

# 基于斐波那契树优化算法的切削参数多方案优化方法

王霞<sup>1,2</sup>, 吕丹桔<sup>1</sup>, 董易<sup>1</sup>, 王耀民<sup>1</sup>, 李鹏<sup>1</sup>, 吴海锋<sup>2</sup>, 施心陵<sup>1†</sup>

(1. 云南大学 信息学院, 昆明 650500; 2. 云南民族大学 电气信息工程学院, 昆明 650500)

**摘要:** 针对切削参数优化问题,以生产成本最小化为优化目标,基于斐波那契法最优化原理与黄金分割法,提出斐波那契树优化算法(FTO)进行优化求解.该算法通过全局探索与局部寻优交替进行,达到快速收敛到全局最优解的目的,避免陷入局部最优;通过设置距离参数保留多个有价值的全球最优解和局部最优解,可以一次性得到多个全局最优的优化设计方案.8个典型多峰函数的测试结果表明,FTO算法具有较强的全局寻优能力和较高的寻优精度.利用FTO算法对切削参数进行优化,仿真结果表明,所提出算法能够找到多个满足约束条件的切削参数优化结果.采用多方案优化方法不仅能一次性得到多个生产成本最低的最优解,还能给出切削参数的优化组合取值.多方案优化方法使优化算法应用于工程优化问题具有现实意义.

**关键词:** 切削参数优化; 生产成本; 斐波那契树优化算法; 多方案优化

中图分类号: TP391; TG5

文献标志码: A

## Cutting parameters multi-scheme optimization based on Fibonacci tree optimization algorithm

WANG Xia<sup>1,2</sup>, LYU Dan-ju<sup>1</sup>, DONG Yi<sup>1</sup>, WANG Yao-min<sup>1</sup>, LI Peng<sup>1</sup>, WU Hai-feng<sup>2</sup>, SHI Xin-ling<sup>1†</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Yunnan University, Kunming 650500, China; 2. School of Electrical and Information Technology, Yunnan Minzu University, Kunming 650500, China)

**Abstract:** Aiming at the optimization of cutting parameters, the Fibonacci tree optimization(FTO) algorithm based on the Fibonacci optimization principle and golden section method is proposed by taking minimal production cost as goal. Global search and local optimization are alternately executed to make sure the global optimal solution converge rapidly, avoiding obtaining partial optimal solutions only. The distance parameter is set to retain multiple valuable global optimal solutions and partial optimal solutions, which can provide a multiple global optimal scheme at one time. Test results of eight typical multimodal functions show that the FTO algorithm has strong ability of global optimization and high accuracy. Cutting parameters are optimized using the FTO algorithm. Simulation results show that the proposed algorithm can provide a plurality of optimal results of cutting parameters that meet the multi-constrain. Multi-scheme optimization can provide multiple optimal solution of minimum production cost at one time and optimum combination of cutting parameter values, and it has great real meaning to apply the multi-scheme optimization to engineering optimization problem.

**Keywords:** cutting parameters optimization; production cost; Fibonacci tree optimization algorithm; multi-scheme optimization

## 0 引言

数控加工制造的生产成本、生产效率和产品质量都与切削参数的选择息息相关,合理的切削参数可以降低生产成本、提高生产效率、提高零件产品质量.在实际加工过程的约束条件下,以降低生产

成本或提高生产效率为目标,对切削参数进行优选,便是切削参数优化问题<sup>[1-3]</sup>.显然,对切削参数优化问题进行研究具有重要的理论价值和应用价值.然而,目前大多数工厂在选择切削参数时仅凭借经验或参考相关手册,往往难以有效降低生产成本.也有学者

收稿日期: 2017-04-26; 修回日期: 2017-09-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61364024,61662089); 云南省自然科学基金重点项目(2013FA008); 云南省高校科技创新团队支持计划项目; 云南省第十七批中青年学术和技术带头人项目(2014HB019).

责任编委: 孙秋野.

作者简介: 王霞(1985—),女,讲师,博士生,从事智能优化算法的研究; 施心陵(1956—),男,教授,博士生导师,从事智能优化算法、自适应信号处理与信息系统等研究.

†通讯作者. E-mail: xlshi@ynu.edu.cn

采用均匀设计法<sup>[4]</sup>设计含定性因素混合水平的精密车削实验方案,探索难加工材料奥氏体不锈钢精密车削的参数优化问题.然而,由于存在复杂的约束条件,采用动态规划、线性或非线性规划算法等传统的数学处理方法求解切削参数的优化问题,往往很难取得最优解<sup>[5]</sup>.此外,切削参数优化这类工程优化问题可能存在多个全局最优解和其他有价值的局部最优解,在工程实际中,时常会遇到这样的情况:全局最优解很难满足,而往往选择能够达到工程要求的次优解,因此切削参数优化问题可归类为多峰函数优化问题或多模态函数优化问题(Multimodal function optimization, MFO).

近年来,随着群体智能优化算法的快速发展,许多学者将其应用到切削参数优化问题中,如遗传算法(Genetic algorithms, GA)<sup>[6]</sup>、粒子群算法(Particle swam optimization, PSO)<sup>[7-8]</sup>、蚁群算法(Ant colony optimization, ACO)<sup>[9]</sup>等,由于能解决高度非线性问题和多维度复杂工程问题,群体智能优化算法目前已成为研究切削参数优化的重要工具.许多学者在此基础上进一步提出了改进的优化算法和多种混合算法,如:Chen等<sup>[10]</sup>将Hooke-Jeeves模式搜索(Hooke-Jeeves pattern search, PS)与模拟退火(Simulated annealing, SA)算法相结合,实现了SA/PS优化算法.Chen等<sup>[11]</sup>改进后的GA算法(FE-GA)所得到的优化结果与SA结果相当.Sankar等<sup>[12]</sup>采用的改进遗传算法(Modified genetic algorithm, MGA)使用特定交叉算子和3种不同的变异算子加强种群的多样化,避免了算法收敛于局部最优解.Costa等<sup>[13]</sup>将模拟退火算法嵌入到粒子群算法中,提出的混合粒子群算法扩大了搜索域,从而避免收敛于局部最优解.也有学者提出了许多新的优化算法用于求解切削参数问题的最优解,如:谢书童等<sup>[14-15]</sup>提出了基于边缘分布估计算法与车削次数枚举方法相结合的新型优化算法.Yildi<sup>[16]</sup>提出了基于人工蜂群和Taguchi方法的混合人工蜂群算法(Hybrid artificial bee colony algorithm, HABC)以及基于Taguchi方法与差分进化方法的混合差分进化算法(Hybrid robust differential evolution algorithm, HRDE)<sup>[17]</sup>,并与粒子群算法(PSO)<sup>[7]</sup>、混合和声搜索方法(Hybrid taguchi-harmony search algorithm, HTHSA)<sup>[18]</sup>、混合遗传算法(Hybrid genetic algorithm, HGA)<sup>[19]</sup>、分散搜索算法(Scatter search algorithm, SS)<sup>[20]</sup>、SA/PS<sup>[10]</sup>、FEGA<sup>[11]</sup>进行了比较.Venkata等<sup>[21]</sup>提出将教与学优化算法(Teaching-learning based optimization, TLBO)应用在

