

## 具有多时滞的无线通信网络功率和速率控制

韩存武<sup>†</sup>, 常舒瑞, 李梦奇, 刘 蕾, 毕 松

(北方工业大学 现场总线及自动化北京市重点实验室, 北京 100144)

**摘要:** 现有的无线通信网络功率和速率控制方法没有考虑系统中存在的多时滞情况, 为此, 针对具有多时滞的无线通信网络进行建模及功率和速率控制方法的研究. 首先, 根据无线通信网络功率和速率控制的物理机制, 建立新的具有多时滞的无线通信网络功率和速率控制系统的数学模型. 该模型包含速率控制中的时滞、功率控制中的时滞、状态时滞和输入时滞. 在此基础上, 通过预测控制和线性矩阵不等式设计鲁棒功率和速率控制器. 仿真结果验证了所设计的功率和速率控制器的有效性.

**关键词:** 鲁棒控制; 预测控制; 功率和速率控制; 无线通信网络; 多时滞

**中图分类号:** TP391.9

**文献标志码:** A

## Power and rate control for wireless communication networks with multiple time delays

HAN Cun-wu<sup>†</sup>, CHANG Shu-rui, LI Meng-qi, LIU Lei, BI Song

(Beijing Key Laboratory of Fieldbus Technology and Automation, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

**Abstract:** Multiple time delays are not considered in existing power and rate control methods for wireless communication networks. In order to deal with the multiple time delays, a robust power and rate control algorithm is presented. Firstly, based on the modelling and dynamics analysis of the power and rate control system, a new mathematical model is established for the power and rate control system with multiple time delays. The model contains time delays which are not only in rate control but also in power control and not only in system state but also in control input. Based on this model, a robust power and rate controller is designed by using predictive control approach and linear matrix inequality. Simulation results verify the effectiveness of the proposed controller.

**Keywords:** robust control; predictive control; power and rate control; wireless networks; multiple time delays

### 0 引言

随着通信技术的高速发展, 人们对无线通信网络所提供的服务质量越来越关注, 而无线通信网络的功率和速率控制在提高用户的服务质量方面起着非常重要的作用. 近年来, 许多专家学者在无线通信网络的功率和速率控制方面进行了大量的工作, 并取得了可喜的研究成果<sup>[1-9]</sup>. 时滞是无线通信网络功率和速率控制中必须考虑的一个颇具挑战的问题, 它会降低网络的服务质量, 甚至导致系统不稳定. 为了处理时滞的影响, 人们提出了许多有效的功率和速率控制方法, 例如基于具有状态时滞的鲁棒功率和速率控制算法<sup>[1-2]</sup>、基于具有输入时滞的预测功率和速率控制算

法<sup>[3]</sup>、基于资源管理的功率和速率控制算法<sup>[4]</sup>、基于高阶模型的功率和速率控制算法<sup>[5]</sup>、基于拥塞的功率和速率控制算法<sup>[6]</sup>以及基于随机控制的无线网络中视频流的功率和速率自适应控制算法<sup>[7]</sup>.

以上算法大多只考虑了速率控制中的时滞问题, 而没有考虑功率控制中的时滞. 事实上, 相对于速率控制, 功率控制对时滞更加敏感, 因此必须考虑功率控制中时滞的影响. 文献[8]和文献[9]分别基于鲁棒控制和模型预测控制, 提出了将功率和速率控制中的时滞均考虑在内的功率和速率控制算法. 然而, 为了分析方便, 文章仅仅考虑了功率控制和速率控制中具有相同时滞的情况. 事实上, 无线通信网络的功率控

收稿日期: 2017-04-07; 修回日期: 2017-08-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573024, 61673023); 北京市自然科学基金项目(4152014, 4154068).

责任编委: 虞文武.

