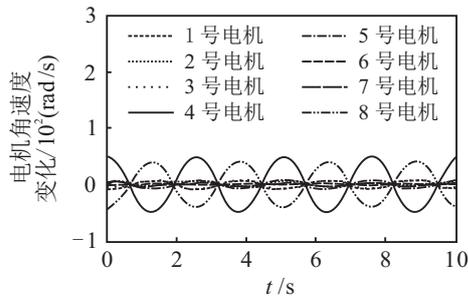


图9 8个电机的实际角速度变化(复合运动)

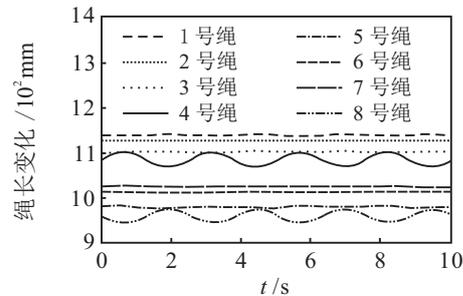


图10 8根绳长随时间变化(复合运动)

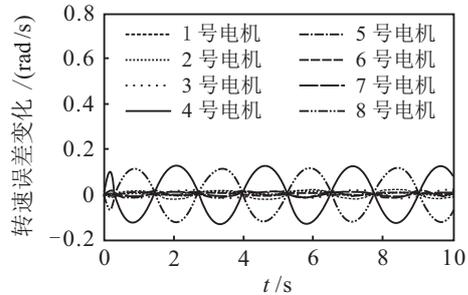


图11 8个电机转角速度误差变化(复合运动)

($-0.2 \sim 0.2$) rad/s. 仿真实验表明,系统是稳定的,建立的模型可用,控制律效果良好,满足设计要求.

6 结论

本文针对6-DOF绳牵引并联机器人,设计了闭环控制律,并构造了一种李雅普诺夫函数,基于李雅普诺夫稳定性理论,对绳牵引并联机器人系统进行稳定性分析,其主要贡献在于:1)建立绳长误差与电机转角误差之间的关系,为补偿系统误差提供依据,并为修正误差奠定了良好的基础;2)基于李雅普诺夫理论以及LaSalle定理对控制系统进行稳定性分析,结果表明控制律效果良好,系统趋于渐近稳定;3)对

绳牵引并联机器人进行仿真分析,仿真结果表明绳牵引并联机器人运行准确,控制性能良好;4)本文为调节电流、电压以及控制末端执行器姿态的准确性提供了参考数据,对绳牵引并联机器人深层次的研究以及控制决策具有重要意义.

参考文献(References)

- [1] Cone L L. Skycam an aerial robotic camera system[J]. BYTE, 1985(10): 122-131.
- [2] 张清华,张宪民.平面3-RRR柔性并联机器人残余振动主动控制[J].农业机械学报,2013,44(2): 232-237. (Zhang Q H, Zhang X M. Active control of residual vibration of 3-RRR flexible parallel manipulator[J]. Trans of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(2): 232-237.)
- [3] 訾斌,朱真才,杜敬利.柔索驱动并联机器人运动控制研究[J].振动与冲击,2009,28(9): 48-52. (Zi B, Zhu Z C, Du J L. Motion control of a cable-driven parallel manipulator[J]. J of Vibration and Shock, 2009, 28(9): 48-52.)
- [4] 刘欣,仇原鹰,盛英.风洞试验绳牵引冗余并联机器人的刚度增强与运动控制[J].航空学报,2009,30(6): 1156-1164. (Liu X, Qiu Y Y, Sheng Y. Stiffness enhancement and motion control of a 6-DOF wire-driven parallel manipulator with redundant actuators for wind tunnels[J]. Acta Aeronauticae Astronautica Sinica, 2009, 30(6): 1156-1164.)
- [5] 王晓光,王义龙,林麒,等.风洞试验绳牵引并联机器人高精度控制仿真[J].动力学与控制学报,2016,14(5): 475-480. (Wang X G, Wang Y L, Lin Q, et al. High precision control of wire-driven parallel robot in wind tunnel test[J]. J of Dynamics and Control, 2016, 14(5): 475-480.)
- [6] 殷春武,候明善.姿态变化一致有界的姿态稳定控制器设计[J].控制与决策,2016,31(8): 1493-1498. (Yin C W, Hou M S. Attitude stability controller design under attitude uniformly bounded[J]. Control and Decision, 2016, 31(8): 1493-1498.)
- [7] Hu T, Lin Z. Composite quadratic Lyapunov functions for constrained control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(3): 440-445.
- [8] Nersesov S G, Haddad W M. On the stability and control of nonlinear dynamical systems via vector Lyapunov functions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(2): 203-215.
- [9] Hua C C, Li C H, Lee C S. Control analysis of an active power filter using Lyapunov candidate[J]. IET Power Electron, 2009, 2(4): 325-334.
- [10] Demarco C L, Canizares C A. A vector energy function approach for security analysis of AC/DC systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, 7(3): 1001-1011.