切削参数的优化问题上,用于求解多目标问题和单目标问题的最优解.Yildiz<sup>[22]</sup>进一步将教与学算法与Taguchi算法相结合构造了混合教与学算法.尽管在切削参数的优化问题上各种优化算法都已经取得了较好的优化效果,但由于机械参数和非线性约束条件的复杂性,切削参数的优化问题仍然值得采用多种方法继续深入研究.

在切削参数优化问题中,现有的大部分算法因其不具备多模特性,从而制约着其在实际工程优化问题中的应用.本文以单位生产成本最低为优化目标,提出基于斐波那契法最优化原理和黄金分割法的斐波那契树优化算法(Fibonacci tree optimization, FTO),利用约束冲突原则处理多达20个约束条件,对切削参数的优化问题进行求解.应用实例表明,所提出的算法运行一次即可得到多个全局最优的优化设计方案,多方案优化方法对切削参数优化这类工程优化问题具有重大的现实意义.

## 1 切削参数优化模型

### 1.1 目标函数

Chen等<sup>[10]</sup>提出的数学模型更接近实际加工,在国际上认可度较高,故选取该模型对切削参数进行优化.以单位生产成本最小为优化目标,即

$$UC = C_M + C_I + C_R + C_T. \quad (1)$$

它由4个部分组成:实际切削过程中的加工成本、工件装卸操作和刀具空走所需的成本、换刀操作成本、刀具磨损成本.对于车削加工,有

$$UC = \left[ \frac{\pi DL}{1000V_r f_r} \left( \frac{d_t - d_s}{d_r} \right) + \frac{\pi DL}{1000V_s f_s} \right] k_0 + \left[ t_c + (h_1 L + h_2) \left( \frac{d_t - d_s}{d_r} + 1 \right) \right] k_0 + \left[ \frac{\pi DL}{1000V_r f_r} \left( \frac{d_t - d_s}{d_r} \right) + \frac{\pi DL}{1000V_s f_s} \right] \frac{t_e}{T_p} k_0 + \left[ \frac{\pi DL}{1000V_r f_r} \left( \frac{d_t - d_s}{d_r} \right) + \frac{\pi DL}{1000V_s f_s} \right] \frac{t_t}{T_p}, \quad (2)$$

粗车次数

$$n = \frac{d_t - d_s}{d_r}, \quad n \in Z^+. \quad (3)$$

优化目标是求解使得UC最小的切削参数值 $[V_r, f_r, d_r, V_s, f_s, d_s, n]$ .其中:待优化的切削参数 $V_r$ 和 $V_s$ 分别为粗车和精车的切削速度, $f_r$ 和 $f_s$ 分别为粗车和精车的进给量, $d_r$ 和 $d_s$ 分别为粗车和精车的切削深度, $k_0$ 为单位时间工人成本和管理成本之和(单位:美元/min), $D$ 和 $L$ 分别为工件的直径和长度(单位:mm), $d_t$ 为粗车和精车加工总的切削量(单

位: mm),  $t_c$  为工件装卸时间(单位: min),  $h_1$  和  $h_2$  为与车刀空走时间和进刀/退刀时间有关的常量,  $t_e$  为换刀时间(单位: min),  $T_p$  为刀具寿命(单位: min),  $k_i$  为刀刃成本(单位: 美元/刀刃).

1.2 约束条件

加工过程中的各种实际约束条件<sup>[9]</sup>约 20 个, 包含如下方面: 1) 待优化参数取值的上下界约束条件; 2) 刀具寿命约束条件; 3) 切削力约束; 4) 切削功率约束; 5) 稳定切削区域约束条件; 6) 切屑和刀具接触面上的温度约束条件; 7) 表面粗糙度约束; 8) 粗车与精车参数之间相互制约的约束条件.

2 斐波那契树优化算法

2.1 斐波那契法最优化原理与黄金分割法

著名的斐波那契数列是由 13 世纪意大利数学家 Fibonacci 在研究小兔问题时提出的, 具体数列为: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... , 这一数列的通项递推公式为

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = 1, \\ F_i = F_{i-1} + F_{i-2}, i > 2. \end{cases} \quad (4)$$

斐波那契数列中相邻两项之比形成的数列收敛于黄金分割数<sup>[23]</sup>, 即

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{F_i}{F_{i+1}} = 0.618\ 033\ 988\ 749\ 9 \dots \quad (5)$$

对于无约束优化问题, 斐波那契法是求解一维单峰函数的最优策略<sup>[24]</sup>, 该策略通过按比例压缩搜索区间令区间内的试探点不断逼近最优解. 搜索区间长度的缩短率为

$$\eta = \frac{F_{i+1}}{F_i}. \quad (6)$$

由式 (5) 可知, 该缩短率线性收敛于黄金分割数. 当  $\eta$  固定为 0.618 时, 斐波那契法就变为黄金分割法. 黄金分割法作为斐波那契法的近似, 华罗庚教授进行了其最优性的巧妙证明. 文献 [25] 证明了黄金分割法在无穷远处是最优的.

2.2 斐波那契树优化算法

斐波那契树优化算法 (FTO) 是一种基于斐波那契法最优化原理与黄金分割法的计算智能优化算法, 通过全局探索和局部寻优交替迭代构造斐波那契树结构求解最优化问题.