作者简介: 韩存武(1961—), 男, 教授, 博士, 从事无线通信网络、计算机网络、网络化系统等研究; 常舒瑞(1993—), 女, 硕士生, 从事无线通信网络控制的研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: cwihan@ncut.edu.cn

制和速率控制具有不同的传输时滞. 到目前为止, 所有的功率和速率控制方法都没有考虑功率控制和速率控制中存在不同时滞的情况, 更没有考虑功率和速率控制系统中存在的多时滞情况. 本文针对具有多时滞的无线通信网络, 首先提出一种功率和速率控制算法. 主要创新点在于: 根据无线通信网络功率和速率控制的物理机制, 建立新的具有多时滞的系统模型, 该模型包含速率控制中的时滞、功率控制中的时滞、状态时滞和输入时滞, 这与实际的无线通信网络更加符合. 然后在所提算法的基础上, 设计鲁棒预测功率和速率控制器, 并通过线性矩阵不等式分析闭环系统的性能. 最后通过仿真验证所提出功率和速率控制器的有效性.

符号注释:  $X^T$  和  $X^{-1}$  分别表示矩阵  $X$  的转置和逆;  $R^n$  表示  $n$  阶矩阵, 类似地,  $R^{n \times m}$  表示所有  $n \times m$  的实矩阵的集合;  $I$  和  $0$  分别表示具有适当维数的单位矩阵和零矩阵;  $P > 0$  表示  $P$  是对称正定矩阵;  $\text{diag}\{\cdot\}$  表示分块对角矩阵. 对于文中出现的没有明确定义维数的矩阵, 则默认其维数与代数运算兼容.

## 1 系统建模与问题描述

在无线通信网络中, 一个基站 (Base station, BS) 可以连接到大量的 (假设为  $n$  个) 移动台 (Mobile station, MS). 考虑到功率控制的时滞, 在  $k$  时刻, BS 接收到的第  $i$  个 MS 的信噪比 (Signal-to-noise ratio, SNR) 可以表示为<sup>[8-9]</sup>

$$\gamma_i(k) = \frac{g_{ii}(k)p_i(k - \tau_{ip})}{\sum_{j=1, j \neq i}^n g_{ij}(k)p_j(k - \tau_{jp}) + \sigma_i^2}. \quad (1)$$

其中:  $\gamma_i(k)$  是实际信噪比的测量值,  $g_{ii}(k)$  和  $g_{ij}(k)$  分别是第  $i$  个 MS 和第  $j$  个 MS 到 BS 的信道增益,  $p_i(k)$  和  $p_j(k)$  是第  $i$  个 MS 和第  $j$  个 MS 的发射功率,  $\sigma_i$  是功率中的干扰,  $\tau_{ip}$  和  $\tau_{jp}$  是功率控制中的往返时滞.

定义

$$\beta_i(k) = \frac{g_{ii}(k)}{\sum_{j=1, j \neq i}^n g_{ij}(k)p_j(k - \tau_{jp}) + \sigma_i^2}, \quad (2)$$

则

$$\gamma_i(k) = \beta_i(k)p_i(k - \tau_{ip}). \quad (3)$$

对式(3)两边分别取对数, 即  $\bar{\gamma}_i(k) = \ln \gamma_i(k)$ ,  $\bar{\beta}_i(k) = \ln \beta_i(k)$ ,  $\bar{p}_i(k) = \ln p_i(k)$ , 可得

$$\bar{\gamma}_i(k) = \bar{\beta}_i(k) + \bar{p}_i(k - \tau_{ip}). \quad (4)$$

这样, 便将式(3)中的相乘关系转变成了相加关系, 使得分析和设计问题简化.

引入文献[1-2]中的随机模型

$$\bar{\beta}_i(k+1) = \bar{\beta}_i(k) + n_i(k), \quad (5)$$

其中  $n_i(k)$  是以 0 为均值, 以  $\sigma_n^2$  为方差的干扰序列.

对于连接于 BS 的任一 MS, 现有的功率控制采用如下的分布式算法:

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{p}_i(k) + \alpha_i[\bar{\gamma}_i^*(k) - \bar{\gamma}_i(k)], \quad (6)$$

其中  $\alpha_i$  是步长, 不同移动台的步长参数不相同. 同时, 将信噪比的期望值定义为  $\bar{\gamma}_i^*(k)$ , 且  $\bar{\gamma}_i^*(k) = \ln \gamma_i^*(k)$ .