2.2.1 斐波那契树的基本结构

FTO 在斐波那契法基础上将变量维数扩展到  $n$  维空间. 针对式 (2), 生产成本 UC 是一个 7 维的目标函数, 即  $UC(X) = UC(V_r, f_r, d_r, V_s, f_s, d_s, n)$ , 其中  $X = [V_r, f_r, d_r, V_s, f_s, d_s, n]$  代表 7 个待优化切

削参数的一种取值组合, 为描述方便, 令向量  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]$ , 即  $x_1 = V_r, x_2 = f_r, x_3 = d_r, x_4 = V_s, x_5 = f_s, x_6 = d_s, x_7 = n$ . 斐波那契树的基本结构如图 1 所示.

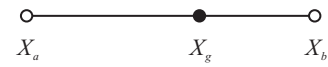


图 1 斐波那契树的基本结构

图 1 中, 点  $X_a$  和  $X_b$  是端点, 根据给定规则取值,  $X_g$  是分割点, 向量满足如下比例关系:

$$\frac{\|X_g - X_a\|}{\|X_b - X_a\|} = \frac{\|X_b - X_g\|}{\|X_g - X_a\|} = \frac{F_i}{F_{i+1}}. \quad (7)$$

其中:  $F_i$  为 Fibonacci 数列第  $i$  项, 选取的端点  $X_a$  和  $X_b$  满足关系式  $UC(X_a) \leq UC(X_b)$ . 则点  $X_g$  的坐标计算公式为

$$X_g = X_a + \frac{F_i}{F_{i+1}}(X_b - X_a), \quad (8)$$

其中比例值  $F_{i+1}/F_i$  固定为 0.618.

2.2.2 斐波那契树

FTO 算法的结构是一个类三角形树结构, 称为斐波那契树, 如图 2 所示. 树结构中的每列点集由每次迭代生成的切削参数最优解组成, 其个数为斐波那契数列  $F_i (i = 1, 2, \dots, N)$ ,  $N$  为树的深度.

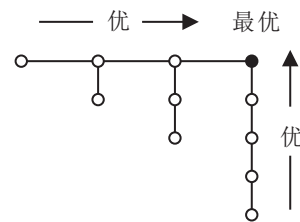


图 2 斐波那契树结构

FTO 算法分为全局探索和局部寻优两个阶段, 分别设定两种适用规则与之对应. 设当前列的点集为  $S_i = \{X_m | m = [1, F_i]\}$ , 根据 FTO 的基本结构, 按两种规则指定试探点  $X_a$  和  $X_b$  的值, 并根据式 (8) 求解出分割点  $X_g$ , 比较适应度值  $UC(X_a)$ 、 $UC(X_b)$  和  $UC(X_g)$  的大小, 适应度值最小的点即为最优解, 将它置于下一列的最顶端, 次优解对应的点按照从小到大的顺序排列于最优解的下方, 构成新的一列点集. 按照上述操作实现斐波那契树的生长. 两种适用规则如下.

**规则 1** 全局探索阶段, 在全局范围内随机产生全局点  $X_b$ , 即

$$\begin{aligned} X_b &= [x_{b1}, x_{b2}, x_{b3}, x_{b4}, x_{b5}, x_{b6}, x_{b7}], \\ x_{bj} &= \text{unrand}(\min_j, \max_j). \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $\min_j$  和  $\max_j$  分别为第  $j$  个切削参数的下界和上界;  $\text{unrand}(\min_j, \max_j)$  函数返回一个均匀分布在

$\min_j$  和  $\max_j$  之间的随机数.  $X_a$  取遍当前点集  $S_i$  中的所有点, 即

$$\{X_a\} = S_i = \{X_m | m = [1, F_i]\}. \quad (10)$$

从而产生  $F_i$  个斐波那契树基本结构, 得到  $F_i$  个新增分割点, 加上新增全局点  $X_b$ , 共有  $F_i + 1$  个新增点, 如图3(a)所示.

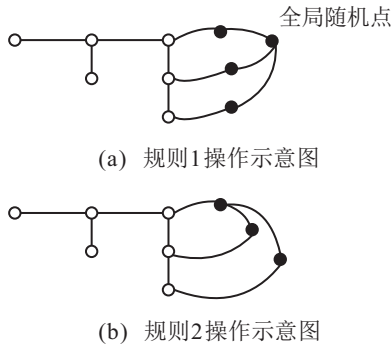


图3 斐波那契树生长的两种适用规则

**规则2** 在局部寻优阶段,  $X_a$  为当前列的最优解,  $X_b$  为当前列的其他点, 有

$$X_a = \text{best}(S_i), \quad (11)$$

当且仅当

$$\begin{aligned} \text{UC}(X_a) &= \min\{\text{UC}(X_m), m = [1, F_i]\}, \\ \{X_b\} &= \{X_m | X_m \in S_i \text{ 且 } X_m \neq X_a\}. \end{aligned} \quad (12)$$

从而产生  $F_i - 1$  个斐波那契树基本结构, 得到  $F_i - 1$  个新增分割点, 如图3(b)所示.

通过执行规则1和规则2, 得到  $2F_i$  个新增点, 加上当前列的  $F_i$  个点, 共有  $3F_i$  个点, 比较这些点的适应度值并按照从小到大进行排序. 由于斐波那契数结构中的每列点的个数为斐波那契数列, 只保留前  $F_{i+1}$  个较优解构成下一列点集  $S_{i+1}$ , 舍去后面的  $3F_i - F_{i+1}$  个点.

由此可以看出, FTO 的寻优过程为全局探索和局部寻优交替进行, 从而保证算法能跳出局部最优解, 向着全局最优解进化迭代. 随着迭代次数的增加, 斐波那契数列的值增长得非常快, 如第17列  $F_{17} = 1597$ , 要保留的点多达1597个, 致使算法效率降低. 因此, FTO 算法将根据所需优化解的个数限制数列的增长, 例如, 实际需要得到8个优化解, 则斐波那契数列深度增长到13便不再增长. 当只需1个最优解时, 斐波那契数列深度增长到5便不再增长.

### 2.2.3 同峰判断

为使FTO具备寻找多个全局最优解和局部最优解的能力, 定义迭代过程中得到的任意两点为  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7]$  和  $Y = [y_1, y_2, y_3,$

$y_4, y_5, y_6, y_7]$ ,  $x_k$  和  $y_k$  为两点的第  $k$  维坐标, 每次迭代之后保留下来的点两两之间应满足如下关系:

$$\begin{cases} D_{X,Y} > R, \\ D_{X,Y} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - y_k)^2}, \\ R = \frac{1}{2}f. \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $D_{X,Y}$  为两点的欧氏距离;  $R$  为距离参数, 其值根据奈奎斯特采样定理, 由目标函数的变化频率确定;  $f$  为目标函数的最大变化频率. 判断规则为: 当满足式(13)时, 判断这两点为不同峰的两点, 均应保留; 否则判断这两点为同峰的两点, 只保留适应度值较小的点, 舍弃另一个点. 由于距离参数的约束, 使得FTO具备多模搜索能力.

### 2.2.4 算法步骤

FTO 算法步骤如下.

**Step 1:** 根据所需优化解的个数确定斐波那契树的最大深度  $N_{\max}$ , 设置迭代条件.

**Step 2:** 随机生成一个全局点, 初始化算法的第1列元素.

**Step 3:** 生成一个新的全局点, 根据规则1, 用全局随机点与当前列的点集生成  $F_i$  个黄金分割点.

**Step 4:** 根据规则2, 用当前列中的最优解与其余点生成  $F_i - 1$  个黄金分割点.

**Step 5:** 更新点集, 构造新树枝. 将新生成的点并入当前点集  $S_i$  中, 按照适应度值从小到大排序, 比较  $F_{i+1}$  和  $N_{\max}$ , 若  $F_{i+1} < N_{\max}$ , 则按照式(13)保留前  $F_{i+1}$  个较优解构成下一列点集  $S_{i+1}$ . 若  $F_{i+1} > N_{\max}$ , 则按照式(13)保留前  $N_{\max}$  个较优解构成下一列点集  $S_{i+1}$ .

**Step 6:** 判断迭代条件, 若满足迭代条件则循环执行 Step 3 ~ Step 6, 否则停止迭代, 输出寻优结果.

## 3 典型测试函数优化实例及结果分析

根据多峰函数的维数和峰值点数目不同, 本文选用3类典型多峰函数作为算法的优化实例, 分别是: 1) 峰值数小于10个的一维多峰函数; 2) 峰值数小于10个的二维多峰函数; 3) 峰值数大于100个的十维多峰函数. 因求解切削参数模型的优化目标是求解单位生产成本的最小值, 故设置多峰函数的测试目标是求解其最小值峰值点.

1) 峰值数小于10个的一维多峰函数

$$f_1(x) = -\sin^6[5\pi(x^{0.75} - 0.05)], \quad (14)$$

其中  $x \in [0, 1]$ . 该函数有5个等高不等间距的峰值.

$$f_2(x) = -e^{-2 \ln(2)(x-0.0667)^2} \sin^6(5\pi x), \quad (15)$$

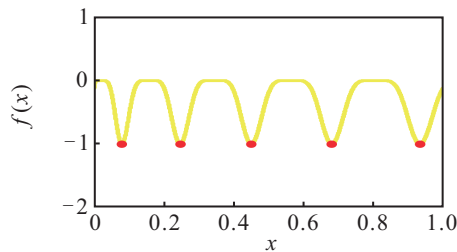
其中  $x \in [0, 1]$ . 该函数有5个不等高等间距的峰值.

$$f_3(x) = -\ln(x)(\sin(e^x) + \sin(3x)). \quad (16)$$

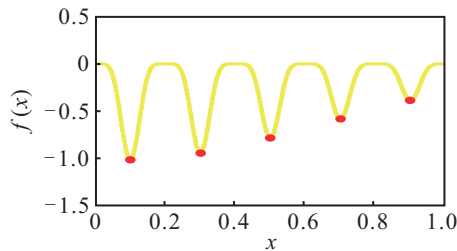
算法每次迭代20次, 随机测试30次, 寻优结果如表1和图4所示.

表1 一维多峰函数的优化结果

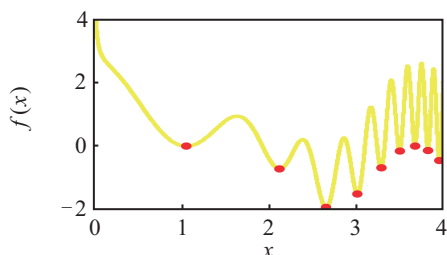
测试函数	峰值序号	最优解	函数值	理论值
$f_1$	1	0.9339	-1.0000	-1.0000
	2	0.4506	-1.0000	-1.0000
	3	0.0797	-1.0000	-1.0000
	4	0.2467	-1.0000	-1.0000
	5	0.6814	-1.0000	-1.0000
$f_2$	1	0.0999	-0.9985	-1.0000
	2	0.2996	-0.9275	-0.9274
	3	0.4992	-0.7712	-0.7712
	4	0.6988	-0.5741	-0.5741
	5	0.8984	-0.3826	-0.3826
$f_3$	1	2.6512	-1.9446	-
	2	3.0108	-1.5162	-
	3	2.1166	-0.7254	-
	4	3.2811	-0.6995	-
	5	3.9490	-0.4669	-
	6	3.4948	-0.1588	-
	7	3.8196	-0.1405	-
	8	1.0481	-0.0133	-
	9	3.6705	-1.6328e-04	-



(a) 函数  $f_1$  优化结果



(b) 函数  $f_2$  优化结果



(c) 函数  $f_3$  优化结果

图4 一维多峰函数的优化结果

由表1和图4的结果可知, FTO算法可以一次性找到一维多峰函数的全部峰值点, 且寻优结果的精度较高. 与文献[26]的ANQEA算法相比, FTO算法只需设置解空间的范围和迭代次数, 没有过多参数需要人为设置, 且迭代次数少, 计算量小.

采用Matlab优化工具箱中的fminbnd(·)函数求解  $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$  和  $f_3(x)$  的优化问题, 得到表2的结果.