由式(5)和(6)可得

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_i(k+1) = \\ \bar{\beta}_i(k+1) + \bar{p}_i(k+1 - \tau_{ip}) = \\ \bar{\gamma}_i(k) - \alpha_i(k)\bar{\gamma}_i(k - \tau_{ip}) + \alpha_i\bar{\gamma}_i^*(k - \tau_{ip}) + n_i(k). \end{aligned} \quad (7)$$

为了使网络中 BS 处实际测量的信噪比跟踪期望的信噪比, 并且将输入时滞考虑在内, 在式(7)中引入功率控制变量, 得

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_i(k+1) = \\ \bar{\gamma}_i(k) - \alpha_i\bar{\gamma}_i(k - \tau_{ip}) + \alpha_i\bar{\gamma}_i^*(k - \tau_{ip}) + \\ b_{ip}[u_{ip}(k) + u_{ip}(k - \tau_{ip})] + n_i(k), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $b_{ip}$  是给定的参数.

**注1** 现有的无线通信网络功率控制采用式(6)的分布式算法, 简单实用但精度不高. 在式(7)中引入功率控制变量  $u_{ip}$  的目的是: 在不改变原有无线通信网络功率控制系统结构的基础上, 另外施加一个功率控制变量, 使得功率控制更加灵活, 并且易于实现.

依据香农容量定理, 网络的传输速率和预期的信噪比之间存在如下关系:

$$f_i(k) = \frac{1}{2} \log_2[1 + \gamma_i^*(k)]. \quad (9)$$

一般而言,  $\gamma_i^*(k) \gg 1$ , 因此  $f_i(k)$  和  $\log_2 \gamma_i^*(k)$  成比例, 从而有

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_i(k+1) = \\ \bar{\gamma}_i(k) - \alpha_i\bar{\gamma}_i(k - \tau_{ip}) + \alpha_i\bar{f}_i(k - \tau_{ip}) + \\ b_{ip}[u_{ip}(k) + u_{ip}(k - \tau_{ip})] + n_i(k). \end{aligned} \quad (10)$$

对于网络中的任意用户, 采用文献[1-2]中的速率控制算法

$$\begin{aligned} f_i(k+1) = \\ f_i(k) + \mu[d_i(k) - c_1(k)f_i(k) - c_2(k)f_i(k - \tau_{if})]. \end{aligned} \quad (11)$$

其中:  $f_i(k)$  是第  $i$  个移动台在  $k$  时刻的传输速率,  $\mu > 0$  是步长,  $c_1(k)$  和  $c_2(k)$  是无线通信网络在  $k$  时刻的拥塞参数,  $d_i(k)$  控制着每次迭代的速率增长量,  $\tau_{if}$  是速率控制中的往返时滞.

对式(11)两边取对数, 可以写为

$$\begin{aligned} \bar{f}_i(k+1) = & \\ [1 - \mu c_1(k)]\bar{f}_i(k) - \mu c_2(k)\bar{f}_i(k - \tau_{if}) + \bar{\mu}\bar{d}_i(k), & \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\bar{\mu} = 20\mu/\log_2 10$ .

与功率控制类似,在式(12)中加入速率控制量  $u_{if}(k)$ ,并考虑输入时滞,得

$$\begin{aligned} \bar{f}_i(k+1) = & \\ [1 - \mu c_1(k)]\bar{f}_i(k) - \mu c_2(k)\bar{f}_i(k - \tau_{if}) + & \\ b_{if}[u_{if}(k) + u_{if}(k - \tau_{if})] + \bar{\mu}\bar{d}_i(k). & \end{aligned} \quad (13)$$

**注2** 无线通信网络中的时滞主要包含信号在无线信道中的传输时滞以及信息处理所产生的时滞.由于功率和速率控制采用双闭环的控制结构,内环进行快速的功率控制,外环进行慢速的速率控制,因此功率控制对时滞更加敏感,必须予以考虑.然而,功率控制中的时滞  $\tau_{ip}$  与速率控制中的时滞  $\tau_{if}$  往往不同,通常情况下,  $\tau_{ip} \leq \tau_{if}$ . 但是,到目前为止,几乎所有的功率和速率控制方法都没有考虑功率控制中的时滞,即令式(1)中的  $\tau_{ip} = 0$ . 文献[8-9]虽然考虑了  $\tau_{ip} \neq 0$  的情况,但只讨论了功率控制和速率控制中具有相同的时滞,即  $\tau_{ip} = \tau_{if}$ . 本文根据实际的无线通信网络环境,讨论了更一般的情况.另外,由于无线信道的传输时间以及信息的处理时间不同,功率和速率控制系统的状态和输入中都会具有时滞,并且存在着多重时滞的情况,这在已有的所有功率和速率控制方法中都没有考虑,而本文建立的系统模型中包含了这种多重时滞.