表2 minbnd(·)函数对  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$  的优化结果

优化目标函数	最优解	函数值
$f_1$	0.6814	-1.0000
$f_2$	0.1000	-1.0000
$f_3$	3.0108	-1.5162

由表2可见, 应用fminbnd(·)函数求解一维无约束优化问题虽然可以得到较高精度的优化解, 但求解多峰函数只能得到一个峰值点, 不能获得全部峰值点, 且fminbnd(·)函数求得的峰值点有可能是全局极值点, 也有可能是局部极值点, 即有可能陷入局部最优. 例如: fminbnd(·)函数能求得  $f_2(x)$  的全局极值点, 但只求得  $f_3(x)$  的局部极值点. 因此, 与Matlab本身所带的优化工具fminbnd(·)函数相比, FTO算法不仅能够一次性获得一维多峰函数的全部峰值点, 而且不会陷入局部最优.

2) 峰值数小于10个的二维多峰函数

$$f_4(x_1, x_2) = -(200 - (x_1^2 + x_2 - 11)^2 - (x_1 + x_2^2 - 7)^2), \quad (17)$$

其中  $x_1, x_2 \in [-6, 6]$ . 该函数有4个不等距分布的等高峰值点.

将函数  $f_4$  去掉负号后可得

$$f_5(x_1, x_2) = 200 - (x_1^2 + x_2 - 11)^2 - (x_1 + x_2^2 - 7)^2, \quad (18)$$

其中  $x_1, x_2 \in [-6, 6]$ . 此时函数有4个等距分布的不等高峰值点.

$$f_6(x_1, x_2) = \frac{-1}{1 + |(x_1 + 2x_2)^6 - 1|}, \quad (19)$$

其中  $x_1, x_2 \in [-2, 2]$ . 该函数共有6个高度全为-1的全局最优解, 但在-0.5高度处有一个很难突破的平坦区域, 要求算法具有较好的全局收敛能力才能找到6个峰值点.

$$f_7(x_1, x_2) = -\left[\left(\frac{3}{0.05 + x_1^2 + x_2^2}\right)^2 + (x_1^2 + x_2^2)^2\right]. \quad (20)$$

其中  $x_1, x_2 \in [-5.12, 5.12]$ . 该函数为大海捞针函数, 共有5个峰值, 其中有1个全局最优解和4个等距分布的等高局部最优解. 性能不佳的算法容易陷入局

部最优解,找不到全局最优解.

算法每次迭代20次,随机测试30次,寻优结果如表3和图5所示.

表3 二维多峰函数的优化结果

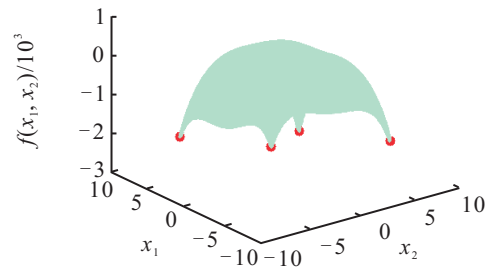
测试函数	算法	峰值序号	最优解	函数值	理论值
$f_4$	文献[27]算法	1	(3.5857, -1.8412)	-199.9991	-200
		2	(2.9927, 2.0017)	-199.9983	-200
		3	(-2.8051, 3.1289)	-199.9998	-200
		4	(-3.7765, -3.2839)	-199.9995	-200
	FTO算法	1	(3.0001, 1.9999)	-200.0000	-200
		2	(-3.7804, -3.2842)	-199.9999	-200
		3	(-2.8033, 3.1061)	-199.9746	-200
		4	(-3.6346, -1.7547)	-199.7106	-200
$f_5$	FTO算法	1	(6, 6)	-2706	-2706
		2	(-6, 6)	-2010	-2010
		3	(6, -6)	-1866	-1866
		4	(-6, -6)	-1170	-1170
$f_6$	FTO算法	1	(-0.4034, 0.7017)	-1.0000	-1
		2	(-2, 0.5000)	-1.0000	-1
		3	(0.7024, 0.1488)	-0.9999	-1
		4	(-1.8511, 0.4256)	-0.9999	-1
		5	(1.9435, -1.4718)	-0.9999	-1
		6	(2.0000, -1.4718)	-0.9966	-1
$f_7$	FTO算法	1	(-0.0106, 0.0109)	-3566.8000	-3600
		2	(-5.1200, 5.1200)	-2748.8000	-2748
		3	(5.1200, -5.1200)	-2748.8000	-2748
		4	(5.1200, 5.1200)	-2748.8000	-2748
		5	(-5.1200, -5.1200)	-2748.8000	-2748

由表3和图5的结果可知,FTO算法对二维、峰值数量较少函数的寻优能力很强,不仅能一次性找到被测函数的所有峰值点,寻优结果的精度也比较高.

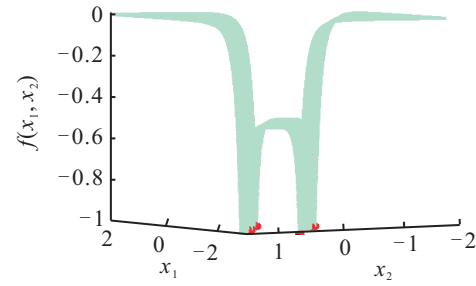
3) 峰值数大于100个的十维多峰函数

$$f_8(x_i) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)], \quad (21)$$

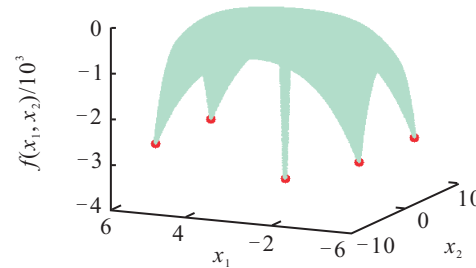
其中  $x_i \in [-5.12, 5.12], i = 1, 2, \dots, n$ . 该函数为



(a) 函数  $f_5$  优化结果



(b) 函数  $f_6$  优化结果



(c) 函数  $f_7$  优化结果

图5 二维多峰函数的优化结果

Rastrigin函数,这是一个多极值函数,在解空间内存在大约10n个局部极小值点.理论上,在  $x_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$  处取得全局最优解为0.对  $f_8(x_i)$  中的n取10,算法每次迭代200次,随机测试30次,寻优结果如表4和表5所示.因篇幅限制,只列出找到的前4个极值点的情况.