为了简化描述,下面的叙述中省略下标  $i$ . 定义一个二维的状态变量

$$x(k) = [\bar{\gamma}(k) \quad \bar{f}(k)]^T. \quad (14)$$

结合式(10)和(13),并根据上述讨论,考虑功率和速率控制中的多时滞情况,得到系统的状态空间模型

$$\begin{aligned} x(k+1) = A(k)x(k) + \sum_{i=1}^l A_i x(k - \tau_i) + B(k)u(k) + & \\ \sum_{i=1}^l B_i u(k - \tau_i) + \omega(k). & \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} A(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - \mu c_1(k) \end{bmatrix}, A_i = \begin{bmatrix} -\alpha_i & \alpha_i \\ 0 & -\mu_i c_2(k) \end{bmatrix}, \\ B(k) = \begin{bmatrix} b_p(k) & 0 \\ 0 & b_f(k) \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} b_{ip} & 0 \\ 0 & b_{if} \end{bmatrix}, \\ \omega(k) = \begin{bmatrix} n(k) \\ \bar{\mu}\bar{d}(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (16)$$

$\omega(k)$  是具有协方差矩阵的零均值随机向量,

$$\bar{\omega} = E\{\omega(k)\omega^T(k)\} = \begin{bmatrix} \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & \bar{\mu}^2 \sigma_d^2 \end{bmatrix}.$$

下面考虑由于缺乏对无线通信网络动力学的完整知识而产生的系统不确定性.例如,拥塞参数  $c_1(k)$  和  $c_2(k)$  通常不能准确得知,只能对其进行估计,本文参考文献[1-2]中不确定性  $c_1(k)$  和  $c_2(k)$  的定义方法,即

$$\begin{cases} c_1(k) = c_1 + DF(k)\bar{d}, \\ c_2(k) = c_2 + DF(k)\bar{d}_d. \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $F(k)$  是以 0 为均值,  $\sigma_F^2$  为方差的随机噪声;  $D$ ,  $d$  和  $\bar{d}_d$  是已知的标量;  $c_1(k)$  和  $c_2(k)$  未知,但有界,范围为

$$c_{1,l} \leq c_1 \leq c_{1,u}, c_{2,l} \leq c_2 \leq c_{2,u}. \quad (18)$$

由此,式(14)中的  $A(k)$  并不能准确得知,将其中确定和不确定的部分分开,  $A(k)$  和  $B(k)$  重写为

$$A(k) = A + \Delta A, B(k) = B + \Delta B. \quad (19)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - \mu c_1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_p & 0 \\ 0 & b_f \end{bmatrix}. \quad (20)$$

$[\Delta A \quad \Delta B]$  可以写为

$$[\Delta A \quad \Delta B] = DF(k)[E_1 \quad E_2]. \quad (21)$$

其中

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\mu\bar{d} \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\mu\bar{d}_d \end{bmatrix}. \quad (22)$$

至此,可建立无线通信网络功率和速率控制系统的数学模型,并考虑多重时滞,模型如下:

$$\begin{aligned} x(k+1) = & \\ (A + \Delta A)x(k) + \sum_{i=1}^l A_i x(k - \tau_i) + & \\ (B + \Delta B)u(k) + \sum_{i=1}^l B_i u(k - \tau_i) + \omega(k). & \end{aligned} \quad (23)$$

采用状态反馈控制结构

$$u(k) = Kx(k), \quad (24)$$

其中  $K$  是待确定的状态反馈增益.

考虑如下二次型性能指标:

$$\min_K \max_{F(k+\tau,k), \tau \geq 0} J(k), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} J(k) = \sum_0^\infty [x^T(k + \tau, k)Q_1 x(k + \tau, k) + & \\ u^T(k + \tau, k)Ru(k + \tau, k)]. & \end{aligned} \quad (26)$$

其中:  $Q_1$  和  $R$  是加权对称正定矩阵,  $x(k + \tau, k)$  是在时刻  $k$  对  $k + \tau$  时刻状态的预测值,  $u(k + \tau, k)$  是  $k + \tau$  时刻控制量的预测值.

本文的目的是基于鲁棒预测控制方法对功率和速率控制系统(23)设计状态反馈控制器(24),使得所

得闭环系统渐近稳定,并使性能指标(25)和(26)达到最优.

**引理1**<sup>[10]</sup> 给定合适维数的矩阵  $D$ 、 $F$  和  $E$ ,对于任意满足  $F^T(k)F(k) \leq I$  的  $F(k)$  和任意  $\varepsilon > 0$ ,有

$$DF(k)E + E^T F^T(k)D^T \leq \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} EE^T$$

成立.

**引理2**<sup>[11]</sup> 假设矩阵  $Y$ 、 $D$  和  $E$  具有适当的维数,  $Y$  是对称矩阵,对于任意满足  $F^T(k)F(k) \leq I$  的  $F(k)$ ,不等式

$$Y + DF(k)E + E^T F^T(k)D^T < 0$$

成立,当且仅当存在一个参数  $\varepsilon > 0$  时,可保证  $Y + \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} EE^T < 0$  成立.

## 2 鲁棒预测功率和速率控制

本节将通过解决优化问题(25)和(26),为功率和速率控制系统(23)设计一个基于鲁棒预测控制的状态反馈控制器(24).然而,由于模型的不确定性,很难直接求解优化问题(25)和(26).为此,首先给出性能指标的上限,然后将优化问题(25)和(26)转换为一个可以解决的线性规划问题.

对于系统(24),考虑 Lyapunov-Krasovskii 函数

$$V(k) =$$

$$x^T(k)Px(k) + \sum_{i=1}^l \sum_{j=-\tau_i}^0 x^T(k+j)S_i x(k+j), \quad (27)$$

其中  $P > 0$  和  $S_i > 0$  是正定二次矩阵.

定义  $\Delta V(k) = V(k + \tau, k) - V(k)$ ,并假定满足

$$\Delta V(k) \leq -x^T(k + \tau, k)Q_1 x(k + \tau, k) - u^T(k + \tau, k)Ru(k + \tau, k). \quad (28)$$

为了使目标函数有界,假设  $x(\infty, k) = 0$ ,则  $V(x(\infty, k)) = 0$ .

此时,便将最小化  $J(k)$  的优化问题转化成为了获得  $V(x(k))$  最小值的问题.因此,将式(28)的两边从0到 $\infty$ 求和,可以得到  $J(k) \leq V(x(k))$ ,从而可知  $V(x(k))$  是  $J(k)$  的上限.

**定理1** 对于系统(23),在状态反馈控制律(24)的作用下,如果存在  $\lambda > 0, \varepsilon > 0, Y > 0, W_i > 0, M_i > 0$  和  $Z$  满足以下的LMI优化问题,则闭环系统是鲁棒渐近稳定的:

$$\min_{\lambda, \varepsilon, Y, W_i, M_i, Z} = \lambda + \sum_{i=1}^l \text{tr}(M_i). \quad (29)$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} 1 & x(k)^T \\ x(k) & \lambda Y \end{bmatrix} \geq 0; \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} M_i & N_i^T \\ N_i & W_i \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} L & G_1 & G_2 & \dots & G_l & V^T \\ G_1^T & F_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_2^T & 0 & F_2 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ G_l^T & 0 & 0 & 0 & F_l & 0 \\ V & 0 & 0 & 0 & 0 & U \\ Y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (E_1 Y + E_2 Z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Y^T & Z^T & D & (E_1 Y + E_2 Z)^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Q_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon^{-1} I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} \leq 0. \quad (32)$$