表4 函数  $f_8$  的一次寻优结果

峰值序号	函数极值	最优解									
1	0	4.01e-09	-1.78e-09	2.67e-09	-1.53e-09	3.45e-10	2.37e-09	1.09e-09	-4.02e-09	-2.62e-09	-5.98e-09
2	5.076732	0.005855	0.088314	0.00080	-0.030575	-0.980230	0.043466	-0.022324	0.090546	-0.037234	0.007222
	071	206	077	872	674	019	538	578	791	082	919
3	7.57965	0.998179	0.02146	0.039047	0.088970	-0.012791	0.066701	0.021299	-0.043634	0.944716	-0.930552
	046	234	446	122	398	895	497	464	316	302	776
4	8.344592	-0.917898	0.004786	-0.052604	-0.131533	-0.024899	0.005832	-0.010046	0.012899	-1.02958	-0.994979
	814	272	048	927	556	824	719	382	245	2642	732

表5 不同算法下函数  $f_8$  的优化结果对比

算法	全局极值点均值	标准差
文献[28]算法	37.9843	2.4162e-07
FTO算法	0	0

由表4和表5可知,FTO算法对十维、峰值数量非常多的函数也具有较强的寻优能力,寻优结果与其他算法相比,在寻优精度、寻优率方面均优于文献[29]的算法,表明FTO具有较强的多峰寻优能力,可以用

于求解七维变量的切削参数优化模型.

## 4 基于FTO的切削参数优化设计

### 4.1 约束条件处理

由于FTO算法针对的是无约束优化问题,而切削参数模型中的约束条件多达20个,并且大多数约束条件是非线性的,如何处理约束条件成为FTO应用于切削参数优化的关键问题.目前,处理约束主要使用的方法有拒绝方法、修补方法和罚函数法等<sup>[30]</sup>.拒绝方法直接抛弃所有不满足约束的解,虽然简单但效率太低;修补方法通过修补策略对不满足约束的解进行修正,使其最终满足约束条件;罚函数法通过在目标函数中引入惩罚因子将目标函数和约束同时综合为一个罚函数,增加了算法的复杂度,且合适的惩罚因子也难以找到.

文献[28]提出了一种简单有效的约束处理方法,基于此,规定如下约束冲突比较原则:

1) 设置约束冲突标示符,以记录约束冲突情况.对算法产生的解逐一验证每个约束条件,如全部通过,则标示符为初始值0;如与约束条件冲突,则标示符自增1,并且每违背一项约束条件标示符都要自增1.

2) 在迭代过程中保留可行解时,根据解的适应度值与约束冲突标示符判断保留还是删除该解.解的适应度值越小且标示符的值越小,则解越优.具体判断规则为:若两个解的适应度值相同,则标示符值较小的解更优;若两个解的标示符值相同,则适应度值小的解更优.

上述约束冲突比较原则在处理约束的过程中没有改变目标函数的结构,也没有引入其他参数,适应度值的大小也没有被修补过,优化解的可靠度较高.

### 4.2 切削参数优化实例

Matlab优化工具箱中用于求解带约束非线性规划问题的函数是fmincon(·)函数,但fmincon(·)函数不接受整数变量的规划问题,而粗车次数 $n$ 、粗车切削深度 $d_r$ 和精车切削深度 $d_s$ 都应取整数,因此Matlab优化工具箱不能直接用于求解式(2)的数学模型.

针对式(2)的数学模型进行优化,目标是求解使得单位生产成本UC最小的切削参数值 $[V_r, f_r, d_r, V_s, f_s, d_s, n]$ .对这7个切削参数进行优化,是指在约束范围内选取7个合适的参数值.当选用这7个参数值时,UC能够取得极小值,则满足这一条件的参数值就是优化的切削参数值,寻找7个合适的参数值的过程即为对切削参数优化的过程.

在Matlab上编程实现FTO算法,并将算法用于

求解式(2)的切削参数优化模型,采用文献[11,13]中的加工实例参数设置.本次实验基于Matlab 2013a平台,算法每次迭代500次,随机测试30次,并与算法FE-GA<sup>[11]</sup>、SA/PS<sup>[10]</sup>、MGA<sup>[12]</sup>、ACO<sup>[12]</sup>、PSO<sup>[7]</sup>、UMDArp<sup>[14]</sup>和ABC<sup>[13]</sup>的结果进行对比,如表6所示.

表6 不同算法的优化结果及对比

算法	$n$	$V_r$	$f_r$	$d_r$	$V_s$	$f_s$	$d_s$	UC
FE-GA <sup>[11]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.3057
SA/PS <sup>[10]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.2959
PSO <sup>[7]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.2721
ACO <sup>[12]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.2705
MGA <sup>[12]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.2538
UMDArp <sup>[14]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.1270
ABC <sup>[13]</sup>	-	-	-	-	-	-	-	2.1399
FTO方案1	1	123.4789	0.5615	3	153.5338	0.2238	3	2.0818
FTO方案2	1	122.0691	0.5619	3	154.6391	0.2231	3	2.0860
FTO方案3	1	122.5896	0.5620	3	163.9348	0.2212	3	2.0907

由表6可见:利用FTO算法对切削参数进行优化,由于算法具备多模特性,运行一次即可得到多个最优解和次优解,能够一次性得到多个满足设计要求和约束条件的优化设计方案;而其他算法在进行优化设计时,一次实验只能得到一种方案,往往需要进行多次实验来获得多个方案,再从中挑选最好的方案作为全局最优解,不仅效率低,而且不能得到多个次优解,使得这些算法在生产实际中的应用受限,而FTO算法一次实验即可得到多种优化方案,设计效率高,方便工程计算;此外,FTO算法所得到的设计方案中最优的方案1与UMDArp<sup>[14]</sup>算法相比,节约了2.13%的成本,与FE-GA<sup>[11]</sup>、SA/PS<sup>[10]</sup>、MGA<sup>[12]</sup>、ACO<sup>[12]</sup>、PSO<sup>[7]</sup>和ABC<sup>[13]</sup>算法相比,节约得更多;FTO算法所得到的优化方案中的次优方案3也比UMDArp<sup>[14]</sup>算法节约了1.71%的成本,表明FTO算法的设计方案能够有效降低生产成本.

为检验FTO算法所得到的优化方案是否满足约束条件,得到验证结果如表7所示.

由表6和表7可见,以往的优化算法只给出了生产成本UC的最优解,既没有给出每个待优化参数的优化组合取值,也没有给出优化解是否满足约束条件的验证分析,对工程设计的实际指导意义不大. FTO算法通过一次实验即可求得以上的设计所需参数值,每个优化方案不仅能得到UC的最优解,还能得到待优化参数的具体取值,并能检验所取值是否满足约束条件,从而验证了本文所提出的FTO算法在解决切削参数优化问题上的有效性.

表7 验证FTO算法的优化结果是否满足约束条件

约束条件	FTO方案1	FTO方案2	FTO方案3
$50 \leq V_r \leq 500$	$V_r = 123.4789$	$V_r = 122.0691$	$V_r = 122.5896$
$0.1 \leq f_r \leq 0.9$	$f_r = 0.5615$	$f_r = 0.5619$	$f_r = 0.5620$
$1 \leq d_r \leq 3$	$d_r = 3$	$d_r = 3$	$d_r = 3$
$50 \leq V_s \leq 500$	$V_s = 153.5338$	$V_s = 154.6391$	$V_s = 163.9348$
$0.1 \leq f_s \leq 0.9$	$f_s = 0.2238$	$f_s = 0.2231$	$f_s = 0.2212$
$1 \leq d_s \leq 3$	$d_s = 3$	$d_s = 3$	$d_s = 3$
$25 \leq T_r \leq 45$	$T_r = 25.1759$	$T_r = 26.6636$	$T_r = 26.0618$
$25 \leq T_s \leq 45$	$T_s = 42.3677$	$T_s = 41.0998$	$T_s = 31.1588$
$F_r = k_1(f_r)^\mu(d_r)^\nu \leq 200$	$F_r = 198.9305$	$F_r = 199.0367$	$F_r = 199.0633$
$F_s = k_1(f_s)^\mu(d_s)^\nu \leq 200$	$F_s = 99.7893$	$F_s = 99.5551$	$F_s = 98.9186$
$P_r = \frac{F_r V_r}{6120\eta} \leq 5$	$P_r = 4.7220$	$P_r = 4.6706$	$P_r = 4.6911$
$P_s = \frac{F_s V_s}{6120\eta} \leq 5$	$P_s = 2.9452$	$P_s = 2.9595$	$P_s = 3.1173$
$S_r = (V_r)^\lambda f_r(d_r)^\nu \geq 140$	$S_r = 2.8537 \times 10^3$	$S_r = 2.7909 \times 10^3$	$S_r = 2.8153 \times 10^3$
$S_s = (V_s)^\lambda f_s(d_s)^\nu \geq 140$	$S_s = 1.7585 \times 10^3$	$S_s = 1.7783 \times 10^3$	$S_s = 1.9816 \times 10^3$
$Q_r = k_2(V_r)^\tau(f_r)^\phi(d_r)^\delta \leq 1000$	$Q_r = 906.1054$	$Q_r = 902.0815$	$Q_r = 903.6503$
$Q_s = k_2(V_s)^\tau(f_s)^\phi(d_s)^\delta \leq 1000$	$Q_s = 822.4799$	$Q_s = 824.3266$	$Q_s = 842.3589$
$\frac{f_r^2}{8R} \leq 10$	$\frac{f_r^2}{8R} = 0.0052$	$\frac{f_r^2}{8R} = 0.0052$	$\frac{f_r^2}{8R} = 0.0051$
$V_s \geq V_r$	$V_s = 153.5338, V_r = 123.4789$	$V_s = 154.6391, V_r = 122.0691$	$V_s = 163.9348, V_r = 122.5896$
$f_r \geq 2.5f_s$	$f_r = 0.5615, 2.5f_s = 0.5595$	$f_r = 0.5619, 2.5f_s = 0.5575$	$f_r = 0.5620, 2.5f_s = 0.553$
$d_r \geq d_s$	$d_r = 3, d_s = 3$	$d_r = 3, d_s = 3$	$d_r = 3, d_s = 3$

### 5 结论

本文为解决数控加工制造的切削参数优化问题,提出了基于斐波那契法最优化原理和黄金分割法的斐波那契树算法(FTO).该算法通过全局随机探索和局部寻优相互交替迭代,能够有效避免陷入局部最优;引入距离参数,使得算法能够一次性找到多个全局最优解和局部最优解,具备多模寻优能力.利用约束冲突比较原则解决多约束问题,既不改变目标函数的结构和适应度值,也不需引入其他参数,保证了优化解的准确度.实验结果表明:FTO算法运行一次即可得到多组满足约束条件和设计要求的切削参数的优化设计方案,并且每组优化方案的结果都优于以往的优化算法所得到的优化结果,不仅有效降低了生产成本,还提高了优化设计的效率,使得FTO算法在工程优化问题中具有明显的优势.

本文主要针对以生产成本最低为优化目标的切削参数优化设计,实际生产加工过程中,往往还需要考虑生产时间方面的优化,对多目标切削参数优化模型的研究将是今后的重点研究方向.

### 参考文献(References)

[1] Chandrasekaran M, Muralidhar M, Krishna C M, et al. Application of soft computing techniques in machining performance prediction and optimization: A literature review [J]. The Int J of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 46(5): 445-464.

[2] 高亮, 杨扬, 李新宇. 数控加工参数优化的研究现状与进展[J]. 航空制造技术, 2010, 22: 48-51.  
(Gao L, Yang Y, Li X Y. Research and development

of optimization of NC machining parameters[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010, 22: 48-51.)

[3] Yusup N, Zain A M, Hashim S Z M. Evolutionary techniques in optimizing machining parameters[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(10): 9909-9927.

[4] 李登万, 陈洪涛, 冯锦春, 等. 基于均匀设计法的精密车削参数优化[J]. 机械工程学报, 2015, 51(3): 206-212.  
(Li D W, Chen H T, Feng J C, et al. Precision cutting parameters optimization based on uniform design method[J]. J of Mechanical Engineering, 2015, 51(3): 206-212.)

[5] Mukherjee I, Ray P K. A review of optimization techniques in metal cutting processes[J]. Computers & Industrial Engineering, 2006, 50(1): 15-34.