其中

$$\sum_{j=-\tau_i}^0 x(k+j)^T x(k+j) = N_i N_i^T, \quad i = 1, 2, \dots, l;$$

$$L = AY + YA^T + BZ + Z^T B^T;$$

$$G_i = [(A_i + B_i K)Y \quad 0];$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 & Y^T \\ Y & W_i \end{bmatrix};$$

$$U = \text{diag}\{W_1, \dots, W_l\};$$

$$V^T = [Y^T, \dots, Y^T].$$

**证明** 考虑 Lyapunov-Krasovskii 函数

$$V(k) =$$

$$x^T(k)Px(k) + \sum_{i=1}^l \sum_{j=-\tau_i}^0 x^T(k+j)S_i x(k+j). \quad (33)$$

假设参数  $\lambda$  满足条件  $x^T(k)P_1 x(k) \leq \lambda$ , 根据 Schur 补定理,式(33)等价于(30). 同样地,

$$\sum_{i=1}^l \sum_{j=-\tau_i}^0 x^T(k+j)S_i x(k+j) = \sum_{i=1}^l \text{tr}(N_i N_i^T W_i^{-1}) = \sum_{i=1}^l \text{tr}(N_i W_i^{-1} N_i^T). \quad (34)$$

假设存在一个矩阵  $M_i$  满足  $\text{tr}(N_i W_i^{-1} N_i^T) < \text{tr}(M_i)$ , 根据 Schur 补定理,式(34)等价于(31). 因此,  $V(k) \leq \lambda + \sum_{i=1}^l \text{tr}(M_i)$ . 为了解决最小化问题,将其转化为式(29).

由引理1和引理2可得,式(29)等价于

$$\begin{bmatrix} x(k+\tau, k) \\ x(k+\tau-\tau_1, k) \\ \vdots \\ x(k+\tau-\tau_l, k) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \Pi & P(B_1K+A_1) & \cdots & P(B_lK+A_l) \\ (A_1+B_1K)^T P^T & -S_1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ (A_l+B_lK)^T P^T & 0 & 0 & -S_l \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x(k+\tau, k) \\ x(k+\tau-\tau_1, k) \\ \vdots \\ x(k+\tau-\tau_l, k) \end{bmatrix} \leq 0. \quad (35)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi &= Q_1 + K^T R K + P[A + DFE_1 + \\ & (B + DFE_2)K] + [A + DFE_1 + \\ & (B + DFE_2)K]^T P + \varepsilon P^T P + \sum_{i=1}^l S_i. \end{aligned}$$

定义

$Y =$

$$\begin{bmatrix} \Omega & P(B_1K+A_1) & \cdots & P(B_lK+A_l) \\ (A_1+B_1K)^T P^T & -S_1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ (A_l+B_lK)^T P^T & 0 & 0 & -S_l \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Omega &= Q_1 + \sum_{i=1}^l S_i + P(A+BK) + \\ & (A+BK)^T P + \varepsilon P^T P, \end{aligned}$$

则不等式(33)等价于

$$Y + \begin{bmatrix} PD \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F[E_1 + E_2K \ 0 \ \cdots \ 0] +$$

$$[E_1 + E_2K \ 0 \ \cdots \ 0]^T F^T \begin{bmatrix} PD \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} < 0,$$

即

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Sigma & P(B_1K+A_1) \\ (A_1+B_1K)^T & -S_1 \\ \vdots & 0 \\ (A_l+B_lK)^T P^T & 0 \\ \cdots & P(B_lK+A_l) \\ 0 & 0 \\ \ddots & 0 \\ 0 & -S_l \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & 0 \\ 0 & -S_l \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (36)$$

其中

$$\begin{aligned} \Sigma &= Q_1 + K^T R K + \sum_{i=1}^l S_i + P(A+BK) + \\ & (A+BK)^T P + \varepsilon P D D^T P + \varepsilon P^T P + \\ & (A+BK)^T P + \varepsilon P D D^T P + \varepsilon P^T P. \end{aligned}$$

在式(36)两边同乘以  $\text{diag}\{P^{-1}, \dots, P^{-1}\}$ ,  $Y = P^{-1} W_i = (S_i)^{-1}$ ,  $Z = KY$ , 再次使用 Schur 补定理,

可以得到式(32).  $\square$

**注3** 由于模型的不确定性, 优化问题(25)和(26)很难直接求解. 为此, 本文将优化问题(25)和(26)转化为定理1中的具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题, 继而转化为一个线性矩阵不等式系统的可行性问题, 因此可以方便地应用 Matlab 中 LMI 工具箱的求解器进行求解. 由文献[12]可知, 这个凸优化问题的全局最优性用  $(\lambda + \sum_{i=1}^l \text{tr} M_i) \min$  表示, 作为求解器的第一个分量. 如果  $(\lambda + \sum_{i=1}^l \text{tr} M_i) \min < 0$ , 则线性矩阵不等式系统是可行的. 当线性矩阵不等式系统为可行时, 求解器输出的第二个分量给出了该线性矩阵不等式系统决策变量的一个可行解, 进而可以得到线性矩阵不等式系统矩阵变量的一个可行解. 利用这个可行解得到状态反馈增益, 从而得到状态反馈控制器(24).

**注4** 当式(23)中的  $l = 1$  时, 本文的多时滞系统蜕变为单时滞系统, 因此已有的单时滞功率和速率控制方法是本文的一个特例.

**注5** 由于不确定性和多时滞的影响, 本文给出的线性矩阵不等式比较庞大, 给计算带来了麻烦. 关于线性矩阵不等式的化简问题, 很多学者进行了探讨<sup>[13]</sup>, 可以参照这些方法或根据环境和对时滞大小的估计进行简化, 这将在以后的工作中进行研究.

### 3 仿真结果

考虑具有如下信道增益的无线通信网络<sup>[1-2]</sup>:

$$G_{ii}(k) = d_{ii}^{-\delta_i}(k) \cdot 10^{0.1\zeta_i(k)}.$$

其中:  $d_{ii}^{-\delta_i}(k)$  表示路径损耗;  $d_{ii}(k)$  表示从 BS 到第  $i$  个 MS 的距离;  $\delta_i \in R$  表示路径损耗指数, 它的值在 2 到 6 之间, 在仿真中取 4;  $10^{0.1\zeta_i(k)}$  表示阴影效应,  $\zeta_i(k) \in R$  表示高斯白噪声. 拥塞参数  $c_1(k)$  和  $c_2(k)$  为 0 到 0.5 之间取值的随机变量,  $\bar{\mu} = 0.8, \alpha = 0.2$ . 根据文献[14], 在采样速率为 800 Hz 的情况下, 往返时滞的实际取值在 2 到 4 之间. 在仿真中, 往返时滞取在 2 和 4 之间变化. 预测水平是  $N_p = 15$ , 控制水平是  $N_u = 10$ . 期望速率值设为 800 kb/s, 期望信噪比设为 10 dB.

图 1 和图 2 给出了实际速率与期望速率以及实际信噪比与期望信噪比之间的跟踪误差曲线. 作为

比较,图3和图4给出了采用文献[9]中提出的功率和速率控制算法的速率和信噪比的跟踪误差曲线.经过对照可以看到,当考虑系统存在多时滞时,本文所提出的控制器明显优于文献[9]所给控制器.