[6] Onwubolu G C, Kumalo T. Optimization of multipass turning operations with genetic algorithms[J]. Int J of Production Research, 2001, 39(16): 3727-3745.

[7] Srinivas J, Giri R, Yang S H. Optimization of multi-pass turning using particle swarm intelligence[J]. Int J of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 40(1): 56-66.

[8] Yildiz A R. A novel article swarm optimization approach for product design and manufacturing[J]. Int J of Advanced Manufacturing Technology, 2009, 40(5/6): 617-628.

[9] Satishkumar S, Asokan P, Kumanan S. Optimization of depth of cut in multi-pass turning using nontraditional optimization techniques[J]. Int J of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 29(3): 230-238.

[10] Chen M C, Tsai D M. A simulated annealing approach

- for optimization of multi-pass turning operations[J]. *Int J of Production Research*, 1996, 34(10): 2803-2825.
- [11] Chen M C, Chen K Y. Optimization of multipass turning operations with genetic algorithms: A note[J]. *Int J of Production Research*, 2003, 41(14): 3385-3388.
- [12] Sankar R S, Asokan P, Saravanan R, et al. Selection of machining parameters for constrained machining problem using evolutionary computation[J]. *Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, 32(9/10): 892-901.
- [13] Costa A, Celano G, Fichera S. Optimization of multi-pass turning economies through a hybrid particle swarm optimization technique[J]. *Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, 53(5): 421-433.
- [14] 谢书童, 郭隐彪. 边缘分布估计算法在车削参数优化中的应用[J]. *中国机械工程*, 2010, 21(1): 22-26.  
(Xie S T, Guo Y B. Application of marginal estimation of distribution algorithms in optimization of turning parameters[J]. *China Mechanical Engineering*, 2010, 21(1): 22-26.)
- [15] 谢书童, 郭隐彪. 数控车削中成本最低的切削参数优化方法[J]. *计算机集成制造系统*, 2011, 17(10): 2144-2149.  
(Xie S T, Guo Y B. Optimization approach of cutting parameters for minimizing production cose in CNC turnings[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2011, 17(10): 2144-2149.)
- [16] Yildiz A R. Optimization of cutting parameters in multi-pass turning using artificial bee colony-based approach[J]. *Information Sciences*, 2013, 220(1): 399-407.
- [17] Yildiz A R. Hybrid Taguchi-differential evolution algorithm for optimization of multi-pass turning operations[J]. *Applied Soft Computing*, 2013, 13(3): 1433-1439.
- [18] Yildiz A R. Hybrid taguchi-harmony search algorithm for solving engineering optimization problems[J]. *Int J of Industrial Engineering Theory Applications & Practice*, 2008, 15(3): 286-293.
- [19] Yildiz A R, Ozturk F. Hybrid enhanced genetic algorithm to select optimal machining parameters in turning operation[J]. *Proc of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: J of Engineering Manufacture*, 2006, 220(12): 2041-2053.
- [20] Chen M C. Optimizing machining economics models of turning operations using the scatter search approach[J]. *Int J of Production Research*, 2004, 42(13): 2611-2625.
- [21] Venkata R R, Kalyankar V D. Multi-pass turning process parameter optimization using teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Scientia Iranica*, 2013, 20(3): 967-974.
- [22] Yildiz A R. Optimization of multi-pass turning operations using hybrid teaching learning-based approach[J]. *The Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2013, 66(9): 1319-1326.
- [23] 闫萍, 王见勇. 斐波那契数列与黄金分割数[J]. *高等数学研究*, 2005, 8(1): 28-29.  
(Yan P, Wang J Y. Fibonacci series and golden section[J]. *Studies in College Mathematics*, 2005, 8(1): 28-29.)
- [24] Schulpen M, Puts G C, Arts E, et al. An improvement on Fibonacci search method in optimization theory[J]. *Applied Mathematics & Computation*, 2004, 147(3): 893-901.
- [25] 周云才. 黄金分割法在无穷远处是最优的[J]. *汉江石油学院学报*, 1993, 15(1): 97-101.  
(Zhou Y C. Golden section method is optimal at infinite[J]. *J of Jiangnan Petroleum Institute*, 1993, 15(1): 97-101.)
- [26] 陈彦龙, 张培林, 李胜, 等. 面向多峰函数的自适应小生境量子进化算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2014, 36(2): 403-408.  
(Chen Y L, Zhang P L, Li S. et al, Adaptive niche quantum evolutionary algorithm for multimodal function[J]. *Systems Engineering and Electronic*, 2014, 36(2): 403-408.)
- [27] 邓涛, 姚宏, 杜军. 多峰函数优化的免疫人工鱼群网络算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(2): 452-456.  
(Deng T, Yao H, Du J. Immune artificial fish swarm network algorithm for multimodal function optimization[J]. *Systems Engineering and Electronic*, 2013, 35(2): 452-456.)
- [28] 张震. 骨干粒子群算法及其在电力变压器设计中的应用[D]. 杭州: 浙江大学机械工程学院, 2014.  
(Zhang Z. Research on bare bones particle swarm optimization and its application in power transformer design[D]. Hangzhou: School of Mechanical Engineering, Zhejiang University, 2014.)
- [29] 张华伟, 丁松阳. 种群规模可变的免疫多模态函数优化[J]. *计算机应用*, 2013, 33(3): 814-815.  
(Zhang H W, Ding S Y. Multi-model function optimization based on immune clonal optimization with self-adaptive population size[J]. *J of Computer Applications*, 2013, 33(3): 814-815.)
- [30] 付志勇. 改进遗传算法及其在电力变压器优化设计中的应用研究[D]. 呼和浩特: 内蒙古工业大学电力学院, 2009.  
(Fu Z Y. Improved genetic algorithm and its application research in the optimum design of power transformer[D]. Hohhot: Institute of Electric Power, Inner Mongolia University of Technology, 2009.)
- [31] 李新鹏. 改进人工蜂群算法及其在切削参数优化问题中的应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学机械工程与科学学院, 2013.  
(Li X P. Modified artificial bee colony algorithm and its applications on cutting parameter optimization Problem[D]. Wuhan: School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, 2013.)

(责任编辑: 郑晓蕾)