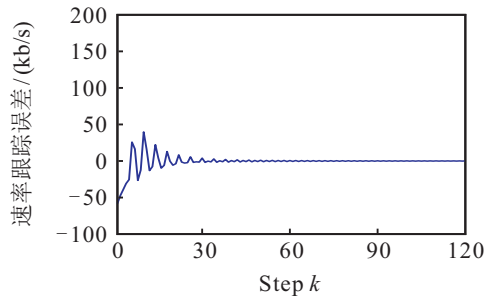


图1 本文控制器的速率跟踪误差曲线

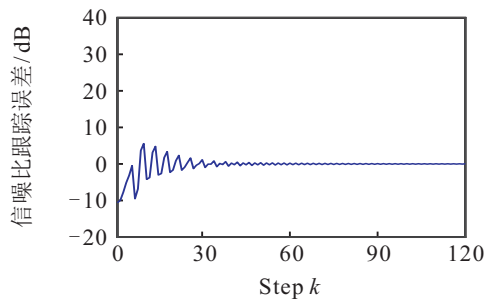


图2 本文控制器的信噪比跟踪误差曲线

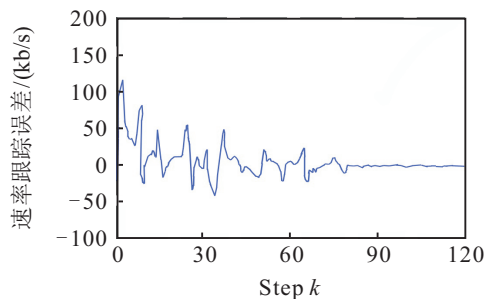


图3 文献[9]控制器的速率跟踪误差曲线

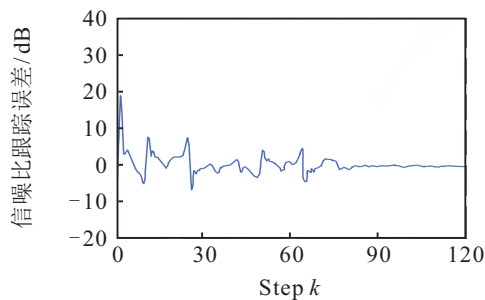


图4 文献[9]控制器的信噪比跟踪误差曲线

## 4 结论

本文针对具有多时滞的无线通信网络,建立了新的功率和速率控制系统数学模型.该模型包含了速率控制中的时滞、功率控制中的时滞、状态时滞和输入时滞.在此基础上,提出了鲁棒预测功率和速率控制算法,并通过线性矩阵不等式分析了闭环系统的性能.仿真结果验证了所提出控制器的有效性.为了方便分析,本文假设状态与输入中的时滞相同,未来

的工作将讨论状态和输入具有不同时滞的情况,并进一步探讨通过对时滞大小进行估计,对系统动态进行简化和具体化进行处理.

## 参考文献(References)

- [1] Subramanian A, Sayed A H. A robust power and rate control method for state-delayed wireless networks[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1917-1924.
- [2] Subramanian A, Sayed A H. Joint rate and power control algorithms for wireless networks[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2005, 53(1): 4204-4214.
- [3] Kong S L, Zhang H S, Zhang Z S, et al. Joint predictive control of power and rate for wireless networks[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(7): 761-764.
- [4] Zhao L, Mark J W. Joint rate and power adaptation for radio resource management in uplink wideband code division multiple access systems[J]. *IET Communications*, 2008, 2(4): 562-572.
- [5] Chen Y L, Lin Y S, Wang J W, et al. Adaptive fuzzy-based rate management and power control in multimedia CDMA cellular systems[J]. *Computer Communications*, 2008, 31(10): 1901-1910.
- [6] Moller A, Jonsson U T. Stability of rate and power control algorithms in wireless cellular networks[C]. *IEEE Conf on Decision and Control and European Control Conf. Orlando*: IEEE, 2011: 4535-4541.
- [7] Ahmad A, Hassan N U, Assaad M, et al. Joint power control and rate adaptation for video streaming in wireless networks with time-varying interference[J]. *IEEE Trans on Vehicular Technology*, 2016, 65(8): 6315-6329.
- [8] Han C, Sun D, Li X, et al. Robust  $H_\infty$  power and rate control for uncertain wireless networks with time-varying state and input delays[C]. *Proc of the 19th IFAC World Congress. Cape Town*, 2014: 9721-9726.
- [9] Han C W, Sun D, Bi S, et al. Modeling and model predictive power and rate control of wireless communication networks[J]. *J of Applied Mathematics*, 2014, DOI: 10.1155/2014/642673.
- [10] Xie L H. Output feedback  $H_\infty$  control of systems with parameter uncertainty[J]. *Int J of Control*, 1996, 63: 741-750.
- [11] Ma X J, Xiang S H, Xu B G, et al.  $H_\infty$  robust stability for uncertain systems with multiple time-varying delays and nonlinear perturbations[J]. *Control Theory and Applications*, 2006, 23(4): 631-635.
- [12] Lee S M, Park J H, Ji D H, et al. Robust model predictive control for LPV systems using relaxation matrices[J]. *IET Control Theory Applications*, 2007, 1(6): 1567-1573.
- [13] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 250-251.  
(Yu L. Robust control — Linear matrix inequality approach[M]. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 2002: 250-251.)
- [14] Zhang H, Pathirana P N. Uplink power control via adaptive hidden Markov model based channel estimation[J]. *IEEE Trans Mobile Computing*, 2013, 12(4): 657-665.